

Exercice 1: (7 points)

Soit la fonction numérique définie dans \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 - x^2 - y^2 & \text{si } x^2 + y^2 < 1. \\ 0 & \text{si } x^2 + y^2 \geq 1. \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité f de sur \mathbb{R}^2 .
- 2) Etudier l'existence des dérivées partielles et donner leurs expressions.
- 3) Etudier la différentiabilité de f et donner l'expression de la différentielle aux points où elle existe.

Exercice 2: (4 points)

Etudier les extrémums libres de la fonction :

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - \frac{1}{4}(x - y)^2.$$

Exercice 3: (4 points)

Etudier les extrémums de la fonction :

$$f(x, y, z) = x - 2y + 2z, \text{ sous la contrainte : } x^2 + y^2 + z^2 = 9.$$

Exercice 4: (5 points)

Soit dans \mathbb{R}^2 le domaine D limité par les courbes d'équations:

$$y = \cos x + 1; y = \sin x; x = -\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2}.$$

- 1) Représenter géométriquement le domaine D .
- 2) Intervertir les signes intégraux dans $\iint_D f(x, y) dx dy$ où f est une fonction quelconque intégrable sur D .
- 3) Calculer $\iint_D dx dy$.