

Logique mathématique - EMD

Tout document interdit

Durée 2 heure

NOM :**Prénom :****Groupe :****Partie I**

Certaines questions peuvent comporter plusieurs bonnes réponses. Pour chaque question, le bonus est égal au malus. Mieux vaut ne rien cocher que de cocher des réponses fausses.

- Quelle est la clause résolvante de c_1 et c_2 telles que : $c_1 = P(x) \vee \neg Q(x)$ et $c_2 = \neg P(f(x)) \vee \neg Q(y)$ (1pt)
☐ $\neg Q(a)$ ☐ $\neg Q(f(x)) \vee \neg Q(y)$
- Cocher le MGU des expressions $P(x, f(y), y)$ et $P(u, u, a)$ (1pt)
☐ $\{f(a)/u, f(a)/x, a/y\}$ ☐ $\{x/u, f(y)/y, u/f(y)\}$ ☐ $\{u/x, f(y)/u, a/y\}$
- Quelle est l'instance la plus générale commune aux expressions $P(x, f(y), y)$ et $P(u, u, a)$ (1pt)
☐ $P(f(y), f(y), y)$ ☐ $P(f(a), f(a), a)$ ☐ $P(x, f(y), a)$
- Cocher la ou les résolvant(s) de $P \vee Q \vee R$ et $\neg P \vee \neg Q$ (1pt)
☐ R ☐ $Q \vee \neg Q \vee R$ ☐ $P \vee \neg P \vee R$
- Cocher la ou les interprétation(s) et valuation(s) qui satisfont la formule $\exists y P(x, y) \rightarrow \forall y P(x, y)$. (2 points)
☐ I telle que $D_I : \mathbb{N}$ et $I(P) : '<'$, $v(x) = 1$
☐ I telle que $D_I : \{1, 2, 3\}$ et $I(P) : '\geq'$, $v(x) = 3$
- Cocher le ou les modèle(s) de la formule $(\exists x P(x, y)) \vee \exists x P(y, x)$ (2 points)
☐ I telle que $D_I : \mathbb{N}$ et $I(P) : '>'$
☐ I telle que $D_I : \{4, 6, 8\}$ et $I(P) : '\geq'$
- Lequel de ces ensembles est non satisfiable ? (2 points)
☐ $\{\exists x \exists y (P(x) \rightarrow \neg Q(x, y)), \forall x \forall y (P(y) \rightarrow Q(x, y)), \forall x \forall y (P(x) \rightarrow P(y)), \forall x P(x)\}$
☐ $\{\exists x \exists y (P(x) \rightarrow \neg Q(y)), \forall x \forall y (Q(y) \rightarrow P(x)), \forall x \forall y (P(x) \vee R(y)), \forall x \neg R(x)\}$
☐ Aucun

Partie II**Exercice 1 (7 points)**

Les énoncés ci-dessous décrivent un arbre. Il est demandé de les traduire dans le langage des prédicats (sur 4 points) et de montrer que l'ensemble est non satisfiable (sur 3 points).

- P1. Un nœud a exactement deux successeurs.
- P2. Un nœud a exactement un seul prédécesseur.
- P3. Il y'a un nœud qui n'a pas de prédécesseur.
- P4. Il y'a un nœud qui n'a pas de successeurs.

Exercice 2 (3, 3)

$S : \{ \neg R(x) \vee Q(y) \vee P(x, y), \neg R(x) \vee \neg Q(f(y)), R(f(x)) \vee P(x, y), \neg P(x, f(y)) \}$

- Existe-t-il un arbre sémantique clos pour S ? Quelle propriété de S pouvez-vous en déduire ?
- Montrer, sans utiliser la propriété de complétude de la résolution, que S est inconsistant. On précisera le MGU à chaque étape de la résolution.