

Durée 2 heures
Tout document interdit

✓ Exercice 1. (4)

On définit le connecteur logique ∇ dont la fonction de vérité est décrite dans le tableau ci-dessous :

P	Q	$P \nabla Q$
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Question. Montrer que l'ensemble $\{\nabla, \neg\}$ forme un système complet de connecteurs.

✓ Exercice 2. (2, (3, 3))

Aghilès et Omar ont tous deux lu le journal.

Aghilès dit : « j'ai lu que le coupable était une fille. »

Omar dit : « j'ai lu quant à moi que le coupable était une folle ».

Rachid un homme de loi énonce :

Loi 1 : « Fille ou non, si le coupable n'est pas fou, il sera emprisonné et non interné. »

Loi 2 : « Fille ou non, si le coupable est fou, il ne sera pas emprisonné mais interné. »

Saïd un autre homme de loi leur apprend que : « La coupable est emprisonnée ».

1. Traduire dans le langage propositionnel les énoncés d'Aghilès, Omar, Rachid et Saïd.

2. D'Aghilès ou d'Omar, retrouver lequel des deux doit porter des lunettes :

2.1. En utilisant le tableau de vérité.

2.2. En utilisant un arbre sémantique.

On désignera par :

G : « le coupable est une fille ».

R : « le coupable est une folle ».

P : « le coupable est emprisonné ».

N : « le coupable est interné ».

✓ Exercice 3. ((3, 3), (1, 1))

3.1. Vérifier les propositions suivantes en représentant dans chacun des cas un arbre sémantique

3.1.1. $\models (A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$

3.1.2. $(P \rightarrow \neg Q), (\neg Q \rightarrow \neg R) \rightarrow P, (P \wedge \neg R) \models \neg Q \wedge \neg R$

3.2. Démontrer en utilisant la résolution que :

3.2.1. $\vdash (A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$

3.2.2. $P \rightarrow \neg Q, (\neg Q \rightarrow \neg R) \rightarrow P, P \wedge \neg R \vdash \neg Q \wedge \neg R$

N. B. Remettre, au plus, une double feuille et une intercalaire.

Bon Courage