

Exercice :

Considérons la matrice  $M$  définie par :

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } f \text{ l'endomorphisme de } \mathbb{R}^3 \text{ dont } M \text{ en est la matrice associée}$$

suivant la base canonique  $B = (e_1; e_2; e_3)$

- Déterminer  $\text{Im} f$  et  $\text{Ker} f$ . Donner une base de chacun de ces sous-espaces vectoriels
- Soit  $B' = (2e_1 + 2e_2; 2e_1 - 2e_2; 2e_3)$ . Montrer que  $B'$  est une autre base de  $\mathbb{R}^3$   
Puis déterminer la matrice de passage de la base  $B$  à la base  $B'$
- En déduire la matrice  $M'$  de  $f$  relativement à la base  $B'$
- Les matrices  $M$  et  $M'$  sont-elles équivalentes ?