

**Contrôle Intermédiaire****Durée 1h30 heure****Tout document interdit****Exercice 1** (2,2)

A l'hôtel :

Il ne reste plus qu'une seule chambre à deux personnes de libre. Quatre personnes (Tayeb, Idir, Aghiles et Mourad) habituées de l'hôtel sont sur la liste des demandeurs. A qui le patron doit-il affecter cette chambre sachant que :

- Tayeb ne peut partager la chambre ni avec Idir ni avec Aghiles.
- Idir ne peut partager la chambre ni avec Aghiles ni avec Mourad
- Aghiles ne peut partager la chambre ni avec Mourad ni avec Idir

1. Traduire le problème qui se pose au patron dans le langage des propositions.
2. Existe-t-il une (ou des) solution(s) au problème ? Si oui laquelle ou lesquelles ?

**Exercice 2** (2, 2, 3)**Q1.** Montrer, sans utiliser la propriété de complétude de la résolution :

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (P \rightarrow R)$$

**Q2.** Dédurre la proposition suivante de **Q1** :

$$\models (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (P \rightarrow R)))$$

**Q3.** Dédurre la proposition suivante de **Q2** :

$$(A \rightarrow (Q \rightarrow R)), (A \rightarrow Q) \vdash (A \rightarrow (R \vee \neg A))$$

**Exercice 3** (3)

Soit  $\Gamma$  un ensemble satisfiable de formules et  $\beta$  une formule n'appartenant pas à  $\Gamma$ . Montrer que les ensembles  $\Gamma \cup \{\beta\}$  et  $\Gamma \cup \{\neg\beta\}$  ne peuvent pas être tous les deux non satisfiables.

**Exercice 4** (1, 2, 3)Ecrire les énoncés suivants dans le langage des prédicats du 1<sup>er</sup> ordre :

1. S'il existe un blanc alors il existe un noir.
2. Deux personnes sont parentes si elles ont le même père et la même mère.
3. Si pour chaque nombre il existe un nombre plus grand, alors il n'existe pas de nombre plus grand que tous les nombres.

**Remettre le cahier d'examen sans feuilles intercalaires**