

Préambule

L'être humain (en tant qu'être qui pense : raisonne) est en quête de **vérité**. Une personne peut avoir des opinions(personnelles) ou bien des convictions(personnelles). Lorsque vous voulez **persuader** une autre personne de votre opinion(conviction), vous pouvez faire appel à l'émotion (la rhétorique, la foi, la tradition, la propagande, la publicité, la manipulation mentale, les valeurs). Ou bien, vous utilisez **la raison**, donc vous essayez de le **convaincre** par (Logique, méthode scientifique, expériences, argument autorité.)

La plus forte argumentation est la démonstration logique :

Une démonstration est un raisonnement qui consiste à établir la vérité d'une proposition par déduction logique.

Contrairement à l'argumentation en général, son objectif n'est pas de défendre une opinion, mais de prouver qu'une loi, un fait, une assertion a une valeur de vérité. La démonstration repose sur des arguments vérifiables (parce que réfutables) et sur des connexions explicites ;

Notons que la démonstration est objective (non subjective).

Logique : Aristote

La logique aristotélicienne (le syllogisme) est l'ancêtre de la logique moderne.

Tous les hommes sont mortels, or Socrate est un homme donc Socrate est mortel.

Cette règle de déduction se compose d'une prémisse et d'une conclusion. C'est une déduction logique.

Principes de la logique(Aristote)

1. Le principe de l'identité.
2. Le principe de non contradiction
3. Le principe de tiers-exclu.

Notons que les mathématiques classiques se basent sur la logique classique qui admet ces principes.

Logiciens : Voici quelques grands logiciens qui ont marqué l'histoire de la logique. *Aristote ; Leibniz ; Frege ; Boole ; Russell ; Hilbert ; Gödel ; Herbrand ; Gentzen ; Tarski ;*

Logique et mathématiques

Les mathématiques modernes sont axiomatiques

Les mathématiques actuelles sont bâties de la façon suivante :

on part d'un petit nombre d'affirmations, appelées axiomes , supposées vraies à priori (et que l'on ne cherche donc pas à démontrer) ;

[*] on définit ensuite la notion de démonstration.

[*] on décide enfin de qualifier de vraie toute affirmation obtenue en fin de démonstration et on appelle « théorème » une telle affirmation (vraie). A partir des axiomes, on obtient donc des théorèmes qui viennent petit à petit enrichir la théorie mathématique. En raison des bases (les axiomes) non démontrées, la notion de « vérité » des mathématiques est sujette à débat.

Assertion

une assertion(proposition logique) est un énoncé dont on peut dire, sans ambiguïté, s'il est vrai ou faux. On lui attribue une valeur booléenne.

$$\begin{cases} V(\text{ ou } 1) \text{ s'il est vrai} \\ F(\text{ ou } 0) \text{ s'il est faux} \end{cases}$$

Axiomes

Certaines assertions sont déclarées vraies a priori : ce sont les *axiomes*.

Sinon la véracité d'une assertion doit résulter d'une *démonstration*.

Propositions et théorèmes

Les assertions démontrées sont appelées suivant leur importance, *théorèmes* ou *propositions*.

Lemme

Un *lemme* est un résultat préalable utile à une démonstration plus conséquente.

Corollaire

Un *corollaire* est une assertion vraie qui découle d'une démonstration précédente (application directe du théorème à un cas particulier par exemple).

Logique et informatique

Il existe des liens très étroits entre logique et informatique dont voici quelques illustrations :

Intérêt immédiat en algorithmique

Ecrire des conditionnelles et des conditions d'arrêt correctes ...

Lien entre calcul booléen et circuits logiques

Conception de circuits (portes "et" "ou" "non" réalisant une fonction de $\{0,1\}^n$ dans $\{0,1\}^p$).

Preuves de programmes

Montrer qu'un programme satisfait une propriété (formule logique) Exemple : fonction de recherche d'un entier dans un tableau trié qui rend "présent" ou "absent". Correction du programme : hypothèse : le tableau en entrée est trié conclusion : on a "présent" si et seulement si la valeur est dans le tableau, et "absent" sinon.

Bases de données

On utilise des propriétés logiques, par exemple, si les prédicats de base sont "être le grand-père de", "être l'oncle de", etc. : chercher "un garçon de 9 ans ayant un oncle de 32 ans et un grand père paternel de 70 ans" revient à chercher "un homme de 32 ans ayant un père de 70 ans et un neveu de 9 ans" La logique permet de produire toutes ces formulations équivalentes, étant donné les équivalences de base " x est le neveu de y " \equiv " y est l'oncle de x ".

Langages de programmation

CaML(programmation fonctionnelle typée) type = formule logique programme = démonstration formelle évaluation = normalisation de la démonstration
ProLog (programmation logique) Description du problème = axiomes logiques Résolution du problème = construction d'une démonstration

Calculabilité

Une démarche analogue : machine universelle reposant sur un nombre limité d'opérations ; liens entre syntaxe et sémantique.

Intelligence artificielle

Munir un ordinateur qui sait calculer de capacité de raisonnement nécessite de transformer le raisonnement en calcul. Il existe des théorèmes démontrés par des programmes !