

Epreuve de moyenne durée**Durée 2 heures****Tout document interdit****Exercice 1 (10 points)**

1. Rappelez la définition d'une interprétation pour un ensemble de formules $\Gamma : \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ **0.5 pt**
2. Rappelez la définition d'un modèle pour un ensemble de formules $\Gamma : \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ **0.5 pt**
3. Rappelez la définition d'une interprétation de Herbrand. **0.5 pt**
4. Rappelez la définition d'un modèle de Herbrand. **0.5 pt**
5. Donner le domaine de Herbrand de l'ensemble S de clauses obtenu à partir de l'ensemble Γ tel que : **0.5 pt**
 $\Gamma : \{\forall x \forall y ((P(x,y) \vee Q(y)) \wedge (P(x,y) \vee R(y)) \wedge (P(x,y) \vee \neg Q(x))), \exists x \exists y \neg P(x,y) \wedge \neg R(y)\}$
6. Enumérer tous les atomes de base de S. **1 pt**
7. Enumérer toutes les instances de base de $C_1 : P(x,y) \vee Q(y)$ (la 1^{ère} clause de S). **1.5 pt**
8. Donner, s'ils existent, deux modèles de Herbrand de C_1 . **1 pt**
9. Donner, si elles existent, deux interprétations de Herbrand qui falsifie C_1 . **1 pt**
10. Dessiner s'il existe un arbre sémantique clos pour S. **1 pt**
11. Donner s'ils existent deux sous-ensembles non satisfiables d'instances de base de S. **1 pt**
12. Montrer sans utiliser la propriété de complétude de la résolution que S est inconsistant. **1 pt**

Exercice 2 (2 points : 0.5 x 4)

Indiquer clairement laquelle ou lesquelles des clauses suivantes sont des instances de la clause $P(x,y) \vee Q(f(y))$ et celles qui ne le sont pas ?

I₁. $P(a,y) \vee Q(f(a))$

I₂. $P(x,b) \vee Q(f(g(b)))$

I₃. $P(x, g(u)) \vee Q(f(g(u)))$

I₄. $P(x,y) \vee Q(u)$

Exercice 3 (1 - 1)

1. Donner une instance γ_1 de la formule valide telle que :

$$(\alpha \rightarrow \exists x \beta) \rightarrow \exists x (\alpha \rightarrow \beta) \quad (\text{Condition : } x \text{ n'apparaît pas libre dans } \alpha)$$

(! les formules mises à la place de α et β doivent être différentes)

2. Montrer en utilisant la résolution que cette instance est valide.

Exercice 4 (2)

Montrer la proposition suivante :

$$\models \forall x P(x) \rightarrow \forall x \forall y P(f(x,y))$$

Exercice 4 (1- 0.5 - 1 - 1.5)

Les énoncés suivants décrivent un arbre binaire. Traduisez-les dans le langage des prédicats du premier ordre.

- La racine n'est le fils d'aucun autre nœud.
- Un nœud n'est pas le fils de lui-même.
- A l'exception de la racine, tout autre nœud est le fils d'un seul autre nœud exactement.
- Un nœud a exactement 0 fils ou exactement 2 fils.

Bon Courage