EXERCICE 1 :

(1) si $F \in \mathcal{F}_0$: $h[F] = 0$;

si $F = \neg G$ alors $h[F] = h[G] + 1$

si $F = (G \alpha H)$ alors $h[F] = \sup(h[G], h[H]) + 1$

1

(2) • Soit $F \in \mathcal{F}_0$. $nv[F] \leq 1$ et $h[F] = 0$.

et $1 \leq 2^0$. Donc (*) est vraie pour $F \in \mathcal{F}_0$.

1

• Soit G tq $nv[G] \leq 2^{h[G]}$.

Soit $F = \neg G$.

$nv[F] = nv[G] \leq 2^{h[G]} \leq 2 \cdot 2^{h[G]} \leq 2^{h[F]}$.

1

• Soit $F = (G \alpha H)$ tq $nv[G] \leq 2^{h[G]}$ et $nv[H] \leq 2^{h[H]}$.

$$nv[(G \alpha H)] \leq nv[G] + nv[H]$$
$$\leq 2^{h[G]} + 2^{h[H]}$$
$$\leq 2^{\sup(h[G], h[H])} + 2^{\sup(h[G], h[H])}$$
$$\leq 2^{\sup(h[G] + h[H]) + 1} \leq 2^{h[F]}.$$

1

(3) Le nombre de variables distinctes est inférieur ou égal aux occurrences de variables qui est inférieur au nombre de feuilles de l'arbre de structure de F.

1

Et pour un arbre de hauteur h, on a au maximum 2^h.