INI. Math2. 2I.

Durée : 2H

EMD 1. Décembre 2007

DOCUMENTS INTERDITS.

Exercice 1: (9 points: 5+3+1)

1) Soit f_1 la fonction numérique définie par :

$$f_1(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 + xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0). \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Etudier la continuité et la différentiabilité de f_1 sur $\mathbb{R}^2$.

2) Soit f_2 la fonction numérique définie par :

$$f_2(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^x - e^{xy}}{x} & \text{si} \quad x \neq 0. \\ 1-y & \text{sinon.} \end{cases}$$

Montrer que $f_2 \in C^1(\mathbb{R}^2)$.

3) Soit f la fonction vectorielle définie par $f = (f_1, f_2)$. A t on f différentiable dans $\mathbb{R}^2$?

Exercice 2: (4 points)

Résoudre dans $C^1(U)$ / $U = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y > x\}$ l'EDP suivante:

$(x+y)\dfrac{\partial f}{\partial x} + (x-y)\dfrac{\partial f}{\partial y} = 0$ à l'aide du changement de variables: $\begin{cases} u = x^2 - y^2 - 2xy \\ v = y \end{cases}$

Exercice 3: (4,5 points)

Etudier les extémas libres de la fonction : $f(x,y) = y^2 - 2yx^2 + x^4 - y^4$.

Exercice 4: (2,5 points)

Quelle est la plus longue distance du point $(2,1)$ au cercle d'équation $x^2 + y^2 = 4$?

Bon courage.