Interrogation écrite

Durée 1h

Exercice 1 (2 points)

Etudier la satisfiabilité des ensembles suivants :

S1= {P → Q∨R, ˥Q → P, ˥R∧S , P↔S }	
Oui	Justification :
Il existe une valuation v : v(P,Q,R,S)= (v, v, f, v) qui satisfait toute les formules de S1 (v|= P → Q∨R , v|= ˥Q → P , v|=˥R∧S , v|=P↔S)	
S2= {P → Q∨R, ˥Q → P, ˥R∧S , P↔S ,R↔S }	
Non	Justification :
Par l'absurde : Supposons qu'il existe une valuation v tel que v satisfaite toutes les formules de S2 donc v|= ˥R∧S et v|= R↔S On a v|= ˥R∧S alors v|= ˥R et v|=S d'où v |≠ R↔S contradiction	
S3= {P → Q∨R, ˥Q → P, P↔S }	
Oui	Justification :
S3 ⊆ S1 Tout sous-ensemble d'un ensemble satisfiable est satisfiable	
S4= {P → Q∨R, ˥Q → P, ˥R∧S , P↔S ,R↔S , Q → P∨R }	
Non	Justification :
S2 ⊆ S4 Tout sur-ensemble d'un ensemble non satisfiable est non satisfiable	

Exercice 2 (2 points)

Traduire dans le langage propositionnel les énoncés suivants :

α1 : Si ma voiture est en panne, je ne vais pas à l'école
P : ma voiture est en panne E : je vais à l'école
α1 : P→˥E
α2 : Je ne maitrise ni le français ni l'anglais
R : Je métrise le français A : Je métrise l'anglais
α2 : ˥R∧˥A
α3 : Tout nombre pair est divisible par 2
P : Tout nombre pair est divisible par 2
α3 : P

$\alpha 4$: Certains étudiants sont présents et certains ne sont pas présents
P : Certains étudiants sont présents Q : Tous les étudiants sont présents
$\alpha 4$: $P \wedge \rceil Q$

Exercice 3 : (4 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indiquez si valide ou pas
-Dans le cas d'une proposition non valide donnez un contre exemple concret
NB : Pour les propositions valides, une réponse fausse élimine une réponse correcte

1. Si l'ensemble $\Gamma = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$ est satisfiable alors toutes les formules de Γ sont satisfiable ($\forall \alpha_i \in \Gamma$, α_i est satisfiable)

Valide

2. Soit $\Gamma = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$, Si toute formule de Γ est satisfiable ($\forall \alpha_i \in \Gamma$, α_i est satisfiable) alors Γ est satisfiable.

Non valide Contre exemple : $\Gamma = \{\alpha_1 : P, \alpha_2 : \rceil P\}$ on a α_1 satisfiable et α_1 satisfiable or Γ n'est pas satisfiable

3. Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \models \beta$ alors il existe une valuation qui satisfait toute les formules α_i et satisfait β

Non valide Contre exemple : $\alpha_1 : P, \alpha_2 : \rceil P$ et $\beta : Q$ on a $P, \rceil P \models Q$ or il n'existe pas de valuation qui satisfait $\{P, \rceil P, Q\}$

4. S'il existe une valuation qui satisfait toutes les formules α_i et satisfait β alors $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \models \beta$

Non valide Contre exemple : $\alpha_1 : P$, $\beta : Q$ on a une valuation v_0 qui satisfait P et Q : $v_0(P,Q)=(v,v)$ or $P \not\models Q$ car on a une valuation qui satisfait P et ne satisfait pas Q ($v_1(P,Q)=(v,f)$)

5. $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \not\models \beta$ ssi toute valuation qui satisfait toutes les formules α_i ne satisfait pas β ($\forall v$ si $v \models \alpha_1$ et $v \models \alpha_2, \ldots, v \models \alpha_n$ alors $v \not\models \beta$

Non valide Contre exemple : $\alpha_1 : P$, $\beta : Q$ on a $P \not\models Q$ car on a une valuation qui satisfait P et ne satisfait pas Q ($v_1(P,Q)=(v,f)$) or qu il existe une valuation v_0 qui satisfait P et Q : $v_0(P,Q)=(v,v)$)

6. Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \models \beta$ alors $\alpha_1 \models \beta$ et $\alpha_2 \models \beta$ **et** ….. **et** $\alpha_n \models \beta$

Non valide Contre exemple : $\alpha_1 : P$, $\alpha_2 : Q$ et $\beta : Q \wedge P$ on a $P, Q \models Q \wedge P$ or que $P \not\models Q \wedge P$ (on a une valuation v_0 qui satisfait P et ne satisfait pas $P \wedge Q$: $v_0(P,Q)=(v,f)$)

7. Si α_1 **|=**β et α_2 **|=**β **et** ….. **et** α_n**|=**β alors $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$**|=**$\beta$

valide

8. Si α_1 **|=**β ou α_2 **|=**β **ou** ….. **ou** α_n**|=**β alors $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$**|=**$\beta$

valide

9. Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$**|=**$\beta$ alors $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$**|=**$\beta\wedge\delta$

Non valide Contre exemple : α_1 : P et β : P et δ : Q on a P |= P or que P|≠ $P\wedge Q$ (on a une valuation v_0 qui satisfait P et ne satisfait pas $P\wedge Q$: $v_0(P,Q)=(v,f)$)

10. Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$**|=**$\beta$ alors $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$**|=**$\beta\vee\delta$

valide