

# — 双木棋

NOI2018省队选拔赛命题组

# 题目大意

- ▶ 在一个棋盘上
- ▶ 两人轮流行动，每次行动选择一个左边和上方都被填满的点填色
- ▶ 填色后根据颜色决定填色人的得分
- ▶ 两人都想最大化分差
- ▶ 问博弈最优结果

2 3	7 7	3 2
9 2	1 3	2 1

# 一个小问题

- ▶ 左边及上方所有的格子？
- ▶ 应当理解为左边的所有格子和上方的所有格子
- ▶ 两种解释本质是一样的！

# 自由讨论



# 解法 1

- ▶  $n=2$
- ▶ 分类讨论
- ▶ 只有后手第一步需要做决定
- ▶ 期望得分: 15

# 解法 1.5

- ▶  $n=3$
- ▶ 大分类讨论
- ▶ 期望得分:  $(30=15+)$  15

## 解法2

- ▶  $n \leq 5$
- ▶ 对抗搜索
- ▶ 与一般DFS的区别：
  - ▶ 搜索每步目标不同，一方要最大化分差，另一方要最小化（对方与自己的）分差
- ▶ 期望得分： $(40=15+15+)$ 10

## 解法 2.5

- ▶  $n \leq 8$
- ▶ 对抗搜索与剪枝
- ▶ 期望得分:  $(50 = 15 + 15 + 10 + \dots)10$



# 一些送分的点

- ▶  $m=1$
- ▶ 不需要决策
- ▶ 期望得分：额外的10分

## 解法3

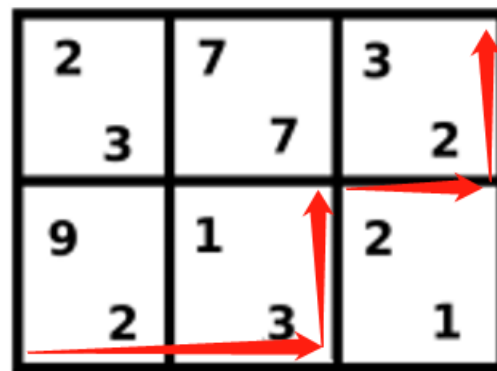
- ▶  $m=2$
- ▶ 动态规划： $f[i][j]$ 表示第一行前 $i$ 个被涂过色，第二行前 $j$ 个被涂过色时，【在之后的操作中】，A的分数-B的分数的最大（小）值
- ▶ 转移：先判断，这一步的目标最大值还是最小值，再进行转移
- ▶ 期望得分：额外的10分

## 解法 3.5

- ▶  $m=3$
- ▶ 类似于解法 2
- ▶ 动态规划:  $f[i][j][k]$  表示【在之后的操作中】, A 的分数 - B 的分数的最大 (小) 值
- ▶ 转移: 先判断, 这一步的目标最大值还是最小值, 再进行转移
- ▶ 期望得分: 额外的 10 分

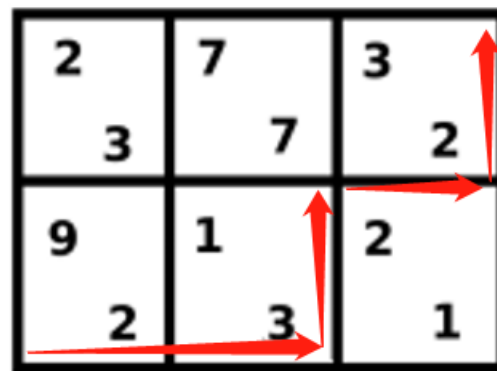
## 解法4

- ▶ 我们考虑到，实际上等待填色的部分的形状
- ▶ 可以发现，一定是一个“右下角”
- ▶ 维护一条如右图所示的轮廓线
- ▶ 这是一条从左下角到右上角的路线



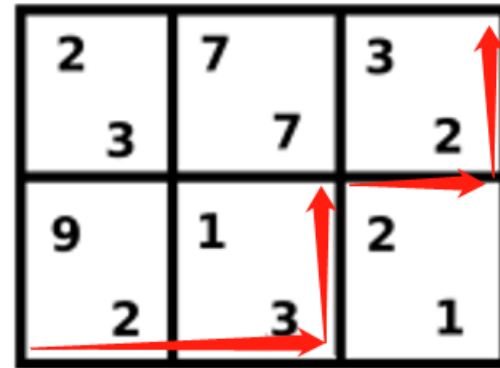
## 解法4

- ▶ 路径上方的格子是已涂色的
- ▶ 下方未涂色
- ▶ 用0表示向右，1表示向上
- ▶ 右图路径为00101
- ▶ 状态压缩！



## 解法4

- ▶ 状态压缩后，进行转移即可
- ▶ 状态数为  $C_{20}^{10}$ 。
- ▶ 但只需要实现  $2^{20}$  的算法即可通过。
- ▶ 期望得分：100



A 2x3 grid with numbers in each cell. Red arrows indicate a path starting from the bottom-left cell (2, 1), moving right to (3, 1), then up to (3, 2), then right to (2, 2), and finally up to (2, 3).

2 3	7 7	3 2
9 2	1 3	2 1

# Free Talk



Thanks