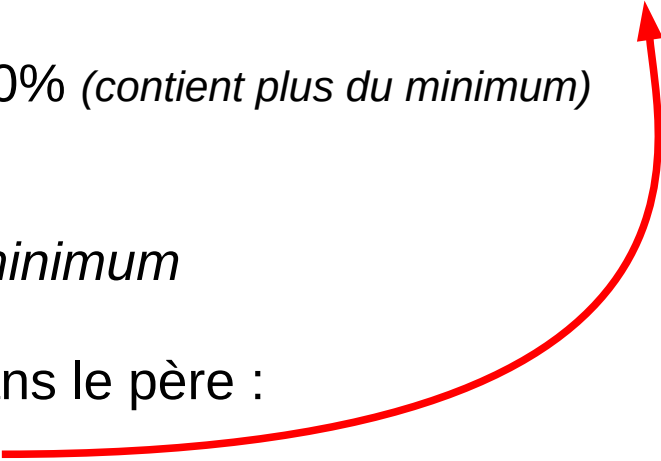


B-Arbre / Mécanisme de Suppression

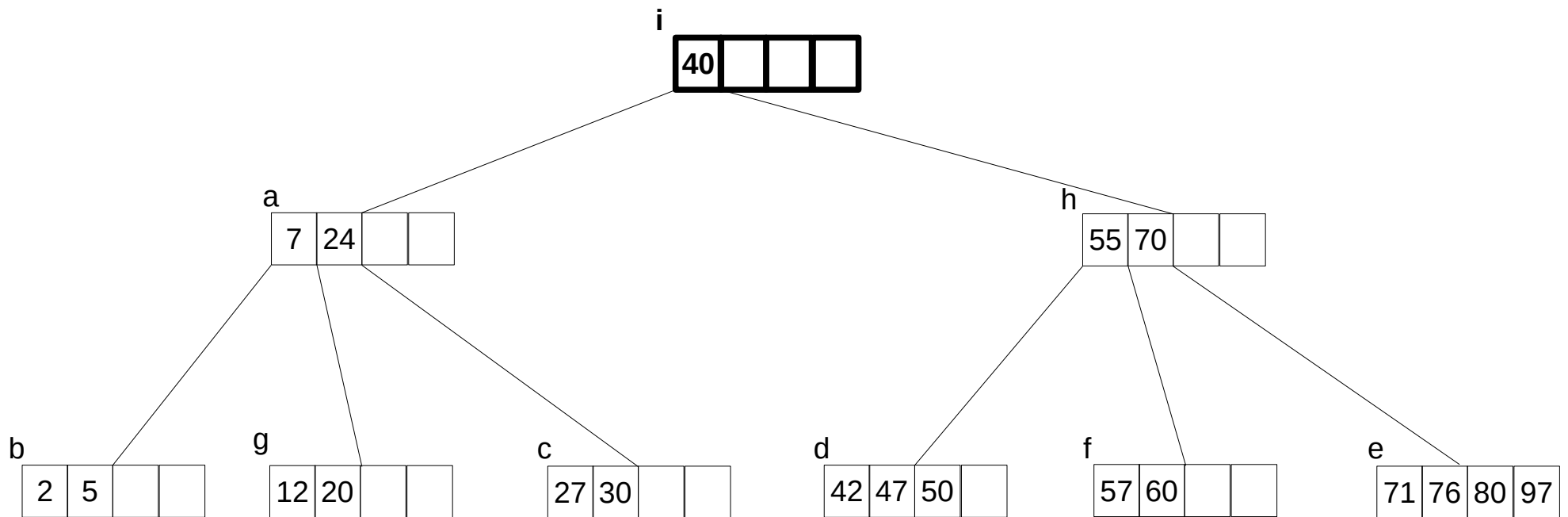
Sup(*c*)

- 1) Rechercher(*c*) \rightarrow (*i* , *j*) avec empilement des nœuds visités
 - 2) Si *i* est un nœud interne
remplacer c par son successeur inordre c' (forcément dans une feuille)
posons (*i* , *j*) l'adr de *c'*
 - 3) Suppression de la position *j* (et son fils-droit) par décalages internes dans *i*
 - 4) Si *i* devient 'sous-chargé' (*underflow*)
Si un des frères de *i* est chargé à plus de 50% (*contient plus du minimum*)
Redistribution avec ce frère
Sinon
// les frères sont donc chargés au minimum
Fusion avec un des frères
 \Rightarrow suppression de val_milieu dans le père :
(Dépiler <*i* , *j* ...> ; **goto 3**)
- 

Exemple 1 : Suppression de 40

1) la recherche de **40** se termine sur (*i*, 1)

...

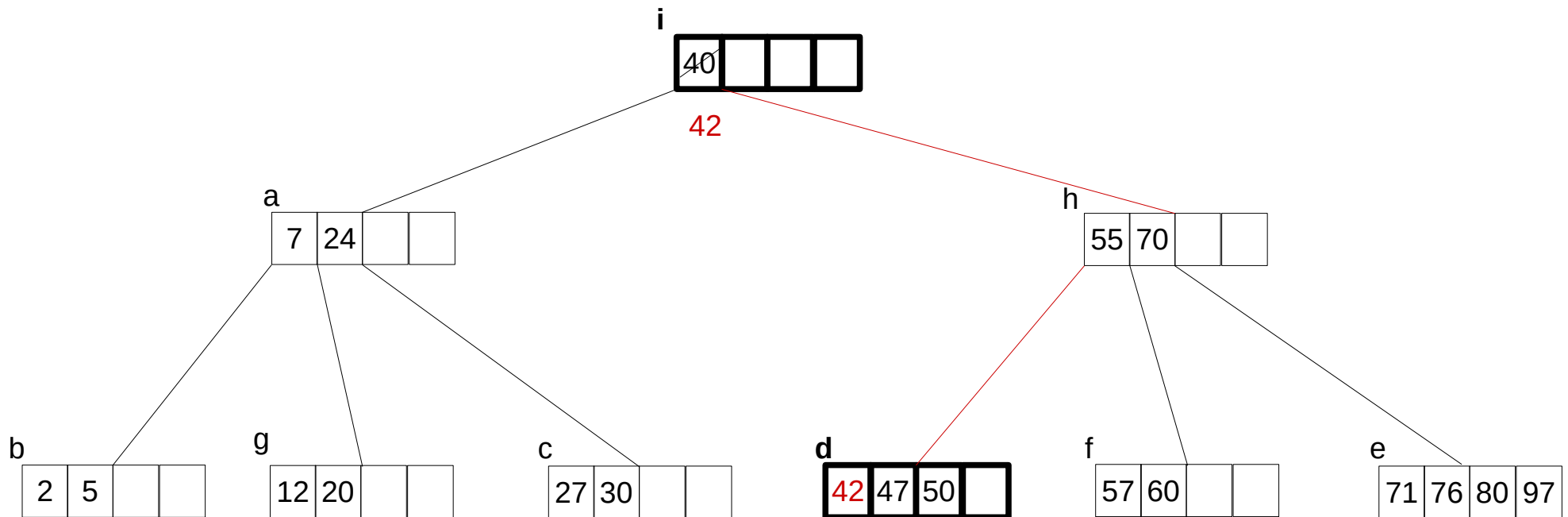


Exemple 1 : Suppression de 40

1) la recherche de 40 se termine sur (i , 1)

2) C'est un nœud interne, donc on remplace **40** dans (i , 1) par son successeur inordre **42** → (d , 1)

...

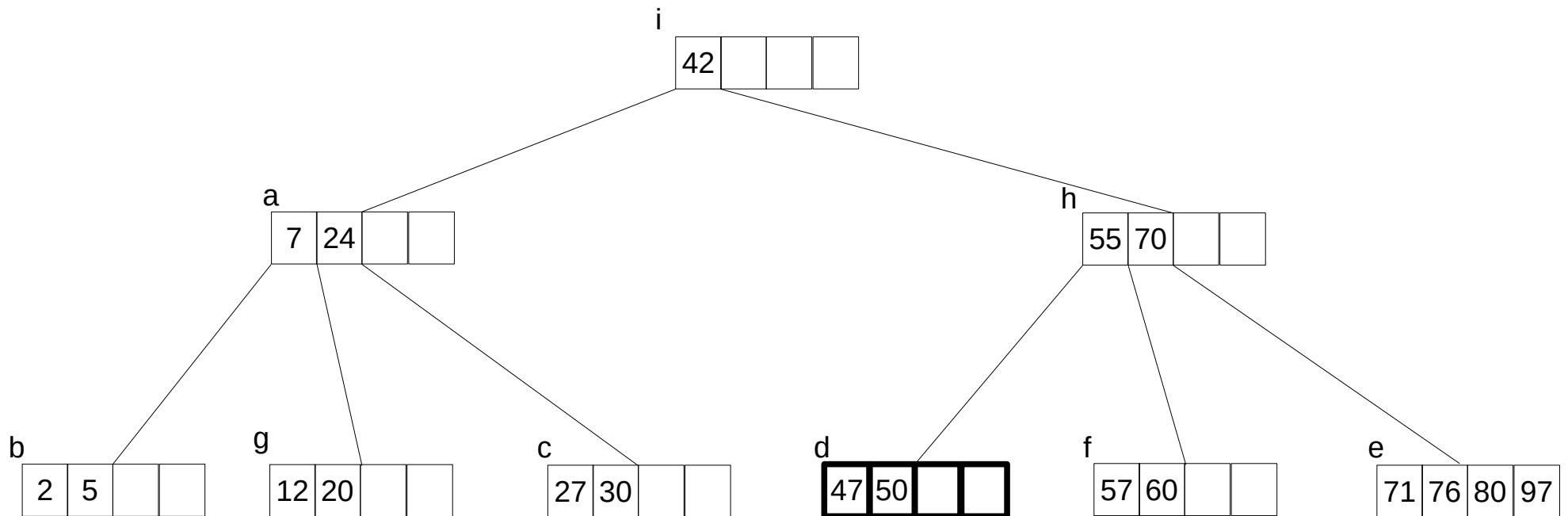


Exemple 1 : Suppression de 40

- 1) la recherche de 40 se termine sur (i , 1)
- 2) C'est un nœud interne, donc on remplace 40 par son successeur inordre 42 → (d , 1)

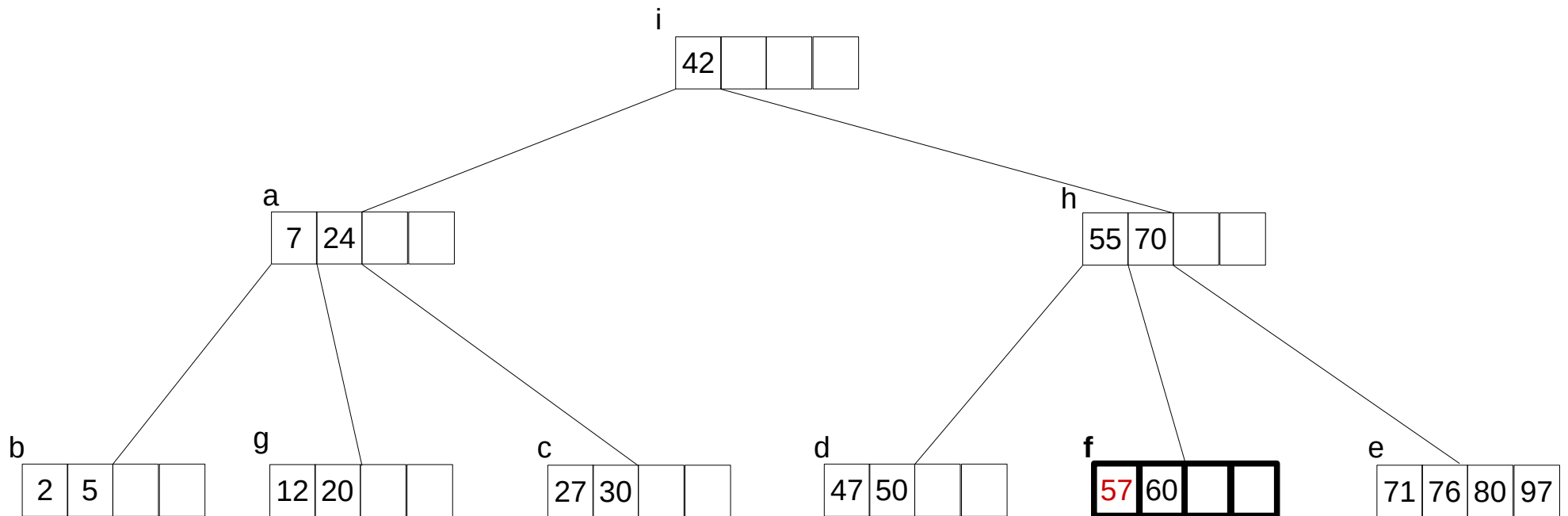
3) On supprime **42** c-a-d (**d** , **1**) par décalages

Fin de la suppression de 40



Exemple 2 : Suppression de 57

- 1) la recherche de **57** se termine sur (**f** , **1**)
- 2) C'est un nœud feuille
- 3) On supprime **57** par décalages
- ...



Exemple 2 : Suppression de 57

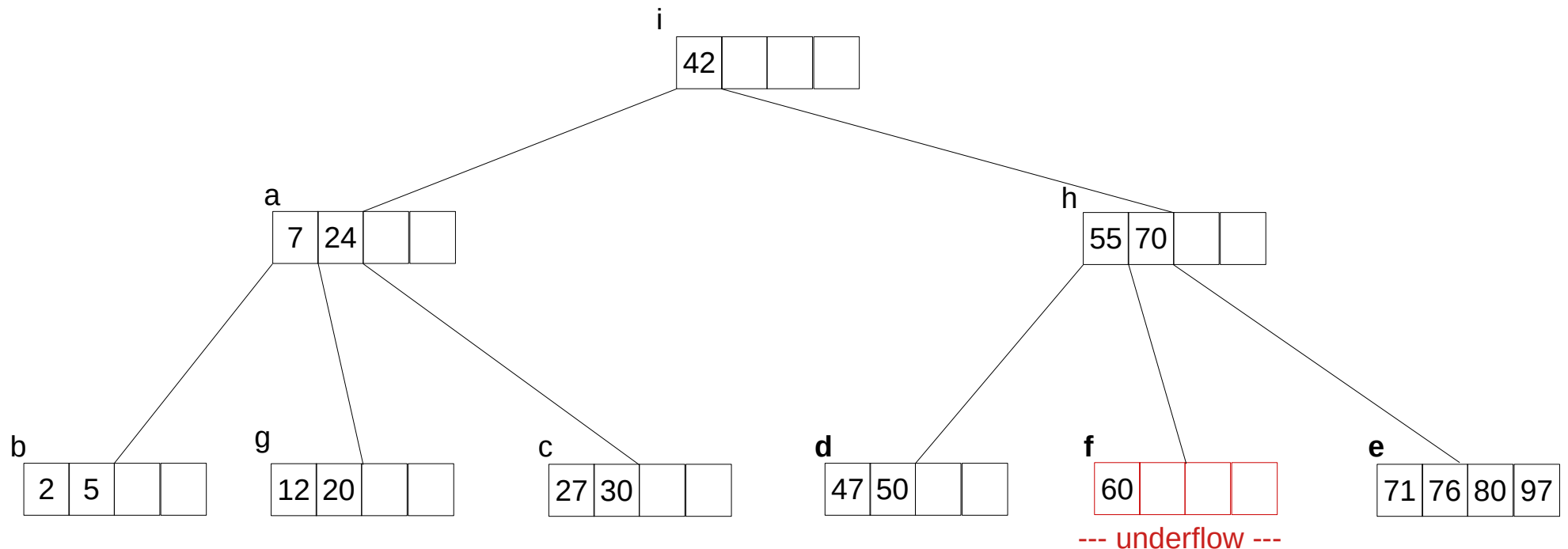
1) la recherche de 57 se termine sur (f , 1)

2) C'est un nœud feuille

3) On supprime 57 par décalages

4) le nœud **f** devient **sous-chargé** (en situation de '**underflow**')
son frère gauche (**d**) est chargé à sa capacité minimale (50 %)
son frère droit (**e**) est chargé à plus de 50 %

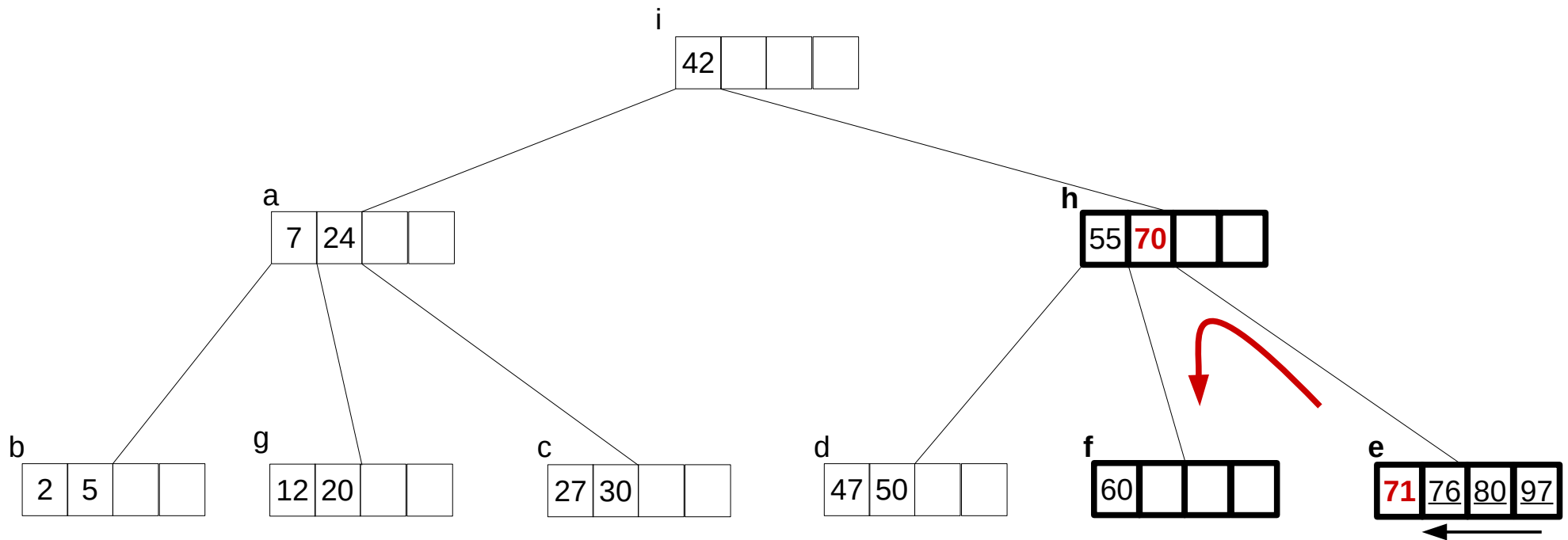
...



Exemple 2 : Suppression de 57

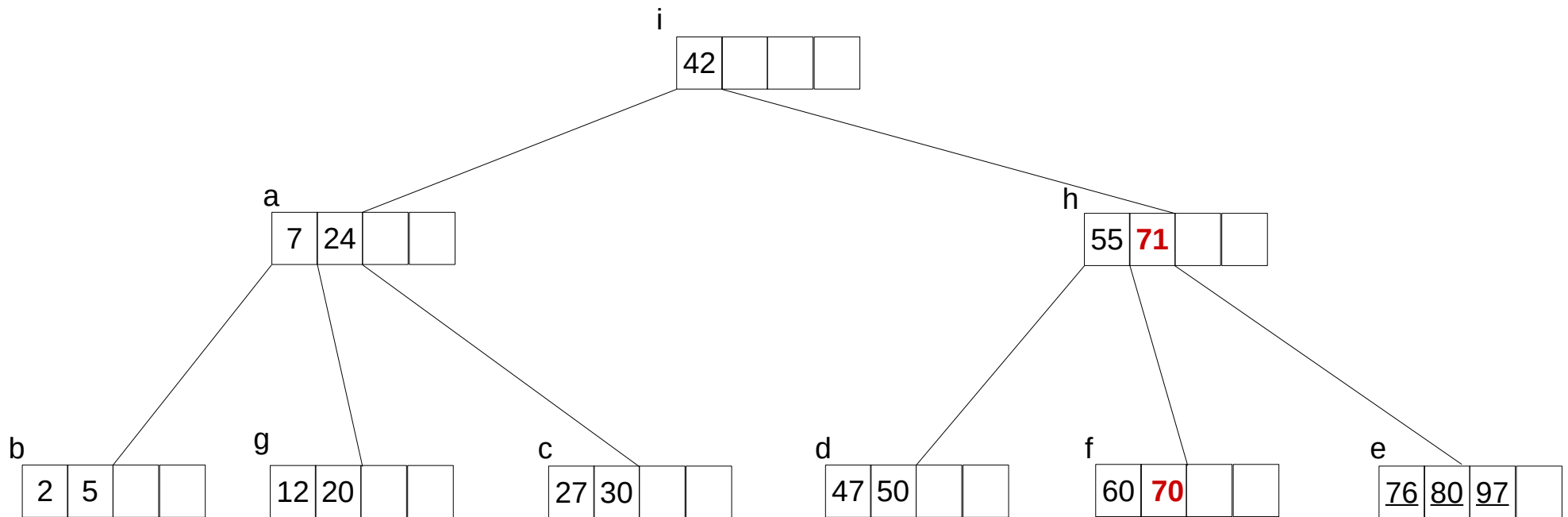
- 1) la recherche de 57 se termine sur (f , 1)
- 2) C'est un nœud feuille
- 3) On supprime 57 par décalages
- 4) le nœud **f** devient **sous-chargé** (en situation de '**underflow**')
son frère gauche (d) est chargé à sa capacité minimale (50 %)
son frère droit (e) est chargé à plus de 50 %

→ **Redistribution Droite-Gauche f avec e** (en passant par h)



Exemple 2 : Suppression de 57

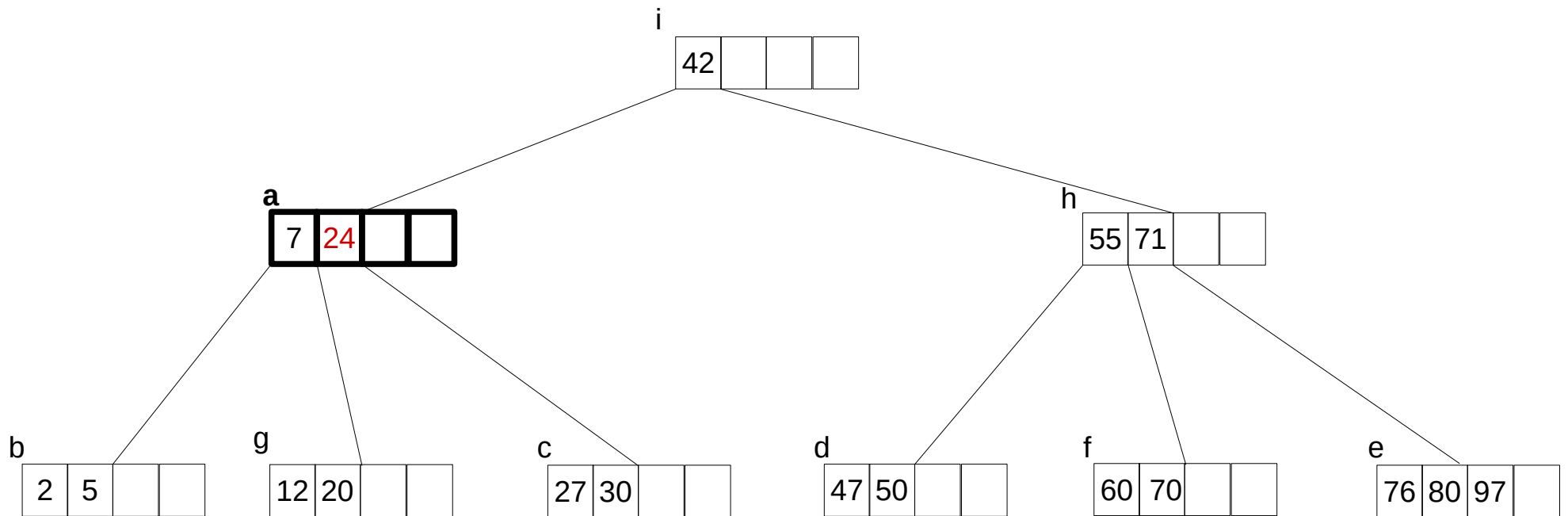
- 1) la recherche de 57 se termine sur (f , 1)
- 2) C'est un nœud feuille
- 3) On supprime 57 par décalages
- 4) le nœud f devient en situation de 'underflow'
son frère gauche (d) est chargé à sa capacité minimale (50 %)
son frère droit (e) est chargé à plus de 50 %
→ **Redistribution Droite-Gauche** f avec e
Fin de la suppression de 57



Exemple 3 : Suppression de 24

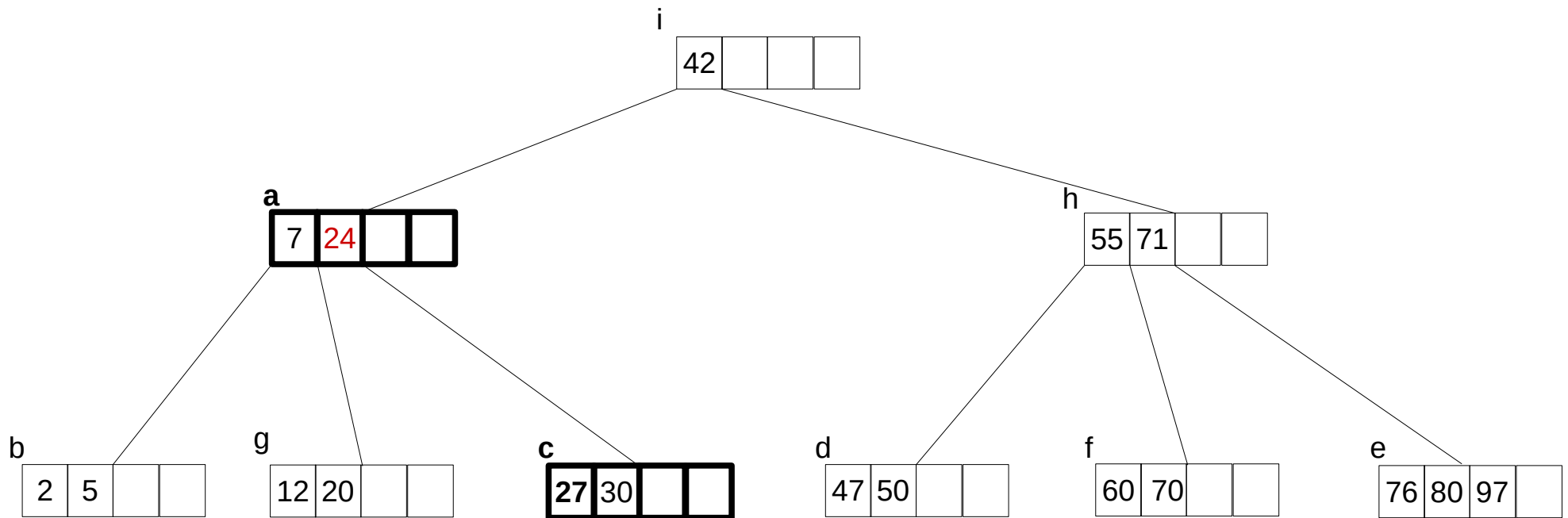
1) la recherche de **24** se termine sur (**a** , 2)

...



Exemple 3 : Suppression de 24

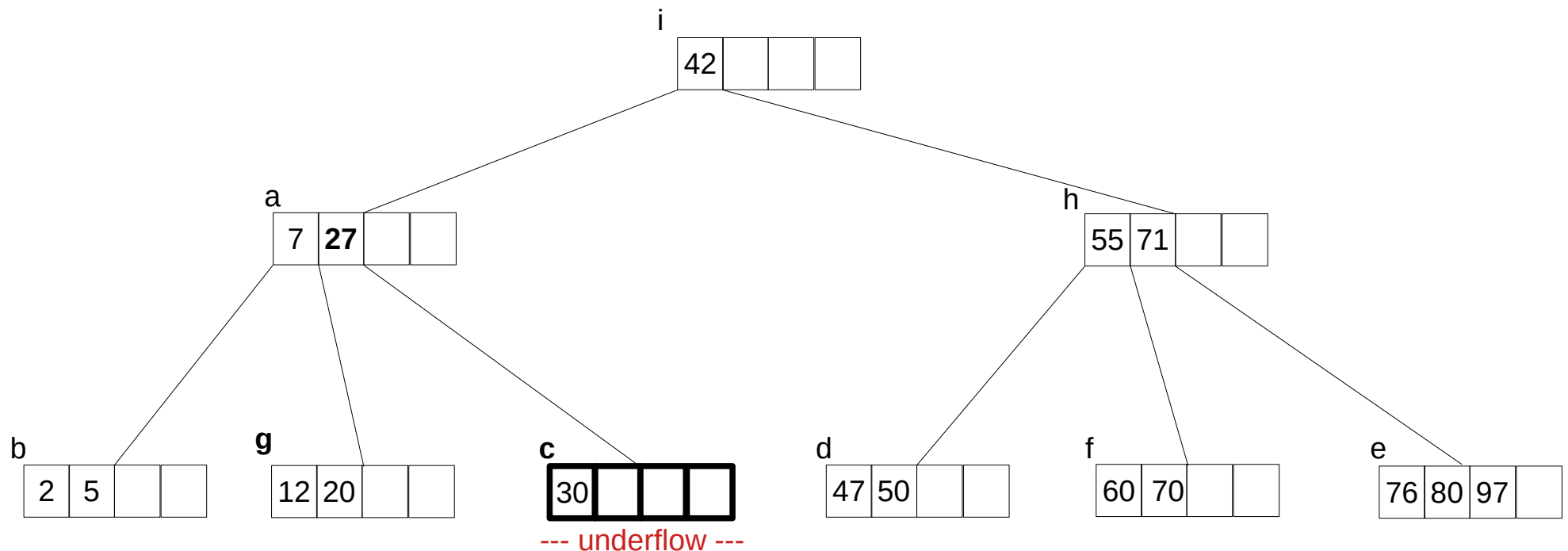
- 1) la recherche de **24** se termine sur (**a** , **2**)
- 2) C'est un nœud interne, donc remplacement de **24** par le suivant inordre : **27 (c , 1)**
- ...



Exemple 3 : Suppression de 24

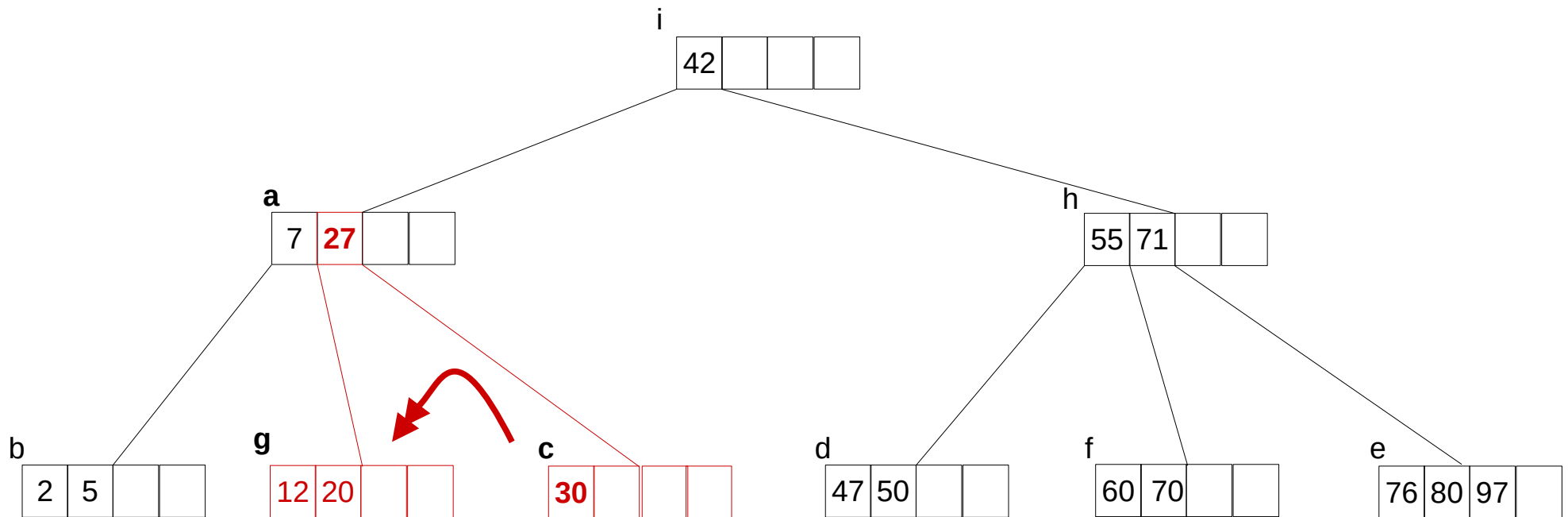
- 1) la recherche de 24 se termine sur (a , 2)
- 2) C'est un nœud interne, donc remplacement de 24 par son suivant inordre 27 (c,1)
- 3) Suppression de **27** par décalages dans **c**
- 4) **c** devient sous-chargé (**underflow**)
son unique frère (**g**) est chargé à sa capacité minimale

...



Exemple 3 : Suppression de 24

- 1) la recherche de 24 se termine sur (a , 2)
 - 2) C'est un nœud interne, donc remplacement de 24 par son suivant inordre
 - 3) Suppression de 27 par décalages dans c
 - 4) c devient sous-chargé (underflow)
son unique frère (g) est chargé à sa capacité minimale
- **Fusion c et g dans g** (en faisant descendre une valeur : **27**, du nœud père **a**)

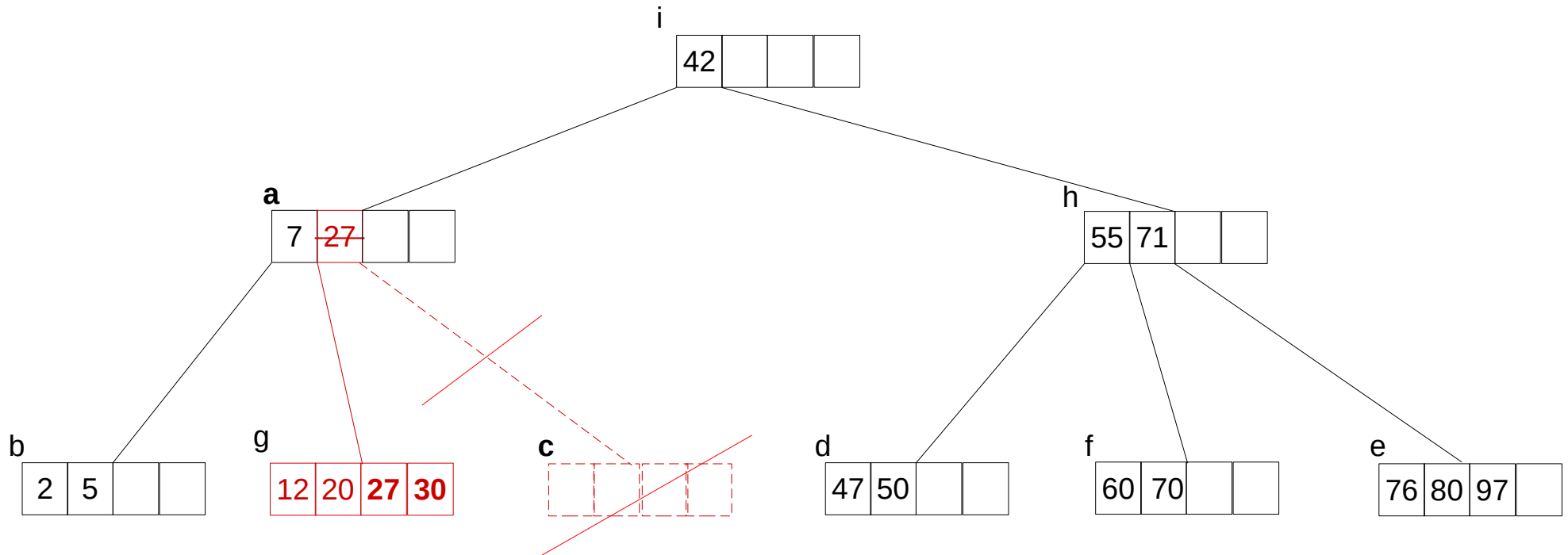


Exemple 3 : Suppression de 24

- 1) la recherche de 24 se termine sur (a , 2)
- 2) C'est un nœud interne, donc remplacement de 24 par son suivant inordre
- 3) Suppression de 27 par décalages dans c
- 4) c devient sous-chargé (underflow)
son unique frère (g) est chargé à sa capacité minimale
→ **Fusion** c et g dans g

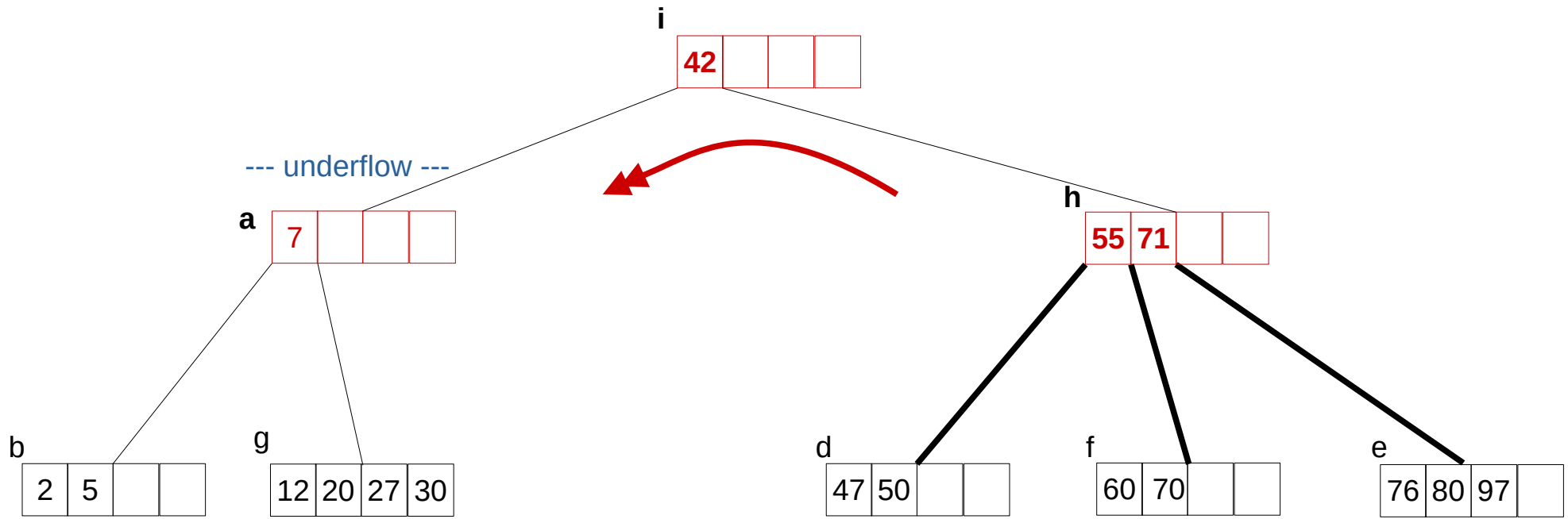
→ sup(**27**) dans **a** et libération du nœud **c** (car vide)

...



Exemple 3 : Suppression de 24

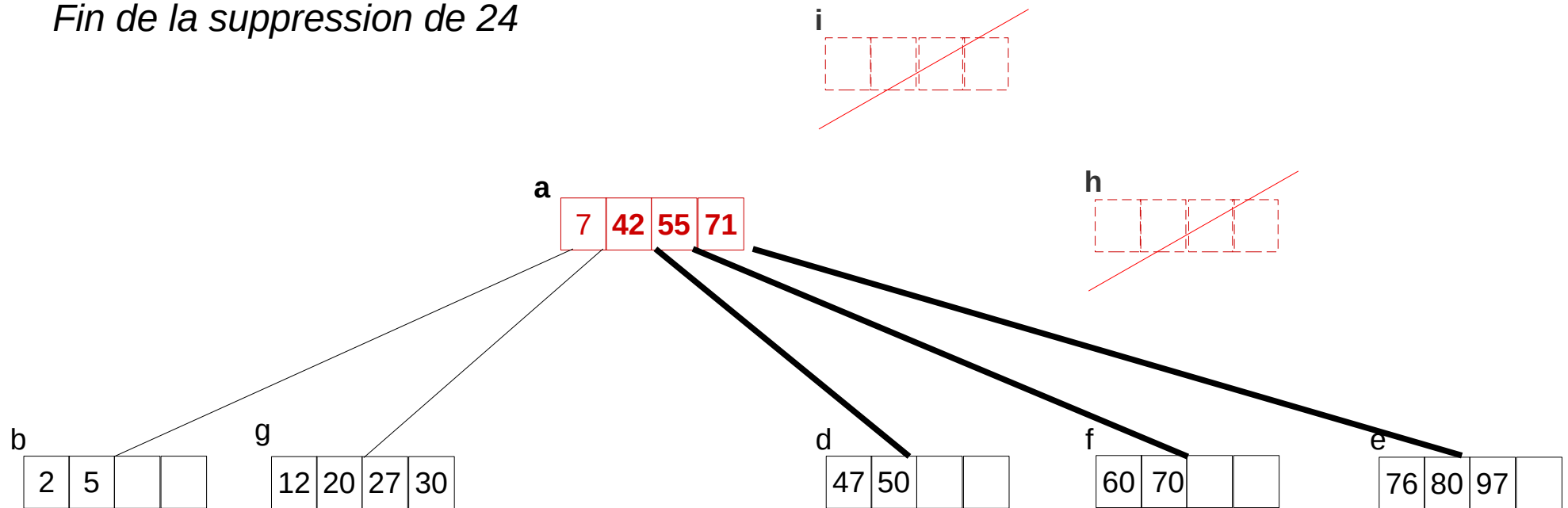
- 1) la recherche de 24 se termine sur (a , 2)
- 2) C'est un nœud interne, donc remplacement de 24 par son suivant inordre
- 3) Suppression de 27 par décalages dans c
- 4) c devient sous-chargé (underflow)
son unique frère (g) est chargé à sa capacité minimale
→ Fusion avec g
→ sup(27) dans a,
a devient sous-chargé. Son unique frère (h) est à 50 %
→ **Fusion a et h dans a** (en faisant descendre **42** du père : **i**)



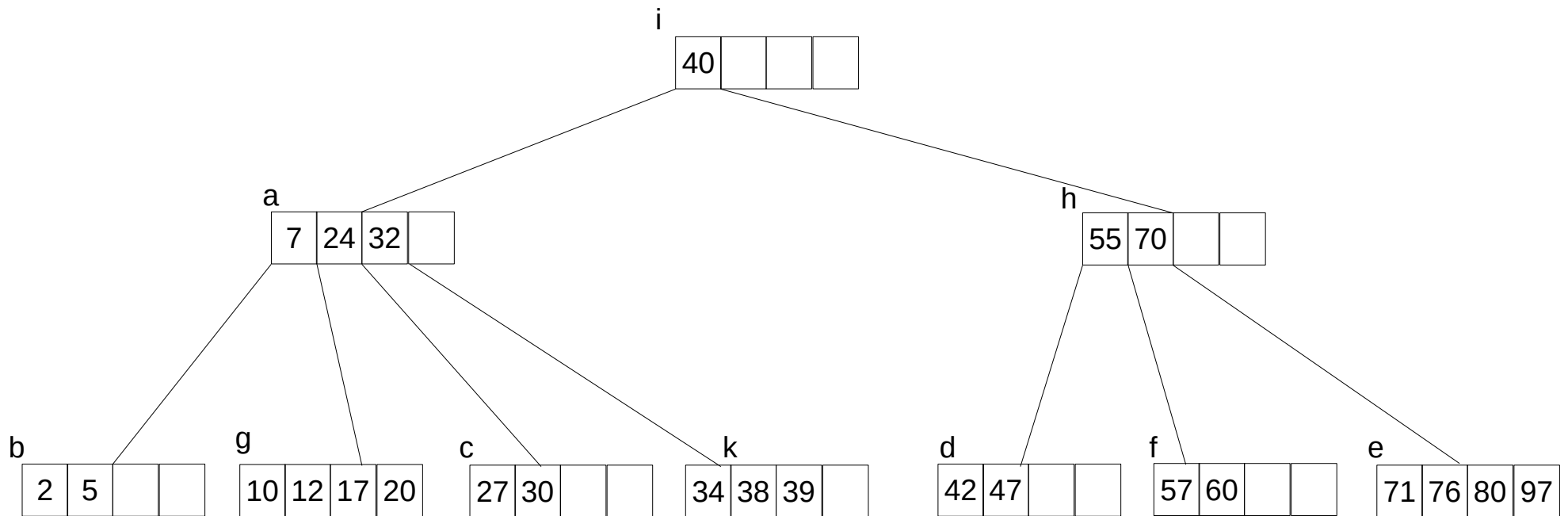
Exemple 3 : Suppression de 24

- 1) la recherche de 24 se termine sur (a , 2)
- 2) C'est un nœud interne, donc remplacement de 24 par son suivant inordre
- 3) Suppression de 27 par décalages dans c
- 4) c devient sous-chargé (underflow)
son unique frère (g) est chargé à sa capacité minimale
→ Fusion avec g
→ sup(27) dans a
→ **Fusion avec h** (libération du nœud **h** et de la racine **i** car vides)

Fin de la suppression de 24

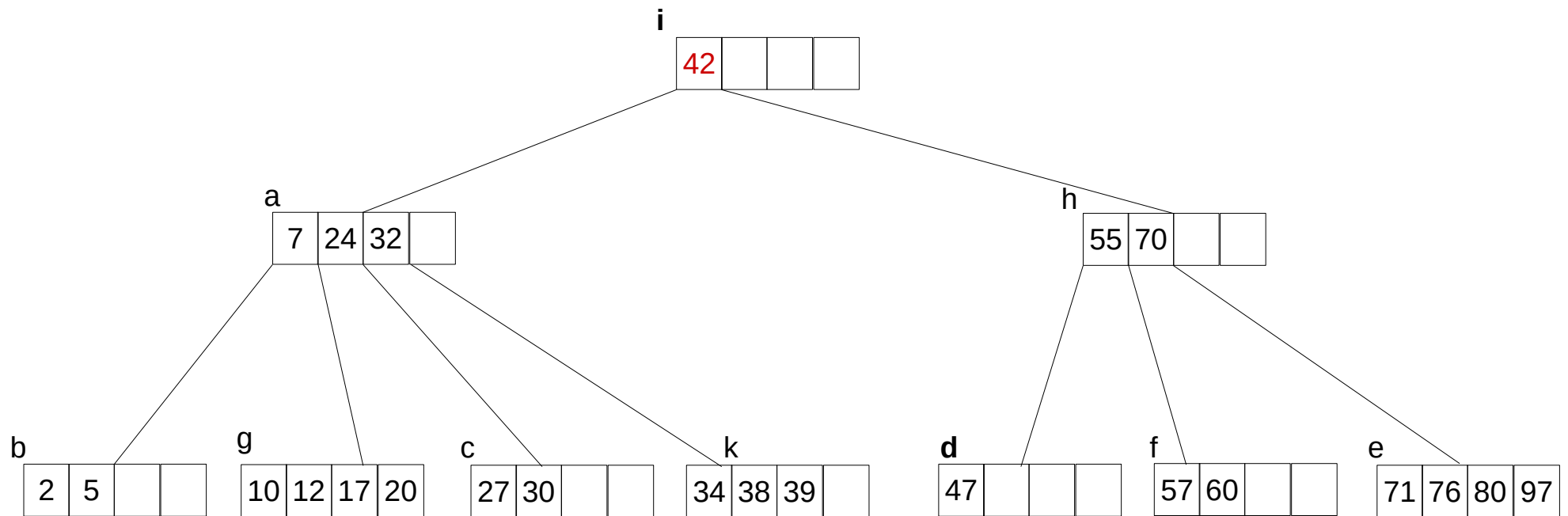


Exercice : Suppression de 40 dans l'arbre ci-dessous



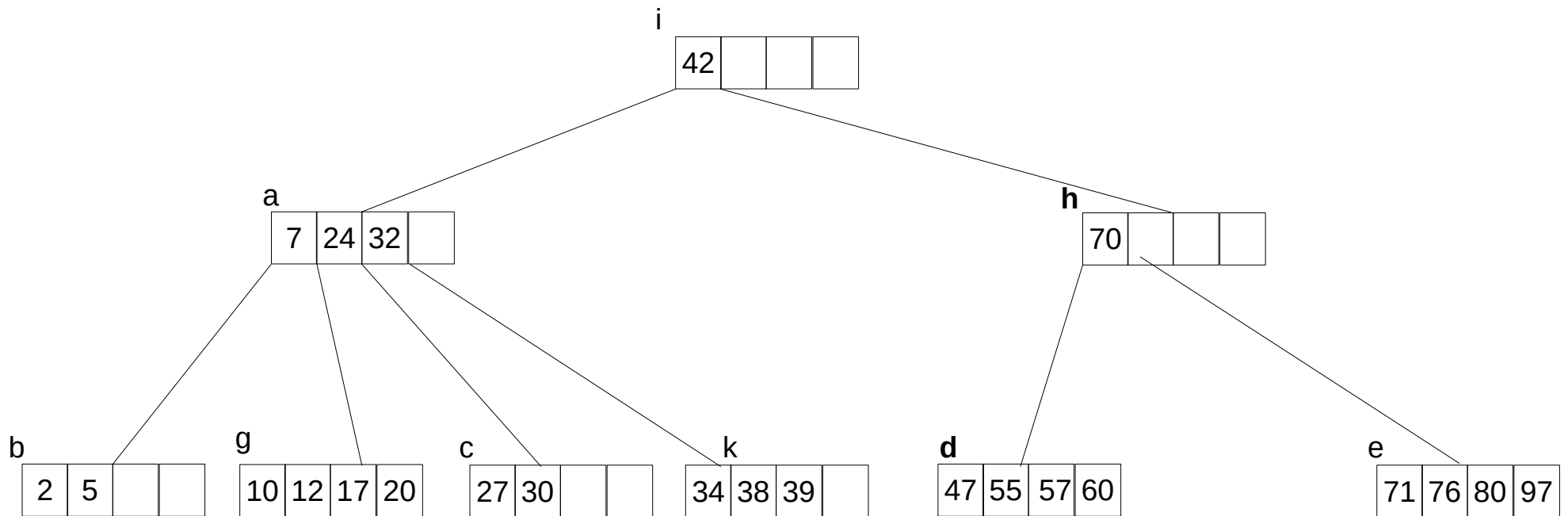
Solution : Suppression de 40 dans l'arbre ci-dessous

- remplacement de 40 par 42 dans i et suppression de 42 dans d



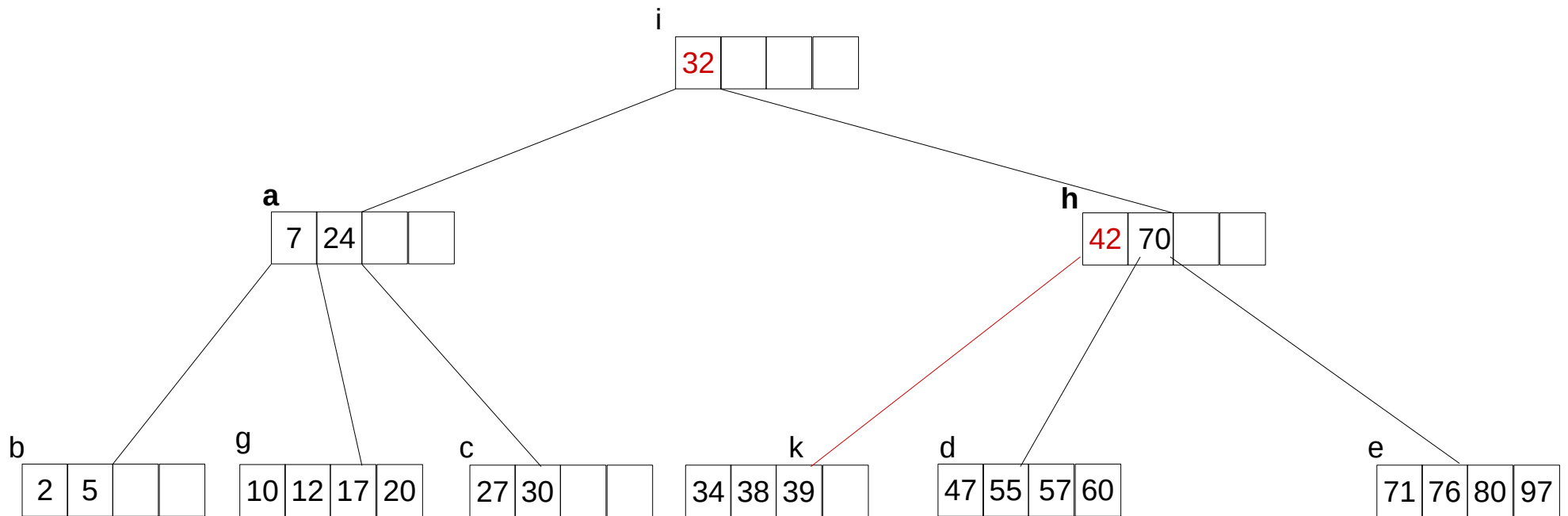
Solution : Suppression de 40 dans l'arbre ci-dessous

- remplacement de 40 par 42 dans i et suppression de 42 dans d
- Fusion de **d** et **f** dans **d** et suppression de 55 dans **h**



Solution : Suppression de 40 dans l'arbre ci-dessous

- remplacement de 40 par 42 dans i et suppression de 42 dans d
- Fusion de d et f dans d et suppression de 55 dans h
- Redistribution Gauche-Droite entre **a** et **h**

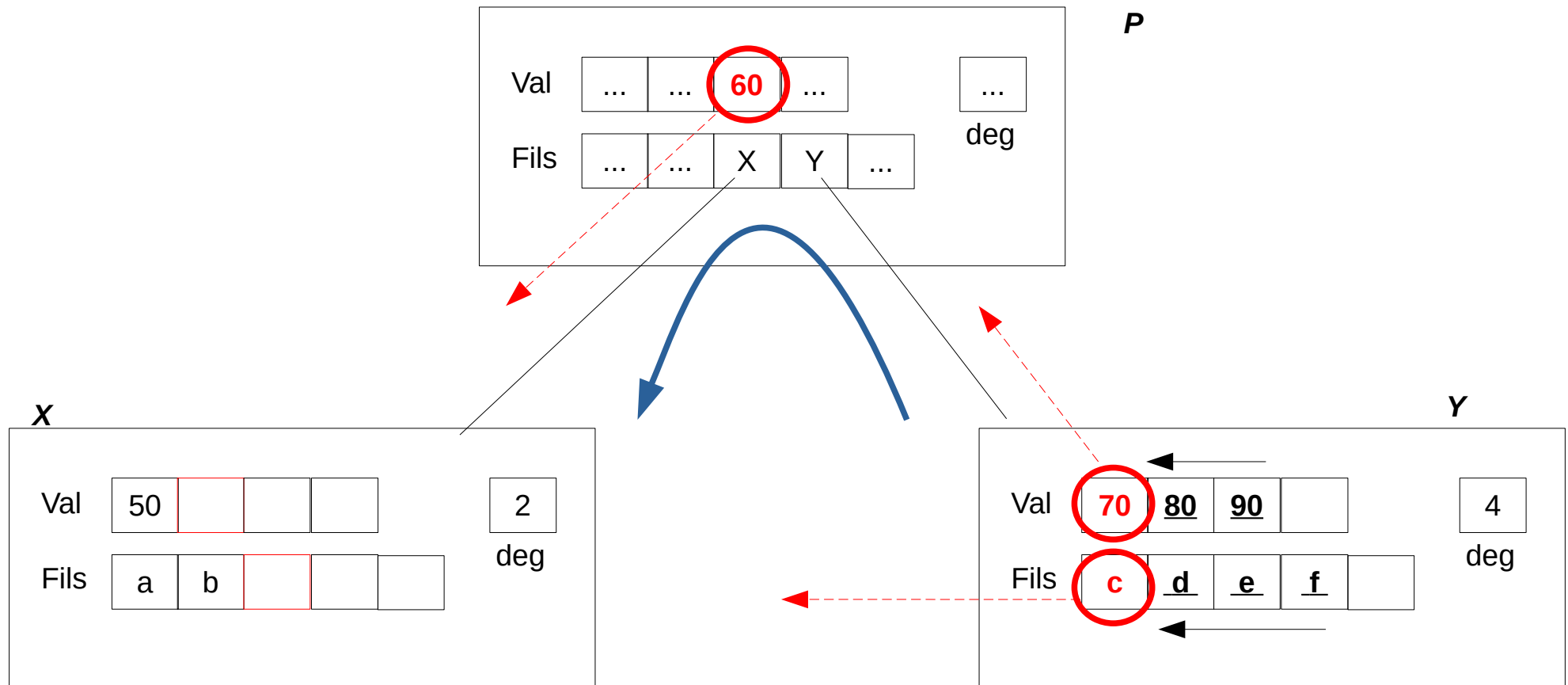


Détails sur la Redistribution

Le nœud X est sous-chargé, son frère droit Y contient plus du minimum

→ **Redistribution Droite-Gauche**

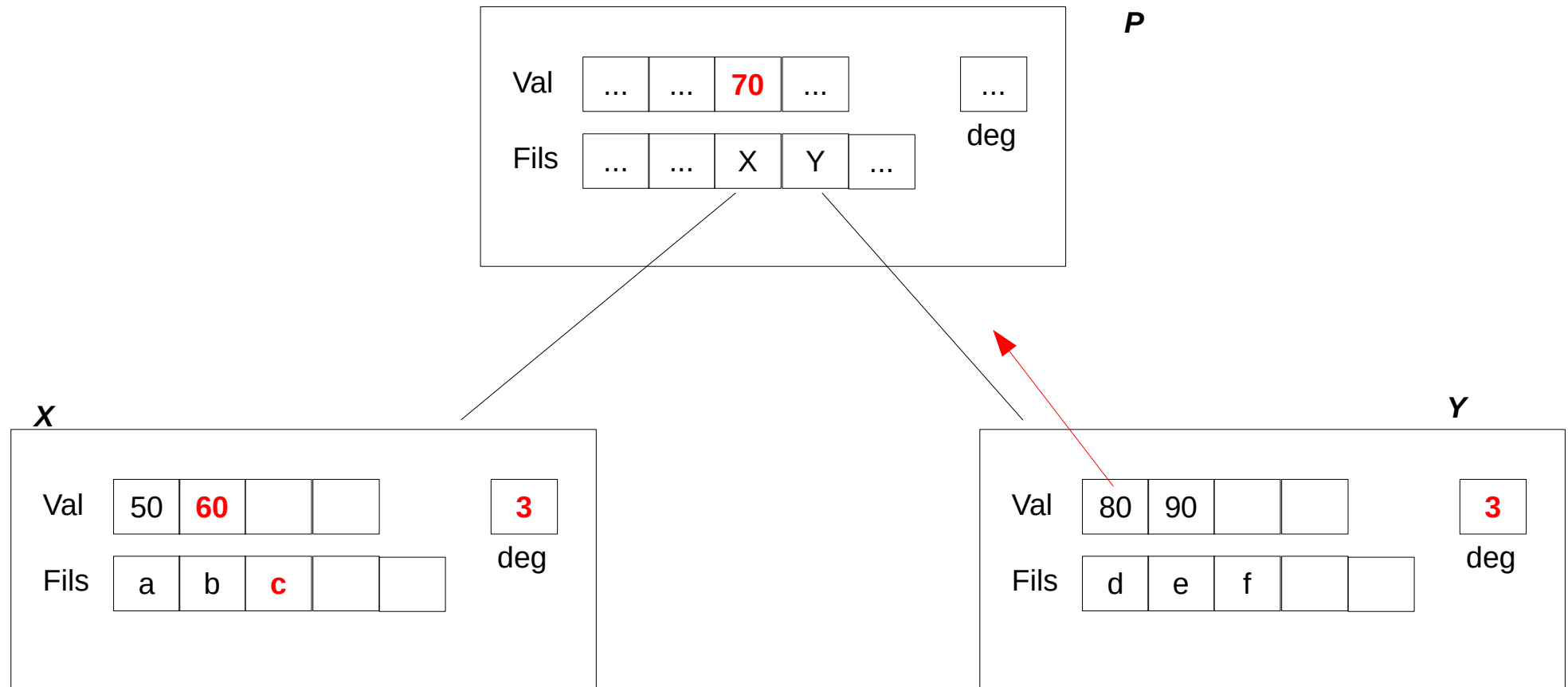
(Si Y était un frère gauche de X, le sens de la redistribution aurait été Gauche-Droite)



Détails sur la Redistribution

Après la Redistribution Droite-Gauche, les changements concernent :

- le séparateur au niveau du père P
- la dernière valeur, le dernier fils et le degré de X
- la première valeur, le premier fils et le degré de Y



Pseudo algorithme de l'opération de **redistribution** entre X et Y .

La valeur au niveau du bloc P (père de X et Y) et séparant les deux fils est appelée : **Séparateur**

Si Y est un frère-droit de X (**Redistribution Droite-Gauche**) :

- Le **séparateur** est affecté comme dernière valeur du bloc X
son fils-droit (le nouveau dernier fils de X) sera l'ancien $Fils_1$ de Y
- La 1ère valeur du bloc Y monte vers P comme **nouveau séparateur**
- Décalages d'une position vers la gauche dans le bloc Y , des valeurs et fils restants
- M-A-J des degrés de X et de Y : $\text{degrés}(X)++$; $\text{degré}(Y)--$

Si Y est un frère-gauche de X (**Redistribution Gauche-Droite**) :

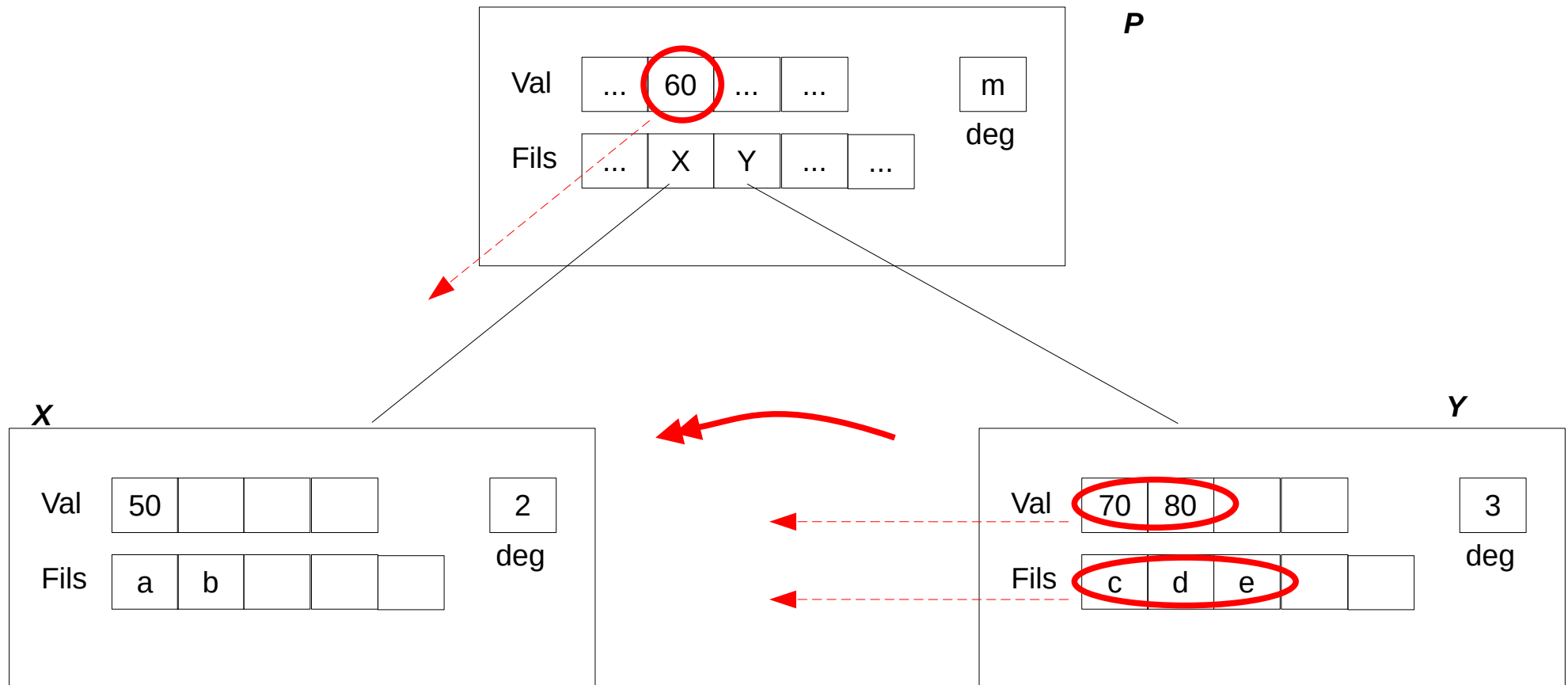
- Décalage d'une position vers la droite dans le bloc X (valeurs et fils)
- Le **séparateur** est affecté comme première valeur de X (Val_1)
son fils-gauche (c-a-d le nouveau $Fils_1$ de X) sera l'ancien dernier fils de Y
- La dernière valeur de Y monte vers P comme **nouveau séparateur**
- M-A-J des degrés de X et de Y : $\text{degrés}(X)++$; $\text{degré}(Y)--$

Détails sur la Fusion

Le nœud X est sous-chargé, son frère droit Y contient le minimum (= 50%)

→ **Fusion dans le nœud de gauche (X)**

(Si Y était un frère gauche de X, la fusion se ferait dans Y)

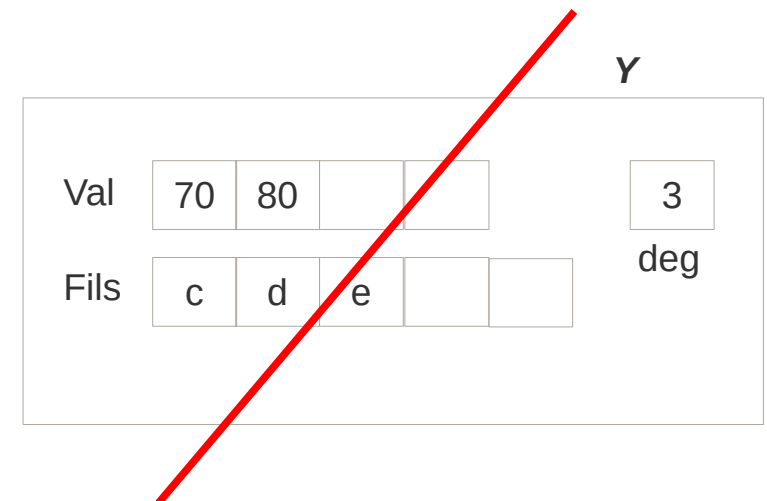
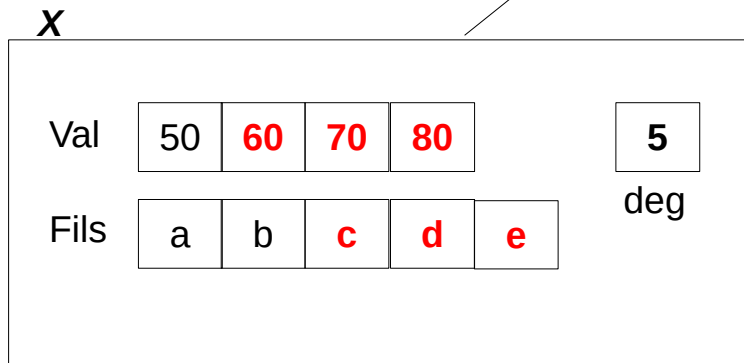
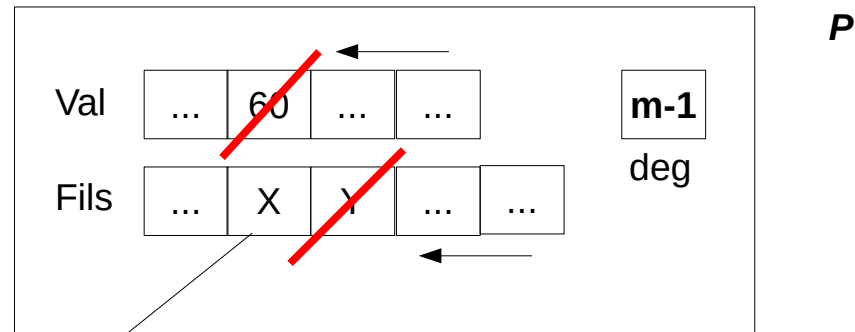


Détails sur la Fusion

Le nœud X est sous-chargé, son frère droit Y contient le minimum (= 50%)

→ **Fusion dans le nœud de gauche (X)**

(Si Y était un frère gauche de X, la fusion se ferait dans Y)



Pseudo algorithme de l'opération de **fusion** entre **X** et **Y**.

La valeur au niveau du nœud **P** père de **X** et **Y** et séparant les deux fils est appelée : **Séparateur**

Si **Y** est un frère droit de **X** (**Fusion** de **X** et **Y** dans **X**),

Le **séparateur** est ajouté comme dernière valeur de **X**

Les valeurs et fils de **Y** sont rajoutés à ceux déjà présents dans **X** ; $\deg(\mathbf{X}) += \deg(\mathbf{Y})$

Le nœud **Y** est libéré

Le **séparateur** et son *fils-droit* sont supprimés du bloc **P** ; $\deg(\mathbf{P})--$

Si **Y** est un frère gauche de **X** (**Fusion** de **X** et **Y** dans **Y**),

Le **séparateur** est ajouté comme dernière valeur de **Y**

Les valeurs et fils de **X** sont rajoutés à ceux déjà présents dans **Y** ; $\deg(\mathbf{Y}) += \deg(\mathbf{X})$

Le nœud **X** est libéré

Le **séparateur** et son *fils-droit* sont supprimés du bloc **P** ; $\deg(\mathbf{P})--$