Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Lógica Matemática – Lista de Exercícios 7

Nome: ______________________________________ Data: _________

Regras de Inferência:

Adição:

$$\begin{array}{c} A \\ \hline B \vee A \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \\ \hline A \vee B \end{array}$$

Simplificação:

$$\begin{array}{c} A \wedge B \\ \hline A \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \wedge B \\ \hline B \end{array}$$

Conjunção:

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ \hline A \wedge B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \\ B \\ \hline B \wedge A \end{array}$$

Modus Ponens:

$$\begin{array}{c} A \\ A \to B \\ \hline B \end{array}$$

Modus Tollens:

$$\begin{array}{c} A \to B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

Silogismo Disjuntivo:

$$\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg A \\ \hline B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \vee B \\ \neg B \\ \hline A \end{array}$$

Silogismo Hipotético:

$$\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \\ \hline A \to C \end{array}$$

Dilema Construtivo:

$$\begin{array}{c} A \to B \\ C \to D \\ A \vee C \\ \hline B \vee D \end{array}$$

Dilema Destrutivo:

$$\begin{array}{c} A \to B \\ C \to D \\ \neg B \vee \neg D \\ \hline \neg A \vee \neg C \end{array}$$

Exercícios:

1. Indique a regra de inferência que justifica a validade de:

a) $\{ (p \to q) \} \vDash (p \to q) \vee \neg r$

b) $\{ \neg p \wedge (q \to r) \} \vDash \neg p$

c) $\{ (p \to q) , (q \to \neg r) \} \vDash (p \to \neg r)$

d) $\{ p \to (q \to r) , p \} \vDash q \to r$

e) $\{ (q \vee r) \to \neg p , \neg \neg p \} \vDash \neg (q \vee r)$

f) $\{ (p \to q) , (r \to \neg s) \} \vDash (p \to q) \wedge (r \to \neg s)$

g) $\{ (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r) , \neg (\neg p \wedge r) \} \vDash (p \wedge q)$

2. Indique uma possível conclusão para:

a) $\{ (s \vee t) \rightarrow (r \wedge q), (r \wedge q) \rightarrow \neg p \}$

b) $\{ (p \leftrightarrow q) \rightarrow \neg (r \wedge s), \neg\neg (r \wedge s) \}$

c) $\{ s \vee (r \wedge t), \neg s \}$

d) $\{ p \rightarrow (r \vee \neg s), (r \vee \neg s) \rightarrow t \}$

e) $\{ p \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg s, p \vee \neg q \}$

f) $\{ \neg p \vee \neg q, \neg\neg q \}$

g) $\{ p \rightarrow (\neg r \wedge q), \neg (\neg r \wedge q) \vee \neg s, \neg q \rightarrow s \}$

3. Construa as deduções:

a) $\{ (p \wedge q) \rightarrow s, p, q \} \models s$

b) $\{ p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, \neg q \} \models r$

c) $\{ p \rightarrow q, q \rightarrow \neg\neg r, s \rightarrow \neg r, p \} \models \neg s$

d) $\{ p \wedge q, p \rightarrow r, q \rightarrow s \} \models r \wedge s$

e) $\{ p \rightarrow (\neg q \wedge r), p, s \rightarrow q, s \vee t \} \models t$

f) $\{ (p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \wedge t)), p \wedge r \} \models t \vee u$

g) $\{ p \rightarrow q, \neg q, (\neg p \vee \neg r) \rightarrow s \} \models s$

h) $\{ p \rightarrow \neg r, p, s \rightarrow r \} \models \neg s$

i) $\{ p \rightarrow q, p \rightarrow \neg r, p \} \models q \wedge \neg r$

j) $\{ \neg p \vee \neg\neg q, \neg\neg p, \neg r \rightarrow \neg q \} \models \neg\neg r$

k) $\{ p \wedge \neg q, q \vee \neg r, s \rightarrow r \} \models p \wedge \neg s$

4. Verificar se é um teorema. Fazer a prova através da **Negação do Teorema** e demonstrar utilizando a **Árvore de Resolução** (utilizar manipulação sintática):

Dicas:

1. Transformar a fórmula em argumento: ***conjunção*** *de cláusulas com* ***implicação*** *em uma TESE*

2. Chegar a uma ***cláusula vazia*** *, por derivação.*

a) $(\neg p \wedge (\neg p \rightarrow (q \vee r)) \wedge \neg r) \rightarrow q$

b) $\neg((p \vee \neg q) \wedge \neg \neg q \wedge (p \rightarrow (r \wedge s))) \vee s$

c) $\neg r \rightarrow \neg ((p \rightarrow q) \wedge \neg q \wedge (p \vee r))$

d) $(u \vee \neg r) \vee \neg(((p \vee q) \rightarrow \neg r) \wedge (s \rightarrow p) \wedge (t \rightarrow q) \wedge (s \vee t))$

5. Verificar se é um teorema. Fazer a prova através da **Negação da Tese** e demonstrar utilizando a **Árvore de Resolução** (utilizar manipulação sintática):

Dicas:

1. Transformar a fórmula em argumento: ***conjunção*** *de cláusulas com* ***implicação*** *em uma TESE*

2. Chegar a uma ***cláusula vazia*** *, por derivação.*

a) $(\neg(\neg(p \rightarrow q) \vee \neg(r \rightarrow s)) \wedge (t \rightarrow u) \wedge (u \rightarrow v) \wedge (\neg q \vee \neg v)) \rightarrow (\neg p \vee \neg t)$

b) $((p \wedge q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \wedge r)$

c) $(\neg p \wedge \neg r) \vee \neg((\neg p \wedge q) \wedge (r \rightarrow p))$

d) $((\neg p \rightarrow q) \wedge \neg (r \wedge s) \wedge (p \rightarrow (r \wedge s))) \rightarrow \neg p \wedge q$