

Contrôle intermédiaire**Durée 1 heure 30****Tout document interdit****Exercice 1** (1, 2, 1, 2)**Q1.** Rappeler les propriétés de consistance et de complétude de la résolution.**Q2.** Vérifier, à l'aide d'un arbre sémantique que :

$$\models (P1 \rightarrow (P2 \rightarrow P3)) \rightarrow ((P1 \rightarrow P2) \rightarrow (P1 \rightarrow P3))$$

Q3. Dédire de Q2 un ensemble non satisfiable de clauses. En déduire que cet ensemble est inconsistent.**Q4.** Dédire de Q2 que $\models (\alpha \rightarrow (\neg\beta \vee \gamma)) \rightarrow ((\neg\alpha \vee \beta) \rightarrow (\neg\alpha \vee \gamma))$ pour toute formules α , β et γ du langage propositionnel.**Exercice 3** (3-3)On considère le langage propositionnel $L\{\neg, \nearrow\}$ où \nearrow est un connecteur binaire défini comme suit : $P \nearrow Q = \neg P \vee \neg Q$.

- Définir l'ensemble des formules de L .
- Trouver dans L une formule logiquement équivalente à chacune des formules suivantes : $P \vee Q$, $P \wedge Q$, $P \rightarrow Q$, $P \leftrightarrow Q$.

Exercice 5 (2-2-2-1-1)**I.** On considère la formule ψ telle que : $\psi : (\alpha \vee \beta_1) \wedge (\alpha \vee \beta_2) \wedge \dots \wedge (\alpha \vee \beta_p)$ et telle que l'ensemble $\{\beta_1, \dots, \beta_p\}$ soit non satisfiable.

- Montrer que $\psi \equiv \alpha$.

II. On considère les deux clauses P et $P \vee Q$. En introduisant des variables propositionnelles supplémentaires,

- trouver la formule $\beta_1 : c_1 \wedge \dots \wedge c_n$ ($n \geq 1$) logiquement équivalentes à la clause P telle que toute clause c_i ($1 \leq i \leq n$) contiennent exactement trois littéraux.
- trouver la formule $\beta_2 : c_1 \wedge \dots \wedge c_k$ ($k \geq 1$) logiquement équivalente à la clause $P \vee Q$ telle que toute clause c_i ($1 \leq i \leq k$) contiennent exactement trois littéraux.
- montrer, sans utiliser la propriété de complétude que : $\{\neg P, \beta_1\}$ est inconsistent.
- montrer, sans utiliser la propriété de complétude que : $\{\neg(P \vee Q), \beta_2\}$ est inconsistent.

N.B. Remettre un cahier d'examen sans intercalaire.