ESI 2017-2018. **Logique Mathématique** **Interrogation écrite**

D u r é e 2 h e u r e s

N O M : **P r é n o m** : **G r o u p e** :

Partie I.
+0.5 pt par réponse juste │ – 0 point pour toute case non cochée │-0.5 pt par réponse fausse

1. Cocher les propositions que vous jugez valides.

- ■ $\neg P \lor \neg Q$ est une résolvante de $\neg P \lor \neg Q \lor R$ et de $\neg P \lor \neg Q \lor \neg R$.
- ☐ $\neg P \lor \neg Q$ est une résolvante de $\neg P \lor R \lor S$ et de $\neg P \lor \neg Q \lor \neg R \lor \neg S$.
- ■ $\neg P \lor \neg Q \lor Q$ est une résolvante de $\neg P \lor \neg Q \lor R$ et de $\neg P \lor Q \lor \neg R$.
- ■ Si $\Gamma \models \beta$ et si $\Gamma \models \neg\beta$ alors il existe $\Delta \subseteq \Gamma$ tel que $\Delta \models \beta$ et tel que $\Delta \models \neg\beta$.
- ■ La résolution est un système logique incomplet sans la réfutation.
- ■ La résolution est un système logique complet avec la réfutation.
- ☐ Si $\Gamma \models \beta$ et si $\Delta \subseteq \Gamma$ alors $\Delta \models \beta$.
- ☐ Si Γ est satisfiable alors, quelle que β, si $\Gamma \cup \{\beta\}$ est satisfiable alors $\Gamma \cup \{\neg \beta\}$ est non satisfiable.
- ■ Si Γ est satisfiable, alors il existe au moins une formule α telle que $\Gamma \not\models \alpha$
- ☐ Si Γ est satisfiable alors, si $\Gamma \not\models \alpha$ alors $\Gamma \models \neg\alpha$
- ☐ Si α est non satisfiable, alors $\Gamma \models \alpha$ quel que soit Γ.

2. On se donne trois variables propositionnelles (P, Q, R).

2.1. Laquelle ou lesquelles des formules suivantes représente(nt) l'énoncé suivant :

« L'une au moins des trois VP est V et l'une au moins des trois VP est F. »

- ■ $(P \lor Q \lor R) \land (\neg P \lor \neg Q \lor \neg R)$
- ☐ $(P \lor Q \lor \neg R) \land (P \lor \neg Q \lor R) \land (\neg P \lor Q \lor R)$
- ☐ $(P \lor Q \lor R) \land (\neg Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor \neg R)$

2.2. Laquelle des formules suivantes représente l'énoncé suivant :

« L'une au plus des trois VP est V»

- ■ $(\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R) \land (\neg Q \lor \neg R)$
- ☐ $(P \lor \neg Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor \neg Q \lor R)$
- ☐ $(P \lor Q \lor R) \land (\neg Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor \neg R)$
- ☐ $(\neg P \lor Q) \land (\neg P \lor R) \land (\neg Q \lor P) \land (\neg Q \lor R)$

2.3. Laquelle des formules suivantes représente l'énoncé suivant :

« L'une exactement des trois VP est V»

- ☐ $(\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R) \land (\neg Q \lor \neg R)$
- ☐ $(P \lor \neg Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor \neg Q \lor R)$
- ☐ $(P \lor Q \lor R) \land (\neg Q \lor \neg R) \land (\neg P \lor \neg R)$
- ■ $(P \lor Q \lor R) \land (\neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor \neg R) \land (\neg Q \lor \neg R)$

3. On considère l'ensemble S de clauses tel que : {$\neg P \lor \neg Q, \neg P \lor Q, P \lor \neg Q, P \lor Q$}

Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes est valide ?

- ■ $S \vdash \neg P$
- ■ $S \vdash P$
- ■ $S \vdash \neg Q$
- ■ $S \vdash Q$

Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes est valide ?

- ■ $S \models \neg P \lor \neg Q \lor \neg R$
- ■ $S \models P \lor Q \lor R$
- ■ $S \models \neg R$
- ■ $S \models \neg\neg R$

Partie II. Ecrire les énoncés suivants dans le langage des prédicats du 1[ier] ordre : (1, 2, 2)

E_1 : *A chacun il correspond au moins un qui est plus grand* : $\forall x \exists y G(y,x)$

E_2 : *Il y'a plus grand que le plus grand.* $\forall y(\forall x G(y,x) \rightarrow \exists z G(z,y))$

E_3 : *Si à chacun il correspond au moins un qui est plus grand, il n'existe pas de plus grand que le plus grand.*