École Supérieure en Informatique
ESI
Sidi Bel Abbes
المدرسة العليا للإعلام الآلي
سيدي بلعباس

Cycle Préparatoire Intégré

Deuxième année

Module : Algèbre 3

2016/17

Examen N°1

Questions de cours

I. Soit $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{K})$ et λ une valeur propre de A, montrer que λ^2 est une valeur propre de A^2.

II. Soit $A \in \mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ dont le polynôme caractéristique est $P_A(X) = X(X-1)(2-X)$. A est-elle diagonalisable ? inversible ? (Justifier votre réponse).

Exercice 1. *Calculer les déterminants suivants*

$$D_1 = \begin{vmatrix} a & a & b & 0 \\ a & a & 0 & b \\ c & 0 & a & a \\ 0 & c & a & a \end{vmatrix} \; ; \; D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \cos c & \cos b \\ 1 & \cos c & 1 & \cos a \\ 1 & \cos b & \cos a & 1 \end{vmatrix} \; ; \; D_3 = \begin{vmatrix} 7 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

Exercice 2. *Soit $(\mathcal{S})$ le système linéaire défini sur $\mathbb{R}$ par*

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ 3x + 4y + 5z = a \\ 2x + 3y + 3z = b \end{cases}$$

1. *Déterminer le rang du système $(\mathcal{S})$.*
2. *Déterminer les inconnues et les équations principales du système.*
3. *Donner une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour que le système soit compatible.*
4. *Résoudre le système $(\mathcal{S})$ dans le cas où il est compatible.*

Exercice 3. *Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Donner une matrice échelonnée équivalente à M_α et préciser le rang de* M_α

$$M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & \alpha & 3 \\ 1 & \alpha & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Bon courage