

Examen 2



Exercice 1. (3pts) Soit la formule à priorité

$$F = \forall x(P(x) \Rightarrow \exists yR(x, y + z) \Rightarrow \exists xR(x + a, y))$$

1. Donner la signature associée à la formule F .
2. Donner la structure syntaxique de F sous forme d'arbre, et précisez les variables libres et les variables liées de F .
3. Donner $G = F < y := z >$ et $H = F < y := x >$. Que peut-on dire des deux formules $G \Rightarrow \exists yF$ et $H \Rightarrow \exists yF$?



Exercice 2. (3 pts.)

1. Montrer que ce raisonnement est incorrect par la méthode des expansions finies. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \models \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$.
2. Montrer que ce raisonnement est correct : $\forall xA \vee \forall xB \models \forall x(A \vee B)$.



Exercice 3. (4pts) Soit

$$F = \forall xR(a, x) \wedge \forall xR(x, b) \Rightarrow \exists xQ(x) \wedge \forall x\exists yR(y, f(x))$$

1. Donner la forme clausale de F en précisant les étapes du calcul.
2. Quelle est la relation entre F et S l'ensemble des clauses obtenues?



Exercice 4. (4 pts.) Pour cet ensemble des clauses, donner la signature associée, le domaine de Herbrand, le déploiement de Herbrand: $H(S)$ et dire si l'ensemble (sa fermeture universelle) est satisfaisable ou non.

$$S = \{P(x) \vee Q(x) \vee R(x), \neg P(a) \vee Q(x), \neg Q(b), \neg R(b)\}.$$



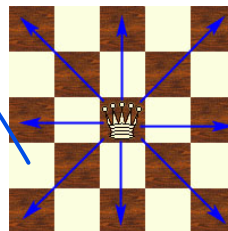
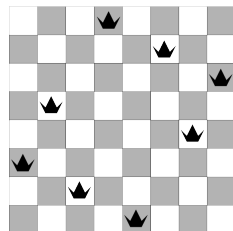
Exercice 5. (3 pts.)

Considérons l'ensemble S de clauses. Montrer que l'ensemble (sa fermeture universelle) est insatisfaisable en donnant un arbre sémantique clos.

$$S = \{P(x), Q(x, f(x)) \vee \neg P(x), \neg Q(y, z)\}$$



Exercice 6. (3pts) Formaliser le problème des 8 reines en calcul des prédicats. Rappelons que le problème est de placer huit dames (reines) d'un jeu d'échecs sur un échiquier de 8×8 cases sans que les dames ne puissent se menacer mutuellement, conformément aux règles du jeu d'échecs.



Question Bonus (? pts) Peut-on faire un algorithme (semi décidable) de recherche de contre-modèles qui étant donné une formule F du calcul des prédicats, répond en un temps fini par oui dans le cas d'existence de contre modèle ? Si oui, expliquer en bref comment doit-on procéder, sinon justifier.