

Interrogation n°2 en ANA4. Mai 2012.

Durée 1h.

Documents et calculatrices interdits.

Exercice1: (3 points)

Soit la fonction F définie par: $F(x) = \int_1^{+\infty} \frac{1 - \cos(tx)}{t^2} dt$.

- 1) Montrer que F est continue dans \mathbb{R}_+ .
- 2) Montrer que F est dérivable dans \mathbb{R}_+^* .

Exercice2: (7 points)

- 1) Trouver les TL des fonctions suivantes en indiquant les valeurs de s pour lesquelles elles existent.

$$f_1(t) = t^2 e^{3t} - 5 \sin 6t; \quad f_2(t) = \frac{(1 - e^{-t})}{t};$$

$$f_3(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < t < 2 \\ 4 & \text{si } t > 2 \end{cases}$$

- 2) Calculer l'intégrale suivante: $\int_0^{+\infty} t e^{-2t} \cos t dt$.

- 3) Trouver les TL inverses suivantes:

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s(s+1)}\right); \quad \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2 - 2s + 5}\right);$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4s + 12}{s^2 + 8s + 16}\right)$$

	$f(t)$	$\mathcal{L}(f(t)) = F(s)$
1	1	$\frac{1}{s} \quad s > 0$
2	t	$\frac{1}{s^2} \quad s > 0$
3	$t^n \quad n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}} \quad s > 0$
4	e^{at}	$\frac{1}{s-a} \quad s > a$
5	$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2 + a^2} \quad s > 0$
6	$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2 + a^2} \quad s > 0$
7	$sh(at)$	$\frac{a}{s^2 - a^2} \quad s > a $
8	$ch(at)$	$\frac{s}{s^2 - a^2} \quad s > a $