

## Examen 1



**Exercice 1.** [ 2 pts ]

Soit  $s[F]$  le nombre de sous-formules distinctes de  $F$  et  $n[F]$  le nombre de connecteurs dans  $F$ .

1. Donner la définition par induction de  $n[F]$ .
2. Montrer que pour toute formule  $F$  :

$$s[F] \leq 2n[F] + 1.$$



**Exercice 2.** [ 3 pts ] Soit la formule à priorité

$$F = (a \Rightarrow b) \vee (a \Rightarrow c) \Rightarrow a \Rightarrow b \vee c$$

1. Donner la formule complètement parenthésée de  $F$ .
2. Transformer  $F$  en une somme de monômes (FND).
3.  $F$  est-elle satisfaisable?  $F$  est-elle valide? Justifier!



**Exercice 3.** [ 2 pts ]

Montrer que si  $\{A, B\} \models C$  et  $\{A, \neg B\} \models C$  alors  $A \models C$ .



**Exercice 4.** [ 3 pts ]

Rappelons que l'ensemble des connecteurs est  $\{\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$ . Soit le connecteur ternaire  $IF(x, y, z)$  : il prend la valeur de  $y$  si  $x$  est 1 et la valeur de  $z$  si  $x$  est 0.

1. Donner une forme normale disjonctive (FND) équivalente à  $IF(x, y, z)$ .
2. Le système  $\{IF\}$  est-il complet? Justifier.
3. Le système  $\{\neg, \vee, \wedge\}$  est-il complet? Justifier.
4. Exprimer les formules  $\neg x, x \wedge y, x \vee y$  avec seulement le connecteur  $IF$  et les constantes  $\{1, 0\}$  si c'est possible. Que peut-on déduire?



**Exercice 5.** [ 4 pts ] Soit

$$F = (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r)).$$

1. Transformer  $\neg F$  en produit de clauses (FNC) et donner l'ensemble des clauses équivalent à  $\neg F$ .
2. Etudier la satisfaisabilité de  $\neg F$  en utilisant l'arbre sémantique.
3. En utilisant la résolution, étudier la validité de la formule  $F$ .



**Exercice 6.** [ 2 pts ] Montrer par résolution que la formule  $\neg q \Rightarrow \neg r$  n'est pas une conséquence logique de l'ensemble des formules  $\{p \Rightarrow q, \neg p \Rightarrow r\}$

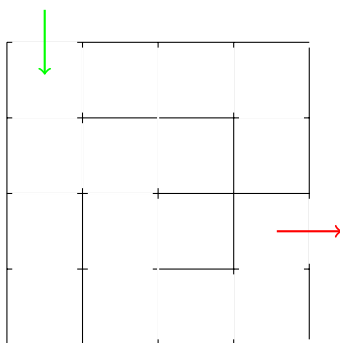


**Exercice 7.** [ 3 pts ]

1. Donner les équations récursives qui définissent une fonction `ESTCLAUSE` qui étant donné une formule  $F$  renvoie VRAI si  $F$  est une clause et FAUX sinon.
2. Utiliser cette fonction pour définir une fonction `ESTFNC` qui étant donné une formule  $F$  renvoie VRAI si  $F$  est en forme normale conjonctive et FAUX sinon.



**Exercice 8.** [ 3 pts ] Considérer le problème labyrinthe  $4 \times 4$  décrit dans la figure suivante:



Donner une formalisation du problème en calcul propositionnel telle que trouver un chemin de longueur au maximum 16 menant de l'entrée à la sortie du labyrinthe est codé comme un problème de satisfaisabilité (les solutions sont des modèles d'une ou d'un ensemble de formules propositionnelles).

Documents non autorisés.

Bon courage.

Le barème est donné à titre indicatif.