

Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava



Fakulta elektrotechniky a informatiky



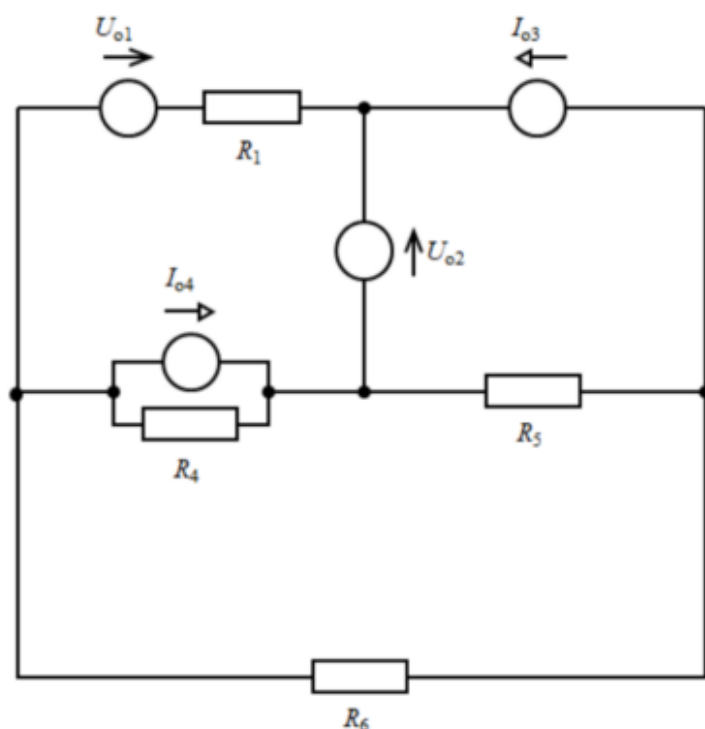
Katedra elektrotechniky

Semestrální projekt z Teorie obvodů I

Zpracoval: Ficek Martin
Osobní číslo: FIC0027

Skupina* : C/20
Datum: 13.11.2021

Zadání:



Ficek Martin

$U_{o1} =$	5	V
$R_1 =$	4	Ω
$U_{o2} =$	3	V
$I_{o3} =$	4	A
$I_{o4} =$	2	A
$R_4 =$	1	Ω
$R_5 =$	2	Ω
$R_6 =$	25	Ω

Obr 1. schéma obvodu

a) Vytvořte titulní list projektu a samostatný list s jeho zadáním.

b) Proved'te topologický rozbor, nakreslete kostru obvodu, vyznačte čísla jeho větví, zapište soubory větví stromu, nezávislých větví, nezávislých smyček a nakreslete ekvivalentní náhradní obvod pro analýzu obvodu metodou smyčkových proudů (MSP). Do náhradního obvodu pro účely odvození MSP vyznačte a popište počítací šipky úbytků napětí a počítací šipky proudů rezistorů a řádně vyznačte zavedené nezávislé smyčkové proudy. Řádně dokumentujte postup odvození soustavy smyčkových rovnic počínaje aplikací 2. Kirchhoffova zákona (KFZ) na dílčí nezávislé smyčky a konče maticovým zápisem. Do maticového zápisu náležitě dosad'te známé číselné hodnoty parametrů obvodu a soustavu rovnic vyřešte libovolným způsobem. Nakreslete zadaný obvod (nikoliv náhradní obvod pro MSP) a do něj zakreslete nejprve skutečné směry smyčkových proudů v nezávislých větvích obvodu (kladné hodnoty smyčkových proudů) a aplikací 1. KFZ poté dopočítejte a zakreslete skutečné směry proudů ve větvích stromu obvodu. Do zakresleného zadaného obvodu dále ze známých hodnot parametrů odporů rezistorů obvodu a vypočtených větrových proudů užitím Ohmova zákona dopočítejte a zakreslete skutečné směry úbytků napětí rezistorů zadaného obvodu a dále zakreslete skutečný směr vypočteného napětí proudové větve obvodu (větev s ideálním zdrojem proudu) a správnost řešení vizuálně ověřte zkouškou na základě platnosti 2. KFZ ve všech zvolených nezávislých smyčkách obvodu.

0 až 7 bodů

c) Určete hodnoty výkonu každého zdroje zadaného obvodu a rozhodněte, zda dodává nebo odebírá energii, což výslovně slovně komentujte a ověřte, zda vypočtené hodnoty všech výkonů obvodu vyhovují Tellegenově větě.

0 až 2 bodů

d) Vůči jedné ze dvou pasivních větví obvodu aplikujte Théveninovu větu, obvod vyřešte libovolnou obvodovou metodou a na základě jejího řešení ověřte vypočtené hodnoty srovnáním s předtím vypočtenými hodnotami ve zvolené pasivní větvi obvodu řešeného MSP.

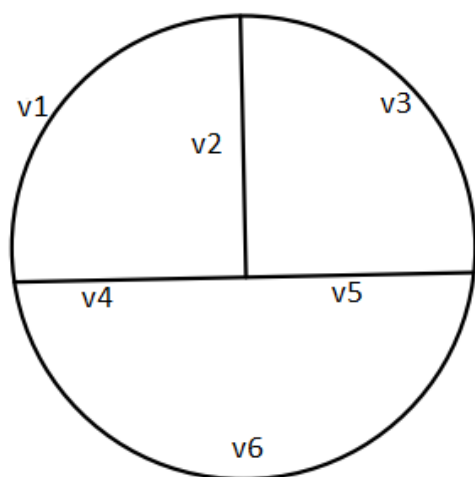
0 až 4 bodů

e) Dbejte na pravidla správné tvorby technického dokumentu, neboť se hodnotí nejen celková odborná úroveň řešení projektu, ale i grafická úroveň zpracování včetně popisu a názvů obrázků a požadovaná forma zápisu číselných výpočtů: obecný výraz, dosazení do něj, výsledek, jednotka.

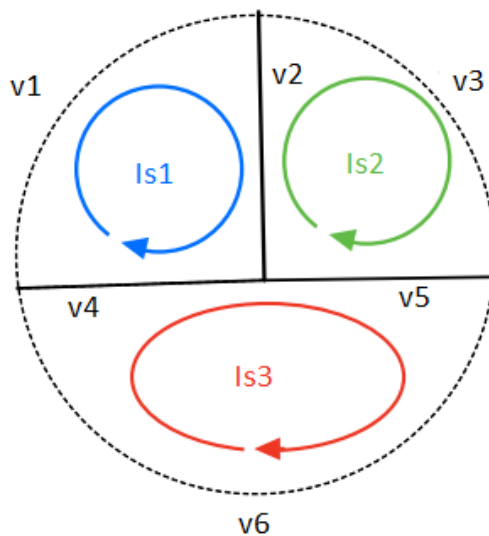
0 až 2 bod

Vypracování:

1. Topologický rozbor



kostra obvodu



nezávislé smyčky obvodu

Obr 2. Graf obvodu, zavedení smyčkových proudů

Stanovení počtu nezávislých smyček obvodu

$$n_s = v - u - 1 = 6 - 4 - 1 = 3$$

Stanovení počtu nezávislých větví obvodu

$$n_v = v - n_s = 6 - 3 = 3$$

Větve stromu: v_2, v_4, v_5

Nezávislé větve: v_1, v_3, v_6

Nezávislé smyčky: $S_1 \in \langle v_1, v_2, v_4 \rangle$

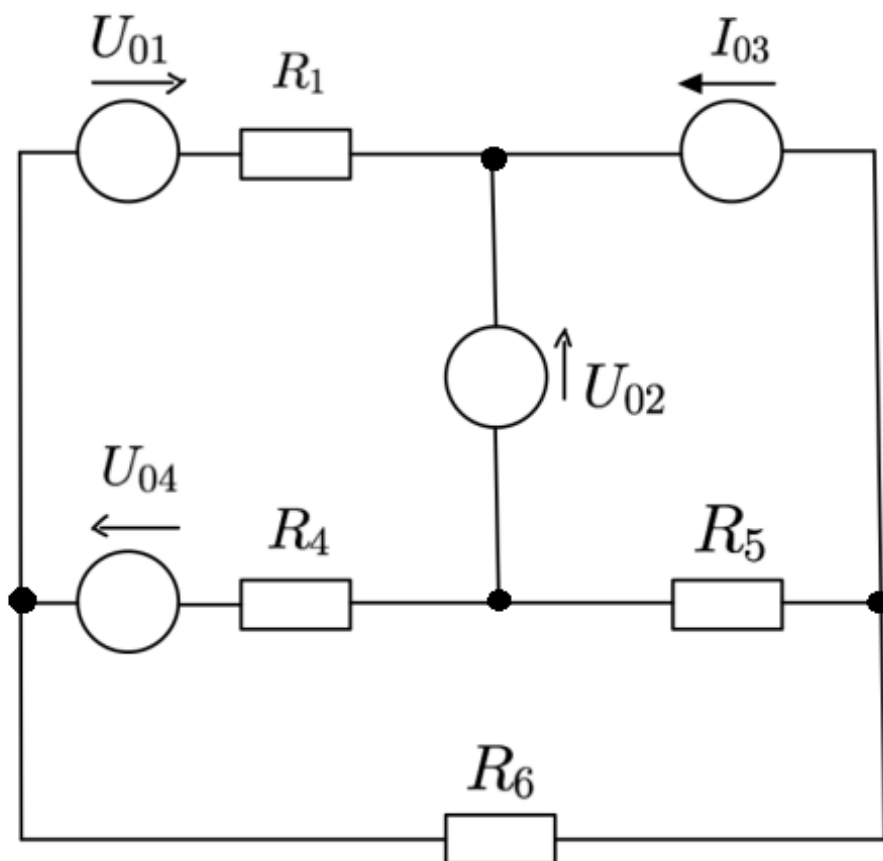
$S_2 \in \langle v_3, v_5, v_2 \rangle$

$S_3 \in \langle v_6, v_4, v_5 \rangle$

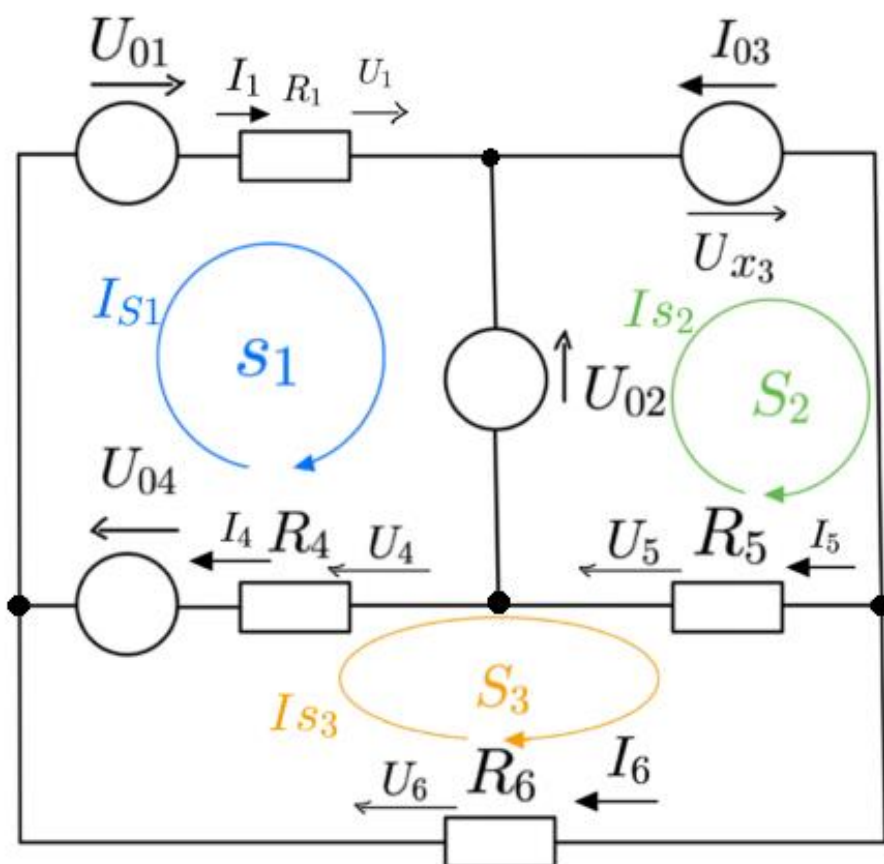
2. Metoda smyčkových proudů

Přepoččet skutečného zdroje proudu na ekvivalentní skutečný zdroj napětí

$$U_{o4} = R_4 I_{o4} = 1 \cdot 2 = 2 \text{ V}$$



Obr. 3 Ekvivalentní obvod pro metodu smyčkových proudů



Obr. 4 Nezávislé smyčky, referenční směry úbytků napětí a proudů rezistorů obvod

Soustava smyčkových rovnic

$$S_1: U_{04} + U_4 + U_{01} + U_1 - U_{02} = 0$$

$$S_2: U_{02} + U_{x3} + U_5 = 0$$

$$S_3: -U_{04} + U_4 - U_5 + U_6 = 0$$

Proudy rezistorů obvodu vyjádřené smyčkovými proudy

$$I_1 = I_{S1}$$

$$I_4 = I_{S1} - I_{S3}$$

$$I_5 = I_{S2} - I_{S3}$$

$$I_6 = I_{S3}$$

Soustava rovnic smyčkových proudů po aplikaci Ohmova zákona na úbytky napětí rezistorů

$$S_1: R_1 I_1 + U_{01} - U_{02} + R_4 I_4 + U_{04} = 0$$

$$S_2: R_5 I_5 + U_{02} + U_{x3} = 0$$

$$S_3: -U_{04} + R_6 I_6 - R_4 I_4 - R_5 I_5 = 0$$

Dosazení smyčkových proudů za proudy rezistorů obvodu

$$S_1: U_{01} + R_1 I_{S1} - U_{02} + R_4 (I_{S1} - I_{S3}) + U_{04} = 0$$

$$S_2: U_{02} + R_5 (I_{S2} - I_{S3}) + U_{x3} = 0$$

$$S_3: R_6 I_{S3} + R_4 (I_{S1} - I_{S3}) - U_{04} - R_5 (I_{S2} - I_{S3}) = 0$$

Vytknutí smyčkových proudů

$$S_1: (R_1 + R_4) I_{S1} - R_4 I_{S3} + U_{01} + U_{04} = 0$$

$$S_2: R_5 I_{S2} - R_5 I_{S3} + U_{02} + U_{x3} = 0$$

$$S_3: (R_6 + R_5 + R_4) I_{S3} - R_1 I_{S1} - R_5 I_{S2} - U_{04} = 0$$

Známa hodnota smyčkového proudu

$$I_{S2} = -I_{03} = -4A$$

Maticový zápis soustavy rovnic smyčkových proudů

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_4 & 0 & -R_4 \\ 0 & R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} \\ I_{S3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{01} + U_{04} - U_{02} \\ U_{02} + U_{x3} \\ -U_{03} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Převedení vektoru napětí na pravou stranu a dosazení známého smyčkového proudu

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_4 & 0 & -R_4 \\ 0 & R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} \\ I_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{01} - U_{04} + U_{02} \\ -U_{02} - U_{x3} \\ U_{03} \end{bmatrix}$$

Dosazení číselných hodnot

$$\begin{bmatrix} 4 + 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 1 + 2 + 25 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{S1} \\ -4 \\ I_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 - 2 + 3 \\ -3 - U_{x3} \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 28 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{S1} \\ -4 \\ I_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 - U_{x3} \\ 2 \end{bmatrix}$$

Redukce počtu smyčkových rovnic díky známé hodnotě smyčkového proudu I_{S2}

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 28 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{S1} \\ I_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - 0 \cdot (-4) \\ 2 - 2 \cdot (-4) \end{bmatrix}$$

Řešení redukované soustavy maticové soustavy smyčkových rovnic Cramerovým pravidlem

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 28 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{S1} \\ I_{S3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\Delta R_2 = \det \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 28 \end{bmatrix} = 5 \cdot 28 - (-1) \cdot (-1) = 139 \, \Omega^2$$

$$\Delta I_{S1} = \det \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -6 & 28 \end{bmatrix} = (-4) \cdot 28 - (-6) \cdot (-1) = -118 \, V\Omega$$

$$\Delta I_{S2} = \det \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & -6 \end{bmatrix} = 5 \cdot (-6) - (-1) \cdot (-4) = -34 V\Omega$$

Řešení redukované soustavy smyčkových rovnic

$$I_{S1} = \frac{\Delta I_{S1}}{\Delta R_2} = \frac{-118}{139} \approx 0,8489 \, A$$

$$I_{S2} = \frac{\Delta I_{S2}}{\Delta R_2} = \frac{-34}{139} \approx 0,24460 A$$

Výpočet napětí ideálního zdroje proudu U_{x3} ze 3. smyčkové rovnice

$$-U_{x3} - 3 = 0 \cdot I_{S1} + 2I_{03} - 2 \cdot I_{S3} = 0 + 2 \cdot (-4) - 2 \cdot \left(-\frac{34}{139}\right)$$

$$U_{x3} = 2 \frac{34}{139} - 8 + 3 = \frac{627}{139} \approx 4,518 \, V$$

Výpočet skutečných hodnot větвовých proudů zadaného obvodu podle obr. 5 z hodnot smyčkových proudů

$$I_{v1} = -I_1 = -I_{S1} = \frac{118}{139} \approx 0,84892 \, A$$

$$I_{v3} = -I_{03} = I_{S2} = 4 \, A$$

$$I_{v6} = -I_6 = -I_{03} = \frac{34}{139} \, A$$

$$I_{v2} = I_{v3} - I_{v1} = 4 - \frac{118}{139} = \frac{438}{139} \approx 3,1511 \, A$$

$$I_{v4} = I_{v1} - I_{v6} = \frac{118}{139} - \frac{34}{139} = \frac{84}{139} \approx 0,6043 \, A$$

$$I_{v5} = I_{v3} - I_{v6} = 4 - \frac{34}{139} = \frac{522}{139} \approx 3,7554 \, A$$

Výpočet skutečných hodnot větvových napětí

$$U_{v1} = U_1 + U_{01} = R_1 I_1 + U_{01} = 4 \cdot \left(-\frac{118}{139}\right) + 5 = \frac{223}{139} \approx 1,604 \text{ V}$$

$$U_{v2} = U_{02} = 3 \text{ V}$$

$$U_{v3} = U_{x3} = \frac{627}{139} \approx 4,518 \text{ V}$$

$$U_{v4} = U_{04} + U_4 = U_{04} - R_4 I_{v4} = 2 - 1 \cdot \left(-\frac{84}{139}\right) = \frac{194}{139} \approx 1,39568 \text{ V}$$

$$U_{v5} = U_5 = R_5 I_{v5} = 2 \cdot \frac{522}{139} = \frac{1044}{139} \approx 7,5101 \text{ V}$$

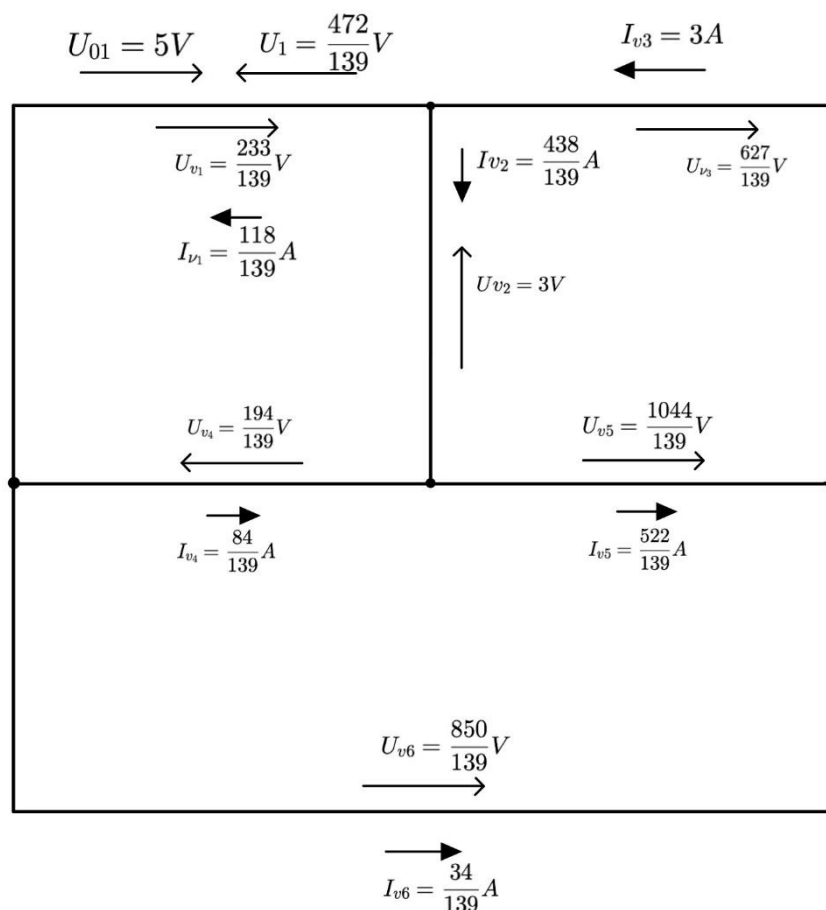
$$U_{v6} = U_6 = R_6 I_{v6} = 25 \cdot \frac{34}{139} = \frac{850}{139} \approx 6,1151 \text{ V}$$

Kontrola správnosti řešení obvodu pomocí 2. Kirchhoffova zákona pro zvolené smyčky

$$S_1 \in \langle v_1, v_2, v_4 \rangle : U_{v1} - U_{v2} + U_{v4} = \frac{223}{139} - 3 + \frac{194}{139} = 0 \text{ V}$$

$$S_2 \in \langle v_3, v_5, v_2 \rangle : +U_{v3} - U_{v5} + U_{v2} = \frac{627}{139} - \frac{1044}{139} + 3 = 0 \text{ V}$$

$$S_3 \in \langle v_4, v_5, v_6 \rangle : -U_{v6} - U_{v4} + U_{v5} = -\frac{850}{139} - \frac{194}{139} + \frac{1044}{139} = 0 \text{ V}$$



Obr 5 Skutečné směry obvodových veličin

Vizuální kontrolou ve zvolených třech nezávislých smyčkách podle obr. 5 vidíme, že 2. KFZ je v těchto smyčkách splněn a obvod je správně vyřešen.

3. Tellegenova věta

Výkony a chování zdrojů zadaného obvodu

$$P_{o1} = -U_{o1}I_{v1} = -5 \cdot \frac{118}{139} \approx -4,2446 \text{ W} - \text{zdroj}$$

$$P_{o2} = -U_{o2}I_{v2} = -3 \cdot \frac{438}{139} \approx -9,45324 \text{ W} - \text{zdroj}$$

$$P_{o3} = -U_{v3}I_{o3} = -\frac{627}{139} \cdot 3 \approx -18,0432 \text{ W} - \text{zdroj}$$

$$P_{o4} = -U_{v4}I_{o4} = -\frac{194}{139} \cdot \frac{84}{139} \approx -2,7914 \text{ W} - \text{zdroj}$$

Celkový výkon dodaný zdroji do obvodu

$$\sum_{i=1,2,3,4} P_{oi} = P_{o1} + P_{o2} + P_{o3} + P_{o4} = -4,2446 - 9,45324 - 18,0432 - 2,7914 \\ \approx -34,5324 \text{ W}$$

Výkony (příkony) rezistorů

$$P_{R1} = R_1 I_{v1}^2 = 4 \cdot \left(\frac{118}{139}\right)^2 \approx 2,88267 \text{ W} - \text{spotřebič}$$

$$P_{R4} = \frac{U_{v4}^2}{R_4} = \frac{\left(\frac{194}{139}\right)^2}{1} \approx 1,94783 \text{ W} - \text{spotřebič}$$

$$P_{R5} = U_{v5}I_{v5} = \frac{1044}{139} \cdot \frac{522}{139} \approx 28,20599 \text{ W} - \text{spotřebič}$$

$$P_{R6} = R_6 I_{v6}^2 = 25 \cdot \frac{34}{139} \approx 1,49578 \text{ W} - \text{spotřebič}$$

Celkový příkon rezistorů obvodu

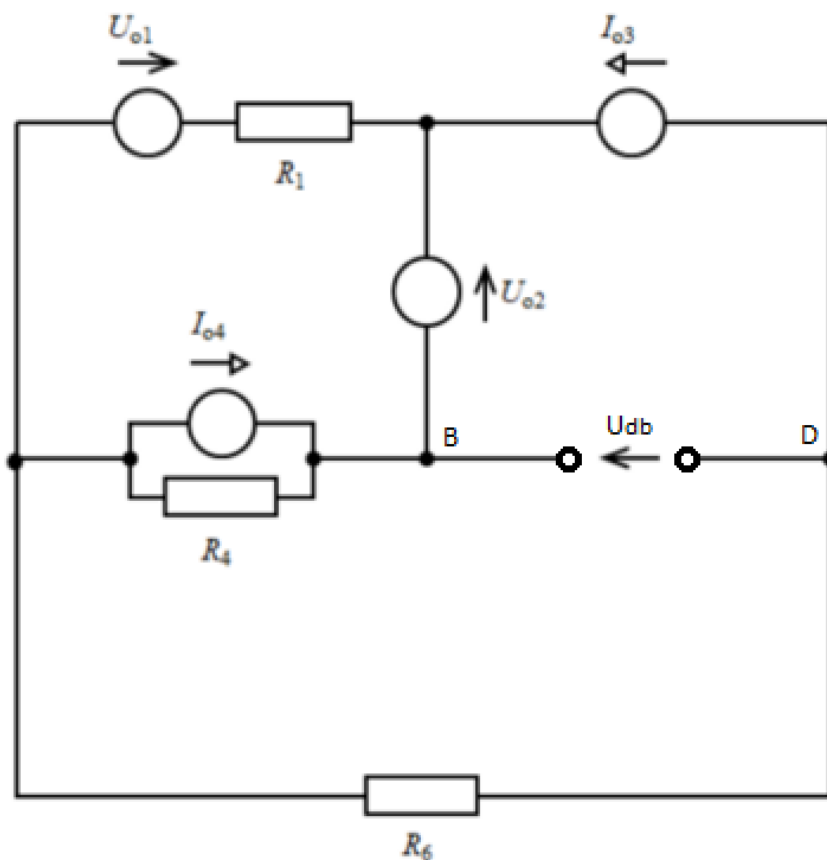
$$\sum_{i=1,4,5,6} P_{Ri} = P_{R1} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} = 2,88267 + 1,94783 + 28,20599 + 1,49578 \\ \approx 34,5324 \text{ W}$$

Tellegenova věta – bilance

$$\sum_{i=1,2,3,6} P_{oi} + \sum_{i=1,4,5,6} P_{Ri} = -34,5324 + 34,5324 = 0 \text{ W}$$

Nulová bilance výkonů dokládá správnost řešení obvodu MSP.

4. Théveninova věta

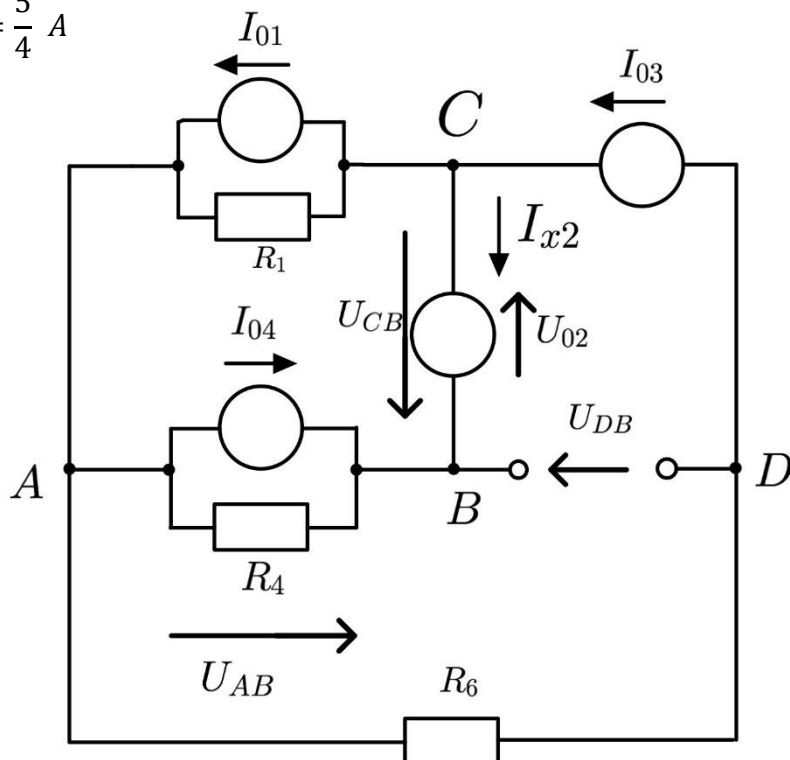


Obr. 6 Obvod pro určení náhradního napětí obvodu podle Théveninovy věty

Řešení napětí náhradního zdroje metodou uzlových napětí

Přepočít skutečného zdroje napětí na ekvivalentní skutečný zdroj proudu

$$I_{o1} = \frac{U_{o1}}{R_1} = \frac{5}{4} \text{ A}$$



Obr. 7 Ekvivalentní obvod pro stanovení napětí U_{AB} metodou uzlových napětí, vztažený uzel B

Maticový zápis soustavy uzlových rovnic napětí

$$\begin{bmatrix} G_6 + G_4 + G_1 & -G_1 & -G_6 \\ -G_1 & G_1 & 0 \\ -G_6 & 0 & G_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{CB} \\ U_{DB} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I_{o4} + I_{o1} \\ +I_{o1} + I_{o3} - I_{x2} \\ -I_{o3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Převedení vektoru proudu na pravou stranu a dosazení známého uzlového napětí U_{DB}

$$\begin{bmatrix} G_6 + G_4 + G_1 & -G_1 & -G_6 \\ -G_1 & G_1 & 0 \\ -G_6 & 0 & G_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{o2} \\ U_{DB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{o4} - I_{o1} \\ -I_{o1} - I_{o3} + I_{x2} \\ +I_{o3} \end{bmatrix}$$

Dosazení číselných hodnot

$$\begin{bmatrix} \frac{129}{100} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{25} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{25} & 0 & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AB} \\ -3 \\ U_{DB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{4} \\ -\frac{21}{4} + I_{x2} \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{129}{100} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{25} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{25} & 0 & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AB} \\ -3 \\ U_{DB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{4} \\ -\frac{21}{4} + I_{x2} \\ 4 \end{bmatrix}$$

Redukce počtu uzlových rovnic díky známé hodnotě uzlového napětí U_{CB}

$$\begin{bmatrix} \frac{129}{100} & -\frac{1}{25} \\ -\frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{DB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-3) \\ (-4) - 0 \cdot 2 \end{bmatrix}$$

Redukovaná soustava uzlových rovnic

$$\begin{bmatrix} \frac{129}{100} & -\frac{1}{25} \\ -\frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{AB} \\ U_{DB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6}{4} \\ -4 \end{bmatrix}$$

Determinant matice vodivosti redukované soustavy uzlových rovnic

$$\Delta G_2 = \det \begin{bmatrix} \frac{129}{100} & -\frac{1}{25} \\ -\frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{bmatrix} = \frac{124}{100} \cdot \frac{1}{25} - \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{20} S^2$$

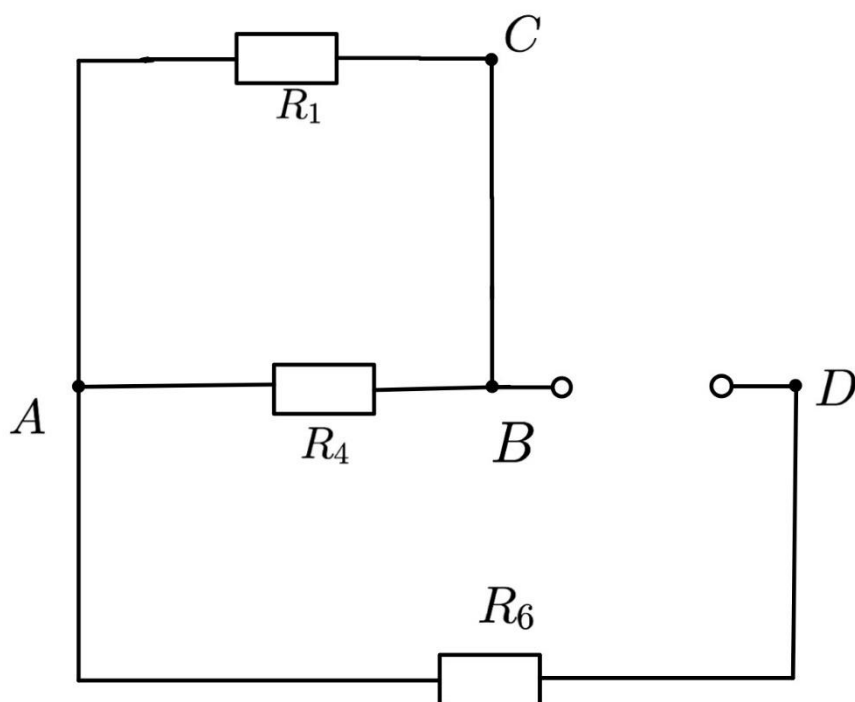
Determinant matice k výpočtu uzlového napětí U_{DB}

$$\Delta U_{DB} = \det \begin{bmatrix} \frac{129}{100} & 0 \\ -\frac{1}{25} & 4 \end{bmatrix} = \frac{129}{100} \cdot (-4) - \left(-\frac{6}{4}\right) \cdot 4 = -\frac{261}{50} \text{ AS}$$

Řešení uzlového napětí U_{DB}

$$U_{DB} = \frac{\Delta U_{DB}}{\Delta G_2} = \frac{-\frac{261}{50}}{\frac{1}{20}} = -\frac{522}{5} = 104,4 \text{ V}$$

Stanovení náhradního odporu

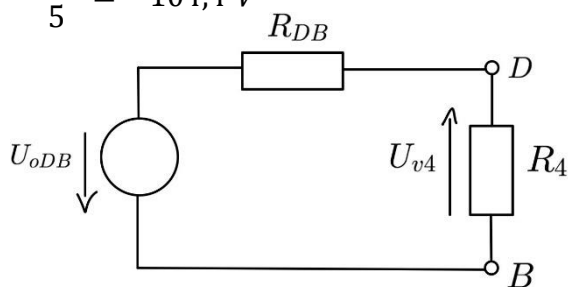


Obr. 8 Obvod pro stanovení náhradního odporu R_{AB}

$$R_{DB} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + R_6 = \frac{4 \cdot 1}{4 + 1} + 25 = \frac{129}{5} \approx 25,8 \, \Omega$$

Náhradní obvod

$$U_{oDB} = U_{DB} = -\frac{522}{5} = -104,4 \text{ V}$$



Obr. 9 Náhradní zdroj napětí zatížený rezistorem R_4

Kvůli tomu, že U_{DB} teče opačným směrem než U_{v5} , musíme převrátit U_{oDB} na $-U_{oDB}$.

$$U_{v5} = \frac{R_5}{R_{DB} + R_5} (-U_{oDB}) = \frac{2}{\frac{129}{5} + 2} \cdot -\left(-\frac{522}{5}\right) = \frac{1044}{139} \text{ V}$$

Vypočtená hodnota napětí U_{v5} jednosmyčkového obvodu s náhradním zdrojem napětí U_{oDB} a R_{DB} a rezistorem R_4 je stejná jako v případě řešení obvodu MSP a opět dokládá správnost řešení obvodu MSP.

Závěr:

Úkolem zadání bylo vypočítání obvodu pomocí metody smyčkových proudů a poté následné ověření správnosti třemi metodami.

- Kirchhoffovy zákony
- Tellegenova věta
- Théveninova věta

Použití Kirchhoffova zákona pro ověření výpočtů potvrdilo správnost obvodu.

Tellegenova věta určila, že všechny zdroje se chovají jako zdroje a všechny spotřebiče se chovají jako spotřebiče, což znamená, že vše splňuje svůj účel.

K výpočtu Théveninovy věty jsem použil metodu uzlových napětí, a po následném dopočítání jsem ověřil, že napětí na rezistoru R_5 je rovno napětí, které mi vyšlo v Théveninově větě.