

Contrôle Intermédiaire**Durée 2 heures****Tout document interdit****Exercice 1** (5 points)

Simplifier les ensembles Δ et Γ ci-dessous, en utilisant **exclusivement** les règles de simplification vues en cours et en indiquant à chaque étape la règle utilisée. En déduire pour chacun des deux ensembles une valuation qui le satisfait si elle existe.

$$\Delta = \{ \neg P \vee \neg Q, \neg S \vee R, \neg P \vee \neg S, Q \vee S, P \vee S, \neg P \}$$

$$\Gamma = \{ \neg A \vee B \vee P, \neg A \vee \neg B \vee R, \neg B \vee P, \neg B \vee \neg A, B \vee \neg A, A \vee \neg B, A \vee B, A \vee P \vee \neg R, B \vee P, P \}$$

Exercice 2 (8 - 2 - 1)

Le conseil de direction (CD) d'une entreprise se réunit tous les six mois. Des règles ont été définies pour la participation aux réunions des trois responsables les plus importants (R_1, R_2, R_3). Ces règles sont les suivantes :

Règle 1 : Si R_1 y participe, alors R_2 y participe ou R_3 y participe mais pas les deux en même temps.

Règle 2 : Si R_2 y participe, alors R_3 y participe et R_1 n'y participe pas.

Règle 3 : Si R_3 y participe, alors R_1 et R_2 y participent tous les deux ou ils n'y participent pas tous les deux.

Règle 4 : Deux des trois responsables au moins y participent.

Question 1. Montrer, en utilisant la résolution que l'ensemble des règles qui régissent la participation des trois responsables au CD pose problème.

Question 2. Montrer, en utilisant un arbre sémantique que l'ensemble des règles qui régissent la participation des trois responsables au CD pose problème.

Question 3. On dit d'un ensemble $\Gamma : \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ non satisfiable qu'il est minimal si $\Gamma - \{\alpha_i\}$ ($1 \leq i \leq n$) est satisfiable. Déduire de la question 1 un ensemble minimal non satisfiable de clauses. Ne pas justifier que l'ensemble est minimal.

Exercice 3 (2 - 2)

On considère un ensemble fini $\Gamma : \{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ non satisfiable de formules.

Question 1. A quel ensemble correspond l'ensemble Γ_n obtenu en appliquant de façon itérée la règle suivante :

$$\Gamma_0 = \Gamma$$

$$\Gamma_{i+1} = \begin{cases} \Gamma_i - \{\alpha_i\} & \text{si } \Gamma_i - \{\alpha_i\} \text{ non satisfiable} \\ \Gamma_i & \text{sinon} \end{cases}$$

($i \leq n-1$)

Question 2. L'ensemble Γ_n est-il le même que celui obtenu dans la 1^{ière} question si l'on modifie l'ordre dans lequel on traite les formules ? Justifiez.

N.B. Ne pas remettre de feuille(s) intercalaires ou de feuilles de brouillons