

EMD**Durée 2 h****Tout document interdit****Exercice 1 (4) (antinomie de Russel)**

Montrer que l'énoncé suivant est faux :

« Il existe y tel que x appartient à y ssi x n'appartient pas à lui-même ».

(Ceci revient à montrer que l'ensemble des ensembles qui n'appartiennent pas à eux-même n'existe pas).

Exercice 2 (2)

Montrer la proposition suivante : $\models \forall x P(x) \rightarrow P(t_1) \wedge P(t_2) \wedge \dots \wedge P(t_n)$

Exercice 3 (3-3)

Les propositions suivantes sont-elles valides ? Justifier.

1. Si $\models \forall x \alpha$ alors $\models \alpha$
2. Si $\forall x \alpha$ non satisfiable alors α non satisfiable

Exercice 4 (1, 1) – (3-3)

Question 1. Montrer que les deux formules α et β sont satisfiables :

$$\alpha : \exists x (S(x) \vee P(x))$$

$$\beta : (\exists x S(x)) \vee \exists x P(x)$$

Question 2. La proposition $\models \alpha \rightarrow \beta$ est-elle valide ? Si vous pensez que oui, le montrer :

1. à l'aide de la résolution ;
2. à l'aide d'un arbre sémantique.