

Examen 1

✱ Exercice 1. [2 pts]

Soit $s[F]$ le nombre de sous-formules distinctes de F et $n[F]$ le nombre de connecteurs dans F .

1. Donner la définition par induction de $n[F]$.

2. Montrer que pour toute formule F :

$$s[F] \leq 2 n[F] + 1.$$

✱ Exercice 2. [3 pts] Soit la formule a priorité:

$$F = (a \Rightarrow b) \vee (a \Rightarrow c) \Rightarrow a \Rightarrow b \vee c$$

1. Donner la forme complètement parenthésée de F .

2. Transformer F en une somme de monômes (FND).

3. F est-elle satisfaisable? F est-elle valide? Justifier!

✱ Exercice 3. [2 pts]

Montrer que si $\{A, B\} \models C$ et $\{A, \neg B\} \models C$ alors $A \models C$.

✱ Exercice 4. [3 pts] Rappelons que l'ensemble des connecteurs est $\{\neg, \wedge, \vee, \Leftrightarrow, \Rightarrow\}$. Soit le connecteur ternaire $IF(x, y, z)$: il prend la valeur de y si x est 1 et la valeur de z si x est 0.

1. Donner une forme normale disjonctive (FND) équivalente à $IF(x, y, z)$.

2. Le système $\{IF\}$ est-il complet? Justifier.

3. Le système $\{\neg, \vee, \wedge\}$ est-il complet? Justifier.

4. Exprimer les formules $\neg x, x \wedge y, x \vee y$ avec seulement le connecteur IF et les constantes $\{1, 0\}$ si c'est possible. Que peut-on déduire?

✱ Exercice 5. [4 pts] Soit

$$F = (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r)).$$

1. Transformer $\neg F$ en produit de clauses (FNC), et donner l'ensemble des clauses équivalent à $\neg F$.

2. Étudier la satisfaisabilité de $\neg F$ en utilisant l'arbre sémantique.

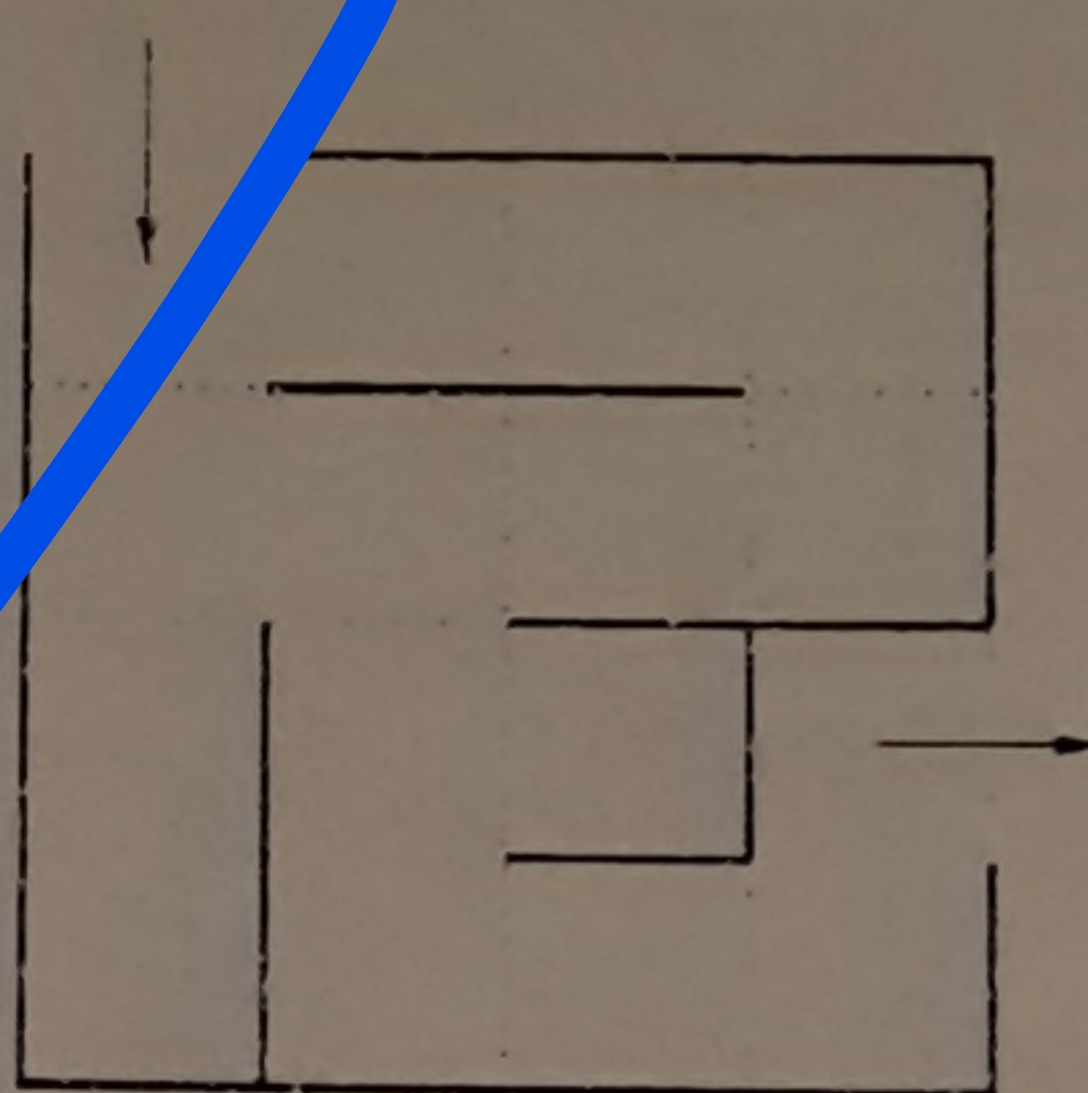
3. En utilisant la résolution, étudier la validité de la formule F .

* Exercice 6. [2 pts] Montrer par résolution que la formule $\neg q \Rightarrow \neg r$ n'est pas une conséquence logique de l'ensemble des formules $\{p \Rightarrow q, \neg p \Rightarrow r\}$.

* Exercice 7. [3 pts]

1. Donner les équations récursives qui définissent une fonction `estClause` qui étant donné une formule F renvoie vrai si F est une clause et faux sinon.
2. Utiliser cette fonction pour définir une fonction `estFNC` qui étant donné une formule F renvoie vrai si F est en forme normale conjonctive et faux sinon.

* Exercice 8. [3 pts] Considérer le problème labyrinthe 4×4 décrit dans la figure suivante.



Donner une formalisation du problème en calcul propositionnel telle que trouver un chemin de longueur aux maximum 16 menant de l'entrée à la sortie du labyrinthe est codé comme un problème de satisfaisabilité (les solutions sont des modèles d'une ou un ensemble de formules propositionnelles).

Documents non autorisés.
Le barème est donné à titre indicatif.
Bon courage.