

Durée 2 heuresTout document interdit

Barème (2, 3, 2, 3, 4, 2, 3)

- ✕ 1. Un ensemble récursivement énumérable est-il toujours récursif ? Sinon pouvez-vous citer un ensemble qui soit récursivement énumérable et récursif.
- ✕ 2. Montrer que l'ensemble des carrés parfaits pairs est récursif.
- ✕ 3. Montrer – sans utiliser le résultat de la question précédente – que l'ensemble des carrés parfaits pairs est récursivement énumérable.
- ✕ 4. Montrer que la relation $\mathcal{R}(x, y, z) : x \leq y \leq z$ est récursive.
5. Montrer que l'ensemble des points (à coordonnées entières) d'un rectangle est récursif.
- ✕ 6. Ecrire la machine de Turing qui calcule la fonction f définie comme suit :

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \geq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- ✕ 7. Quelle est la fonction calculée par la machine de Turing ci-dessous ? Dérouler sur un exemple.

$q_0 I 0 q_0$	$q_0 0 D q_1$	$q_1 I 0 q_1$	$q_1 0 D q_2$	$q_2 I D q_3$	$q_3 I D q_3$
$q_3 * D q_4$	$q_4 0 D q_4$	$q_4 I 0 q_4$	$q_4 * 0 q_5$	$q_5 0 G q_5$	$q_5 * G q_6$
$q_6 I G q_6$	$q_6 0 D q_1$	$q_2 * 0 q_7$	$q_7 0 D q_7$	$q_7 I I q_8$	