

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 «Программная инженерия»
Системное и прикладное программное обеспечение

Курсовая работа
Часть 2
По дисциплине «Дискретная математика»
Вариант: 69

Выполнил:
Ясаков Артем Андреевич

Группа: Р3113

Преподаватель:
Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург 2024 г.

Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию

$C = A + 3$ (A и C по 4 бита) при $t = 0$

$C = A + B$ (A и B по 2 бита) при $t = 1$

При переносе или заеме устанавливается бит e .

№	t	a ₁	a ₂	b ₁	b ₂	e	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
3	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
5	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
6	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
7	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
9	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
10	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1
11	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0
12	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1
13	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
14	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
15	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
18	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
20	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
22	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
23	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
24	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
26	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
27	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1
28	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
30	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1
31	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0

Минимизация булевых функций на картах Карно

Function e

$t=0$	$t=1$
1 1 0 1	-
1 1 1 0	
1 1 1 1	

$e = \bar{t}a_1a_2b_1 \vee \bar{t}a_1a_2b_2$ ($S_q^e = 10$)

Function C_1

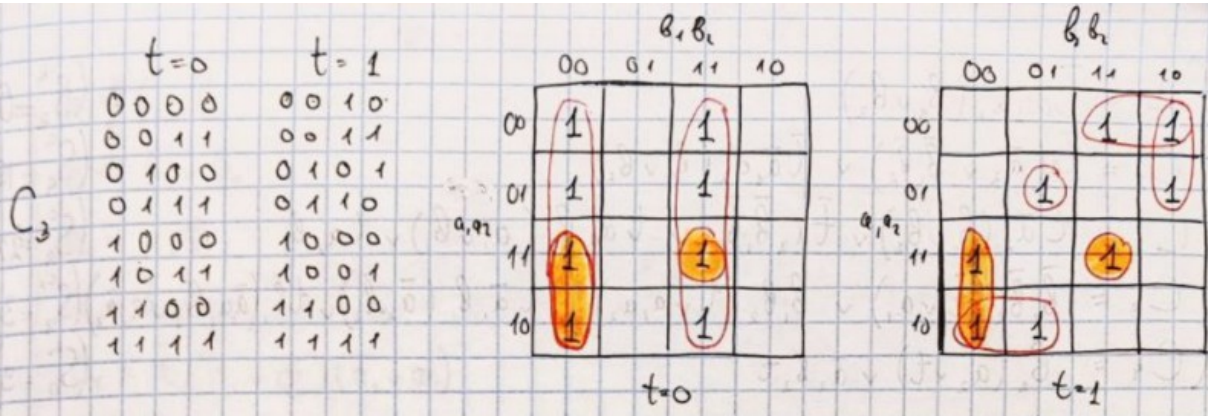
$t=0$	$t=1$
0 1 0 1	-
0 1 1 0	
0 1 1 1	
1 0 0 0	
1 0 0 1	
1 0 1 0	
1 0 1 1	
1 1 0 0	

$C_1 = \bar{t}a_1\bar{a}_2 \vee \bar{t}a_1\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee \bar{t}\bar{a}_1a_2b_1 \vee \bar{t}\bar{a}_1a_2b_2$ ($S_q^{C_1} = 19$)

Function C_2

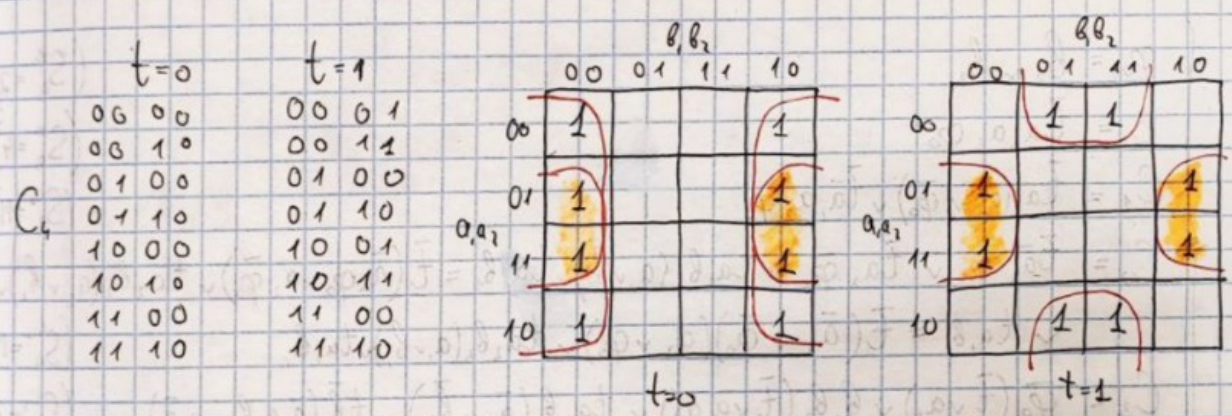
$t=0$	$t=1$
0 0 0 1	0 1 1 1
0 0 1 0	1 0 1 0
0 0 1 1	1 0 1 1
0 1 0 0	1 1 0 1
1 0 0 1	1 1 1 0
1 0 1 0	1 1 1 1
1 0 1 1	
1 1 0 0	

$C_2 = \bar{t}a_1\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee \bar{t}\bar{a}_1b_2 \vee \bar{t}\bar{a}_2b_2 \vee ta_2b_1b_2 \vee ta_1a_2b_2 \vee ta_1b_1$ ($S_q^{C_2} = 27$)



$C_3 = \bar{t}b_1b_2 \vee \bar{t}\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee a_1\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee a_1a_2b_1b_2 \vee ta_1\bar{a}_2\bar{b}_1 \vee t\bar{a}_1a_2\bar{b}_1 \vee$
 $\vee t\bar{a}_1\bar{a}_2b_1 \vee t\bar{a}_1b_1\bar{b}_2$

($S_q^c = 38$)



$C_4 = \bar{t}\bar{b}_2 \vee a_2\bar{b}_2 \vee t\bar{a}_2b_2$

($S_q^c = 10$)

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases}
 e = \bar{t}a_1a_2b_1 \vee \bar{t}a_1a_2b_2 & (S_q^e = 10) \\
 C_1 = \bar{t}a_1\bar{a}_2 \vee \bar{t}a_1\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee \bar{t}\bar{a}_1a_2b_1 \vee \bar{t}\bar{a}_1a_2b_2 & (S_q^{C_1} = 19) \\
 C_2 = \bar{t}a_1\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee \bar{t}\bar{a}_1b_1 \vee \bar{t}a_1b_2 \vee ta_2b_1b_2 \vee ta_1a_2b_2 \vee ta_1b_1 & (S_q^{C_2} = 27) \\
 C_3 = \bar{t}b_1b_2 \vee \bar{t}\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee a_1\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee a_1a_2b_1b_2 \vee ta_1\bar{a}_1\bar{b}_1 \vee t\bar{a}_1a_1\bar{b}_1b_2 \vee ta_1a_2b_1 \vee t\bar{a}_1b_1\bar{b}_2 & (S_q^{C_3} = 38) \\
 C_4 = \bar{t}b_2 \vee a_2\bar{b}_2 \vee t\bar{a}_2b_2 & (S_q^{C_4} = 10)
 \end{cases}$$

$$(S_q = 104)$$

Проведем раздельную факторизацию системы

$$\begin{cases}
 e = \bar{t}a_1a_2(b_1 \vee b_2) & (S_q^e = 9) \\
 C_1 = \bar{t}a_1(\bar{a}_2 \vee \bar{b}_1\bar{b}_2) \vee \bar{t}\bar{a}_1a_2(b_1 \vee b_2) & (S_q^{C_1} = 15) \\
 C_2 = \bar{t}\bar{a}_2(b_1 \vee b_2) \vee \bar{t}a_2\bar{b}_1\bar{b}_2 \vee ta_1b_2(a_1 \vee b_1) \vee ta_1b_1 & (S_q^{C_2} = 22) \\
 C_3 = \bar{b}_1\bar{b}_2(\bar{t} \vee a_1) \vee b_1b_2(\bar{t} \vee a_1a_2) \vee t\bar{a}_1b_1(\bar{a}_2 \vee \bar{b}_2) \vee t\bar{b}_1(\bar{a}_1a_2b_2 \vee a_1\bar{a}_2) & (S_q^{C_3} = 32) \\
 C_4 = \bar{b}_2(a_2 \vee t) \vee \bar{a}_2b_2t & (S_q^{C_4} = 9)
 \end{cases}$$

$$(S_q = 85)$$

$$\varphi_0 = b_1 \vee b_2, \quad \bar{\varphi}_0 = \bar{b}_1\bar{b}_2$$

Проведем совместную декомпозицию системы

$$\varphi_0 = b_1 \vee b_2, \quad \bar{\varphi}_0 = \bar{b}_1 \bar{b}_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = b_1 \vee b_2 \\ e = \bar{t} a_1 a_2 \varphi_0 \\ C_1 = \bar{t} a_1 (\bar{a}_1 \vee \bar{\varphi}_0) \vee \bar{t} \bar{a}_1 a_2 \varphi_0 \\ C_2 = \bar{t} \bar{a}_1 \varphi_0 \vee \bar{t} a_1 \bar{\varphi}_0 \vee t a_1 b_2 (a_1 \vee b_1) \vee t a_1 b_1 = \bar{t} (\bar{a}_1 \varphi_0 \vee a_1 \bar{\varphi}_0) \vee t a_1 b_2 (a_1 \vee b_1) \vee \\ \vee t a_1 b_1 = \bar{t} (\bar{a}_1 \vee \bar{\varphi}_0) (a_1 \vee \varphi_0) \vee t a_1 b_2 (a_1 \vee b_1) \vee t a_1 b_1 \\ C_3 = \bar{\varphi}_0 (\bar{t} \vee a_1) \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 a_2) \vee t a_1 b_1 (\bar{a}_1 \vee \bar{b}_1) \vee t \bar{b}_1 (\bar{a}_1 a_2 b_1 \vee a_1 \bar{a}_1) \\ C_4 = \bar{b}_2 (a_1 \vee t) \vee \bar{a}_1 b_2 t \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_q^{\varphi_0} = 2) \\ (S_q^e = 4) \\ (S_q^{C_1} = 11) \\ (S_q^{C_2} = 19) \\ (S_q^{C_3} = 31) \\ (S_q^{C_4} = 9) \end{array}$$

$$(S_q = 76)$$

Проведем совместную декомпозицию системы

$$\varphi_1 = \bar{a}_2 \vee \bar{\varphi}_0, \quad \bar{\varphi}_1 = a_1 \varphi_0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = b_1 \vee b_2 \\ \varphi_1 = \bar{a}_2 \vee \bar{\varphi}_0 \\ e = \bar{t} a_1 \bar{\varphi}_1 \\ C_1 = \bar{t} a_1 \varphi_1 \vee \bar{t} \bar{a}_1 \bar{\varphi}_1 = \bar{t} (a_1 \vee \bar{\varphi}_1) (\bar{a}_1 \vee \varphi_1) \\ C_2 = \bar{t} \varphi_1 (a_1 \vee \varphi_0) \vee t a_1 b_2 (a_1 \vee b_1) \vee t a_1 b_1 \\ C_3 = \bar{\varphi}_0 (\bar{t} \vee a_1) \vee b_1 b_2 (\bar{t} \vee a_1 a_2) \vee t a_1 b_1 (\bar{a}_1 \vee \bar{b}_1) \vee t \bar{b}_1 (\bar{a}_1 a_2 b_1 \vee a_1 \bar{a}_1) \\ C_4 = \bar{b}_2 (a_1 \vee t) \vee \bar{a}_1 b_2 t \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_q^{\varphi_0} = 2) \\ (S_q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_q^e = 3) \\ (S_q^{C_1} = 7) \\ (S_q^{C_2} = 17) \\ (S_q^{C_3} = 31) \\ (S_q^{C_4} = 9) \end{array}$$

$$(S_q = 71)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned}
 & \varphi_2 = a_2 b_2 \quad \bar{\varphi}_2 = \bar{a}_2 \vee \bar{b}_2 \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 & \varphi_0 = b_1 \vee b_2 & (S_q^{\varphi_0} = 2) \\
 & \varphi_1 = \bar{a}_1 \vee \bar{\varphi}_0 & (S_q^{\varphi_1} = 2) \\
 & \varphi_2 = a_2 b_2 & (S_q^{\varphi_2} = 2) \\
 & e = \bar{t} a_1 \bar{\varphi}_1 & (S_q^e = 3) \\
 & C_1 = \bar{t} (a_1 \vee \bar{\varphi}_1) (\bar{a}_1 \vee \varphi_1) & (S_q^{C_1} = 7) \\
 & C_2 = \bar{t} \varphi_1 (a_2 \vee \varphi_0) \vee t \varphi_2 (a_1 \vee b_1) \vee t a_1 b_1 & (S_q^{C_2} = 16) \\
 & C_3 = \bar{\varphi}_0 (\bar{t} \vee a_1) \vee \bar{t} b_1 b_2 \vee \varphi_2 a_1 b_1 \vee t a_1 b_1 \bar{\varphi}_2 \vee t \bar{b}_1 (\bar{a}_1 \varphi_2 \vee a_1 \bar{a}_2) & (S_q^{C_3} = 28) \\
 & C_4 = \bar{b}_2 (a_1 \vee t) \vee \bar{a}_1 b_2 t & (S_q^{C_4} = 9)
 \end{aligned} \right. \\
 & (S_q = 69)
 \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы

$$\begin{aligned}
 & \varphi_3 = a_1 b_1, \quad \varphi_4 = a_1 \bar{\varphi}_1, \quad \bar{\varphi}_4 = \bar{a}_1 \vee \varphi_1 \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 & \varphi_0 = b_1 \vee b_2 & (S_q^{\varphi_0} = 2) \\
 & \varphi_1 = \bar{a}_2 \vee \bar{\varphi}_0 & (S_q^{\varphi_1} = 2) \\
 & \varphi_2 = a_2 b_2 & (S_q^{\varphi_2} = 2) \\
 & \varphi_3 = a_1 b_1 & (S_q^{\varphi_3} = 2) \\
 & \varphi_4 = a_1 \bar{\varphi}_1 & (S_q^{\varphi_4} = 2) \\
 & e = t \varphi_4 & (S_q^e = 2) \\
 & C_1 = \bar{t} (a_1 \vee \bar{\varphi}_1) \bar{\varphi}_4 & (S_q^{C_1} = 5) \\
 & C_2 = \bar{t} \varphi_1 (a_1 \vee \varphi_0) \vee t \varphi_2 (a_1 \vee b_1) \vee t \varphi_3 & (S_q^{C_2} = 15) \\
 & C_3 = \bar{\varphi}_0 (\bar{t} \vee a_1) \vee \bar{t} b_1 b_2 \vee \varphi_3 (\varphi_2 \vee t \bar{\varphi}_2) \vee t \bar{b}_1 (\bar{a}_1 \varphi_2 \vee a_1 \bar{a}_2) & (S_q^{C_3} = 26) \\
 & C_4 = \bar{b}_2 (a_1 \vee t) \vee \bar{a}_1 b_2 t & (S_q^{C_4} = 9)
 \end{aligned} \right. \\
 & (S_q = 67)
 \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы

$$\begin{aligned}
 & \varphi_5 = a_1 \vee b_1, \quad \bar{\varphi}_5 = \bar{a}_1 \bar{b}_1, \quad \varphi_6 = t \bar{a}_1 \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = b_1 \vee b_2 \\ \varphi_1 = \bar{a}_2 \vee \bar{\varphi}_0 \\ \varphi_2 = a_2 b_2 \\ \varphi_3 = a_1 b_1 \\ \varphi_4 = a_1 \bar{\varphi}_1 \\ \varphi_5 = a_1 \vee b_1 \\ e = t \varphi_4 \\ C_1 = \bar{t} (a_1 \vee \bar{\varphi}_1) \bar{\varphi}_1 \\ C_2 = \bar{t} \varphi_1 (a_2 \vee \varphi_0) \vee t \varphi_2 \varphi_5 \vee t \varphi_3 \\ C_3 = \bar{\varphi}_0 (\bar{t} \vee a_1) \vee \varphi_3 (\varphi_2 \vee t \bar{\varphi}_2) \vee t \varphi_1 \bar{\varphi}_5 \vee \bar{t} b_1 b_2 \vee a_1 \varphi_6 \bar{b}_1 \\ C_4 = \bar{b}_2 (a_2 \vee t) \vee \varphi_6 b_2 \\ \varphi_6 = t \bar{a}_1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (S_q^{\varphi_0} = 2) \\ (S_q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_q^{\varphi_4} = 2) \\ (S_q^{\varphi_5} = 2) \\ (S_q^e = 2) \\ (S_q^{c_1} = 5) \\ (S_q^{c_2} = 13) \\ (S_q^{c_3} = 24) \\ (S_q^{c_4} = 8) \\ (S_q^{\varphi_6} = 2) \end{array} \\
 & \quad \quad \quad (S_q = 66)
 \end{aligned}$$

Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$t = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 1, \quad b_1 = 1, \quad b_2 = 0$$

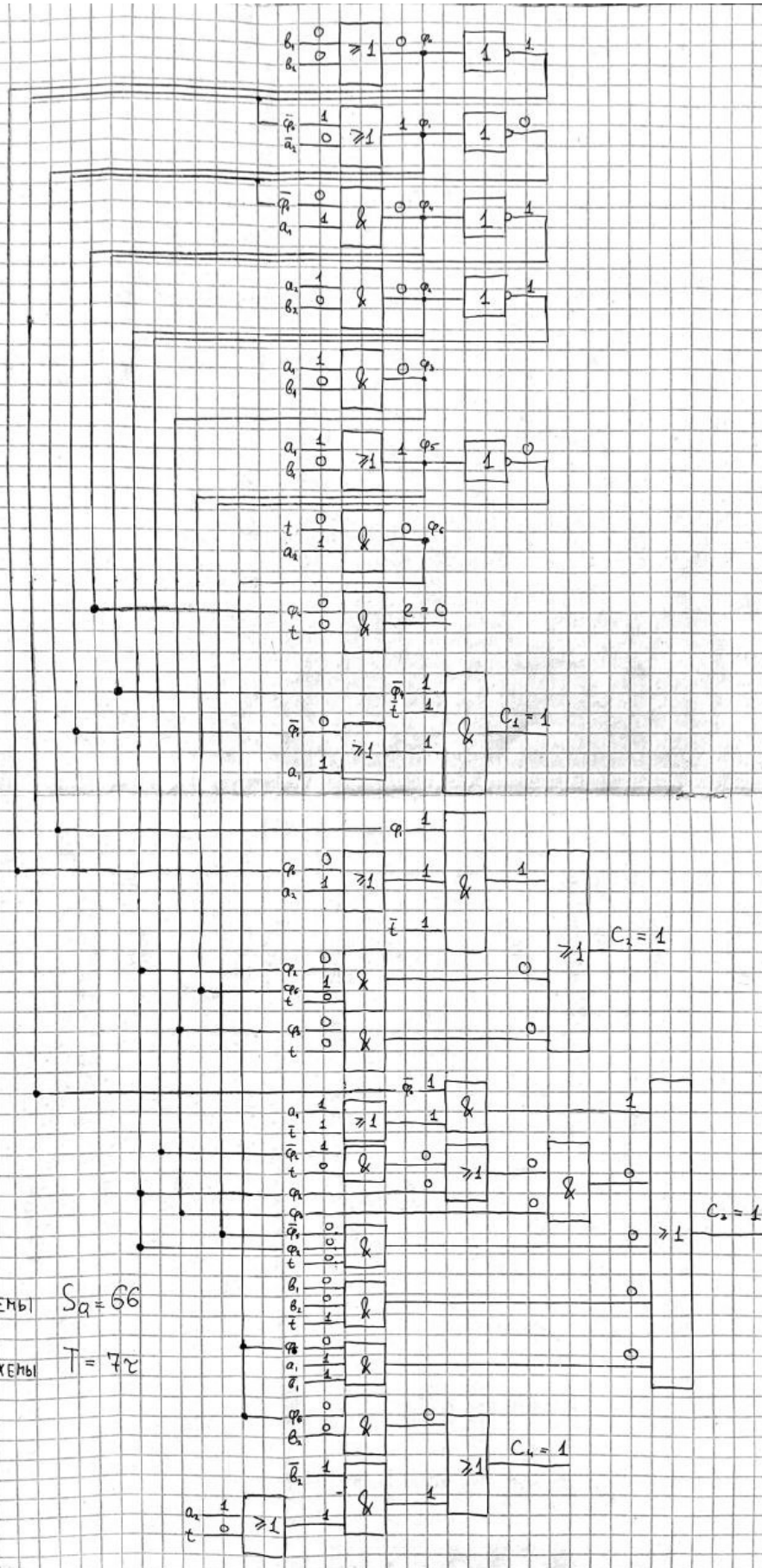
Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 0, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 1, \quad c_3 = 1, \quad c_4 = 1$$

Цена схемы: $S_Q = 66$. Задержка схемы: $T = 7\tau$.

t	a_1	a_2	b_1	b_2
0	1	1	0	0

e	c_1	c_2	c_3	c_4
0	1	1	1	1



ЦЕНА СХЕМЫ $S_a = 66$

ЗАПЕРЖКА СХЕМЫ $T = 7\tau$