

Contrôle intermédiaire**Durée 1 heure 30****Tout document interdit****Exercice 1** (2)

On considère deux circuits logiques C_1 et C_2 à n entrées et une sortie chacun. Donner l'expression logique d'un circuit qui permettrait de vérifier que les deux circuits délivrent les mêmes sorties quels que soient l'état de leurs entrées.

Exercice 2 (2-2)

Soit $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ les quatre ensembles suivants :

$$\begin{array}{llll} \Gamma : \{\alpha_1 \vee \beta_1 \vee \gamma_1 & \Gamma_1 : \{\alpha_1 \vee \beta_1 & \Gamma_2 : \{\beta_1 \vee \gamma_1 & \Gamma_3 : \{\alpha_1 \vee \gamma_1 \\ \alpha_2 \vee \beta_2 \vee \gamma_2 & \alpha_2 \vee \beta_2 & \beta_2 \vee \gamma_2 & \alpha_2 \vee \gamma_2 \\ \alpha_3 \vee \beta_3 \vee \gamma_3\} & \alpha_3 \vee \beta_3\} & \beta_3 \vee \gamma_3\} & \alpha_3 \vee \gamma_3\} \end{array}$$

Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes est (sont) valide(s) ?

1. Toute valuation qui satisfait Γ_1 ou Γ_2 ou Γ_3 satisfait Γ .
2. Toute valuation (toute ligne du TV) qui satisfait Γ satisfait également Γ_1 ou Γ_2 ou Γ_3 .

Exercice 3 (4-4)

Ali, Omar et Saïd veulent constituer une équipe pour travailler leur projet.

- Ali veut inviter Karima ou Aghiles mais il ne veut pas de la présence de Yasmine et Karima en même temps.
- Omar veut inviter Yasmine ou Aghiles mais pas Karima et Rachid en même temps.
- Saïd propose d'inviter Karima ou Yasmine ou Rachid mais ne veut pas des trois en même temps.

On sait par ailleurs que :

- Karima et Yasmine sont d'excellentes amies. La première ne vient que si et seulement si la seconde vient ;
- Si Rachid est dans le groupe, Aghiles refusera d'y être.

Montrer en utilisant un arbre sémantique puis la résolution que nos trois amis ne réussiront pas à former leur équipe ?

Exercice 4 (3)

Lesquelles des expressions suivantes sont des formules du premier ordre et lesquelles ne le sont pas ?

$$E1. \forall u \forall y (P(u, f(u)) \wedge \neg P(a, y))$$

$$E2. \forall x, y (P(x, y) \rightarrow Q(a, y))$$

$$E3. \forall x (P(x, y) \rightarrow \exists y Q(x))$$

$$E4. \forall P (P(x) \rightarrow P(x))$$

$$E5. \models \exists y (P(x) \rightarrow Q(y))$$

$$E6. \forall x \exists y (P(x, y) \rightarrow (Q(x) \rightarrow P(x)))$$

Exercice 5 (3)

Ecrire les énoncés suivants dans le langage des prédicats du premier ordre :

e1 : Chaque étudiant a un binôme.

e2 : Certains étudiants n'ont pas de binôme.

N.B. Remettre un cahier d'examen sans intercalaire.