

**Epreuve de moyenne durée****Durée 2 heures****Tout document interdit****Exercice 1** (5,3)

Montrer sans utiliser la propriété de complétude de la résolution que l'ensemble des énoncés  $\{1,2,3,4\}$  ci-dessous est inconsistent.

1. Ceux qui ont la propriété R ont la propriété P et ceux qui n'ont pas la propriété R ont la propriété Q.
2. Si ceux qui ont la propriété P ont la propriété Q, alors ils ont tous la propriété R.
3. Ceux qui ont la propriété P n'ont pas la propriété R.
4. Si un seul au moins n'a pas la propriété R alors, un seul au moins n'a ni la propriété P ni la propriété Q.

**Exercice 3** (3-3)

On considère l'ensemble  $\Gamma$  de formules tel que :

$\Gamma : \{ \exists x \exists y P(x,y) \rightarrow \forall x R(x),$

$\forall x \exists u \forall y \forall z ((P(x,y) \rightarrow \neg R(u)) \wedge (R(u) \rightarrow P(x,y))),$

$\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \vee R(x)) \}$

3.1. Montrer sans utiliser la propriété de complétude de la résolution que l'ensemble de formules ci-dessous est inconsistent.

L'utilisation de symbole de constante n'est pas autorisée.

3.2. Montrer sans utiliser la propriété de consistance de la résolution que l'ensemble de formules ci-dessous est non satisfiable.

**Exercice 3** (6)

Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes sont valides ?

- Prop 1.  $\exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x), P(y) \models \neg Q(y)$   
 Prop 2.  $\models \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x))$   
 Prop 3. L'ensemble  $\Gamma : \{ \exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x), P(y), \neg Q(z) \}$  est non satisfiable.

**N.B.** Toutes les réponses doivent être justifiées.

**N.B.** Remettre un cahier d'examen sans intercalaire.