

**Durée 2 heures**  
**Tout document interdit**

**Exercice 1 (8, 4)**

On se donne quatre formules  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  et  $\beta$  telles que :

$$\alpha_1 : \forall x \forall y (P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x, y))$$

$$\alpha_2 : \exists x \exists y P(x) \wedge Q(y)$$

$$\alpha_3 : \exists x \exists y \neg P(x) \vee \neg Q(y)$$

$$\beta : \exists x \exists y R(x, y)$$

**Question 1 (2, 2, 2, 2)**

Donner :

1. un modèle de l'ensemble  $S : \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$
2. une interprétation qui falsifie  $S$ .
3. deux modèles de Herbrand de  $S$ . Ces modèles seront aussi petits que possible.
4. deux interprétations de Herbrand qui falsifient  $S$

**Question 2 (4)**

Montrer sans utiliser la propriété de complétude de la résolution que :  $S \models \beta$

**Exercice 2 (2-4)**

**Question 1.** Ecrire les énoncés suivants dans le langage des prédicats du premier ordre :

**E<sub>1</sub>** : Il y'a un  $x$  tel que : tous ceux qui sont plus grands que  $x$  sont grands et tous ceux qui sont plus petits que  $x$  sont petits.

**E<sub>2</sub>** : Si  $x$  est plus grand que  $y$  alors  $y$  est plus petit que  $x$ .

**E<sub>3</sub>** : Si  $x$  est grand alors il n'est pas petit.

**E<sub>4</sub>** : Il existe un  $x$  qui n'est pas plus grand que lui-même.

**Question 2.** Dédurre  $E_4$  à partir de  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ . (Ne pas utiliser la propriété de complétude de la résolution).

**Exercice 3 (2)**

Trouver la plus générale instance commune aux expressions suivantes si elle existe :

$$E_1 : Q(x, y) \text{ et } E_2 : Q(f(y), g(x))$$