

Examen de rattrapage de logique mathématique**Durée 2 h****Tout document interdit****Exercice 1. (2, 2)**

- ① Trouver s'il existe le MGU des deux expressions suivantes :

$$E_1 : P(x, y, x)$$

$$E_2 : P(x, y, y)$$

- ② Trouver le facteur de la clause suivante contenant le plus petit nombre de prédicats :

$$P(f(u), v) \vee P(x, g(x)) \vee P(x, y) \vee Q(x, v)$$

Exercice 2 (3)

Montrer, en utilisant un arbre sémantique, la proposition suivante :

$$\exists x \forall y P(x, y) \vee Q(y, x), \forall x \forall y \neg P(x, y) \models \forall y \exists x Q(y, x)$$

Exercice 3 (4, 4)

Les phrases ci-dessous décrivent de quelle façon sont reliés les nœuds d'un graphe.

P_1 : Certains nœuds sont reliés à d'autres nœuds.

P_2 : Il y a un nœud qui n'est relié à aucun autre nœud.

P_3 : Il y a un nœud qui est relié à tous les nœuds.

P_4 : Si un nœud d est relié à un nœud d' , alors d' est relié à d .

- ① Traduire P_1 , P_2 , P_3 et P_4 dans le langage des prédicats du premier ordre.
② Montrer en utilisant le principe de la résolution que le graphe décrit par l'ensemble de phrases $\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ ne peut pas exister.