Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Informática

Procura Local e Otimização

Algoritmos de Solução única

LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
MESTRADO integrado EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
Inteligência Artificial
2025/26

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Agenda

- Procura vs Otimização
- Exploration vs Exploitation
- Meta-heurísticas
- Procura local vs procura global
- Solução única vs Population-Based
- Solução única
  - Procura Subida da Colina (Hill-Climbing Search)
  - Arrefecimento Simulado (Simulated Annealing)
  - Procura Tabu (Tabu Search)
- Procura com ações não determinísticas

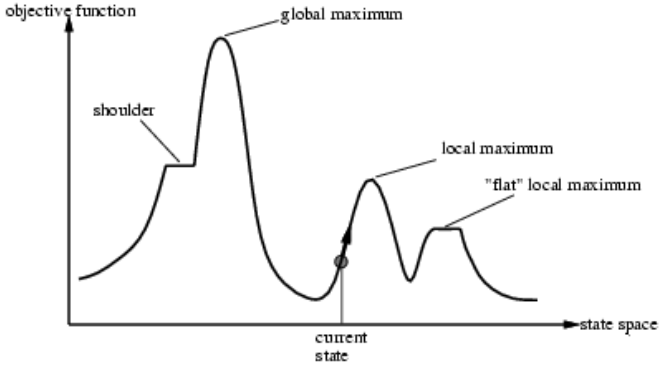
ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Problemas de Otimização

- Como é que um fabricante de talheres (cutelaria) pode obter o máximo de peças de um pedaço de chapa?
- Como é que uma transportadora pode se organizar para distribuir as encomendas num dado contentor ou transporte?
- Como é que uma operadora telefónica pode rotear chamadas para obter o melhor uso das suas linhas?
- Como uma universidade pode elaborar os horários das suas aulas tendo o melhor uso das salas de aula sem conflitos?

Procura e Otimização

- Até agora abordamos, na essência, uma única categoria de problemas: ambientes observáveis, determinísticos e conhecidos, onde a solução é uma sequência de ações.
  - **Nem todos os ambiente são assim!**
- Algoritmos que executam procura puramente local no espaço de estados, avaliando e modificando um ou mais estados atuais, em vez de explorar sistematicamente caminhos a partir de um estado inicial.
- Esses algoritmos são adequados para problemas nos quais tudo o que importa é o estado da solução, não o custo do caminho para alcançá-lo.



Fonte: Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach.

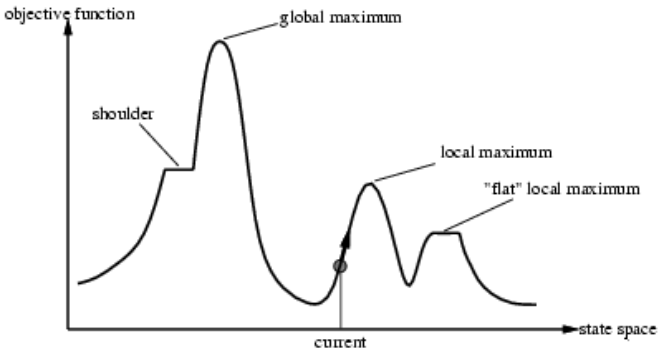
Procura de soluções

- Não interessa o caminho até ao objetivo

  ex: problema das rainhas, horários, otimização - de redes, de chão de fábrica, etc.

- Num problema de otimização - pode não se saber se já se atingiu o valor ótimo

  se não conhecemos o ótimo da função que estamos a otimizar...



Fonte: Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Exploration vs Exploitation

- **A resolução de problemas complexos requer a obtenção das melhores soluções possíveis em tempo útil;**
- **Para isso, ao invés da experimentação de todas as soluções possíveis (garantindo a solução ótima), é necessária a identificação de soluções o mais próximas quanto possível da solução ótima, num número limitado de tentativas;**
- **É então, essencial um balanceamento adequado entre:**
  - ***Exploration***: exploração geral do espaço de procura;
  - ***Exploitation***: procura focada nas zonas mais promissoras.

Exploration vs Exploitation

- ***Exploration*** **sem** ***Exploitation*** **permite ter uma visão geral do espaço de procura, mas sem chegar muito próximo do valor ótimo;**
- **Partir para a** ***Exploitation*** **de uma zona numa fase inicial do processo de procura pode levar a que a procura fique presa num ótimo local;**
- **Este balanceamento é normalmente gerido com sucesso através de Meta-heurísticos.**

Meta-heurísticas

- **Uma meta-heurística é um método heurístico para resolver de forma genérica problemas de otimização;**
- **Meta-heurísticas são geralmente aplicadas a problemas para os quais não se conhecem algoritmos eficientes;**
- **Utilizam uma combinação de escolhas aleatórias e de conhecimento histórico dos resultados anteriores adquiridos pelo método para se guiarem e realizar as suas procuras em vizinhanças dentro do espaço de procura, o que pode evitar ótimos locais.**

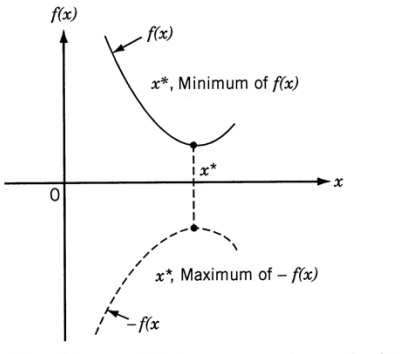
Meta-heurísticas

- **Normalmente inspiradas em fenómenos da natureza;**
- **Pela sua componente aleatória, são não-determinísticos;**
- **Não garantem a identificação da solução ótima:**
  - uma solução próxima;
  - No menor tempo de execução;
  - utilizando menos recursos computacionais que as técnicas tradicionais.

Problemas de Otimização

- **Problema de Otimização Matemática (minimização):**

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f_0(x) \\ &\text{subject to} \quad g_i(x) \le b_i, \quad i = 1,\ldots,m \end{aligned}$$



- ***$f_0 : R^n \rightarrow R$:***
  - Função objetivo (calcula um valor)
- ***$x = (x_1,\ldots,x_n)$:***
  - Variáveis controláveis (linearmente independentes)
- ***$g_i : R^n \rightarrow R$: ($I = 1,\ldots,m$):***
  - Restrições (podem ser de outros tipos)

Para além da Procura Clássica
Algoritmos de Melhoria Iterativa

- Em muitos problemas de otimização, o caminho para o objetivo é irrelevante.
- Espaço de Estados = conjunto das configurações completas.
- Algoritmos Iterativos mantém um único estado (corrente) e tentam melhorá-lo.
- Algoritmos de Melhoria Iterativa:
  - Procura Subida da Colina (Hill-Climbing Search)
  - Arrefecimento Simulado (Simulated Annealing)
  - Procura Tabu (Tabu Search)
  - Algoritmos Genéticos (Genetic Algorithms)
  - Colónia de Formigas (Ant Colony Optimization)
  - Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization)

- **Estratégia:** Começar como uma solução inicial do problema e fazer alterações de forma a melhorar a sua qualidade

Meta-heurísticas

- **Procura local vs Procura global**
  - Algumas meta-heurísticas aplicam métodos de procura local, onde as novas soluções exploradas são "vizinhas" de soluções anteriores (e.g. *Simulated Annealing, Tabu Search*);
  - Outras meta-heurísticas distribuem o processo de procura por todo o espaço de procura (normalmente através de abordagens baseadas em populações).

- **Solução única vs *Population-based***
  - As abordagens de solução única, são iterativas, e orientam o processo de procura através da melhoria da solução anterior;
  - As abordagens baseadas em populações utilizam uma procura em paralelo por parte de vários membros da população, podendo, ou não, existir a troca de informação entre os indivíduos (e.g. *Particle Swarm optimization, Genetic*

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Algoritmos de Melhoria Iterativa
Solução única

"Individual Based" (solução única)!

- Hill-Climbing Search:
  - Escolher um estado aleatoriamente do espaço de estados
  - Considerar todos os vizinhos desse estado
  - Escolher o melhor vizinho
  - Repetir o processo até não existirem vizinhos melhores
  - O estado atual é a solução

- Simulated Annealing:
  - Semelhante ao Hill-Climbing Search mas admite explorar vizinhos piores
  - Temperatura que vai sendo sucessivamente reduzida define a probabilidade de aceitar soluções piores

- Tabu Search:
  - Semelhante ao Hill-Climbing Search, explora os estados vizinhos mas elimina os piores (vizinhos tabu)
  - Algoritmo determinístico

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Procura Subida da Colina (Hill-Climbing Search)

- **O Hill Climbing** é um algoritmo clássico, sendo bastante eficiente na tarefa de encontrar máximos ou mínimos locais, pela explotação.
- **Estratégia:**
  - Inicia-se num ponto aleatório X e avalia-se esse ponto;
  - Move-se desse ponto X original para um novo ponto Y vizinho do ponto X;
  - se esse novo ponto Y for uma solução melhor do que o ponto original X, fixa-se o ponto Y e inicia-se o processo novamente, porém caso seja inferior, volta-se para nosso ponto inicial X e tenta-se visitar um outro vizinho.

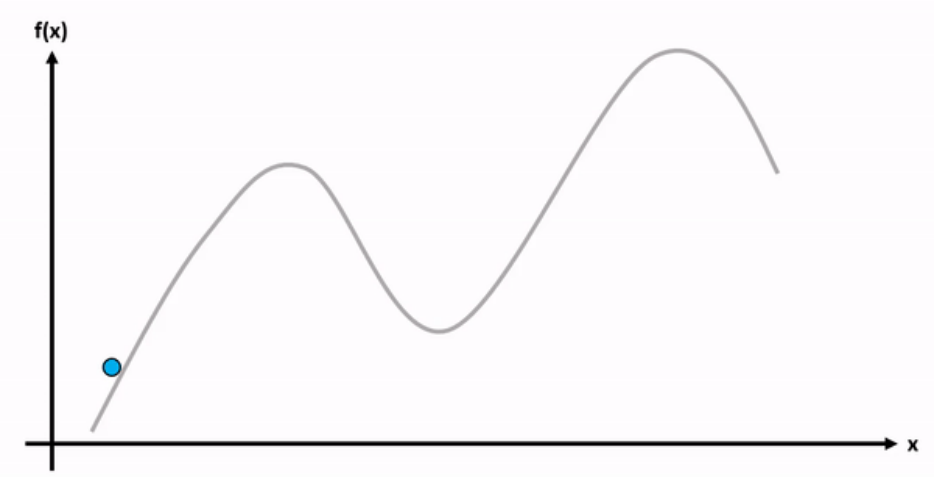
```
function HILL-CLIMBING(problem) returns a state that is a local maximum
    inputs: problem, a problem
    local variables: current, a node
                     neighbor, a node

    current ← MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem])
    loop do
        neighbor ← a highest-valued successor of current
        if VALUE[neighbor] ≤ VALUE[current] then return STATE[current]
        current ← neighbor
```

Fonte: Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

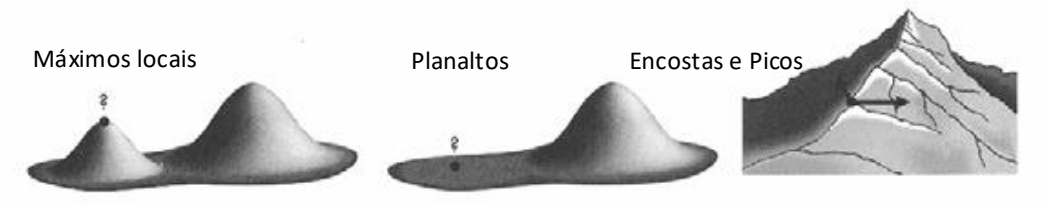
Procura Subida da Colina (Hill-Climbing Search)

- Hill Climbing é ótimo para encontrar boas soluções (mínimo/máximo locais) mas dificilmente vai encontrar a melhor solução (a menos que se tenha "sorte" na inicialização do ponto inicial).



Fonte: https://www.globalsoftwaresupport.com/wp-content/uploads/2018/04/ezgif.com-video-to-gif-47.gif

Procura Subida da Colina (Hill-Climbing Search)



- Nos casos apresentados, o algoritmo chega a um ponto de onde não tem mais progresso.
- ***Solução**: reinício aleatório (random restart)*
  - O algoritmo realiza uma série de procuras a partir de estados iniciais gerados aleatoriamente.
- Cada procura é executada:
  - Até que um número máximo estipulado de iterações seja alcançado, ou
  - Até que os resultados encontrados não apresentem uma melhoria significativa.
- O algoritmo escolhe o melhor resultado obtido com as diferentes procuras.

- O sucesso depende muito do morfologia (formato) da superfície do espaço de estados:
  - Se há poucos máximos locais, o reinício aleatório encontra uma boa solução rapidamente
  - Caso contrário, o custo de tempo é exponencial.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Arrefecimento Simulado (Simulated Annealing)

- O **Simulated Annealing** é um algoritmo inspirados pela natureza, assim como as Redes Neuronais Artificiais e os Algoritmos Genéticos, entre outros.
- Pressuposto: Escapar do mínimo local permitindo alguns "maus" movimentos mas gradualmente diminuindo a sua dimensão e frequência!
- **Estratégia:**
  - Semelhante ao Hill Climbing, inicia-se num ponto aleatório X e avalia-se;
  - o algoritmo faz um movimento até um dos seus vizinhos Y e avalia esse novo ponto;
    - Se os resultados melhoraram nesse novo ponto Y então mover para Y e refazer o processo anterior, todavia se o ponto Y for inferior, mover para esse ponto Y caso a **probabilidade** de ir para um ponto negativo seja superior a um número aleatório.

```
function SIMULATED-ANNEALING( problem, schedule) returns a solution state
  inputs: problem, a problem
          schedule, a mapping from time to "temperature"
  local variables: current, a node
                   next, a node
                   T, a "temperature" controlling prob. of downward steps
  current ← MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem])
  for t ← 1 to ∞ do
      T ← schedule[t]
      if T = 0 then return current
      next ← a randomly selected successor of current
      ΔE ← VALUE[next] – VALUE[current]
      if ΔE > 0 then current ← next
      else current ← next only with probability e^(Δ E/T)
```

probabilidade(p) = Exp(Y- X / T)

Essa função exponencial calcula a diferença do ponto Y subtraída pelo ponto X (posição anterior), dividido pela temperatura (variável T). Com isso, nas primeiras iterações, quando temperatura T está mais elevada, existe uma probabilidade maior de aceitar valores negativos e vai diminuído com iterações posteriores, a probabilidade vai diminuído.

Com o tempo (diminuição da temperatura), o algoritmo passa a comporta-se como do de Hill-Climbing (Subida de Colinas)

Fonte: Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Procura Tabu (Tabu Search)

- A ideia básica da procura Tabu é penalizar movimentos que levam a solução para espaços de procura visitados anteriormente (também conhecidos como tabu).
- A Procura Tabu, no entanto, aceita de forma determinística soluções que não melhoram para evitar ficar presa em mínimos locais.
- **Estratégia:**
  - Ideia chave: manter a sequência de nós já visitados (Lista tabu);
  - Partindo de uma solução inicial, a procura move-se, a cada iteração, para a melhor solução na vizinhança, não aceitando movimentos que levem a soluções já visitadas, esses movimentos conhecidos ficam armazenados numa lista tabu;
  - A lista permanece na memória guardando as soluções já visitadas (tabu) durante um determinado espaço de tempo ou um certo número de iterações (prazo tabu). Como resultado final é esperado que se encontre um valor ótimo global ou próximo do ótimo global.

Procura Tabu (Tabu Search)

Algorithm 1 Tabu search algorithm

```
Set x = x_0;                                   ▷ Initial candidate solution
Set length(L) = z;                             ▷ Maximum tabu list length
Set L = {};                                    ▷ Initialize the tabu list
repeat
    Generate a random neighbor x';
    if x' ∉ L then
        if length(L) > z then
            Remove oldest solution from L;     ▷ First in first out queue
            Set x' ∈ L;
        end if
    end if
    if x' < x then
        x = x';
    end if
until (Stopping criteria satisfied)            ▷ e.g.Number of iterations
return x;                                      ▷ Best found solution
```

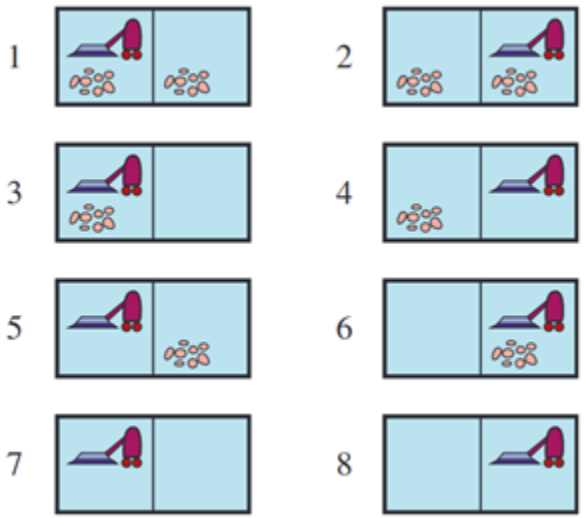
Fonte: F. Glover and M. Laguna (1997) Tabu Search, Kluwer Academic Publishers, Springer

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Procura com ações não determinísticas
Falhas no mecanismo de aspiração

Supondo há existência de falhas ao aspirar

- pode limpar duas células
- pode depositar sujidade



- começando no estado 1

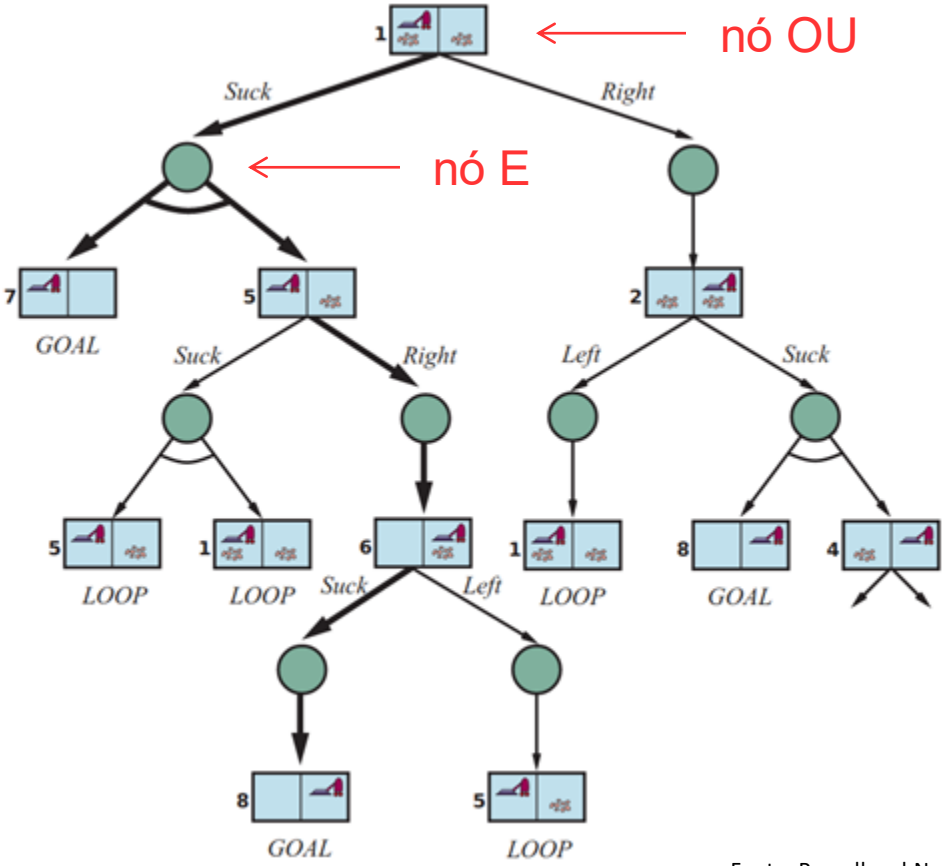
Plano de contingência

- aspirar
- **se** Estado = 5 **então**
  Direita, Aspira

Fonte: Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Árvores E-OU (*AND-OR*)



- ações do agente – nós OU
- result. no mundo – nós E

- Plano genérico
  - –um objetivo em cada folha
  - –uma ação em cada nó OU
  - –todos os resultados em nós E

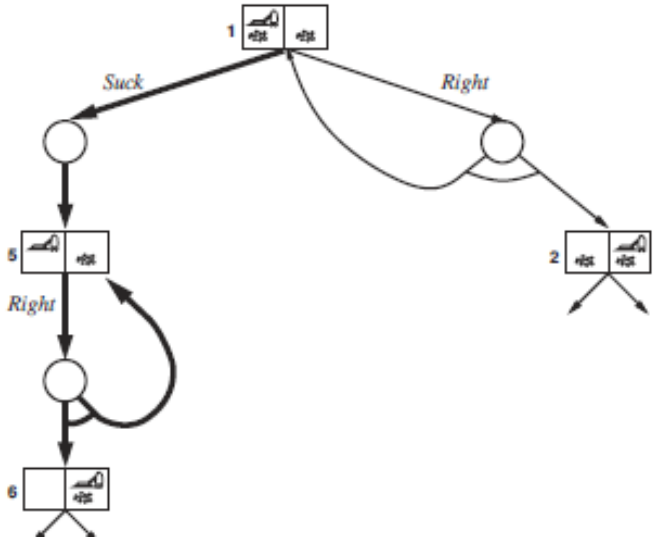
Fonte: Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Procura com ações não determinísticas
Falhas no mecanismo de movimentação

Supondo há existência de movimentação d
agente (aspirador):

- as ações de movimento por vezes falhan
  deixando o agente na mesma localizaçã



- Por exemplo, mover-se para a direita no
  estado 1 leva ao conjunto de estados {1,
  2}.
  - Solução cíclica que consiste em continuar a tentar a Direita até funcionar.

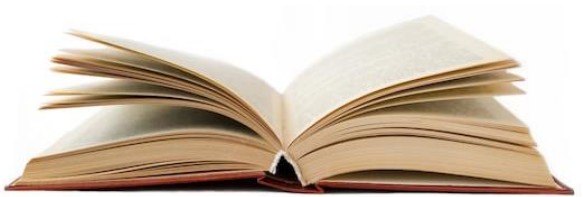
- Abordou-se com os métodos de procura clássica, na essência, uma única categoria de problemas: ambientes observáveis, determinísticos e conhecidos, onde a solução é uma sequência de ações;
- Neste contexto, analisou-se o que acontece quando essas suposições são relaxadas. Usando algoritmos que realizam uma procura puramente local no espaço de estados, avaliando e modificando um ou mais estados ao invés de explorar sistematicamente caminhos a partir de um estado inicial;
- Estes algoritmos são adequados para problemas em que tudo o que importa é o estado da solução, não o custo do caminho para alcançá-lo;
- Esta família de algoritmos de procura local inclui métodos inspirados na física estatística (*Simulated annealing*) e na biologia evolutiva (*Genetic algorithms*) que iremos abordar mais tarde.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Referências

Bibliografia Recomendada

- Russell and Norvig, (2009) Artificial Intelligence - A Modern Approach, 3rd edition, ISBN-13: 9780136042594, chapter 4.



Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Informática

Procura Local e Otimização

Algoritmos de Solução única

LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
MESTRADO integrado EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
Inteligência Artificial
2025/26