**N.B.**
**1- Il sera tenu compte de la présentation de la copie.**
**2- Les réponses doivent être justifiées.**
**3- Le barème est approximatif.**

**Exercice 1:**

Soit $f$ l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice relativement à la base canonique $B = (e_1, e_2, e_3)$ de $\mathbb{R}^3$est définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 1+\alpha & 1+\alpha & 1 \\ -\alpha & -\alpha & -1 \\ \alpha & \alpha - 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

**1/** Montrer que $P_A(X) = -(X-1)^2(X+1)$.

**Solution:** On a:

$$\begin{aligned}
P_{A_\alpha}(X) &= \det(A_\alpha - XI_3) \\
&= \begin{vmatrix} 1+\alpha-X & 1+\alpha & 1 \\ -\alpha & -\alpha-X & -1 \\ \alpha & \alpha-1 & -X \end{vmatrix} \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{matrix} \\
&= \begin{vmatrix} 1-X & 1-X & 0 \\ -\alpha & -\alpha-X & -1 \\ 0 & -1-X & -1-X \end{vmatrix} \begin{matrix} L_1+L_2 \\ L_2 \\ L_3+L_2 \end{matrix} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \\
&= (1-X)(-1-X) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -\alpha & -\alpha-X & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} L_1' \\ L_2 \\ L_3' \end{matrix} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \begin{matrix} C_1 & C_2 - C_1 & C_3 \end{matrix} \\
&= (1-X)(-1-X) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & -X & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\
&= (1-X)(-1-X) \begin{vmatrix} -X & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\
&= (1-X)^2(-1-X) = -(X-1)^2(X+1) \qquad \textbf{(1,25 pt)}
\end{aligned}$$

**2/** Montrer que : $A_\alpha$ est diagonalisable ssi $\alpha = 0$.

**Solution:** On a d'après la question précédente $spec(A_\alpha) = \{1_{(2)}, -1\}$, donc

$A_\alpha$ est diagonalisable ssi $\dim E_1 + \dim E_{-1} = 3$ ssi $\dim E_1 = 2$ ssi $rg(A_\alpha - I_3) = 1$.**(0,5 pt)**

Soit $g_\alpha = f_\alpha - id_{\mathbb{R}^3}$, alors:

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \begin{array}{ccc} g_\alpha(e_1) & g_\alpha(e_2) & g_\alpha(e_3) \end{array} \\
A_\alpha - I_3 & = & \begin{pmatrix} \alpha & 1+\alpha & 1 \\ -\alpha & -\alpha-1 & -1 \\ \alpha & \alpha-1 & -1 \end{pmatrix} \\
 & & \begin{array}{ccc} g_\alpha(e_3) & g_\alpha(e_1) & g_\alpha(e_2) \end{array} \\
 & \sim & \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 1+\alpha \\ -1 & -\alpha & -\alpha-1 \\ -1 & \alpha & \alpha-1 \end{pmatrix} \\
 & & \begin{array}{ccc} g_\alpha(e_3) & g_\alpha(e_1-\alpha e_3) & g_\alpha(e_2-(1+\alpha)\,e_3) \end{array} \\
 & \sim & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2\alpha & 2\alpha \end{pmatrix} \\
 & \sim & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2\alpha & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

On en déduit que

$$rg(A_\alpha - I_3) = 1 \text{ ssi } \alpha = 0. \qquad \textbf{(1 pt)}$$

**3/** On pose $\alpha = 0$.

**a/** Déterminer une matrice inversible $P \in M_3(\mathbb{R})$ et une matrice diagonale $D \in M_3(\mathbb{R})$ telles que $D = P^{-1}A_0P$.

**Solution:** D'après l'échelonnement de $A_\alpha - I_3$ dans la question précédente, on a pour $\alpha = 0$ :

$$E_1 = \langle e_1, e_2 - e_3 \rangle = \langle v_1 = (1,0,0), v_2 = (0,1,-1) \rangle \,. \quad \textbf{(0,5 pt)}$$

- Soit $h_0 = f_0 + id_{\mathbb{R}^3}$, alors:

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \begin{array}{ccc} h_\alpha(e_1) & h_\alpha(e_2) & h_\alpha(e_3) \end{array} \\
A_0 + I_3 & = & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\
 & & \begin{array}{ccc} h_\alpha(e_1) & h_\alpha(2e_2 - e_1) & h_\alpha(-e_1 + e_2 + e_3) \end{array} \\
 & \sim & \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

On en déduit que $E_{-1} = \langle -e_1 + e_2 + e_3 \rangle = \langle v_3 = (-1,1,1) \rangle$. **(0,5 pt)**
Doù:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \ \textbf{(0,5 pt)} \quad \text{et} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \ \textbf{(0,5 pt)}$$

**b/** En déduire, sans faire de calculs, $A_0^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (Indication: Distinguer $n = 2k$ et $n = 2k + 1$).

**Solution:** Il est évident que pour $k \in \mathbb{N}$, on a :

$$D^{2k} = I_3 \quad \text{et} \quad D^{2k+1} = D \cdot D^{2k} = D,$$

donc,

$$D = P^{-1}A_0P \Longrightarrow A_0 = PDP^{-1} \Longrightarrow A_0^n = PD^nP^{-1},$$

On en déduit que:

$$A_0^{2k} = PD^{2k}P^{-1} = PI_3P^{-1} = I_3 \quad \text{et} \quad A_0^{2k+1} = A_0 \cdot A_0^{2k} = A_0. \quad \textbf{(0,5 pt + 0,5 pt)}$$

**4/** On pose $\alpha \neq 0$.
**a/** Calculer $A_\alpha^2$.

**Solution:** On a :

$$A_\alpha^2 = \begin{pmatrix} 1+2\alpha & 2\alpha & 0 \\ -2\alpha & 1-2\alpha & 0 \\ 2\alpha & 2\alpha & 1 \end{pmatrix}. \quad \textbf{(0,75 pt)}$$

**b/** Dire pourquoi $A_\alpha$ est inversible puis, en utilisant le théorème de Cayley-Hamilton, exprimer $A_\alpha^{-1}$ en fonction de $A_\alpha$ et $I_3$.

**Solution:** $A_\alpha$ est inversible car 0 n'est pas une valeur propre de $A_\alpha$ (0 n'est pas racine de $P_{A_\alpha}$). Ou bien,

$$P_{A_\alpha}(X) = -(X-1)^2(X+1) = -X^3 + X^2 + X - 1, \quad \text{donc } \det A_\alpha = -1 \neq 0. \quad \textbf{(0,5 pt)}$$

D'après le théorème de Cayley-Hamilton, on a :

$$\begin{aligned} P_{A_\alpha}(A_\alpha) &= 0 \Longleftrightarrow -A_\alpha^3 + A_\alpha^2 + A_\alpha - I_3 = 0 \\ &\Longleftrightarrow A_\alpha\left(-A_\alpha^2 + A_\alpha + I_3\right) = I_3. \end{aligned}$$

On en déduit que $A_\alpha^{-1} = -A_\alpha^2 + A_\alpha + I_3$. **(0,75 pt)**
**c/** Calculer $A_\alpha^{-1}$.

**Solution:** D'après les questions précédentes, on a:

$$\begin{aligned} A_\alpha^{-1} &= -A_\alpha^2 + A_\alpha + I_3 \\ &= -\begin{pmatrix} 1+2\alpha & 2\alpha & 0 \\ -2\alpha & 1-2\alpha & 0 \\ 2\alpha & 2\alpha & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+\alpha & 1+\alpha & 1 \\ -\alpha & -\alpha & -1 \\ \alpha & \alpha-1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1-\alpha & 1-\alpha & 1 \\ \alpha & \alpha & -1 \\ -\alpha & -\alpha-1 & 0 \end{pmatrix}. \quad \textbf{(0,75 pt)} \end{aligned}$$

**d/** Pour $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer, en utilisant le théorème de Cayley-Hamilton, $A_\alpha^n$ en fonction de $A_\alpha$ et $I_3$. (Indication: Distinguer $n = 2k$ et $n = 2k+1$).

**Solution:** La division euclidienne de $X^n$ par $P_{A_\alpha}(X)$ donne:

$$X^n = P_{A_\alpha}(X)Q(X) + (aX^2 + bX + c), \quad Q(X) \in \mathbb{R}[X], \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

D'après le théorème de Cayley-Hamilton, on a $P_{A_\alpha}(A_\alpha) = 0$, on en déduit que :

$$A_\alpha^n = aA_\alpha^2 + bA_\alpha + cI_3. \qquad \textbf{(0,5 pt)}$$

Puisque $\lambda = 1$ est une valeur propre double de $P_{A_\alpha}(X)$, alors $P'_{A_\alpha}(1) = 0$. En dérivant l'expression précédente, on obtient:

$$nX^{n-1} = P'_{A_\alpha}(X)Q(X) + P_{A_\alpha}(X)Q'(X) + 2aX + b.$$

En remplaçant $x$ par 1 et $-1$ dans les expressions précédentes, en déduit le système suivant:

$$\left\{\begin{array}{c} 1 = a + b + c \\ n = 2a + b \\ (-1)^n = a - b + c \end{array}\right. \qquad \textbf{(0,5 pt)}$$

Pour résoudre ce système, on va considérer deux cas:
**1er cas:** $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$. Dans ce cas, le système précédent devient:

$$\left\{\begin{array}{c} 1 = a + b + c \\ 2k = 2a + b \\ 1 = a - b + c \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2b = 0 \\ 2a = 2k - b \\ c = 1 - k \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{c} b = 0 \\ a = k \\ c = 1 - k \end{array}\right.$$

On en déduit que $A_\alpha^{2k} = kA_\alpha^2 + (1-k)I_3$. **(0,5 pt)**

**2ème cas:** $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$. Dans ce cas, le système précédent devient:

$$\left\{\begin{array}{c} 1 = a + b + c \\ 2k+1 = 2a + b \\ -1 = a - b + c \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 2b = 2 \\ 2a = 2k + 1 - b \\ c = -1 - a + b \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{c} b = 1 \\ a = k \\ c = -k \end{array}\right.$$

On en déduit que $A_\alpha^{2k+1} = kA_\alpha^2 + A_\alpha - kI_3$. **(0,5 pt)**

**e/** Calculer $A_\alpha^n$. (Indication: Distinguer $n = 2k$ et $n = 2k+1$).

**Solution:** D'après la question précédente, on a:

**1er cas:** $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} A_\alpha^{2k} &= kA_\alpha^2 + (1-k)I_3 \\ &= k\begin{pmatrix} 1+2\alpha & 2\alpha & 0 \\ -2\alpha & 1-2\alpha & 0 \\ 2\alpha & 2\alpha & 1 \end{pmatrix} + (1-k)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2k\alpha+1 & 2k\alpha & 0 \\ -2k\alpha & 1-2k\alpha & 0 \\ 2k\alpha & 2k\alpha & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} n\alpha+1 & n\alpha & 0 \\ -n\alpha & 1-n\alpha & 0 \\ n\alpha & n\alpha & 1 \end{pmatrix}. \quad \textbf{(0,75 pt)} \end{aligned}$$

**2ème cas:** $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$.

$$\begin{array}{rcl} A_\alpha^{2k+1} & = & kA_\alpha^2 + A_\alpha - kI_3 \\ & = & k\begin{pmatrix} 1+2\alpha & 2\alpha & 0 \\ -2\alpha & 1-2\alpha & 0 \\ 2\alpha & 2\alpha & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1+\alpha & 1+\alpha & 1 \\ -\alpha & -\alpha & -1 \\ \alpha & \alpha-1 & 0 \end{pmatrix} - k\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ & = & \begin{pmatrix} (2k+1)\,\alpha+1 & (2k+1)\,\alpha+1 & 1 \\ -(2k+1)\,\alpha & -(2k+1)\,\alpha & -1 \\ (2k+1)\,\alpha & (2k+1)\,\alpha-1 & 0 \end{pmatrix} \\ & = & \begin{pmatrix} n\alpha+1 & n\alpha+1 & 1 \\ -n\alpha & -n\alpha & -1 \\ n\alpha & n\alpha-1 & 0 \end{pmatrix}. \ \textbf{(0,75 pt)} \end{array}$$

**On en déduit que pour $n \in \mathbb{N}$, on a :**

$$A_\alpha^n = \begin{pmatrix} n\alpha+1 & n\alpha + \frac{1-(-1)^n}{2} & \frac{1-(-1)^n}{2} \\ -n\alpha & \frac{1+(-1)^n}{2} - n\alpha & -\frac{1-(-1)^n}{2} \\ n\alpha & n\alpha - \frac{1-(-1)^n}{2} & \frac{1+(-1)^n}{2} \end{pmatrix}.$$

**Remarque:** La dernière partie de l'exercice ($\alpha \neq 0$) est vraie aussi pour ($\alpha = 0$). On peut donc retrouver les résultats de la question **3/b/.** Pour $\alpha = 0$ dans la dernière matrice, on trouve:

$$A_\alpha^n = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-(-1)^n}{2} & \frac{1-(-1)^n}{2} \\ 0 & \frac{1+(-1)^n}{2} & -\frac{1-(-1)^n}{2} \\ 0 & -\frac{1-(-1)^n}{2} & \frac{1+(-1)^n}{2} \end{pmatrix}.$$

donc:

$$A_\alpha^{2k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3 \quad \text{et} \quad A_\alpha^{2k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = A_0.$$

**Exercice 2 :**

Soit, dans $\mathbb{R}$, le système $(S_{\alpha,\beta})$ d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} \alpha x - y + \alpha z = 0 \\ 2x + \quad\quad z = \beta \\ x + 3y - z = 0 \\ x - y + \alpha z = \beta \end{cases}, \qquad (S_{\alpha,\beta})$$

**1/** Déterminer suivant les paramètres réels $\alpha$ et $\beta$ le rang du système $(S_{\alpha,\beta})$.

**Solution:** Soit

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & \alpha \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$$

la matrice du système $(S_{\alpha,\beta})$ . Cherchons le rang de $A_\alpha$. On a:

$$A_\alpha = \begin{array}{c} \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \alpha & -1 & \alpha \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & \alpha \end{pmatrix} \end{array} \sim \begin{array}{c} \begin{matrix} C_2 & C_1 & C_3 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & \alpha & \alpha \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\sim \begin{array}{c} \begin{matrix} C_2 & C_1' = C_1 + \alpha C_2 & C_3' = C_3 + \alpha C_2 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 3\alpha + 1 & 3\alpha - 1 \\ -1 & 1 - \alpha & 0 \end{pmatrix} \end{array} \sim \begin{array}{c} \begin{matrix} C_2 & C_1' & 2C_3' - C_1' \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 3\alpha + 1 & 3(\alpha - 1) \\ -1 & 1 - \alpha & \alpha - 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

D'où:

$$rg\,(S_{\alpha,\beta}) = (A_\alpha) = \begin{cases} 2, & \text{si } \alpha = 1. \\ 3, & \text{si } \alpha \neq 1. \end{cases} \qquad \textbf{(1,5 pt)}$$

**2/** Résoudre suivant les paramètres réels $\alpha$ et $\beta$ le système $(S_{\alpha,\beta})$. (Indication : Utiliser le théorème de Fontené-Rouché).

**Solution:**
**1er cas:** $a = 1$ :

$$(S_{1,\beta}) \qquad \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + \qquad z = \beta \\ x + 3y - z = 0 \\ x - y + z = \beta \end{cases}$$

Soit $R = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ la matrice extraite de $A_1$ obtenue en supprimant la 2ème ligne, la 4ème ligne et la 3ème colonne. On a $\det R = 4 \neq 0$, donc:
- La matrice $R$ est la matrice principale du système $(S_{1,\beta})$.
- $x$ et $y$ sont les inconnues principales du système $(S_{1,\beta})$.
- La première et la troisième équations sont les équations principale du système $(S_{1,\beta})$

Il y a deux déterminants bordants du déterminant principal:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & \beta \end{vmatrix} = \beta \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4\beta$$

et

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & \beta \end{vmatrix} = \beta \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4\beta$$

D'où

$$(S_{1,\beta}) \text{ est compatible ssi } 4\beta = 0 \text{ ssi } \beta = 0 \qquad \textbf{(1 pt)}$$

Dans ce cas, on résout le système:

$$\left\{\begin{array}{l} x-y=-z \\ x+3y=z \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x-y=-z \\ 4y=2z \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=y-z \\ z=2y \end{array}\right. \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=-y \\ z=2y \end{array}\right.$$

D'où l'ensemble des solutions du système $(S_{1,0})$ est $\{(-y,y,2y) : y \in \mathbb{R}\}$. **(1 pt)**

**2ème cas:** $\alpha \neq 1$.

Soit $R = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$ la matrice extraite de $A_\alpha$ obtenue en supprimant la 1ère ligne.

On a $\det R = 6(\alpha-1) \neq 0$, donc:

- La matrice $R$ est la matrice principale du système $(S_{\alpha,\beta})$.
- $x$, $y$ et $z$ sont les inconnues principales du système $(S_{\alpha,\beta})$.
- Les trois dernières équations sont les équations principale du système $(S_{\alpha,\beta})$

Il y a un déterminant bordant du déterminant principal:

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & \beta \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & \alpha & \beta \\ \alpha & -1 & \alpha & 0 \end{vmatrix} = -\beta\,(3\alpha+2)\,(\alpha-1)\,.$$

D'où

$$(S_{\alpha,\beta}) \text{ est compatible ssi } (\Delta_4 = 0) \text{ ssi } \left(\beta = 0 \text{ ou } \alpha = \frac{-2}{3}\right). \qquad \textbf{(1,5 pt)}$$

**1er sous-cas:** $\beta = 0$ $(\forall \alpha \neq 1)$. On résout le système de Cramer:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x + \quad\quad z = 0 \\ x + 3y - z = 0 \\ x - y + \alpha z = 0 \end{array}\right.$$

Ce système admet donc une solution unique, comme il est homogène, alors l'unique solution est $(x,y,z) = (0,0,0)$.

D'où le système $(S_{\alpha,0})$ admet une solution unique $(x,y,z) = (0,0,0)$. **(1 pt)**

**2ème sous-cas:** $\beta \neq 0$ et $\alpha = \frac{-2}{3}$. On résout le système de Cramer:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x + \quad\quad z = \beta \\ x + 3y - z = 0 \\ x - y - \frac{2}{3}z = \beta \end{array}\right.$$

Ce système admet donc une solution unique, les formules de Cramer donnent:

$$\begin{aligned}
x &= \frac{\begin{vmatrix} \beta & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ \beta & -1 & -\frac{2}{3} \end{vmatrix}}{6\left(-\frac{2}{3}-1\right)} = \frac{3b}{5}, \\
y &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & \beta & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & \beta & -\frac{2}{3} \end{vmatrix}}{6\left(-\frac{2}{3}-1\right)} = \frac{-4b}{15}, \\
z &= \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & \beta \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & \beta \end{vmatrix}}{6\left(-\frac{2}{3}-1\right)} = \frac{-b}{5},
\end{aligned}$$

D'où l'unique solution du système précédent est $(x, y, z) = (\frac{3b}{5}, \frac{-4b}{15}, \frac{-b}{5})$, donc le système $(S_{\frac{-2}{3},\beta})$ admet une solution unique $(x, y, z) = (\dfrac{3b}{5}, \dfrac{-4b}{15}, \dfrac{-b}{5})$. **(2 pt)**