

Nom :

Prénom :

Groupe :

Matricule :

**Exercice : (7.5 pts)**

On considère le corps commutatif  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ . Soit  $\dot{a}, \dot{b}, \dot{c} \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  et soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{2} x + \dot{3} y = \dot{a} \\ \dot{2} x + \dot{4} y + \dot{2} z = \dot{b} \\ \dot{4} x + \dot{2} y + \dot{2} z = \dot{c} \end{cases} \dots\dots\dots (S) .$$

**1-** Pour quelles valeurs de  $\dot{a}, \dot{b}, \dot{c}$  le système  $(S)$  est-il de Cramer ?

**2-** On pose  $\dot{a} = \dot{4}, \dot{b} = \dot{4}, \dot{c} = \dot{3}$ .

**i-** Dire pourquoi le système  $(S)$  n'est pas de Cramer.

**ii-** Déterminer, le rang, la matrice principale, les équations principales et les inconnues principales du système  $(S)$ .

**iii-** Appliquer le théorème de Rouché-Fontené pour dire si le système  $(S)$  est compatible (Préciser le(s) déterminant(s) bordant(s) le déterminant principal).

**iv-** Résoudre (dans  $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^3$ ) le système  $(S)$  dans le cas où il est compatible en précisant si le nombre de solutions est fini ou non.