

1. 報童問題之預期利潤

題目敘述

你經營一家報攤專賣一份日報，今天下午你得在報社關門前下訂單，告訴報社你要為明天訂購幾份報紙，隔天清晨你就會收到訂購的報紙並且付款。每份報紙的進貨價格是 c 元，賣給客人的零售價則是 r 元。每天會來多少個客人想買報紙是件不確定的事，也就是說單日需求量 D 是隨機的。根據過往經驗，你估計明天的單日需求量會落在 0 和 N 之間，並且符合如下的機率分佈：

$$\Pr(D = i) = p_i, i = 0, 1, \dots, N.$$

意思是說，有 0 個人來買報紙的機率是 p_0 、有 1 個人來買報紙的機率是 p_1 ，依此類推，最後是賣出 N 份報紙的機率是 p_N 。你想要決定你的訂貨量 q^* 去最大化你的期望利潤 (expected profit)

$$\pi(q) = r\mathbb{E}[\min\{q, D\}] - cq,$$

其中 $\min\{q, D\}$ 是明天的銷售量 (訂貨量和需求量中比較小的那個數字)、 $\mathbb{E}[\min\{q, D\}]$ 是預期銷售量 (也就是銷售量取期望值)、 $r\mathbb{E}[\min\{q, D\}]$ 是預期銷售收益、 cq 則是必須付給報社的進貨成本。這是一個作業管理 (operations management) 領域的經典存貨問題 (inventory problem)，因為是很多存貨管理方法的基礎，被特別給予一個名稱叫「報童問題」 (newsvendor problem)。

以下我們用一個例子來說明報童問題。假設進貨成本 $c = 2$ 、零售價格 $r = 10$ ，而且明天的單日需求量 D 符合如下的機率分佈：

i	$\Pr(D = x_i)$
0	0.06
1	0.15
2	0.22
3	0.22
4	0.17
5	0.10
6	0.05
7	0.02
8	0.01

也就是說有 6% 的機率沒有任何人想買報紙、15% 的機率有一個人想要買，依此類推。你有九個可能的訂貨量（其實有無限多個，不過你應該不會想訂超過八份報紙吧？），讓我們來分析其中幾個：

1. 如果你不訂貨 ($q = 0$)，顯然一份報紙也不會賣掉，零收益零成本，明天一定賺 0 元。
2. 如果你訂一份報紙 ($q = 1$)，有 6% 的機率會賣掉零份（因為沒人想買），這種情況下你會賺 $0 - 2 = -2$ 元；有 94% 的機率會賣掉一份（只要有一個以上的人想買），這種情況下你會賺 $10 - 2 = 8$ 元。你的預期利潤是 $(-2) \times 0.06 + 8 \times 0.94 = 7.4$ 元。
3. 如果你訂兩份報紙 ($q = 2$)，有 6% 的機率會賣掉零份（因為沒人想買），這種情況下你會賺 $0 - 4 = -4$ 元；有 15% 的機率會賣掉一份（如果恰好有一個人想買），這種情況下你會賺 $10 - 4 = 6$ 元；有 79% 的機率會賣掉兩份（只要有兩個以上的人想買），這種情況下你會賺 $20 - 4 = 16$ 元。你的預期利潤是 $(-4) \times 0.06 + 6 \times 0.15 + 16 \times 0.79 = 13.3$ 元。

顯然訂零份或訂一份都不是最好的，因為訂兩份比它們都好。事實上如果你繼續算下去，把 $q = 3, 4, \dots, 8$ 都算過一遍，會發現訂四份是最佳策略 ($q^* = 4$)。當然如果環境改變 (c 和 r 的值或 D 的分佈改變)，結果就可能會不同。

在這題中，你將會被給定 c, r, N, p_0, p_1 直到 p_N 的值，以及一個已經被決定的訂貨量 q 。你的任務是計算出此訂貨量 q 之下能得到的預期利潤 $\pi(q)$ 無條件捨去到整數位。以上面的例子而言，如果訂貨量是 $q = 6$ ，則預期利潤將是 17.1（請自己試著算算看），因此請輸出 17。

輸入輸出格式

在每筆測試資料中，會有 $N + 5$ 列，每一列都有一個數字。第一列的整數是單位進貨成本 c 、第二列的整數是單位零售價格 r 、第三列的整數是需求的可能個數 N 、第四列是訂貨量 q 、第五列開始的小數則依序是賣出零份、一份直到 N 份報紙的機率（也就是說對於 $i = 4, 5, \dots, N + 4$ ，第 i 列記錄的是賣出 $i - 4$ 份報紙的機率）。已知 c 會落在 1 到 100 之間（包含 1 跟 100）、 r 會落在 1 到 100 之間（包含 1 跟 100）、 r 不會比 c 小、 N 一定會是 8。此外，對於 $i = 0, 1, \dots, N, p_i$ 會介於 0 到 1 之間（包含 0 跟 1）、最多只有兩位小數，並且滿足 $\sum_{i=0}^N p_i = 1$ 。

讀入這些資料之後，你會計算並輸出在給定訂購量下的預期利潤無條件捨去到整數 $\lfloor \pi(q) \rfloor$ 。

舉例來說，如果輸入是

1	2	
2	10	
3	8	
4	6	
5	0.06	
6	0.15	
7	0.22	
8	0.22	
9	0.17	
10	0.1	
11	0.05	
12	0.02	
13	0.01	

則輸出應該是

1	17	
---	----	--