

1) Descreva, em português, o significado de:

2) $O \wedge \neg E$

João é obrigado a estudar E João não estuda

3) $A \rightarrow O$

O exame se aproxima implicando em João ser obrigado a estudar

4) $E \leftrightarrow O$

João estuda se e somente se, João estudar

5) $\neg A \rightarrow \neg E$

O exame NÃO se aproxima implicando em João não estudar

6) $A \wedge E \rightarrow M$

O exame se aproxima E João estuda implicando em João tirar a nota máxima

2) simbolize as sentenças

a) se João estuda e é obrigado a estudar
então o exame se aproxima

$$E \wedge O \rightarrow A$$

b) João só estuda quando é obrigado
ou quando o exame se aproxima

$$E \vee O \vee A$$

c) se João estuda quando então ele
é obrigado a estudar e um exame se
aproxima

$$E \rightarrow O \wedge A$$

d) se o exame se aproxima, João é o
brigado a estudar e estuda

$$A \rightarrow O \wedge E$$

e) se João só estuda quando o
exame se aproxima, então ele não
estuda se não for obrigado

$$E \rightarrow A \rightarrow \neg E \rightarrow \neg O$$

f) se João não tira nota máxima,
então ele não estudou.

$$\neg M \rightarrow \neg E$$

g) João não é obrigado a estudar, mas
estuda e tira nota máxima

$$\neg O \rightarrow E \wedge M$$

h) João tira nota máxima apenas se estudar, e é obrigado a estudar quando o exame se aproxima

$$M \leftrightarrow E \wedge O \leftrightarrow A$$

i) se João não estuda, isto não implica que não tire nota máxima

$$\neg(\neg E \rightarrow \neg M)$$

Ex 2) Através do método da verdade verifique

se as fórmulas A e B dos pares abaixo são equivalentes. Se existe consequência lógica entre as fórmulas dos pares abaixo

i $A \equiv (p \rightarrow q); B \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$

NÃO É EQUIVALENTE

ii $A \equiv (p \vee q) \wedge r; B \equiv ((p \wedge r) \vee (q \wedge r))$

É EQUIVALENTE

iii $A \equiv ((\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim r \vee q)); B \equiv r \rightarrow (q \vee p)$

NÃO É EQUIVALENTE

iv $A \equiv ((\sim p \wedge \sim q) \rightarrow r); B \equiv ((p \wedge \sim q) \wedge r)$

NÃO É EQUIVALENTE

1) segun as proposições: $A = \text{Carlos é argentino}$ e $B = \text{João é brasileiro}$. Traduza para a linguagem natural as seguintes proposições simbólicas.

a) $A \vee B$

Carlos é argentino ou João é brasileiro

b) $\neg A \wedge B$

Carlos não é argentino e João é brasileiro

c) $A \Rightarrow B$

Carlos ser argentino implica em João ser brasileiro

d) $A \Rightarrow \neg B$

Carlos ser argentino implica em João não ser brasileiro

e) $\neg A \Leftrightarrow B$

Carlos não ser argentino, se e somente se João ser brasileiro

f) $\neg A \wedge \neg B$

Carlos não é argentino e João não é brasileiro

2) Coloque em linguagem simbólica as seguintes proposições matemáticas:

a) x é menor que 3 e maior que 0, ou, x não é igual a 7

$$(0 < x < 3) \vee (x \neq 7)$$

b) Se x é menor que 4 e maior que 2, então x é igual a 3

$$(x < 4) \wedge (x > 2) \rightarrow x = 3$$

c) Ou x é maior que 0, ou x é menor que 3, ~~então x é igual a 3~~ e y é maior que 0

$$(x > 0) \vee (x < 3) \wedge (y > 0)$$

d) x é igual a 3 se, e somente se, y for maior que 0

$$(x = 3) \leftrightarrow (y > 0)$$

e) Se x é diferente de 2, então y é igual a 9 e z maior que 3

$$(x \neq 2) \rightarrow (y = 9 \wedge z > 3)$$

3) Dadas as proposições: $A =$ Luiz é administrador, $B =$ Alfredo é bancário e $C =$ Maria é comerciante, traduza para a linguagem simbólica

a) Ou Luiz é administrador ou Alfredo é bancário, mas Maria não é comerciante.

$$(A \vee B) \wedge \neg C$$

b) Luiz não é administrador e Maria é comerciante

$$\neg B \wedge C$$

c) Se Alfredo é bancário e Maria é comerciante, então Luiz é administrador

$$(B \wedge C) \rightarrow A$$

d) É mentira que Luiz é administrador, que Alfredo é bancário ou que

$$\neg A \vee \neg B \vee \neg C$$

e) Luiz é administrador se e somente se, Alfredo não ser bancário e Maria não ser comerciante

$$A \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg C)$$

1- Faça a tabela-verdade das fórmulas abaixo. Classifique cada uma em Tautologia, contradição ou contingência.

a) $(\neg P \wedge \neg Q)$ contingência

F	F	V	V
F	F	F	F
V	V	V	V
V	F	F	F

b) $\neg((P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P))$ contingência

V	V	V	F	V	F	V
V	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	F
F	V	F	F	F	F	F

c) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$ contingência

V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
V	V	F	V	V
V	V	F	V	F
F	V	V	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	V	V
F	V	F	V	F

d) $((p \wedge q) \rightarrow r)$ Contingencia

V	V	V	V	V
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
V	F	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	V	V	F
F	F	F	V	V
F	F	F	V	F

e) $((\neg p \rightarrow \neg q) \vee q)$ Tautología

V	F	F	V	V
V	V	V	V	F
F	V	F	V	V
F	V	V	V	V

f) $((p \wedge q) \vee (r \wedge s))$ Contingencia

V	V	V	V	V	V
V	V	V	V	V	F
V	V	V	V	F	F
V	V	V	V	F	F
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	V
V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	F
F	F	V	F	F	F

$$g) ((\neg p \wedge q) \rightarrow (\neg q \wedge r))$$

contingencia

F	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F
V	V	V	F	F	F	V
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F

$$h) ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$$

tautologia

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	V	V	V	F	V	F
V	V	F	V	V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	F	F	V	V	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F	V	F	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	F

$$i) p \rightarrow p$$

V	V	V
F	V	F

Tautologia

1 - Verifique se são verdadeiras as equivalências

a) $(p \wedge \sim p) \rightarrow q \equiv V$ é verdadeira

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim p) \rightarrow q$
V	F	F	V
F	V	F	V

b) $(\sim p \rightarrow p) \equiv p$

p	$\sim p$	$\sim p \rightarrow p$
V	F	V
F	V	F

logo é igual a p

c) $p \rightarrow p \wedge q \equiv p \vee q$ ERRADO

p	q	$p \wedge q$	$p \rightarrow p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

na final daria $p \vee q$

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv p \vee q$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow q$	$p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

e) $p \rightarrow (p \wedge q) \equiv p \vee q \rightarrow \sim p \vee q$

$\sim(p \wedge \sim(p \wedge q)) \equiv p \vee q \rightarrow \sim p \vee q$

$\sim p \vee (p \wedge q) \equiv p \vee q \rightarrow \sim p \vee q$

p	q	$\sim p \vee (p \wedge q)$	$p \vee q$	$\sim p \vee q$
V	V	V	V	F
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	V

verdadeiras

$$d) (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow \cancel{r}) \equiv p \vee q$$

$$(\neg p \vee q) \rightarrow q \equiv p \vee q$$

$$\neg((\neg p \vee q) \rightarrow q)$$

$$\neg(\neg(\neg p \vee q) \vee q)$$

$$p \wedge (q \vee \neg q)$$

$$\equiv p \vee q$$

Verdachtsurs.

$$e) (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv p \wedge q \rightarrow r$$

$$\neg p \vee (\neg q \vee r) \vee R \equiv \cancel{p \wedge \neg q \vee R} \rightarrow p \vee q \vee R$$

$$\cancel{\neg p \vee q \vee R}$$

$$(\neg p \vee R) \vee (\neg q \vee R) \equiv \neg p \vee \neg q \vee R$$

$$R \vee (\neg p \vee \neg q) \equiv \neg p \vee \neg q \vee R$$

$$\neg p \vee \neg q \vee R \equiv \neg p \vee \neg q \vee R$$

$$f) (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) = p \vee q \rightarrow r$$

$$(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) = \sim(p \vee q) \vee r$$

$$R \vee (\sim P \wedge \sim q) \equiv (\sim P \wedge q) \vee R$$

$$\boxed{R \vee (\sim P \wedge q)} / \Delta$$

$$g) (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow q \wedge r$$

$$(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r) \equiv \sim p \vee q \wedge r$$

$$\sim p \vee (q \overset{\uparrow}{\wedge} R) \equiv \sim p \vee q \wedge R$$

(WALKER)

2) simplificação (A não entra no jogo)

$$B) \sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$$

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) =$$

$$\sim p \wedge (\sim q \vee q)$$

$$\boxed{\sim p \wedge q}$$

$$c) \begin{array}{c|c|c} (P \vee q) \wedge \sim P & \sim P & \sim P \wedge P \vee \sim P \wedge q \\ \hline \begin{array}{c} \vee (V) \\ F (F) \end{array} q & F & F \vee \sim P \wedge q \\ & V & \hline F \vee \sim P \wedge q \end{array}$$

$$d) (P \rightarrow q) \wedge (\sim P \rightarrow q)$$

$$\sim P \vee q \wedge (P \vee q)$$

$$q \vee (\sim P \wedge P) = q$$

$$q \vee F = q$$

$$3) \text{ SE } (A \rightarrow B) \text{ e } \text{ n\~ao } (A \rightarrow B) \text{ e } (C) \text{ I.o.}$$

$$\text{ent\~ao } C \perp$$

$$(A \wedge \sim(A \wedge B)) \rightarrow C$$

$$(A \wedge (\sim A \vee \sim B)) \rightarrow C \rightarrow \text{NEGAÇÃO FORA É DE MORGAN DIRETO}$$

$$(A \wedge \sim A) \vee (A \wedge \sim B) \rightarrow C$$

$$(A \wedge \sim B) \rightarrow C \rightarrow \text{SEM VARIÁVEL}$$

$$\sim (A \vee B) \vee (\sim A \wedge B) \rightarrow C$$

$$\text{SE N\~AO } (V1 < V2) \text{ ou } (V3 = 2) \text{ ou } (\text{n\~ao } (V1 < V2) \text{ e } (V3 = 2)) \text{ ent\~ao } C$$

$$\wedge B \rightarrow C$$

$$\sim(A \vee B) \vee (\sim A \wedge B) \rightarrow C$$

$$(\sim A \wedge \sim B) \vee (\sim A \wedge B) \rightarrow C$$

$$\sim A \wedge (\sim B \vee B) \rightarrow C // \sim A \rightarrow C$$

$$\vee$$

$\frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}$ 1) a) $(P \vee Q) \wedge \sim P$
$$\vdash (P \vee Q) \wedge \sim P$$

Volume 49/1998

$$M(\sigma(\omega \wedge \rho \wedge \omega \wedge \rho)) \wedge M(\rho)$$
$$\sim (w, (P \vee Q) \wedge P)$$
$$2 \sim (P \vee Q) \wedge \sim P$$
$$\sim (P \vee Q) \supset P$$
$$\sim (\sim p \vee q) \rightarrow p$$
$$\sim \neg (\sim P \wedge \sim Q) \rightarrow P$$
$$22 \quad (11 \text{ B} \times 5) \wedge 2 \rho$$
$$\sim (\sim (p \vee q) \vee p)$$
$$2. \neg(\neg p \vee 10) \rightarrow p$$
$$\sim (\sim (\sim p \wedge \sim q) \rightarrow p)$$
$$\sim (\sim P \rightarrow Q) \rightarrow P$$

$$b) (p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$$

$$\sim \sim [(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)]$$

$$\sim (\sim (p \rightarrow q) \vee \sim (\neg p \rightarrow q))$$

$$\sim ((p \rightarrow q) \rightarrow \sim (\neg p \rightarrow q))$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$$

$$\sim (p \wedge \sim q) \wedge \sim (\neg p \wedge \sim q)$$

$$\sim (\sim (\neg p \vee q) \vee \sim (p \vee q))$$

$$c) (p \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$$

$$(\neg p \vee (\neg q \rightarrow p))$$

$$(\neg p \vee (\neg q \vee p))$$

$$(p \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$$

$$\sim (p \wedge \sim (\neg q \rightarrow p))$$

$$\sim (p \wedge \sim \neg (\neg q \wedge \sim p))$$

$$h = p \vee (q \wedge p)$$

$$r(p \rightarrow q) \rightarrow p, \rightarrow r(p \rightarrow q)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= (Q_1, P_1) \in \mathcal{P} \\ P_2 &= (Q_2, P_2) \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

$$\sim (P \vee \sim (P \wedge P)) \vee \sim (P \wedge P)$$

ex) $(P \vee Q) \Leftrightarrow P$

$$\sim \{ (p \supset \sim q) \supset p \} \wedge (p \supset (p \supset q))$$

$$\sim((p \rightarrow \sim q) \rightarrow p) \rightarrow \sim(p \rightarrow (p \rightarrow \sim q)) \rightarrow$$

$$\neg(\neg(P \wedge Q) \vee P) \wedge \neg(\neg(P \wedge Q) \vee P)$$

$$\sim (w \sim (P \wedge Q) \wedge wP) \wedge w(P \wedge Q \wedge P)$$

$$\sim(\sim(\sim p \vee \sim q) \vee p) \wedge (\sim(\sim p \vee \sim q) \vee q)$$

$$\neg \neg (\neg (\neg P \vee \neg Q) \vee P) \vee (\neg (\neg P \vee \neg Q) \vee \neg P)$$

20) $(\neg P \wedge Q) \not\equiv Q$

$$(1 - p(a) \vee q) \wedge (1 - p(a) \wedge q) \wedge q$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{at } \sim (\sim p \vee \sim q) \vee ((\sim p \vee \sim q) \vee \sim p)$$

$$\begin{aligned}
 3) & A \sim ((A \wedge B) \vee ((\neg B \wedge C) \vee (\neg B \wedge A))) \\
 & ((A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)) \vee ((A \wedge B) \vee (\neg B \wedge C)) \\
 & (A \wedge (B \vee \neg B)) \vee \\
 & \quad \vee \\
 & A \vee (A \wedge B) \vee (\neg B \wedge C) \\
 & \quad \vee \\
 & A \vee (\neg B \wedge (C \vee A)) = \text{sim, s\~ao EQUIVALENTES}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B) & \\
 FM & (B \wedge C) \vee ((A \wedge \neg B) \wedge C) \vee ((\neg A \wedge \neg B) \wedge C) \\
 & (B \wedge C) \vee (C \wedge (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg B)) \\
 & C \wedge (B \vee \neg B) \wedge (A \vee \neg A) \\
 & \quad \vee \quad \vee \\
 & C \wedge \text{TRUE} \\
 & C
 \end{aligned}$$

$$A \vee ((B \vee D) \wedge C)$$

$$F5) (C \wedge (A \vee \neg B)) \vee (\neg C \wedge A) \vee ((C \vee \neg B) \wedge \neg C)$$

$$(C \wedge (A \vee \neg B)) \vee (\neg C \wedge A) \vee ((C \wedge \neg C) \vee (C \vee \neg B) \wedge \neg C)$$

$$(C \wedge (A \vee \neg B)) \vee (\neg C \wedge A) \vee (\underbrace{(C \wedge \neg C)}_F \vee \underbrace{(C \vee \neg B) \wedge \neg C}_V)$$

$$(C \wedge (A \vee \neg B)) \vee (\neg C \wedge A) \vee (\neg C \vee \neg B)$$

$$(A \vee \neg B) \wedge (C \vee \neg C)$$

$$(A \vee \neg B)$$

F6)

$$(A \vee B \vee C \vee D) \wedge (A \vee B \vee D) \wedge (A \vee C)$$

$$(A \vee (B \vee C \vee D)) \wedge (B \vee D) \wedge C$$

$$A \vee (C \wedge (B \vee D))$$

