Partie 2

Exercice 1 (2,5 points)

Soit f une fonction C^1 sur \mathbb{R}^2 ; on pose $h(x,y) = f(\cos(xy), x^2 + y^2)$. Calculer les dérivées partielles premières de h relativement aux dérivées partielles de f.

Exercice2 (6,5 points)

Calculer les limites suivantes:

1)
$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{2x^3 - xy + y^2}{ch(x+y^2)}$$
; 2) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^5}{x^2 + y^4}$;
3) $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^2 - y}{x - y^2}$; 4) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1 + x^2 + y^2}{y} \sin y$;

4)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1+x^2+y^2}{y} \sin y$$
;

5)
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{x}y}{y-x^2}$$

Exercice3 (3 points)

Soit la fonction f définie par:

$$f(x,y) = \begin{cases} xy \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité de f sur sur son domaine de définition.
- 2) Calculer les dérivées partielles premières en (0,0).