

题库

$$1、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^x - (\sin x)^x}{x^3}$$

$$9、\int \frac{dx}{\sqrt{x(1+x)}}$$

$$2、\int \frac{dx}{\sin^2(2x + \frac{\pi}{4})}$$

$$10、\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}}$$

$$3、\int \frac{dx}{1+\cos x}$$

$$11、\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$$

$$4、\int \frac{dx}{1+\sin x}$$

$$12、\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} dx$$

$$5、\int \sin^3 x dx$$

$$13、\int \frac{x^3}{9+x^2} dx$$

$$6、\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$$

$$14、\int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x}+1}}$$

$$7、\int \frac{dx}{(1+e^x)^2}$$

$$15、\int \frac{dx}{e^x(1+e^{2x})}$$

$$8、\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$$

$$16、\int \sqrt{1+e^{2x}} dx$$

$$24、 \int \left( \frac{f(x)}{f'(x)} - \frac{f^2(x)f''(x)}{[f'(x)]^3} \right) dx$$

$$17、 \int e^x \sqrt{1 + e^{2x}} dx$$

$$25、 \int \sin 5x \sin 7x dx$$

$$18、 \int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}$$

$$26、 \int \sec^5 x dx$$

$$19、 \int \frac{2^x 3^x}{9^x + 4^x} dx$$

$$27、 \int \sqrt{\tan x} dx$$

$$20、 \int \frac{dx}{\sin^2 x + 2\cos^2 x}$$

$$28、 \int e^x \frac{1-x}{x^2} dx$$

$$21、 \int \frac{\cos x + x \sin x}{(x + \cos x)^2} dx$$

$$29、 \int \frac{x^3}{x^8 - 2} dx$$

$$22、 \int x \ln(1 + x^2) \arctan x dx$$

$$30、 \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$23、 \int \sqrt{(x^2 + x)e^x} (x^2 + 3x + 1) e^x dx$$

$$31、 \int \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1} dx$$

32、 $\int \frac{\sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

33、设  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$ , 求其反函数

34、已知  $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ,  $x \in [0,1]$ , 求  $f_n(x)$

35、函数  $f(x) = \frac{|x| \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$  在 ( ) 内有界

- A.  $(-1,0)$  B.  $(0,1)$  C.  $(1,2)$  D.  $(2,3)$

36、设  $f'(x)f(x) > 0$ , 则 ( )

- A.  $f(1) > f(-1)$  B.  $f(1) < f(-1)$   
 C.  $|f(1)| > |f(-1)|$  D.  $|f(1)| < |f(-1)|$

37、设  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 则  $f(x) = x - [x]$  是( )

- A. 无界函数 B. 单调函数 C. 周期函数 D. 偶函数

38、若  $f(x)$  是在  $(-\infty, +\infty)$  内可导的以  $l$  为周期的周期函数, 则  $f'(ax + b)$  ( $a \neq$

$0, a, b$  为常数) 的周期为( )

- A.  $l$  B.  $l - b$  C.  $\frac{l}{a}$  D.  $l/|a|$

tip: 若  $f(x)$  是以  $T$  为周期的可导函数, 则其导函数  $f'(x)$  也是以  $T$  为周期的周期函数

39、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + xf(x)}{x^3} = 0$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6+f(x)}{x^2}$  (两种解法: 泰勒展开/求  $f(x)$  代入)

40、当  $x \rightarrow 0$  时, 下列式子错误的是( )

- A.  $x \cdot o(x^2) = o(x^3)$   
 B.  $o(x) \cdot o(x^2) = o(x^3)$   
 C.  $o(x^2) + o(x^2) = o(x^2)$   
 D.  $o(x) + o(x^2) = o(x^2)$

41、设  $x \rightarrow 0$  时,  $(1 - \cos x) \ln(1 + x^2)$  是比  $x \sin x^n$  高阶的无穷小, 而  $x \sin x^n$  是比  $e^x - 1$  高阶的无穷小, 则正整数  $n$  为( )

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

42、已知  $x \rightarrow 0$  时,  $\tan(x^2 + 2x) \sim ax$ , 求常数  $a$

43、当 $x \rightarrow 0$ 时，下列四个无穷小中，阶数最高的是（ ）

A.  $x^2$

B.  $1 - \cos x$

C.  $\sqrt{1 - x^2} - 1$

D.  $x - \sin x$

44、当 $x \rightarrow 0^+$ 时，以下与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小是（ ）

A.  $1 - e^{\sqrt{x}}$

B.  $\ln \frac{1+x}{1-\sqrt{x}}$

C.  $\sqrt{1 + \sqrt{x}} - 1$

D.  $1 - \cos \sqrt{x}$

45、当 $x \rightarrow 0$ 时， $e^x - (ax^2 + bx + 1)$ 是比 $x^2$ 高阶的无穷小，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$

46、当 $x \rightarrow 0$ 时， $3x - 4\sin x + \sin x \cos x$ 是 $x$ 的几阶无穷小

47、求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(1 + \cos x) \ln(1 + x)}$

48、若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - a} (\cos x - b) = 5 \neq 0$ , 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$

49、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$

50、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - e^{\sin x}}{x^3}$

51、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$

、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x}$

、 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x - 1} + x + 1}{\sqrt{x^2 + \sin x}}$

43、 $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\frac{2+e^{x-1}}{4}}{1+e^{x-1}} + \frac{\sin(x-1)}{|x-1|} \right)$

