# אנובה בשני משתנים - מה זה?

7 בינואר 2026

גיא יער־און.

## אנובה בשני משתנים

באנובה עם 2 משתנים יש לנו 2 גורמים (למשל: סוג דיאטה וסוג אימון). נסמן -
$a$: מס' הרמות של גורם א' (שורות)
$b$: מס' הרמות של גורם ב' (עמודות)
$n$: מס' התצפיות בכל תא (מניחים שיש מס' זהה בכל תא)
$N$: סה"כ התצפיות במחקר. מתקיים כי: $N = a \times b \times n$
**נסמן:** $Y_{ijk}$ - התצפית ה$k$ בשורה ה$i$ בעמודה ה$j$. $\overline{Y_i}$ - ממוצע שורה $i$, $\overline{Y_{.j}}$ ממוצע עמודה $j$, $\overline{Y_{ij}}$ - ממוצע התא (שילוב של שורה $i$ ועמודה $j$), $\overline{Y}$ הממוצע הכללי.

מערכת ההשערות שלנו היא כזו:
$H_0$ לגורם א': אין הבדל בין ממוצעי השורות.
$H_0$ לגורם ב': אין הבדל בין ממוצעי העמודות.
$H_0$ לאינטרקציה: אין אינטרקציה (השפעת גורם א' זהה בכל רמות גורם ב').

## שלבי מבחן אנובה בשני משתנים

**שלב ראשון: מחשבים -**

1. **סכום הריבועים הכללי:** מרחק כל אחד מהתצפיות מהממוצע הכללי.

$$SS_{TOTAL} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \overline{Y})^2$$

2. **סכום ריבועים של גורם א':** מרחק כל אחד מממוצעי השורות, מהממוצע הכללי.

$$SS_A = b \times n \times \sum_{i=1}^{a}(\overline{Y}_i - \overline{Y})^2$$

3. **סכום ריבועים של גורם ב':** מרחק כל אחד מממוצעי העמודות, מהממוצע הכללי.

$$SS_B = a \times n \times \sum_{i=1}^{b}(\overline{Y}_{.i} - \overline{Y})^2$$

4. **סכום ריבועים של האינטרקציה:** הסטייה של ממוצע התא מהמצופה:

$$SS_{AxB} = n \times \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y_{ij}} - \overline{Y_i} - \overline{Y_{.j}} + \overline{Y})^2$$

**טיפ:** לרוב לא נעבוד עם נוסחה דוחה זו. נטען כי:

$$SS_{AxB} = SS_{Cells} - SS_A - SS_B$$

$SS_{Cells}$ ימדוד את הפיזור של ממוצעי התאים מהממוצע הכללי. מתקיים:

$$SS_{cells} = n \times \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y_{ij}} - \overline{Y})^2$$

5. **סכום ריבועים של השגיאה:** הפיזור של התצפיות בתוך כל תא סביב הממוצע של אותו תא, זהו הרעש:

$$SS_{ERROR} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \overline{Y_{ij}})^2$$

**טיפ.** לרוב במקום לחשב את $SS_{ERROR}$ ישירות נחסיר מ$SS_{TOTAL}$ את שלושת הסכומים האחרים:

$$SS_{ERROR} = SS_{TOTAL} - SS_A - SS_B - SS_{AxB}$$

**שלב שני:** לאחר חישוב חמשת הסכומים, עוברים לחישוב הטבלה הבאה:

| מקור השונות | סכום ריבועים $(SS)$ | דרגות חופש $(df)$ | ממוצע ריבועים $(MS)$ | ערך $F$ מחושב |
|---|---|---|---|---|
| גורם א' | $SS_A$ | $a-1$ | $MS_A = \frac{SS_A}{a-1}$ | $F_A = \frac{MS_A}{MS_{ERROR}}$ |
| גורם ב' | $SS_B$ | $b-1$ | $MS_B = \frac{SS_B}{B-1}$ | $F_B = \frac{MS_B}{MS_{ERROR}}$ |
| אינטרקציה בין הגורמים | $SS_{AxB}$ | $(a-1)(b-1)$ | $MS_{AxB} = \frac{SS_{AxB}}{(a-1)(b-1)}$ | $F_{AxB} = \frac{MS_{AxB}}{MS_{ERROR}}$ |
| שגיאה | $SS_{ERROR}$ | $N-ab$ | $MS_{ERROR} = \frac{SS_{ERROR}}{N-ab}$ | |
| סה"כ | $SS_{TOTAL}$ | $N-1$ | | |

למען האינטואיציה, $SS_A, SS_B, SS_{AxB}$ שקולים לבדיקה בין הקבוצות, ו$SS_{ERROR}$ הוא רעש שלא הצלחנו להסביר.

**שלב שלישי: כללי החלטה:**

יש לנו 3 השערות ולכן ישנם 3 בדיקות.

א. עבור גורם א' נשווה את $F_A$ לערך מטבלת $F$ עם $(a-1, N-ab)$

ב. עבור גורם ב' נשווה את $F_B$ לערך מטבלת $F$ עם $(b-1, N-ab)$

ג. עבור אינטרקציה ביניהם נשווה את $F_{AxB}$ לערך מטבלת $F$ עם $((a-1)(b-1), N-ab)$.

אם ערך $F$ שלנו, גבוה מערך ה$F$ בטבלה (ערך הסף לדחייה), אנחנו דוחים את השערת האפס.