

哈爾濱工業大學

畢業設計（論文）開題報告

題 目：里德堡原子基態拓撲量子信息傳輸

專 業 光電信息科學與工程

學 生 楊徵羽

學 號 2191020215

班 號 1910202

指導教師 吳金雷

日 期 2022 年 11 月 11 日

1	课题背景及研究的目的和意义	1
1.1	课题背景	1
1.2	研究的目的和意义	3
2	国内外在该方向的研究现状及分析	3
2.1	国外现状及分析	3
2.2	国内现状及分析	3
3	研究内容及拟解决的关键问题	3
3.1	研究内容	3
3.2	拟解决的关键问题	3
4	拟采取的研究方法和技术路线、进度安排、预期达到的目标	3
4.1	拟采取的研究方法和技术路线	3
4.2	进度安排	6
4.3	预期达到的目标	6
5	课题已具备和所需的条件	6
6	研究过程中可能遇到的困难和问题，解决的措施	6
7	参考文献	6

1 课题背景及研究的目的和意义

1.1 课题背景

量子信息技术的优势

1. 研究真实世界演化：只有用量子计算机才能高效模拟量子世界^[2]
2. 快速算法：如 Grover 搜索算法、Shor 质因数分解算法
3. 量子隐形传态：一旦窃听就会暴露
4.

广泛关注 2022 年诺贝尔物理学奖被授予在量子信息科学做出开创性成就的物理学家 Alain Aspect、John Clauser 和 Anton Zeilinger。二十大报告中提到，“一些关键核心技术实现突破，战略性新兴产业发展壮大，……量子信息……等取得重大成果，进入创新型国家行列。”

由于当前存在以下的研究障碍，量子信息技术尚未实用化

1. 硬件上，可用的量子比特数目和量子门操作保真度远远没有达到量子计算机要求
2. 软件上，能发挥量子计算优势的量子算法难以编写

单个量子比特： $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

多个量子比特： $|\psi\rangle = \sum \alpha_{i_1 \dots i_n} |i_1 \dots i_n\rangle, i_1, \dots, i_n = 0, 1$

单量子比特门：如 Hadamard 门，Pauli-X 门

多量子比特门：如 Controlled-NOT 门，SWAP 门，Toffoli 门

当前有潜力实现量子计算的物理平台有很多，如

1. 囚禁离子量子比特平台
2. 超导体人造原子量子比特平台
3. 囚禁中性原子量子比特平台
4. 中性里德堡原子平台

$$\begin{array}{ll} \text{Hadamard} & \text{---} \boxed{H} \text{---} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \text{Pauli-X} & \text{---} \boxed{X} \text{---} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

controlled-NOT		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
swap		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

中性里德堡原子平台的优势

1. 完美全同、易于扩展、相干时间长
2. 具有良好的连通性，里德堡原子平台具有实现涉及超过两个原子的多量子比特门
3. 仅仅通过使用外部的控制场便可以实现对中性原子外部状态和内部状态的操纵

里德堡原子：处于主量子数 n 很大的量子态的原子

里德堡相互作用：多个里德堡原子的相互作用

1. 两个原子，跃迁能量差相等：偶极-偶极相互作用， $V \propto R^{-3}$
2. 两个原子，跃迁能量差不等：van der Waals 相互作用， $V \propto R^{-6}$
3. 三个及以上原子：Förster 共振相互作用

1. 写出系统的哈密顿量
2. 选取适当的表象，对哈密顿量进行变换，从而化简
3. 取大失谐近似，求出系统的有效哈密顿量

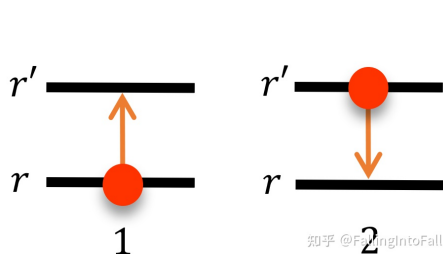


图 1: 偶极-偶极相互作用

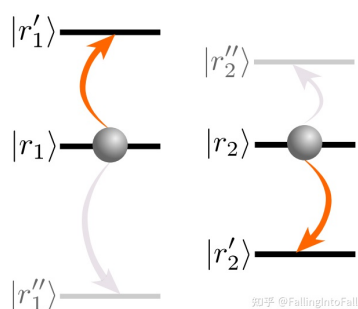


图 2: van der Waals 相互作用

4. 分析系统性质（最一般的方法是解薛定谔方程，但也可以直接从有效哈密顿量的各项系数中看出系统的性质）

1.2 研究的目的是和意义

2 国内外在该方向的研究现状及分析

2.1 国外现状及分析

2.2 国内现状及分析

3 研究内容及拟解决的关键问题

3.1 研究内容

3.2 拟解决的关键问题

4 拟采取的研究方法和技术路线、进度安排、预期达到的目标

4.1 拟采取的研究方法和技术路线

1. 写出系统的哈密顿量
2. 选取适当的表象，对哈密顿量进行变换，从而化简
3. 取大失谐近似，求出系统的有效哈密顿量
4. 分析系统性质（最一般的方法是解薛定谔方程，但也可以直接从有效哈密顿量的各项系数中看出系统的性质）目前复现了^[2]的一部分：两个 Λ 型原子与光场 Raman 相互作用

在半经典理论中，单个原子与光场作用的哈密顿量为

$$H_j^S = \hbar(\omega_g |g\rangle\langle g|_j + \omega_i |r\rangle\langle r|_j + \omega_e |e\rangle\langle e|_j + (\Omega_j |g\rangle\langle r|_j + \Omega_p |e\rangle\langle r|_j + \text{H.c.})) \quad (1)$$

变换到相互作用绘景，得

$$H_j^I = \hbar(e^{it\delta}\Omega_j |g\rangle\langle r|_j + e^{it\Delta}\Omega_p |e\rangle\langle r|_j + \text{H.c.}) \quad (2)$$

其中 $\delta = \Omega - \omega_r + \omega_g$, $\Delta = \Omega_p - \omega_r + \omega_e$ 为失谐量，其量级满足

$$\Delta \gg \delta \sim \Omega_p \gg \Omega_j \quad (3)$$

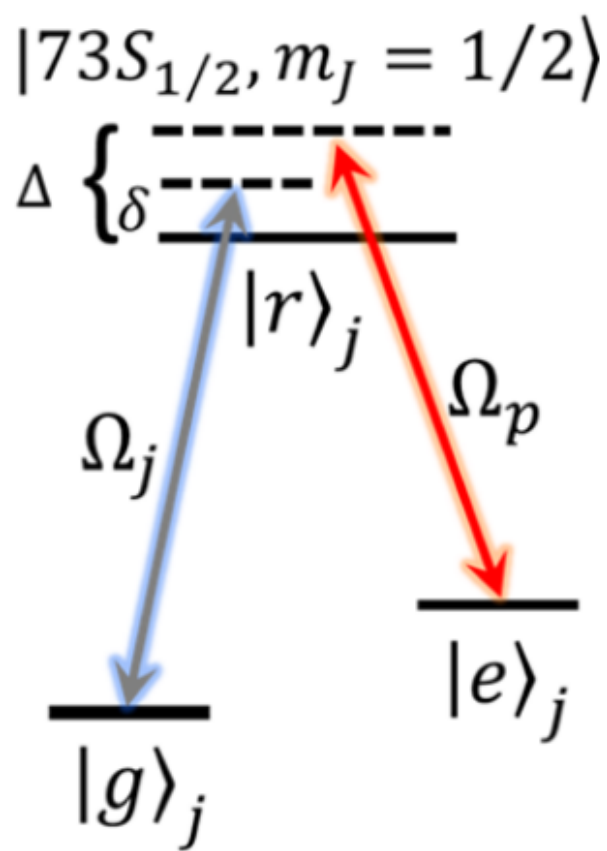


图 3: 能级示意图（只显示了其中一个原子）

故两个原子的与光场作用的哈密顿量为

$$\begin{aligned}
H^I &= I_1 \otimes H_2 + H_1 \otimes I_2 \\
&= \hbar(\Omega_1 e^{it\delta} |gg\rangle\langle rg| + \Omega_1 e^{it\delta} |ge\rangle\langle re| + \Omega_1 e^{it\delta} |gr\rangle\langle rr| \\
&\quad + \Omega_p e^{it\Delta} |eg\rangle\langle rg| + \Omega_p e^{it\Delta} |ee\rangle\langle re| + \Omega_p e^{it\Delta} |er\rangle\langle rr| \\
&\quad + \Omega_2 e^{it\delta} |gg\rangle\langle gr| + \Omega_2 e^{it\delta} |eg\rangle\langle er| + \Omega_2 e^{it\delta} |rg\rangle\langle rr| \\
&\quad + \Omega_p e^{it\Delta} |ge\rangle\langle gr| + \Omega_p e^{it\Delta} |ee\rangle\langle er| + \Omega_p e^{it\Delta} |re\rangle\langle rr| + \text{H.c.}) \quad (4)
\end{aligned}$$

考虑到 van der Waals 相互作用，并采用旋波近似，经一系列分析，上式可简化为

$$H^{II} = \hbar(\Omega_1 e^{it\delta} |ge\rangle\langle re| + \Omega_p |er\rangle\langle rr| + \Omega_2 e^{it\delta} |eg\rangle\langle er| + \Omega_p |re\rangle\langle rr| + \text{H.c.}) \quad (5)$$

将 H^{II} 中的不含时项对角化得

$$\begin{aligned}
E_+ &= \sqrt{2}\hbar\Omega_p, \quad |\psi_+\rangle = \frac{1}{2} |er\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |rr\rangle + \frac{1}{2} |re\rangle, \\
E_0 &= 0, \quad |\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |er\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |re\rangle, \\
E_- &= -\sqrt{2}\hbar\Omega_p, \quad |\psi_-\rangle = \frac{1}{2} |er\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |rr\rangle + \frac{1}{2} |re\rangle
\end{aligned} \quad (6)$$

将其本征态 $|\psi_+\rangle, |\psi_0\rangle, |\psi_-\rangle$ 作为新的基，再进行相互作用绘景变换，得到最终哈密顿量的形式为

$$\begin{aligned}
H^{III} &= \hbar\Omega \left(|ge\rangle \left(\frac{1}{2} \langle\psi_+| e^{it(\delta-\sqrt{2}\Omega_p)} - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle\psi_0| e^{it\delta} + \frac{1}{2} \langle\psi_-| e^{it(\delta+\sqrt{2}\Omega_p)} \right) \right. \\
&\quad \left. + |eg\rangle \left(\frac{1}{2} \langle\psi_+| e^{it(\delta-\sqrt{2}\Omega_p)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle\psi_0| e^{it\delta} + \frac{1}{2} \langle\psi_-| e^{it(\delta+\sqrt{2}\Omega_p)} \right) \right) + \text{H.c.} \quad (7)
\end{aligned}$$

利用论文^[2]的方法，可得有效哈密顿量为

$$\begin{aligned}
H_{\text{eff}} &= \hbar\Omega^2 \left(\frac{1}{\delta - \sqrt{2}\Omega_p} \left(-\frac{1}{4} |eg\rangle\langle ge| \right) + \frac{1}{\delta} \left(-\frac{1}{2} |eg\rangle\langle ge| \right) \right. \\
&\quad + \frac{1}{\delta + \sqrt{2}\Omega_p} \left(-\frac{1}{4} |eg\rangle\langle ge| \right) + \text{H.c.} + \frac{1}{\delta - \sqrt{2}\Omega_p} \left(\frac{1}{4} (-|ge\rangle\langle ge| - |eg\rangle\langle eg|) \right) \\
&\quad \left. + \frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{2} (-|ge\rangle\langle ge| - |eg\rangle\langle eg|) \right) + \frac{1}{\delta + \sqrt{2}\Omega_p} \left(\frac{1}{4} (-|ge\rangle\langle ge| - |eg\rangle\langle eg|) \right) \right) \quad (8)
\end{aligned}$$

其中耦合系数 ($|eg\rangle\langle ge|$ 项的系数) 为

$$J_{12} = \frac{\Omega^2}{4} \left(\frac{1}{\delta - \sqrt{2}\Omega_p} - \frac{2}{\delta} + \frac{1}{\delta + \sqrt{2}\Omega_p} \right) = \frac{\Omega^2\Omega_p^2}{\delta^3 - 2\delta\Omega_p^2} \quad (9)$$

这说明系统是一个 SWAP 门, J_{12} 反映了量子门的开关速率

4.2 进度安排

1. 已完成: 基础知识初步学习
2. 本学期: 快速 SWAP 门
3. 中期: 拓扑量子信息传输
4. 结题: 发现新问题、整理成文

4.3 预期达到的目标

1. 知识上, 初步理解量子信息技术的原理, 掌握相关的量子力学处理技巧
2. 成果上, 快速 SWAP 门, 拓扑量子信息传输

5 课题已具备和所需的条件

1. 已具备条件: 相关文献、MATLAB 等编程软件
2. 未具备条件: 无 (本课题是理论推导计算, 不需要实验场地与器材)

6 研究过程中可能遇到的困难和问题, 解决的措施

7 参考文献

指导教师评语：

指导教师签字：_____

检查日期：_____