Ecole supérieure en informatique 2ème Année CPI



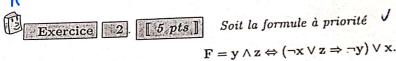
Année 2019-2020 Logique mathématique Durée: 02 h

Examen



Soit nv[F] le nombre de variables propositionnelles distinctes dans F. Soit h[F] la hauteur de F

- (L. Rappeler la définition par induction de la hauteur d'une formule.
- 2. Montrer par induction (récurrence) que pour toute formule F on $a:nv[F] \leq 2^{h[F]}$
- Retrouver le résultat par un raisonement direct.



- 1. Donner la forme completement parenthésée de F.
- L. Donner l'arbre de structure de F.
- 3. Transformer F en somme de mônomes.
- . F est-elle satisfaisable ? est-elle valide ? Justifier



Montrer par résolution propositionnelle que l'ensemble suivant de clauses est contradictoire:

$$\{\underline{a+b}, \underline{\bar{a}+\bar{b}}, \underline{c+\bar{b}+a}, \underline{\bar{c}+\bar{b}}, \underline{c+b+\bar{a}}, \underline{\bar{d}+b}, \underline{d+\bar{c}}\}$$

2 Utiliser la méthode de résolution (stratégie positive) pour prouver ou infirmer l'affirmation suivante.

$$\{a\Rightarrow b; c\Leftrightarrow a\wedge b\} \vDash \neg a\vee c$$



1. Soit

$$F = a \land (d \Rightarrow c) \Rightarrow (b \Rightarrow a) \Rightarrow (c \land b \land a)$$

Transformer -F en forme normale conjonctive FNU (Judied de somme)

- 2. Etudier la validité de F par arbre sémantique
- 3. Montrer par un arbre sémantique que cet ensemble de clauses est insatisfaisable

$$\{\underline{\vec{d}}, \underline{\vec{b}+d}, \underline{c+d}, \underline{\vec{a}+b+d}, \underline{c+b+\bar{a}}, \underline{a+\bar{c}+b}\}$$



Soent les formules A, B, C où

$$A = \exists x \forall y (P(x) \Rightarrow \exists y R(y, f(x)))$$

$$B = \forall y \exists x (R(x, y) \Rightarrow P(a))$$

$$C = \exists x \forall y \forall z (\neg R(x, y) \land Q(z, y) \lor P(z))$$

1. Donner L'arbre de structure syntaxique de la formule A en précisant ses variables libres.

. Donner la signature associée à la formule $F = A \wedge B \wedge C$.

3. Donner la forme clausale de l'ensemble $\{A,B,C\}$.



$$S = \{ \neg P(b, f(y)) , P(z, f(a)) \lor R(z) , \neg Q(a, g(x)) \lor \neg R(x) \}$$

- 1. Donner H_0 et H_1 .
- 2. Donner cinq éléments de la base de Herbrand. Donner deux instances de base de la première clause.
- 3. Vérifier avec un arbre sémantique que S est insatisfaisable.



Montrer, en utilisant la résolution, (factorisation+Résolution+Renommage+Unification) que l'ensemble des clauses çi-dessous est inconsistant.

$$S = \{P(x) \vee \neg Q(g(x)), \neg P(b) \vee R(g(y)), \neg R(y) \vee \neg R(g(x)), Q(z)\}$$

onner deux solutions une avec une stratégie positive et une autre avec une stratégie négative.

On se situe dans le domaine des matrices. On définit les prédicats Exercice 8. 5 pts et fonctions suivantes:

- f(x,y): la matrice produit des deux matrice. • I(x): x est inversible.
- O(x): x est orthogonale. • g(x): la transposée de la matrice x.
- d: La matrice identité. =: L'égalité. C(x): La matrice x est carrée.
- S(x, y): La matrice x est semblable à la matrice y. Formalisez ses phrases dans le langage de la logique des prédicats.

A. Toutes les matrices orthogonales sont inversibles mais pas toute matrice inversible est orthogonale

2 La matrice identité est l'élémet neutre pour le produit.

. Une matrice ne peut être non carré et inversible.

Aucune matrice n'est semblable avec toutes les matrices.

X. Deux matrices carrées A et B sont dites semblables s'il existe une matrice inversible P telle que $A = PBP^{-1}.$

Bon courage

Le barème est donné à titre indicatif

Vous choisissez au maximum 5 exercices. Seront comptabilisées les 4 meilleures notes.