ESI — Novembre 2015

2ième année CPI — **Contrôle intermédiaire** — ANA 3

- Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'évaluation.
- Documents et calculatrice interdits.
- Durée de l'épreuve : 2 heures.

Partie 1:

Exercice 1 (4 points) :

En utilisant la transformée de Laplace, résoudre l'EDO suivante :

$$\begin{cases} y''(t) + 4y(t) = 6\sin(t), \\ y(0) = 6,\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Exercice 2 (5 points) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et donnée par :

$$f(t) = \begin{cases} \sin t & \text{si } t \in]0,\pi[\\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1) Calculer la transformée de Fourier de f sur $\mathbb{R}\backslash\{-1,1\}$.

2) En utilisant le TIF en 0 trouver la valeur de l'intégrale: $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\cos(\pi x)+1}{1-x^2}dx$.

Exercice 3 (6 points) :

Soit F la fonction suivante :

$$F(x) = \int_0^1 \ln(1+t^x)dt.$$

1) Pour $x \geq 0$ montrer que F est bien définie.
2) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^+ : F(-x) = F(x) + x$, en déduire le domaine de définition de F.
3) Montrer que F est continue sur $[0,+\infty[$, en déduire que F est continue sur $\mathbb{R}$.
4) Montrer que F est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$.

Bon courage