

# Whale Optimization Algorithm (WOA) para el problema de clustering con restricciones

---

Yábir García Benchakhtir

June 25, 2020

Universidad de Granada

## Descripción del problema

---

Resolvemos el problema del agrupamiento con restricciones

- Partimos de un conjunto de puntos
- Una serie de restricciones entre ellos

Resolvemos el problema del agrupamiento con restricciones

- Partimos de un conjunto de puntos
- Una serie de restricciones entre ellos

Nuestro objetivo es agruparlos en conjuntos de manera que haya relación entre los elementos de un mismo conjunto minimizando el número de restricciones incumplidas.

## Algunas definiciones importantes

- Centroide de un cluster

$$\mu_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} x \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

## Algunas definiciones importantes

- Centroides de un cluster

$$\mu_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} x \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

- Distancia intracluster

$$\bar{c}_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} \|x - \mu_i\|_2 \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

## Algunas definiciones importantes

- Centroide de un cluster

$$\mu_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} x \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

- Distancia intracluster

$$\bar{c}_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} \|x - \mu_i\|_2 \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

- A partir de esta definimos

$$\bar{C} = \frac{1}{k} \sum_{c_i \in \mathcal{C}} \bar{c}_i$$

## Algunas definiciones importantes

- Centroides de un cluster

$$\mu_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} x \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

- Distancia intracluster

$$\bar{c}_i = \frac{1}{|c_i|} \sum_{x \in c_i} \|x - \mu_i\|_2 \quad \text{con } c_i \in \mathcal{C} \text{ para todo } i \in \{1, \dots, k\}$$

- A partir de esta definimos

$$\bar{C} = \frac{1}{k} \sum_{c_i \in \mathcal{C}} \bar{c}_i$$

- Constante que nos va a decir como de importantes son las restricciones

$$\lambda = \frac{\lceil d \rceil}{|R|}$$



Nuestro objetivo será optimizar la función

$$f = \bar{C} + \lambda * \text{infeasibility}$$

## Caza de la ballena jorobada

---

# Etapas en la caza

- Movimiento rectilíneo en busca de una presa
- Ataque sobre la presa

## Movimiento rectilíneo

La ballena se desplaza por el medio buscando una presa a la que atacar

$$X_i(t+1) = X^*(t) - A \cdot D_i^1 \quad (1)$$

$$D_i^1 = \|CX^*(t) - X_i(t)\| \quad (2)$$

## Movimiento rectilíneo

La ballena se desplaza por el medio buscando una presa a la que atacar

$$X_i(t+1) = X^*(t) - A \cdot D_i^1 \quad (1)$$

$$D_i^1 = ||CX^*(t) - X_i(t)|| \quad (2)$$

con

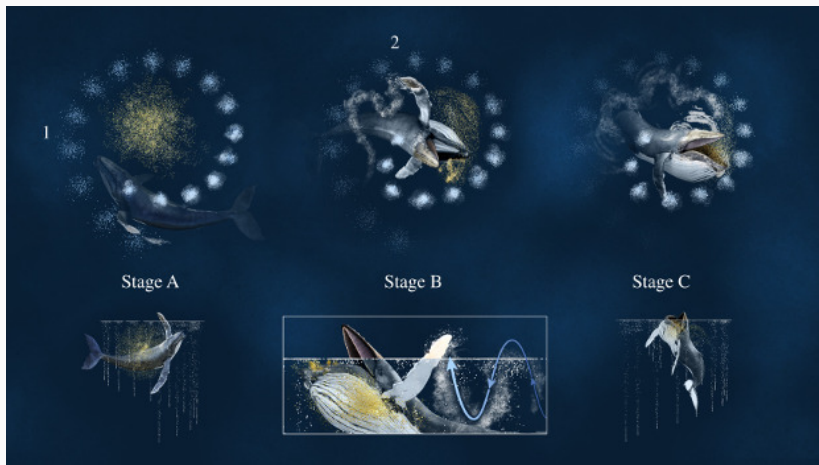
$$A = 2a \cdot r - a$$

$$C = 2r$$

siendo  $r \in [0, 1]^d$  un vector aleatorio y  $a \in [0, 2]^d$  constante que se hace decrecer de manera lineal a lo largo de los distintos pasos del algoritmo mediante la ecuación

$$a(t) = 2 - 2 \frac{t}{\text{max\_evaluaciones}}$$

# Ataque sobre la presa



**Figure 1:** Fases de la caza de la ballena jorobada

Para modelar la fase de ataque sobre la presa usamos

$$\begin{cases} X_i(t+1) &= e^{bl} \cos(2\pi l) D_2 + X^* \\ D_i^2 &= \|X^*(t) - X_i(t)\| \end{cases} \quad (3)$$



$$X_i(t+1) = \begin{cases} X^*(t) - A \cdot D_i^1 & p < \frac{1}{2} \\ e^{bl} \cos(2\pi l) D_i^2 + X^* & p \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

# Pseudo-código de la metaheurística

---

**Algorithm 1** Whale optimization Algorithm

---

```
1: procedure WOA(max_evaluaciones)
2:   whales: Inicializar un conjunto de ballenas con k centroides aleatorios
3:   Evaluamos las diferentes ballenas usando nuestra métrica
4:   Seleccionamos  $X^*$  la mejor ballena
5:   Guardamos la mejor solución encontrada al problema
6:   evaluaciones  $\leftarrow 0$ 
7:   while evaluaciones < max_evaluaciones do
8:     actualizamos el parametro  $a$ 
9:     for agente en la lista de ballenas do
10:      Determinar  $p$  y calcular  $A$  y  $C$ .
11:      if  $p < 0,5$  then
12:        if  $|A| < 1$  then
13:          Movemos la ballena usando el movimiento rectilíneo (1)
14:        else if  $|A| > 1$  then
15:          Movimiento rectilíneo usando una ballena aleatorio (1)
16:        end if
17:      else
18:        Movimiento en espiral utilizando (2)
19:      end if
20:    end for
21:    Comprobar si alguna solución se ha salido de los límites del problema
22:    Incrementar evaluaciones en el número de evaluaciones correspondiente
23:    Evaluar las soluciones encontradas y actualizar la mejor ballena
24:    if la mejor ballena es la mejor solución encontrada then
25:      Actualizar la mejor solución encontrada hasta el momento
26:    end if
27:  end while
28:  return Construir la solución asociada a la mejor ballena encontrada
29: end procedure
```

---