

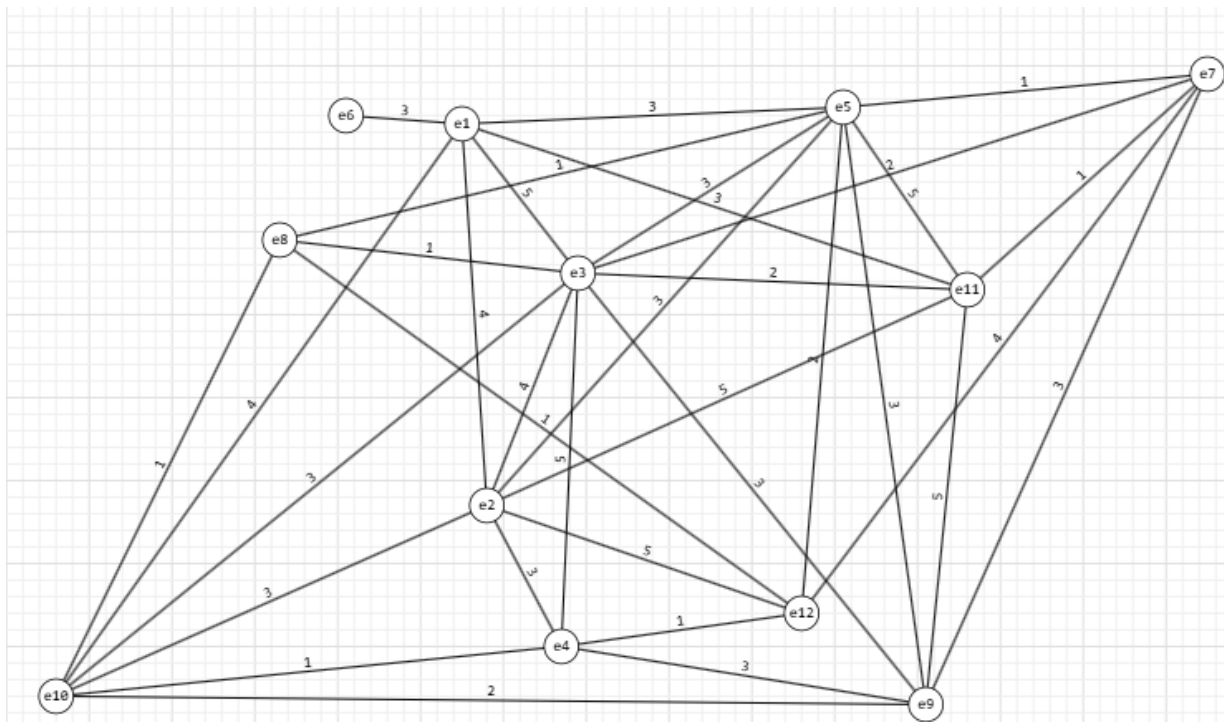
## Домашняя работа №4

### Планаризация графа

Вариант: 177

Выполнил: Ясаков Артем Андреевич

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	4	5		3	3				4	3	
e2	4	0	4	3	3					3	5	5
e3	5	4	0	5	3		2	1	3	3	2	
e4		3	5	0					3	1		1
e5	3	3	3		0		1	1	3		5	2
e6	3					0						
e7			2		1		0		3		1	4
e8			1		1			0		1		1
e9			3	3	3		3		0		2	5
e10	4	3	3	1				1		0		
e11	3	5	2		5		1		2		0	
e12		5		1	2		4	1	5			0



## Планаризовать граф

Уберем веса(сделаем граф невзвешенным)

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	1	1		1	1				1	1	
e2	1	0	1	1	1					1	1	1
e3	1	1	0	1	1		1	1	1	1	1	
e4		1	1	0					1	1		1
e5	1	1	1		0		1	1	1		1	1
e6	1					0						
e7			1		1		0		1		1	1
e8			1		1			0		1		1
e9			1	1	1		1		0		1	1
e10	1	1	1	1				1		0		
e11	1	1	1		1		1		1		0	
e12		1		1	1		1	1	1			0

$e_6$  имеет степень 1, поэтому в графе нет гамильтонова цикла.

Чтобы гамильтонов цикл был, добавим в граф ребро ( $e_6, e_7$ ).

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	1	1		1	1				1	1	
e2	1	0	1	1	1					1	1	1
e3	1	1	0	1	1		1	1	1	1	1	
e4		1	1	0					1	1		1
e5	1	1	1		0		1	1	1		1	1
e6	1					0	1					
e7			1		1	1	0		1		1	1
e8			1		1			0		1		1
e9			1	1	1		1		0		1	1
e10	1	1	1	1				1		0		
e11	1	1	1		1		1		1		0	
e12		1		1	1		1	1	1			0

## Нахождение гамильтонова цикла

Включаем в  $S$  вершину  $e_1$ .  $S=\{e_1\}$

Возможная вершина:  $e_2$ .  $S=\{e_1, e_2\}$

Возможная вершина:  $e_3$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3\}$

Возможная вершина:  $e_4$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

Возможная вершина:  $e_{10}$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}\}$

Возможная вершина:  $e_8$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8\}$

Возможная вершина:  $e_5$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5\}$

Возможная вершина:  $e_{11}$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5, e_{11}\}$

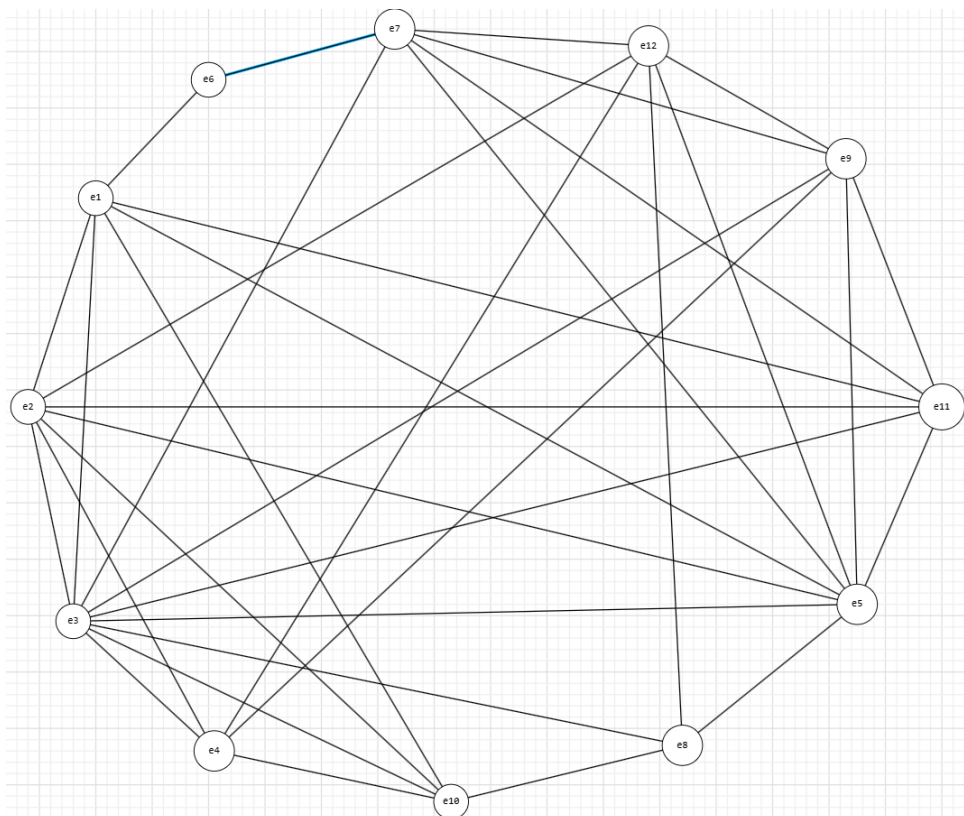
Возможная вершина:  $e_9$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5, e_{11}, e_9\}$

Возможная вершина:  $e_{12}$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5, e_{11}, e_9, e_{12}\}$

Возможная вершина:  $e_7$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5, e_{11}, e_9, e_{12}, e_7\}$

Возможная вершина:  $e_6$ .  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5, e_{11}, e_9, e_{12}, e_7, e_6\}$

Гамильтонов цикл найден.  $S=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_8, e_5, e_{11}, e_9, e_{12}, e_7, e_6\}$



## Построение графа пересечений $G'$

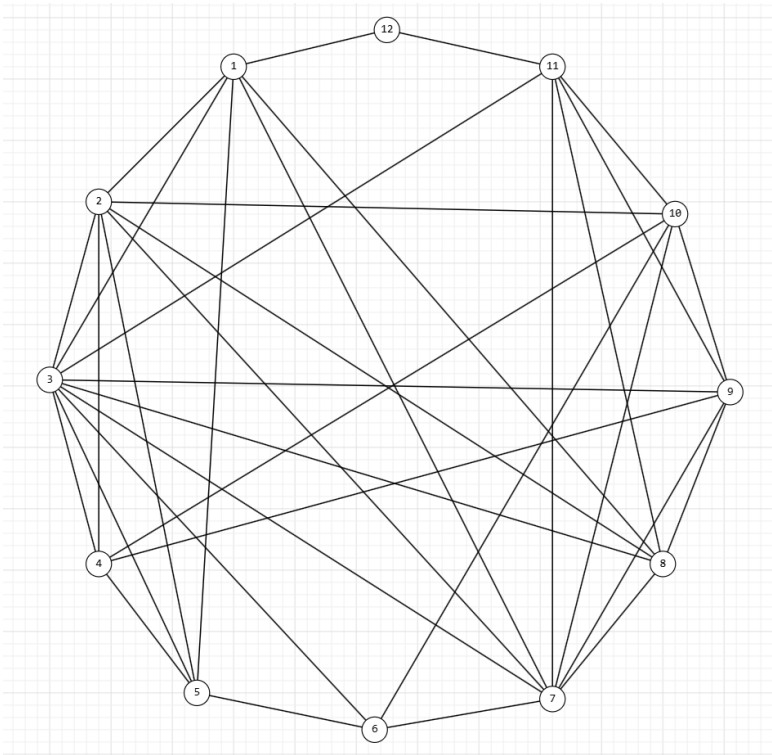
Перенумеруем вершины графа, чтобы ребра гамильтонова цикла были внешними:

До перенумерации	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>3</sub>	e <sub>4</sub>	e <sub>10</sub>	e <sub>8</sub>	e <sub>5</sub>	e <sub>11</sub>	e <sub>9</sub>	e <sub>12</sub>	e <sub>7</sub>	e <sub>6</sub>
После перенумерации	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>3</sub>	e <sub>4</sub>	e <sub>5</sub>	e <sub>6</sub>	e <sub>7</sub>	e <sub>8</sub>	e <sub>9</sub>	e <sub>10</sub>	e <sub>11</sub>	e <sub>12</sub>

Тогда матрица смежности будет выглядеть следующим образом:

V/V	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>3</sub>	e <sub>4</sub>	e <sub>5</sub>	e <sub>6</sub>	e <sub>7</sub>	e <sub>8</sub>	e <sub>9</sub>	e <sub>10</sub>	e <sub>11</sub>	e <sub>12</sub>
e <sub>1</sub>	0	1	1		1		1	1				1
e <sub>2</sub>	1	0	1	1	1		1	1		1		
e <sub>3</sub>	1	1	0	1	1	1	1	1	1		1	
e <sub>4</sub>		1	1	0	1				1	1		
e <sub>5</sub>	1	1	1	1	0	1						
e <sub>6</sub>			1		1	0	1			1		
e <sub>7</sub>	1	1	1			1	0	1	1	1	1	
e <sub>8</sub>	1	1	1				1	0	1		1	
e <sub>9</sub>			1	1			1	1	0	1	1	
e <sub>10</sub>		1		1		1	1		1	0	1	
e <sub>11</sub>			1				1	1	1	1	0	1
e <sub>12</sub>	1										1	0

А сам граф так:



Определим  $p_{210}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{210}$ .

Ребро  $(e_2, e_{10})$  пересекается с  $(e_1, e_3), (e_1, e_5), (e_1, e_7), (e_1, e_8)$

Определим  $p_{28}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{28}$ .

Ребро  $(e_2, e_8)$  пересекается с  $(e_1, e_3), (e_1, e_5), (e_1, e_7)$

Определим  $p_{27}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{27}$ .

Ребро  $(e_2, e_7)$  пересекается с  $(e_1, e_3), (e_1, e_5)$

Определим  $p_{25}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{25}$ .

Ребро  $(e_2, e_5)$  пересекается с  $(e_1, e_3)$

Определим  $p_{24}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{24}$ .

Ребро  $(e_2, e_4)$  пересекается с  $(e_1, e_3)$

Определим  $p_{311}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{311}$ .

Ребро  $(e_3, e_{11})$  пересекается с  $(e_1, e_5), (e_1, e_7), (e_1, e_8), (e_2, e_4), (e_2, e_5), (e_2, e_7), (e_2, e_8), (e_2, e_{10})$

Определим  $p_{39}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{39}$ .

Ребро  $(e_3, e_9)$  пересекается с  $(e_1, e_5), (e_1, e_7), (e_1, e_8), (e_2, e_4), (e_2, e_5), (e_2, e_7), (e_2, e_8)$

Определим  $p_{38}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{38}$ .

Ребро  $(e_3, e_8)$  пересекается с  $(e_1, e_5), (e_1, e_7), (e_2, e_4), (e_2, e_5), (e_2, e_7)$

Определим  $p_{37}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{37}$ .

Ребро  $(e_3, e_7)$  пересекается с  $(e_1, e_5), (e_2, e_4), (e_2, e_5)$

Определим  $p_{36}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{36}$ .

Ребро  $(e_3, e_6)$  пересекается с  $(e_1, e_5), (e_2, e_4), (e_2, e_5)$

Определим  $p_{35}$ , для чего в матрице  $R$  выделим подматрицу  $R_{35}$ .

Ребро  $(e_3, e_5)$  пересекается с  $(e_2, e_4)$

15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

	$p_{13}$	$p_{210}$	$p_{15}$	$p_{17}$	$p_{18}$	$p_{28}$	$p_{27}$	$p_{25}$	$p_{24}$	$p_{311}$	$p_{39}$	$p_{38}$	$p_{37}$	$p_{36}$	$p_{35}$
$p_{13}$	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
$p_{210}$	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$p_{15}$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0
$p_{17}$	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
$p_{18}$	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0

<b>p<sub>28</sub></b>	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
<b>p<sub>27</sub></b>	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
<b>p<sub>25</sub></b>	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
<b>p<sub>24</sub></b>	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
<b>p<sub>311</sub></b>	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
<b>p<sub>39</sub></b>	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
<b>p<sub>38</sub></b>	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
<b>p<sub>37</sub></b>	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
<b>p<sub>36</sub></b>	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
<b>p<sub>35</sub></b>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

## Построение семейства $\psi_G$

В 1 строке ищем первый нулевой элемент  $r_{13}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M_{13}=r_{13} \vee r_3=110001111000000 \vee 011001100111110=111001111111110$$

В строке  $M_{13}$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{4,5,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M_{134}=M_{13} \vee r_4=111001111111110 \vee 010101000111000=111101111111110$$

В строке  $M_{134}$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{5,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M_{1345}=M_{134} \vee r_5=111101111111110 \vee 010010000110000=111111111111110$$

В строке  $M_{1345}$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M_{134515}=M_{1345} \vee r_{15}=111111111111110 \vee 000000001000001=111111111111111$$

В строке  $M_{134515}$  все 1. Построено  $\psi_1=\{u_1^3, u_1^5, u_1^7, u_1^8, u_3^5\}$

Записываем дизъюнкцию

$$M_{13415}=M_{134} \vee r_{15}=111101111111110 \vee 000000001000001=111101111111111$$

В строке  $M_{13415}$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M_{135}=M_{13} \vee r_5=111001111111110 \vee 010010000110000=111011111111110$$

В строке  $M_{135}$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M_{1315}=M_{13} \vee r_{15}=111001111111110 \vee 000000001000001=111001111111111$$

В строке M1 3 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию M1

$$4=r1 \vee r4=110001111000000 \vee 010101000111000=110101111111000$$

В строке M1 4 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{5,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M145=M14 \vee r5=110101111111000 \vee 010010000110000=110111111111000$$

В строке M1 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M14513=M145 \vee r13=110111111111000 \vee 001000011000100=111111111111100$$

В строке M1 4 5 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M1451314=M14513 \vee r14=11111111111100 \vee 001000011000010=111111111111110$$

В строке M1 4 5 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M145131415=M1451314 \vee r15=11111111111110 \vee 000000001000001=111111111111111$$

В строке M1 4 5 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_2=\{u1\ 3, u1\ 7, u1\ 8, u3\ 7, u3\ 6, u3\ 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$$M1451315=M14513 \vee r15=11111111111100 \vee 000000001000001=111111111111101$$

В строке M1 4 5 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M14514=M145 \vee r14=110111111111000 \vee 001000011000010=111111111111010$$

В строке M1 4 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M14515=M145 \vee r15=110111111111000 \vee 000000001000001=110111111111001$$

В строке M1 4 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M1413=M14 \vee r13=110101111111000 \vee 001000011000100=111101111111100$$

В строке M1 4 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M1414=M14 \vee r14=110101111111000 \vee 001000011000010=111101111111010$$

В строке M1 4 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 5, 13

Записываем дизъюнкцию

$M14_{15} = M14 \vee r_{15} = 11010111111000 \vee 000000001000001 = 11010111111001$

В строке M1 4 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M15 = r_{1 \vee} r_5 = 110001111000000 \vee 010010000110000 = 110011111110000$

В строке M1 5 находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{12, 13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12} = M15 \vee r_{12} = 110011111110000 \vee 001100111001000 = 111111111111000$

В строке M1 5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12 \vee} r_{13} = 11111111111000 \vee 001000011000100 = 111111111111100$

В строке M1 5 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12 \vee} r_{14} = 11111111111100 \vee 001000011000010 = 111111111111110$

В строке M1 5 12 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12 \vee} r_{15} = 11111111111110 \vee 000000001000001 = 111111111111111$

В строке M1 5 12 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_3 = \{u_1 3, u_1 8, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12 \vee} r_{15} = 11111111111100 \vee 000000001000001 = 111111111111101$

В строке M1 5 12 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12 \vee} r_{14} = 111111111111000 \vee 001000011000010 = 111111111111010$

В строке M1 5 12 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M15_{12 \vee} r_{15} = 111111111111000 \vee 000000001000001 = 111111111111001$

В строке M1 5 12 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M15_{13} = M15 \vee r_{13} = 110011111110000 \vee 001000011000100 = 111011111110100$



В строке M1 5 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закрывают нули на позициях 4, 12

Записываем дизъюнкцию

$M1514=M15V \ r14=110011111110000V \ 001000011000010=111011111110010$

В строке M1 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 4, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$M1515=M15V \ r15=110011111110000V \ 000000001000001=110011111110001$

В строке M1 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M110=r1V \ r10=110001111000000V \ 01111111100000=111111111100000$

В строке M1 10 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{11,12,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M11011=M110V \ r11=111111111100000V \ 001111111010000=111111111110000$

В строке M1 10 11 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{12,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M1101112=M11011V \ r12=111111111110000V \ 001100111001000=111111111111000$

В строке M1 10 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M110111213=M1101112V \ r13=11111111111000V \ 001000011000100=111111111111100$

В строке M1 10 11 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M11011121314=M110111213V \ r14=11111111111100V \ 001000011000010=111111111111110$

В строке M1 10 11 12 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию  $M1 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15=M1 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13$

$14V \ r15=11111111111110V \ 000000001000001=111111111111111$

В строке M1 10 11 12 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_4=\{u_1 \ 3, u_3 \ 11, u_3 \ 9, u_3 \ 8, u_3 \ 7, u_3 \ 6, u_3 \ 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M11011121315 = M110111213 \vee r15 = 11111111111100 \vee 000000001000001 = 11111111111101$

В строке M1 10 11 12 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M110111214 = M1101112 \vee r14 = 11111111111000 \vee 001000011000010 = 111111111111010$

В строке M1 10 11 12 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M110111215 = M1101112 \vee r15 = 11111111111000 \vee 000000001000001 = 111111111111001$

В строке M1 10 11 12 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M1101113 = M11011 \vee r13 = 111111111110000 \vee 001000011000100 = 111111111110100$

В строке M1 10 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют ноль на 12 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M1101114 = M11011 \vee r14 = 111111111110000 \vee 001000011000010 = 111111111110010$

В строке M1 10 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$M1101115 = M11011 \vee r15 = 111111111110000 \vee 000000001000001 = 111111111110001$

В строке M1 10 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M11012 = M110 \vee r12 = 111111111100000 \vee 001100111001000 = 111111111101000$

В строке M1 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют ноль на 11 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M11013 = M110 \vee r13 = 111111111100000 \vee 001000011000100 = 111111111100100$

В строке M1 10 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 11, 12

Записываем дизъюнкцию

$$M11014=M110V \ r14=111111111100000V \ 001000011000010=111111111100010$$

В строке M1 10 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 11, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$$M11015=M110V \ r15=111111111100000V \ 000000001000001=111111111100001$$

В строке M1 10 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M111=r1V \ r11=110001111000000V \ 001111111010000=111111111010000$$

В строке M1 11 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{12,13,14,15\}$ .

Строки 12, 13, 14, 15 не закроют ноль на 10 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M112=r1V \ r12=110001111000000V \ 001100111001000=111101111001000$$

В строке M1 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 5, 10, 11

Записываем дизъюнкцию

$$M113=r1V \ r13=110001111000000V \ 001000011000100=111001111000100$$

В строке M1 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 4, 5, 10, 11, 12

Записываем дизъюнкцию

$$M114=r1V \ r14=110001111000000V \ 001000011000010=111001111000010$$

В строке M1 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 4, 5, 10, 11, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$$M115=r1V \ r15=110001111000000V \ 000000001000001=110001111000001$$

В строке M1 15 остались незакрытые 0.

В 2 строке ищем первый нулевой элемент r26.

Записываем дизъюнкцию

$$M26=r2V \ r6=111110000100000V \ 101101000110000=11111000110000$$

В строке M2 6 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{7,8,9,12,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M267=M26V \ r7=11111000110000V \ 101000100111000=11111100111000$$

В строке M2 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M2678=M267V\ r8=111111100111000V\ 100000010111110=11111110111110$

В строке M2 6 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M26789=M2678V\ r9=111111110111110V\ 100000001111111=11111111111111$

В строке M2 6 7 8 9 все 1. Построено  $\psi_5=\{u_2\ 10, u_2\ 8, u_2\ 7, u_2\ 5, u_2\ 4\}$

Записываем дизъюнкцию

$M267815=M2678V\ r15=111111110111110V\ 000000001000001=11111111111111$

В строке M2 6 7 8 15 все 1. Построено  $\psi_6=\{u_2\ 10, u_2\ 8, u_2\ 7, u_2\ 5, u_3\ 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M2679=M267V\ r9=111111100111000V\ 100000001111111=11111110111111$

В строке M2 6 7 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M26713=M267V\ r13=111111100111000V\ 001000011000100=111111111111100$

В строке M2 6 7 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M2671314=M26713V\ r14=111111111111100V\ 001000011000010=111111111111110$

В строке M2 6 7 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M267131415=M2671314V\ r15=111111111111110V\ 000000001000001=11111111111111$

В строке M2 6 7 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_7=\{u_2\ 10, u_2\ 8, u_2\ 7, u_3\ 7, u_3\ 6, u_3\ 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M2671315=M26713V\ r15=111111111111100V\ 000000001000001=111111111111101$

В строке M2 6 7 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M26714=M267V\ r14=111111100111000V\ 001000011000010=1111111111111010$

В строке M2 6 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M26715=M267V\ r15=111111100111000V\ 000000001000001=1111111011111001$

В строке M2 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M268 = M26v \ r8 = 111111000110000v \ 100000010111110 = 111111010111110$$

В строке M2 6 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M269 = M26v \ r9 = 111111000110000v \ 100000001111111 = 111111001111111$$

В строке M2 6 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M2612 = M26v \ r12 = 111111000110000v \ 001100111001000 = 111111111111000$$

В строке M2 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M261213 = M2612v \ r13 = 111111111111000v \ 001000011000100 = 111111111111100$$

В строке M2 6 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M26121314 = M261213v \ r14 = 111111111111100v \ 001000011000010 = 111111111111110$$

В строке M2 6 12 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M2612131415 = M26121314v \ r15 = 111111111111110v \ 000000001000001 = 111111111111111$$

В строке M2 6 12 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_8 = \{u_2 10, u_2 8, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$

Записываем дизъюнкцию  $M2 \ 6 \ 12 \ 13 \ 15 = M2 \ 6 \ 12$

$$13v \ r15 = 111111111111100v \ 000000001000001 = 111111111111101$$

В строке M2 6 12 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M261214 = M2612v \ r14 = 111111111111000v \ 001000011000010 = 111111111111010$$

В строке M2 6 12 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закрывает ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M261215 = M2612v \ r15 = 111111111111000v \ 000000001000001 = 111111111111001$$

В строке M2 6 12 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M2613 = M26v \ r13 = 111111000110000v \ 001000011000100 = 111111011110100$$

В строке M2 6 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закрывают нули на позициях 7, 12

Записываем дизъюнкцию

$M2614=M26V \ r14=111111000110000V \ 001000011000010=111111011110010$

В строке M2 6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 7, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$M2615=M26V \ r15=111111000110000V \ 000000001000001=111111001110001$

В строке M2 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M27=r2V \ r7=111110000100000V \ 101000100111000=111110100111000$

В строке M2 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,13,14,15\}$ .

Строки 8, 9, 13, 14, 15 не закрывают ноль на 6 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M28=r2V \ r8=111110000100000V \ 100000010111110=111110010111110$

В строке M2 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Строки 9, 15 не закрывают нули на позициях 6, 7

Записываем дизъюнкцию

$M29=r2V \ r9=111110000100000V \ 100000001111111=111110001111111$

В строке M2 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M211=r2V \ r11=111110000100000V \ 001111111010000=111111111110000$

В строке M2 11 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{12,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M21112=M211V \ r12=111111111110000V \ 001100111001000=111111111111000$

В строке M2 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M2111213=M21112V \ r13=111111111111000V \ 001000011000100=111111111111100$

В строке M2 11 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M211121314 = M2111213 \vee r14 = 11111111111100 \vee 001000011000010 = 11111111111110$

В строке M2 11 12 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M21112131415 = M211121314 \vee r15 = 11111111111110 \vee 000000001000001 = 11111111111111$   
11

В строке M2 11 12 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_9 = \{u_2 10, u_3 9, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M211121315 = M2111213 \vee r15 = 11111111111100 \vee 000000001000001 = 111111111111101$

В строке M2 11 12 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M2111214 = M21112 \vee r14 = 111111111111000 \vee 001000011000010 = 1111111111111010$

В строке M2 11 12 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M2111215 = M21112 \vee r15 = 111111111111000 \vee 000000001000001 = 1111111111111001$

В строке M2 11 12 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M21113 = M211 \vee r13 = 1111111111110000 \vee 001000011000100 = 1111111111110100$

В строке M2 11 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют ноль на 12 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M21114 = M211 \vee r14 = 1111111111110000 \vee 001000011000010 = 1111111111110010$

В строке M2 11 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$M21115 = M211 \vee r15 = 1111111111110000 \vee 000000001000001 = 1111111111110001$

В строке M2 11 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M212 = r2 \vee r12 = 111110000100000 \vee 001100111001000 = 111110111101000$

В строке M2 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 11

Записываем дизъюнкцию

$$M213=r2V \ r13=111110000100000V \ 001000011000100=111110011100100$$

В строке M2 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 6, 7, 11, 12

Записываем дизъюнкцию

$$M214=r2V \ r14=111110000100000V \ 001000011000010=111110011100010$$

В строке M2 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 6, 7, 11, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$$M215=r2V \ r15=111110000100000V \ 000000001000001=111110001100001$$

В строке M2 15 остались незакрытые 0.

В 3 строке ищем первый нулевой элемент - r34.

Записываем дизъюнкцию

$$M34=r3V \ r4=011001100111110V \ 010101000111000=011101100111110$$

В строке M3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{5,8,9,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию M3 4

$$5=M34V \ r5=011101100111110V \ 010010000110000=011111100111110$$

В строке M3 4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M3458=M345V \ r8=011111100111110V \ 100000010111110=111111101111110$$

В строке M3 4 5 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M34589=M3458V \ r9=111111101111110V \ 100000001111111=111111111111111$$

В строке M3 4 5 8 9 все 1. Построено  $\psi_{10}=\{u_1 5, u_1 7, u_1 8, u_2 5, u_2 4\}$

Записываем дизъюнкцию

$$M345815=M3458V \ r15=111111101111110V \ 000000001000001=111111111111111$$

В строке M3 4 5 8 15 все 1. Построено  $\psi_{11}=\{u_1 5, u_1 7, u_1 8, u_2 5, u_3 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$$M3459=M345V \ r9=011111100111110V \ 100000001111111=111111101111111$$

В строке M3 4 5 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M34515=M345V \ r15=011111100111110V \ 000000001000001=011111101111111$$

В строке M3 4 5 15 остались незакрытые 0.



Записываем дизъюнкцию

$$M348=M34v \ r8=011101100111110v \ 100000010111110=111101110111110$$

В строке M3 4 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M349=M34v \ r9=011101100111110v \ 100000001111111=111101101111111$$

В строке M3 4 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M3415=M34v \ r15=011101100111110v \ 000000001000001=011101101111111$$

В строке M3 4 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M35=r3v \ r5=011001100111110v \ 010010000110000=011011100111110$$

В строке M3 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,15\}$ .

Строки 8, 9, 15 не закроют ноль на 4 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$$M38=r3v \ r8=011001100111110v \ 100000010111110=111001110111110$$

В строке M3 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют нули на позициях 4, 5

Записываем дизъюнкцию

$$M39=r3v \ r9=011001100111110v \ 100000001111111=111001101111111$$

В строке M3 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M315=r3v \ r15=011001100111110v \ 000000001000001=011001101111111$$

В строке M3 15 остались незакрытые 0.

В 4 строке ищем первый нулевой элемент - r45.

Записываем дизъюнкцию

$$M45=r4v \ r5=010101000111000v \ 010010000110000=010111000111000$$

В строке M4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{7,8,9,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$$M457=M45v \ r7=010111000111000v \ 101000100111000=111111100111000$$

В строке M4 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,13,14,15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M4578 = M457 \vee r8 = 111111100111000 \vee 100000010111110 = 11111110111110$

В строке M4 5 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M45789 = M4578 \vee r9 = 111111110111110 \vee 100000001111111 = 11111111111111$

В строке M4 5 7 8 9 все 1. Построено  $\psi_{12} = \{u1\ 7, u1\ 8, u2\ 7, u2\ 5, u2\ 4\}$

Записываем дизъюнкцию

$M457815 = M4578 \vee r15 = 111111110111110 \vee 000000001000001 = 11111111111111$

В строке M4 5 7 8 15 все 1. Построено  $\psi_{13} = \{u1\ 7, u1\ 8, u2\ 7, u2\ 5, u3\ 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M4579 = M457 \vee r9 = 111111100111000 \vee 100000001111111 = 11111110111111$

В строке M4 5 7 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M45713 = M457 \vee r13 = 111111100111000 \vee 001000011000100 = 111111111111100$

В строке M4 5 7 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M4571314 = M45713 \vee r14 = 111111111111100 \vee 001000011000010 = 111111111111110$

В строке M4 5 7 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M457131415 = M4571314 \vee r15 = 111111111111110 \vee 000000001000001 = 111111111111111$

В строке M4 5 7 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_{14} = \{u1\ 7, u1\ 8, u2\ 7, u3\ 7, u3\ 6, u3\ 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M4571315 = M45713 \vee r15 = 111111111111100 \vee 000000001000001 = 111111111111101$

В строке M4 5 7 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M45714 = M457 \vee r14 = 111111100111000 \vee 001000011000010 = 1111111111111010$

В строке M4 5 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закрывает ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M45715 = M457 \vee r15 = 111111100111000 \vee 000000001000001 = 111111101111001$

В строке M4 5 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M458 = M45 \vee r8 = 010111000111000 \vee 100000010111110 = 110111010111110$

В строке M4 5 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют нули на позициях 3, 7

Записываем дизъюнкцию

$M459 = M45v \ r9 = 010111000111000v \ 100000001111111 = 110111001111111$

В строке М4 5 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M4513 = M45v \ r13 = 010111000111000v \ 001000011000100 = 011111011111100$

В строке М4 5 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 7

Записываем дизъюнкцию

$M4514 = M45v \ r14 = 010111000111000v \ 001000011000010 = 011111011111010$

В строке М4 5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 7, 13

Записываем дизъюнкцию

$M4515 = M45v \ r15 = 010111000111000v \ 000000001000001 = 010111001111001$

В строке М4 5 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M47 = r4v \ r7 = 010101000111000v \ 101000100111000 = 111101100111000$

В строке М4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{8, 9, 13, 14, 15\}$ .

Строки 8, 9, 13, 14, 15 не закроют ноль на 5 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M48 = r4v \ r8 = 010101000111000v \ 100000010111110 = 110101010111110$

В строке М4 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют нули на позициях 3, 5, 7

Записываем дизъюнкцию

$M49 = r4v \ r9 = 010101000111000v \ 100000001111111 = 110101001111111$

В строке М4 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M413 = r4v \ r13 = 010101000111000v \ 001000011000100 = 011101011111100$

В строке М4 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 5, 7

Записываем дизъюнкцию

$M414 = r4v \ r14 = 010101000111000v \ 001000011000010 = 011101011111010$

В строке М4 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 1, 5, 7, 13

Записываем дизъюнкцию

$M_{415} = r_{4V} r_{15} = 010101000111000V 000000001000001 = 010101001111001$

В строке  $M_4 15$  остались незакрытые 0.

В 5 строке ищем первый нулевой элемент  $r_{56}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M_{56} = r_{5V} r_6 = 010010000110000V 101101000110000 = 111111000110000$

В строке  $M_5 6$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{7, 8, 9, 12, 13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M_{567} = M_{56V} r_7 = 111111000110000V 101000100111000 = 111111100111000$

В строке  $M_5 6 7$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{8, 9, 13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M_{5678} = M_{567V} r_8 = 111111100111000V 100000010111110 = 111111110111110$

В строке  $M_5 6 7 8$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M_{56789} = M_{5678V} r_9 = 111111110111110V 100000001111111 = 111111111111111$

В строке  $M_5 6 7 8 9$  все 1. Построено  $\psi_{15} = \{u_1 8, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_2 4\}$

Записываем дизъюнкцию

$M_{567815} = M_{5678V} r_{15} = 111111110111110V 000000001000001 = 111111111111111$

В строке  $M_5 6 7 8 15$  все 1. Построено  $\psi_{16} = \{u_1 8, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_3 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M_{5679} = M_{567V} r_9 = 111111100111000V 100000001111111 = 111111110111111$

В строке  $M_5 6 7 9$  остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M_{56713} = M_{567V} r_{13} = 111111100111000V 001000011000100 = 111111111111100$

В строке  $M_5 6 7 13$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M_{5671314} = M_{56713V} r_{14} = 111111111111100V 001000011000010 = 111111111111110$

В строке  $M_5 6 7 13 14$  находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M_{567131415} = M_{5671314V} r_{15} = 111111111111110V 000000001000001 = 111111111111111$

В строке  $M_5 6 7 13 14 15$  все 1. Построено  $\psi_{17} = \{u_1 8, u_2 8, u_2 7, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$

Записываем дизъюнкцию

$M5671315 = M56713V \ r15 = 11111111111100V \ 000000001000001 = 11111111111101$

В строке M5 6 7 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M56714 = M567V \ r14 = 111111100111000V \ 001000011000010 = 111111111111010$

В строке M5 6 7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M56715 = M567V \ r15 = 111111100111000V \ 000000001000001 = 111111101111001$

В строке M5 6 7 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M568 = M56V \ r8 = 111111000110000V \ 100000010111110 = 111111010111110$

В строке M5 6 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют ноль на 7 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M569 = M56V \ r9 = 111111000110000V \ 100000001111111 = 111111001111111$

В строке M5 6 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M5612 = M56V \ r12 = 111111000110000V \ 001100111001000 = 1111111111111000$

В строке M5 6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M561213 = M5612V \ r13 = 111111111111000V \ 001000011000100 = 111111111111100$

В строке M5 6 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M56121314 = M561213V \ r14 = 11111111111100V \ 001000011000010 = 111111111111110$

В строке M5 6 12 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M5612131415 = M56121314V \ r15 = 111111111111110V \ 000000001000001 = 111111111111111$

В строке M5 6 12 13 14 15 все 1. Построено  $\psi_{18} = \{u_{18}, u_{28}, u_{38}, u_{37}, u_{36}, u_{35}\}$

Записываем дизъюнкцию

$M56121315 = M561213V \ r15 = 11111111111100V \ 000000001000001 = 111111111111101$

В строке M5 6 12 13 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M561214 = M5612 \vee r14 = 11111111111000 \vee 001000011000010 = 11111111111010$

В строке M5 6 12 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции.

Записываем дизъюнкцию

$M561215 = M5612 \vee r15 = 11111111111000 \vee 000000001000001 = 11111111111001$

В строке M5 6 12 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M5613 = M56 \vee r13 = 111111000110000 \vee 001000011000100 = 111111011110100$

В строке M5 6 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{14, 15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 7, 12

Записываем дизъюнкцию

$M5614 = M56 \vee r14 = 111111000110000 \vee 001000011000010 = 111111011110010$

В строке M5 6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 7, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$M5615 = M56 \vee r15 = 111111000110000 \vee 000000001000001 = 111111001110001$

В строке M5 6 15 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M57 = r5 \vee r7 = 010010000110000 \vee 101000100111000 = 111010100111000$

В строке M5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{8, 9, 13, 14, 15\}$ .

Строки 8, 9, 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 4, 6

Записываем дизъюнкцию

$M58 = r5 \vee r8 = 010010000110000 \vee 100000010111110 = 110010010111110$

В строке M5 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{9, 15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют нули на позициях 3, 4, 6, 7

Записываем дизъюнкцию

$M59 = r5 \vee r9 = 010010000110000 \vee 100000001111111 = 110010001111111$

В строке M5 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M512 = r5 \vee r12 = 010010000110000 \vee 001100111001000 = 011110111111000$

В строке M5 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J' = \{13, 14, 15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 6

Записываем дизъюнкцию

$M5_{13}=r5V \ r_{13}=010010000110000V \ 001000011000100=011010011110100$

В строке M5 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 1, 4, 6, 7, 12

Записываем дизъюнкцию

$M5_{14}=r5V \ r_{14}=010010000110000V \ 001000011000010=011010011110010$

В строке M5 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 4, 6, 7, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$M5_{15}=r5V \ r_{15}=010010000110000V \ 000000001000001=010010001110001$

В строке M5 15 остались незакрытые 0.

В 6 строке ищем первый нулевой элемент  $r_{67}$ .

Записываем дизъюнкцию

$M6_7=r6V \ r_7=101101000110000V \ 101000100111000=101101100111000$

В строке M6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{8,9,13,14,15\}$ .

Строки 8, 9, 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 2, 5

Записываем дизъюнкцию

$M6_8=r6V \ r_8=101101000110000V \ 100000010111110=101101010111110$

В строке M6 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют нули на позициях 2, 5, 7

Записываем дизъюнкцию

$M6_9=r6V \ r_9=101101000110000V \ 100000001111111=101101001111111$

В строке M6 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$M6_{12}=r6V \ r_{12}=101101000110000V \ 001100111001000=101101111111000$

В строке M6 12 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{13,14,15\}$ .

Строки 13, 14, 15 не закроют нули на позициях 2, 5

Записываем дизъюнкцию

$M6_{13}=r6V \ r_{13}=101101000110000V \ 001000011000100=101101011110100$

В строке M6 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 2, 5, 7, 12

Записываем дизъюнкцию

$$M614=r6V \ r14=101101000110000V \ 001000011000010=101101011110010$$

В строке М6 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 2, 5, 7, 12, 13

Записываем дизъюнкцию

$$M615=r6V \ r15=101101000110000V \ 000000001000001=101101001110001$$

В строке М6 15 остались незакрытые 0.

В 7 строке ищем первый нулевой элемент - r78.

Записываем дизъюнкцию

$$M78=r7V \ r8=101000100111000V \ 100000010111110=101000110111110$$

В строке М7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{9,15\}$ .

Строки 9, 15 не закроют нули на позициях 2, 4, 5, 6

Записываем дизъюнкцию

$$M79=r7V \ r9=101000100111000V \ 100000001111111=101000101111111$$

В строке М7 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M713=r7V \ r13=101000100111000V \ 001000011000100=101000111111100$$

В строке М7 13 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{14,15\}$ .

Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 2, 4, 5, 6

Записываем дизъюнкцию

$$M714=r7V \ r14=101000100111000V \ 001000011000010=101000111111010$$

В строке М7 14 находим номера нулевых элементов, составляем список  $J'=\{15\}$ .

Строка 15 не закрывает нули на позициях 2, 4, 5, 6, 13

Записываем дизъюнкцию

$$M715=r7V \ r15=101000100111000V \ 000000001000001=101000101111001$$

В строке М7 15 остались незакрытые 0.

В 8 строке ищем первый нулевой элемент - r89.

Записываем дизъюнкцию

$$M89=r8V \ r9=100000010111110V \ 100000001111111=100000011111111$$

В строке М8 9 остались незакрытые 0.

Записываем дизъюнкцию

$$M815=r8V \ r15=100000010111110V \ 000000001000001=100000011111111$$

В строке М8 15 остались незакрытые 0.



$$\psi_{19}=\{u_2 4\}$$

**Из матрицы  $R(G')$  видно, что строки с номерами  $j > 9$  не смогут закрыть ноль в позиции 1.**

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств  $\psi G$  построено. Это:

$$\psi_1=\{u_1 3, u_1 5, u_1 7, u_1 8, u_3 5\}$$

$$\psi_2=\{u_1 3, u_1 7, u_1 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_3=\{u_1 3, u_1 8, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_4=\{u_1 3, u_3 11, u_3 9, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_5=\{u_2 10, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_2 4\}$$

$$\psi_6=\{u_2 10, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_3 5\}$$

$$\psi_7=\{u_2 10, u_2 8, u_2 7, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_8=\{u_2 10, u_2 8, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_9=\{u_2 10, u_3 9, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_{10}=\{u_1 5, u_1 7, u_1 8, u_2 5, u_2 4\}$$

$$\psi_{11}=\{u_1 5, u_1 7, u_1 8, u_2 5, u_3 5\}$$

$$\psi_{12}=\{u_1 7, u_1 8, u_2 7, u_2 5, u_2 4\}$$

$$\psi_{13}=\{u_1 7, u_1 8, u_2 7, u_2 5, u_3 5\}$$

$$\psi_{14}=\{u_1 7, u_1 8, u_2 7, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_{15}=\{u_1 8, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_2 4\}$$

$$\psi_{16}=\{u_1 8, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_3 5\}$$

$$\psi_{17}=\{u_1 8, u_2 8, u_2 7, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_{18}=\{u_1 8, u_2 8, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$$

$$\psi_{19}=\{u_2 4\}$$

## **Выделение из $G'$ максимального двудольного подграфа $H'$**

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия

$$\alpha\gamma\beta=|\psi\gamma|+|\psi\beta|-|\psi\gamma\cap\psi\beta|:$$

$$\alpha_{12}=|\psi_1|+|\psi_2|-|\psi_1\cap\psi_2|=5+6-4=7$$

$$\alpha_{13}=|\psi_1|+|\psi_3|-|\psi_1\cap\psi_3|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{14}=|\psi_1|+|\psi_4|-|\psi_1\cap\psi_4|=5+7-2=10$$

$$\alpha_{15}=|\psi_1|+|\psi_5|-|\psi_1\cap\psi_5|=5+5-0=10$$

$$\alpha 16=|\psi 1|+|\psi 6|-|\psi 1 \cap \psi 6|=5+5-1=9$$

$$\alpha 17=|\psi 1|+|\psi 7|-|\psi 1 \cap \psi 7|=5+6-1=10$$

$$\alpha 18=|\psi 1|+|\psi 8|-|\psi 1 \cap \psi 8|=5+6-1=10$$

$$\alpha 19=|\psi 1|+|\psi 9|-|\psi 1 \cap \psi 9|=5+6-1=10$$

$$\alpha 110=|\psi 1|+|\psi 10|-|\psi 1 \cap \psi 10|=5+5-3=7$$

$$\alpha 111=|\psi 1|+|\psi 11|-|\psi 1 \cap \psi 11|=5+5-4=6$$

$$\alpha 112=|\psi 1|+|\psi 12|-|\psi 1 \cap \psi 12|=5+5-2=8$$

$$\alpha 113=|\psi 1|+|\psi 13|-|\psi 1 \cap \psi 13|=5+5-3=7$$

$$\alpha 114=|\psi 1|+|\psi 14|-|\psi 1 \cap \psi 14|=5+6-3=8$$

$$\alpha 115=|\psi 1|+|\psi 15|-|\psi 1 \cap \psi 15|=5+5-1=9$$

$$\alpha 116=|\psi 1|+|\psi 16|-|\psi 1 \cap \psi 16|=5+5-2=8$$

$$\alpha 117=|\psi 1|+|\psi 17|-|\psi 1 \cap \psi 17|=5+6-2=9$$

$$\alpha 118=|\psi 1|+|\psi 18|-|\psi 1 \cap \psi 18|=5+6-2=9$$

$$\alpha 119=|\psi 1|+|\psi 19|-|\psi 1 \cap \psi 19|=5+1-0=6$$

$$\alpha 23=|\psi 2|+|\psi 3|-|\psi 2 \cap \psi 3|=6+6-5=7$$

$$\alpha 24=|\psi 2|+|\psi 4|-|\psi 2 \cap \psi 4|=6+7-4=9$$

$$\alpha 25=|\psi 2|+|\psi 5|-|\psi 2 \cap \psi 5|=6+5-0=11$$

$$\alpha 26=|\psi 2|+|\psi 6|-|\psi 2 \cap \psi 6|=6+5-1=10$$

$$\alpha 27=|\psi 2|+|\psi 7|-|\psi 2 \cap \psi 7|=6+6-3=9$$

$$\alpha 28=|\psi 2|+|\psi 8|-|\psi 2 \cap \psi 8|=6+6-3=9$$

$$\alpha 29=|\psi 2|+|\psi 9|-|\psi 2 \cap \psi 9|=6+6-3=9$$

$$\alpha 210=|\psi 2|+|\psi 10|-|\psi 2 \cap \psi 10|=6+5-2=9$$

$$\alpha 211=|\psi 2|+|\psi 11|-|\psi 2 \cap \psi 11|=6+5-3=8$$

$$\alpha 212=|\psi 2|+|\psi 12|-|\psi 2 \cap \psi 12|=6+5-2=9$$

$$\alpha 213=|\psi 2|+|\psi 13|-|\psi 2 \cap \psi 13|=6+5-3=8$$

$$\alpha 214=|\psi 2|+|\psi 14|-|\psi 2 \cap \psi 14|=6+6-5=7$$

$$\alpha 215=|\psi 2|+|\psi 15|-|\psi 2 \cap \psi 15|=6+5-1=10$$

$$\alpha 216=|\psi 2|+|\psi 16|-|\psi 2 \cap \psi 16|=6+5-2=9$$

$$\alpha 217=|\psi 2|+|\psi 17|-|\psi 2 \cap \psi 17|=6+6-4=8$$

$$\alpha 218=|\psi 2|+|\psi 18|-|\psi 2 \cap \psi 18|=6+6-4=8$$

$$\alpha 219=|\psi 2|+|\psi 19|-|\psi 2 \cap \psi 19|=6+1-0=7$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{34} &= |\psi_3| + |\psi_4| - |\psi_3 \cap \psi_4| = 6 + 7 - 5 = 8 \\
\alpha_{35} &= |\psi_3| + |\psi_5| - |\psi_3 \cap \psi_5| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
\alpha_{36} &= |\psi_3| + |\psi_6| - |\psi_3 \cap \psi_6| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha_{37} &= |\psi_3| + |\psi_7| - |\psi_3 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha_{38} &= |\psi_3| + |\psi_8| - |\psi_3 \cap \psi_8| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{39} &= |\psi_3| + |\psi_9| - |\psi_3 \cap \psi_9| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{310} &= |\psi_3| + |\psi_{10}| - |\psi_3 \cap \psi_{10}| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha_{311} &= |\psi_3| + |\psi_{11}| - |\psi_3 \cap \psi_{11}| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha_{312} &= |\psi_3| + |\psi_{12}| - |\psi_3 \cap \psi_{12}| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha_{313} &= |\psi_3| + |\psi_{13}| - |\psi_3 \cap \psi_{13}| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha_{314} &= |\psi_3| + |\psi_{14}| - |\psi_3 \cap \psi_{14}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{315} &= |\psi_3| + |\psi_{15}| - |\psi_3 \cap \psi_{15}| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha_{316} &= |\psi_3| + |\psi_{16}| - |\psi_3 \cap \psi_{16}| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha_{317} &= |\psi_3| + |\psi_{17}| - |\psi_3 \cap \psi_{17}| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha_{318} &= |\psi_3| + |\psi_{18}| - |\psi_3 \cap \psi_{18}| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha_{319} &= |\psi_3| + |\psi_{19}| - |\psi_3 \cap \psi_{19}| = 6 + 1 - 0 = 7 \\
\alpha_{45} &= |\psi_4| + |\psi_5| - |\psi_4 \cap \psi_5| = 7 + 5 - 0 = 12 \\
\alpha_{46} &= |\psi_4| + |\psi_6| - |\psi_4 \cap \psi_6| = 7 + 5 - 1 = 11 \\
\alpha_{47} &= |\psi_4| + |\psi_7| - |\psi_4 \cap \psi_7| = 7 + 6 - 3 = 10 \\
\alpha_{48} &= |\psi_4| + |\psi_8| - |\psi_4 \cap \psi_8| = 7 + 6 - 4 = 9 \\
\alpha_{49} &= |\psi_4| + |\psi_9| - |\psi_4 \cap \psi_9| = 7 + 6 - 5 = 8 \\
\alpha_{410} &= |\psi_4| + |\psi_{10}| - |\psi_4 \cap \psi_{10}| = 7 + 5 - 0 = 12 \\
\alpha_{411} &= |\psi_4| + |\psi_{11}| - |\psi_4 \cap \psi_{11}| = 7 + 5 - 1 = 11 \\
\alpha_{412} &= |\psi_4| + |\psi_{12}| - |\psi_4 \cap \psi_{12}| = 7 + 5 - 0 = 12 \\
\alpha_{413} &= |\psi_4| + |\psi_{13}| - |\psi_4 \cap \psi_{13}| = 7 + 5 - 1 = 11 \\
\alpha_{414} &= |\psi_4| + |\psi_{14}| - |\psi_4 \cap \psi_{14}| = 7 + 6 - 3 = 10 \\
\alpha_{415} &= |\psi_4| + |\psi_{15}| - |\psi_4 \cap \psi_{15}| = 7 + 5 - 0 = 12 \\
\alpha_{416} &= |\psi_4| + |\psi_{16}| - |\psi_4 \cap \psi_{16}| = 7 + 5 - 1 = 11 \\
\alpha_{417} &= |\psi_4| + |\psi_{17}| - |\psi_4 \cap \psi_{17}| = 7 + 6 - 3 = 10 \\
\alpha_{418} &= |\psi_4| + |\psi_{18}| - |\psi_4 \cap \psi_{18}| = 7 + 6 - 4 = 9 \\
\alpha_{419} &= |\psi_4| + |\psi_{19}| - |\psi_4 \cap \psi_{19}| = 7 + 1 - 0 = 8
\end{aligned}$$

$$\alpha_{56}=|\psi_5|+|\psi_6|-|\psi_5\cap\psi_6|=5+5-4=6$$

$$\alpha_{57}=|\psi_5|+|\psi_7|-|\psi_5\cap\psi_7|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{58}=|\psi_5|+|\psi_8|-|\psi_5\cap\psi_8|=5+6-2=9$$

$$\alpha_{59}=|\psi_5|+|\psi_9|-|\psi_5\cap\psi_9|=5+6-1=10$$

$$\alpha_{510}=|\psi_5|+|\psi_{10}|-|\psi_5\cap\psi_{10}|=5+5-2=8$$

$$\alpha_{511}=|\psi_5|+|\psi_{11}|-|\psi_5\cap\psi_{11}|=5+5-1=9$$

$$\alpha_{512}=|\psi_5|+|\psi_{12}|-|\psi_5\cap\psi_{12}|=5+5-3=7$$

$$\alpha_{513}=|\psi_5|+|\psi_{13}|-|\psi_5\cap\psi_{13}|=5+5-2=8$$

$$\alpha_{514}=|\psi_5|+|\psi_{14}|-|\psi_5\cap\psi_{14}|=5+6-1=10$$

$$\alpha_{515}=|\psi_5|+|\psi_{15}|-|\psi_5\cap\psi_{15}|=5+5-4=6$$

$$\alpha_{516}=|\psi_5|+|\psi_{16}|-|\psi_5\cap\psi_{16}|=5+5-3=7$$

$$\alpha_{517}=|\psi_5|+|\psi_{17}|-|\psi_5\cap\psi_{17}|=5+6-2=9$$

$$\alpha_{518}=|\psi_5|+|\psi_{18}|-|\psi_5\cap\psi_{18}|=5+6-1=10$$

$$\alpha_{519}=|\psi_5|+|\psi_{19}|-|\psi_5\cap\psi_{19}|=5+1-1=5$$

$$\alpha_{67}=|\psi_6|+|\psi_7|-|\psi_6\cap\psi_7|=5+6-4=7$$

$$\alpha_{68}=|\psi_6|+|\psi_8|-|\psi_6\cap\psi_8|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{69}=|\psi_6|+|\psi_9|-|\psi_6\cap\psi_9|=5+6-2=9$$

$$\alpha_{610}=|\psi_6|+|\psi_{10}|-|\psi_6\cap\psi_{10}|=5+5-1=9$$

$$\alpha_{611}=|\psi_6|+|\psi_{11}|-|\psi_6\cap\psi_{11}|=5+5-2=8$$

$$\alpha_{612}=|\psi_6|+|\psi_{12}|-|\psi_6\cap\psi_{12}|=5+5-2=8$$

$$\alpha_{613}=|\psi_6|+|\psi_{13}|-|\psi_6\cap\psi_{13}|=5+5-3=7$$

$$\alpha_{614}=|\psi_6|+|\psi_{14}|-|\psi_6\cap\psi_{14}|=5+6-2=9$$

$$\alpha_{615}=|\psi_6|+|\psi_{15}|-|\psi_6\cap\psi_{15}|=5+5-3=7$$

$$\alpha_{616}=|\psi_6|+|\psi_{16}|-|\psi_6\cap\psi_{16}|=5+5-4=6$$

$$\alpha_{617}=|\psi_6|+|\psi_{17}|-|\psi_6\cap\psi_{17}|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{618}=|\psi_6|+|\psi_{18}|-|\psi_6\cap\psi_{18}|=5+6-2=9$$

$$\alpha_{619}=|\psi_6|+|\psi_{19}|-|\psi_6\cap\psi_{19}|=5+1-0=6$$

$$\alpha_{78}=|\psi_7|+|\psi_8|-|\psi_7\cap\psi_8|=6+6-5=7$$

$$\alpha_{79}=|\psi_7|+|\psi_9|-|\psi_7\cap\psi_9|=6+6-4=8$$

$$\alpha_{710}=|\psi_7|+|\psi_{10}|-|\psi_7\cap\psi_{10}|=6+5-0=11$$

$$\alpha_{711}=|\psi_7|+|\psi_{11}|-|\psi_7\cap\psi_{11}|=6+5-1=10$$

$$\begin{aligned}
\alpha 712 &= |\psi 7| + |\psi 12| - |\psi 7 \cap \psi 12| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 713 &= |\psi 7| + |\psi 13| - |\psi 7 \cap \psi 13| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha 714 &= |\psi 7| + |\psi 14| - |\psi 7 \cap \psi 14| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha 715 &= |\psi 7| + |\psi 15| - |\psi 7 \cap \psi 15| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha 716 &= |\psi 7| + |\psi 16| - |\psi 7 \cap \psi 16| = 6 + 5 - 3 = 8 \\
\alpha 717 &= |\psi 7| + |\psi 17| - |\psi 7 \cap \psi 17| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha 718 &= |\psi 7| + |\psi 18| - |\psi 7 \cap \psi 18| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha 719 &= |\psi 7| + |\psi 19| - |\psi 7 \cap \psi 19| = 6 + 1 - 0 = 7 \\
\alpha 89 &= |\psi 8| + |\psi 9| - |\psi 8 \cap \psi 9| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha 810 &= |\psi 8| + |\psi 10| - |\psi 8 \cap \psi 10| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
\alpha 811 &= |\psi 8| + |\psi 11| - |\psi 8 \cap \psi 11| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 812 &= |\psi 8| + |\psi 12| - |\psi 8 \cap \psi 12| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
\alpha 813 &= |\psi 8| + |\psi 13| - |\psi 8 \cap \psi 13| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 814 &= |\psi 8| + |\psi 14| - |\psi 8 \cap \psi 14| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha 815 &= |\psi 8| + |\psi 15| - |\psi 8 \cap \psi 15| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 816 &= |\psi 8| + |\psi 16| - |\psi 8 \cap \psi 16| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha 817 &= |\psi 8| + |\psi 17| - |\psi 8 \cap \psi 17| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha 818 &= |\psi 8| + |\psi 18| - |\psi 8 \cap \psi 18| = 6 + 6 - 5 = 7 \\
\alpha 819 &= |\psi 8| + |\psi 19| - |\psi 8 \cap \psi 19| = 6 + 1 - 0 = 7 \\
\alpha 910 &= |\psi 9| + |\psi 10| - |\psi 9 \cap \psi 10| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
\alpha 911 &= |\psi 9| + |\psi 11| - |\psi 9 \cap \psi 11| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 912 &= |\psi 9| + |\psi 12| - |\psi 9 \cap \psi 12| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
\alpha 913 &= |\psi 9| + |\psi 13| - |\psi 9 \cap \psi 13| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 914 &= |\psi 9| + |\psi 14| - |\psi 9 \cap \psi 14| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha 915 &= |\psi 9| + |\psi 15| - |\psi 9 \cap \psi 15| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
\alpha 916 &= |\psi 9| + |\psi 16| - |\psi 9 \cap \psi 16| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
\alpha 917 &= |\psi 9| + |\psi 17| - |\psi 9 \cap \psi 17| = 6 + 6 - 3 = 9 \\
\alpha 918 &= |\psi 9| + |\psi 18| - |\psi 9 \cap \psi 18| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
\alpha 919 &= |\psi 9| + |\psi 19| - |\psi 9 \cap \psi 19| = 6 + 1 - 0 = 7 \\
\alpha 1011 &= |\psi 10| + |\psi 11| - |\psi 10 \cap \psi 11| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
\alpha 1012 &= |\psi 10| + |\psi 12| - |\psi 10 \cap \psi 12| = 5 + 5 - 4 = 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha 1013 &= |\psi 10| + |\psi 13| - |\psi 10 \cap \psi 13| = 5 + 5 - 3 = 7 \\
\alpha 1014 &= |\psi 10| + |\psi 14| - |\psi 10 \cap \psi 14| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha 1015 &= |\psi 10| + |\psi 15| - |\psi 10 \cap \psi 15| = 5 + 5 - 3 = 7 \\
\alpha 1016 &= |\psi 10| + |\psi 16| - |\psi 10 \cap \psi 16| = 5 + 5 - 2 = 8 \\
\alpha 1017 &= |\psi 10| + |\psi 17| - |\psi 10 \cap \psi 17| = 5 + 6 - 1 = 10 \\
\alpha 1018 &= |\psi 10| + |\psi 18| - |\psi 10 \cap \psi 18| = 5 + 6 - 1 = 10 \\
\alpha 1019 &= |\psi 10| + |\psi 19| - |\psi 10 \cap \psi 19| = 5 + 1 - 1 = 5 \\
\alpha 1112 &= |\psi 11| + |\psi 12| - |\psi 11 \cap \psi 12| = 5 + 5 - 3 = 7 \\
\alpha 1113 &= |\psi 11| + |\psi 13| - |\psi 11 \cap \psi 13| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
\alpha 1114 &= |\psi 11| + |\psi 14| - |\psi 11 \cap \psi 14| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha 1115 &= |\psi 11| + |\psi 15| - |\psi 11 \cap \psi 15| = 5 + 5 - 2 = 8 \\
\alpha 1116 &= |\psi 11| + |\psi 16| - |\psi 11 \cap \psi 16| = 5 + 5 - 3 = 7 \\
\alpha 1117 &= |\psi 11| + |\psi 17| - |\psi 11 \cap \psi 17| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha 1118 &= |\psi 11| + |\psi 18| - |\psi 11 \cap \psi 18| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha 1119 &= |\psi 11| + |\psi 19| - |\psi 11 \cap \psi 19| = 5 + 1 - 0 = 6 \\
\alpha 1213 &= |\psi 12| + |\psi 13| - |\psi 12 \cap \psi 13| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
\alpha 1214 &= |\psi 12| + |\psi 14| - |\psi 12 \cap \psi 14| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha 1215 &= |\psi 12| + |\psi 15| - |\psi 12 \cap \psi 15| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
\alpha 1216 &= |\psi 12| + |\psi 16| - |\psi 12 \cap \psi 16| = 5 + 5 - 3 = 7 \\
\alpha 1217 &= |\psi 12| + |\psi 17| - |\psi 12 \cap \psi 17| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha 1218 &= |\psi 12| + |\psi 18| - |\psi 12 \cap \psi 18| = 5 + 6 - 1 = 10 \\
\alpha 1219 &= |\psi 12| + |\psi 19| - |\psi 12 \cap \psi 19| = 5 + 1 - 1 = 5 \\
\alpha 1314 &= |\psi 13| + |\psi 14| - |\psi 13 \cap \psi 14| = 5 + 6 - 4 = 7 \\
\alpha 1315 &= |\psi 13| + |\psi 15| - |\psi 13 \cap \psi 15| = 5 + 5 - 3 = 7 \\
\alpha 1316 &= |\psi 13| + |\psi 16| - |\psi 13 \cap \psi 16| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
\alpha 1317 &= |\psi 13| + |\psi 17| - |\psi 13 \cap \psi 17| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
\alpha 1318 &= |\psi 13| + |\psi 18| - |\psi 13 \cap \psi 18| = 5 + 6 - 2 = 9 \\
\alpha 1319 &= |\psi 13| + |\psi 19| - |\psi 13 \cap \psi 19| = 5 + 1 - 0 = 6 \\
\alpha 1415 &= |\psi 14| + |\psi 15| - |\psi 14 \cap \psi 15| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
\alpha 1416 &= |\psi 14| + |\psi 16| - |\psi 14 \cap \psi 16| = 6 + 5 - 3 = 8 \\
\alpha 1417 &= |\psi 14| + |\psi 17| - |\psi 14 \cap \psi 17| = 6 + 6 - 5 = 7
\end{aligned}$$

$$\alpha_{1418}=|\psi_{14}|+|\psi_{18}|-|\psi_{14}\cap\psi_{18}|=6+6-4=8$$

$$\alpha_{1419}=|\psi_{14}|+|\psi_{19}|-|\psi_{14}\cap\psi_{19}|=6+1-0=7$$

$$\alpha_{1516}=|\psi_{15}|+|\psi_{16}|-|\psi_{15}\cap\psi_{16}|=5+5-4=6$$

$$\alpha_{1517}=|\psi_{15}|+|\psi_{17}|-|\psi_{15}\cap\psi_{17}|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{1518}=|\psi_{15}|+|\psi_{18}|-|\psi_{15}\cap\psi_{18}|=5+6-2=9$$

$$\alpha_{1519}=|\psi_{15}|+|\psi_{19}|-|\psi_{15}\cap\psi_{19}|=5+1-1=5$$

$$\alpha_{1617}=|\psi_{16}|+|\psi_{17}|-|\psi_{16}\cap\psi_{17}|=5+6-4=7$$

$$\alpha_{1618}=|\psi_{16}|+|\psi_{18}|-|\psi_{16}\cap\psi_{18}|=5+6-3=8$$

$$\alpha_{1619}=|\psi_{16}|+|\psi_{19}|-|\psi_{16}\cap\psi_{19}|=5+1-0=6$$

$$\alpha_{1718}=|\psi_{17}|+|\psi_{18}|-|\psi_{17}\cap\psi_{18}|=6+6-5=7$$

$$\alpha_{1719}=|\psi_{17}|+|\psi_{19}|-|\psi_{17}\cap\psi_{19}|=6+1-0=7$$

$$\alpha_{1819}=|\psi_{18}|+|\psi_{19}|-|\psi_{18}\cap\psi_{19}|=6+1-0=7$$

Получим матрицу:

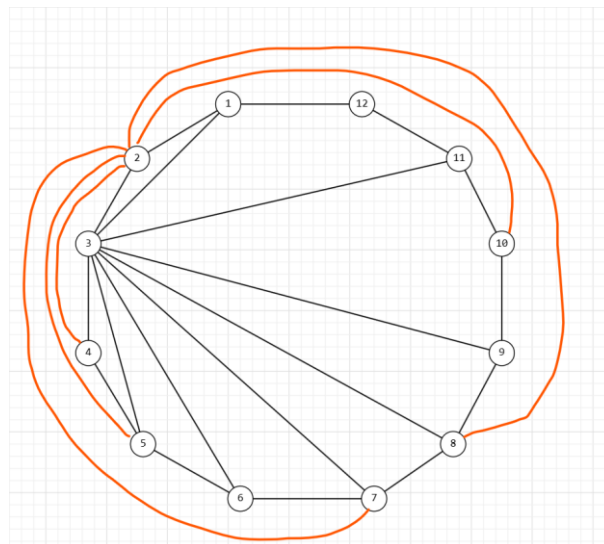
	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$\psi_4$	$\psi_5$	$\psi_6$	$\psi_7$	$\psi_8$	$\psi_9$	$\psi_{10}$	$\psi_{11}$	$\psi_{12}$	$\psi_{13}$	$\psi_{14}$	$\psi_{15}$	$\psi_{16}$	$\psi_{17}$	$\psi_{18}$	$\psi_{19}$
$\psi_1$	-	7	8	10	10	9	10	10	10	7	6	8	7	8	9	8	9	9	6
$\psi_2$	-	-	7	9	11	10	9	9	9	9	8	9	8	7	10	9	8	8	7
$\psi_3$	-	-	-	8	11	10	9	8	8	10	9	10	9	8	10	9	8	7	7
$\psi_4$	-	-	-	-	12	11	10	9	8	12	11	12	11	10	12	11	10	9	8
$\psi_5$	-	-	-	-	-	6	8	9	10	8	9	7	8	10	6	7	9	10	5
$\psi_6$	-	-	-	-	-	-	7	8	9	9	8	8	7	9	7	6	8	9	6
$\psi_7$	-	-	-	-	-	-	-	7	8	11	10	10	9	8	9	8	7	8	7
$\psi_8$	-	-	-	-	-	-	-	-	7	11	10	11	10	9	10	9	8	7	7
$\psi_9$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	11	10	11	10	9	11	10	9	8	7
$\psi_{10}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	6	7	9	7	8	10	10	5
$\psi_{11}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	6	8	8	7	9	9	6
$\psi_{12}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	8	6	7	9	10	5

$\psi_{13}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	7	6	8	9	6
$\psi_{14}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9	8	7	8	7
$\psi_{15}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	8	9	5
$\psi_{16}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	8	6
$\psi_{17}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	7
$\psi_{18}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7

$$\max(\alpha_{\gamma} \delta) = \alpha_{45} = 12$$

Возьмем  $\psi_4 = \{u_1 3, u_3 11, u_3 9, u_3 8, u_3 7, u_3 6, u_3 5\}$  и  $\psi_5 = \{u_2 10, u_2 8, u_2 7, u_2 5, u_2 4\}$

Ребра, вошедшие в  $\psi_4$ , проведем внутри гамильтонова цикла  $\alpha$ , для  $\psi_5$  – вне цикла.



Удаляем из  $\Psi_G$  ребра, вошедшие в  $\psi_4$ ,  $\psi_5$  и удаляем пустые множества.

$$\psi_1 = \{u_1 5, u_1 7, u_1 8\}, \psi_{10} = \{u_1 5, u_1 7, u_1 8\}, \psi_{11} = \{u_1 5, u_1 7, u_1 8\};$$

$$\psi_2 = \{u_1 7, u_1 8\}, \psi_{12} = \{u_1 7, u_1 8\}, \psi_{13} = \{u_1 7, u_1 8\}, \psi_{14} = \{u_1 7, u_1 8\};$$

$$\psi_3 = \{u_1 8\}, \psi_{15} = \{u_1 8\}, \psi_{16} = \{u_1 8\}, \psi_{17} = \{u_1 8\}, \psi_{18} = \{u_1 8\};$$

$$\psi_6 = \{\}, \psi_7 = \{\}, \psi_8 = \{\}, \psi_9 = \{\}, \psi_{19} = \{\}$$

Удаляем одинаковые множества:

$$\psi_1 = \{u_1 5, u_1 7, u_1 8\}$$

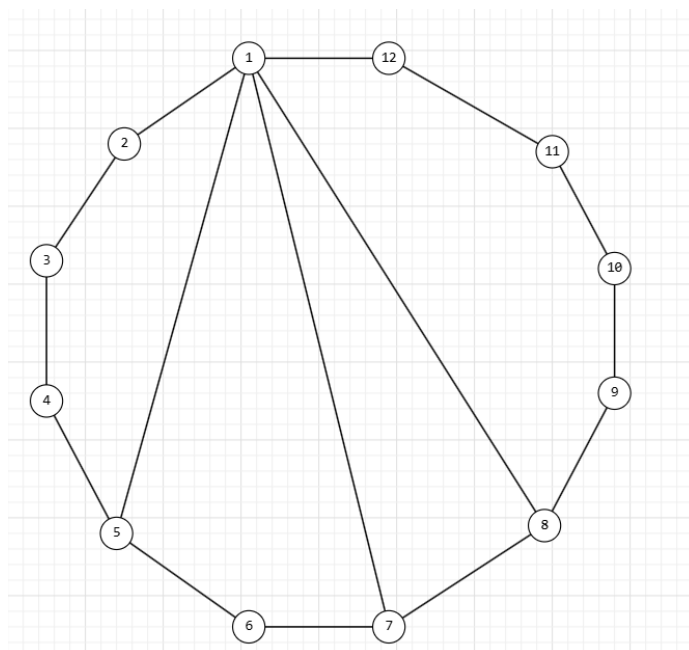
$$\psi_2 = \{u_1 7, u_1 8\}$$

$$\psi_3 = \{u_1 8\}$$

$\psi_2$  и  $\psi_3$  являются подмножествами  $\psi_1$



Ребра, вошедшие в  $\psi_1$ , проведем внутри гамильтонова цикла, для  $\psi_2$  и  $\psi_3$  автоматически захватятся.



Удаляем из  $\Psi_G$  ребра, вошедшие в  $\psi_1$  и удаляем пустые множества.

Множеств не остаётся.

**Граф планаризирован.**