

Logique mathématiqueDurée 2 heuresTout document interditExercice 1. (2, 3, 2, 3)

On considère les ensembles $E_0, E_1, E_2, \dots, E_i, \dots$ et les ensembles $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k, \dots$, du tableau ci-dessous.

1. Montrer que les ensembles E_i sont primitifs récurrents.
2. Montrer, sans utiliser les résultats de la question 1, que les ensembles E_i sont récursivement énumérables ?
3. Montrer que les ensembles $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k, \dots$, sont primitifs récurrents.
4. Montrer, sans utiliser les résultats de la question 3, que les ensembles $C_0, C_1, C_2, \dots, C_k, \dots$, sont récursivement énumérables.

Exemples :

$E_0 = \{0\}$

$E_1 = \{1, 2, 3\}$

$E_2 = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

$E_3 = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

$C_0 = \{0, 1, 4, 9, \dots\}$

$C_1 = \{2, 5, 10, 17, \dots\}$

$C_2 = \{3, 6, 11, 18, \dots\}$

$C_3 = \{7, 12, 19, 29, \dots\}$

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9	C_i
E_0	0												
E_1	1	2	3										
E_2	4	5	6	7	8								
E_3	9	10	11	12	13	14	15						
E_4	16	17	18	19	20	21	22	23	24				
.													
.													
.													

Exercice 2. (5)

2.1. Donner - s'il existe un facteur - pour chacune des deux clauses suivantes :

$C_1 : P(x, a) \vee P(f(y), y).$

$C_2 : Q(x, y) \vee P(f(y), x).$

2.2. On désignera, s'ils existent, par C_{1F} le facteur de C_1 et par C_{2F} le facteur de C_2 .

C_1 et C_{1F} sont-elles logiquement équivalentes ?

C_2 et C_{2F} sont-elles logiquement équivalentes ?

Exercice 3 (2, 3)

Soit l'ensemble de phrases $P : \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ tel que :

p_1 : Toutes les boîtes sont pleines ou toutes les boîtes sont vides.

p_2 : Une boîte au moins est pleine et une boîte au moins est vide.

p_3 : Si une boîte est pleine, alors elle n'est pas vide.

p_4 : Si une boîte est vide, alors elle n'est pas pleine.

Questions

1. Traduire les phrases p_1, p_2, p_3, p_4 dans le langage des prédicats du premier ordre.
2. Montrer en utilisant le principe de la résolution que l'ensemble P est inconsistent. Indiquer le MGU à chaque étape de la résolution.

N. B. Remettre, au plus, une double feuille et une intercalaire.

Bon Courage