INI. Math2. 2I. Durée : 2H

Laminovich

EMD 1. décembre 2002 /2003

Exercice 1: (7 points)

Soit α un paramétre réel strictement positif, et soit la fonction numérique définie dans $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^{\alpha}}{|x|+|y|} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0). \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1) Etudier selon α la continuité de f sur $\mathbb{R}^2$.

2) Etudier la différentiabilité de f au point $(0,0)$.

Exercice 2: (4 points)

Etudier les extémas libres de la fonction :

$f(x,y) = x\exp\left(-x-y^4\right)$.

Indication: Vous pouvez étudier les variations de la fonction $\varphi : t \longrightarrow t\exp\left(-t\right)$.

Exercice 3: (3,5 points)

Etudier les extémas de la fonction :

$f(x,y,z) = x^2+y^2+z$, sous la contrainte : $2x-5y+z=0$.

Exercice 4: (5,5 points)

Soit dans $\mathbb{R}^2$ le domaine D limité par les courbes d'équations:

$$x \geqslant -1;\ y = -x^2+2;\ y = -2x-2;\ y = -2.$$

1) Représenter géométriquement le domaine D.

2) Intervertir les signes intégrals dans $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ où f est une fonction quelconque intégrable sur D.

3) Calculer $\iint\limits_D dxdy$.

"J'ai appris que tout le monde veut vivre au sommet de la montagne, sans savoir que le véritable bonheur réside dans la manière de l'escalader"

extrait d'une lettre d'adieu de l'écrivain G. G. Marquèz .