

2010年研修会資料

精度と正確度

Precision and Accuracy

アイサンテクノロジー株式会社
技術顧問 中根勝見

精度と正確度について

日本の測量業界では、明治以来「**精度**」の用語に慣れてきています。精度という用語は非常に広い意味で使われてきています。

ISOの「**精度**」の定義は、測定値の“**ばらつき**”です。JPGISでは、品質評価に、この精度を使っていません。測定値の“**真値とのずれ**”で定義されている「**正確度**」が、JPGISにおける品質評価に使われています。

日本の測量界では、正確度が使われることがなく、「絶対精度」などの用語で対応してきました。精度に対応するものは、「相対精度」などと呼ばれることがあります。いずれも定義が明確ではありません。

本プレゼン資料は、新しく導入された正確度を理解するためのものです。

誤差の定義と誤差の種類

誤差は、測定値と真値の差で定義される

誤差の種類

1. 異常値

目標を間違えたり、目盛りを読み違えるなどの誤差

2. 定誤差(正確度の要素)

光波測距儀や鋼巻き尺等の気温による影響等の誤差

3. 偶然誤差(精度と正確度の要素)

異常値や定誤差を除いても僅かに残る誤差

偶然誤差の3原則

- (1) 小さい誤差の確率は大きい誤差の確立より大きい
- (2) 等量で符号相反する誤差の確率は相等しい
- (3) 極めて大きい誤差の確率は零である

定義と尺度

精度

定義：測定値のばらつき具合

measure of the repeatability of a set of measurements.(ISO)

尺度：標準偏差が代表的な尺度、最大較差も尺度の一つ

正確度

定義：測定値と参照値とのずれ(JPGIS)

尺度：RMSE(Root Mean Square Error)

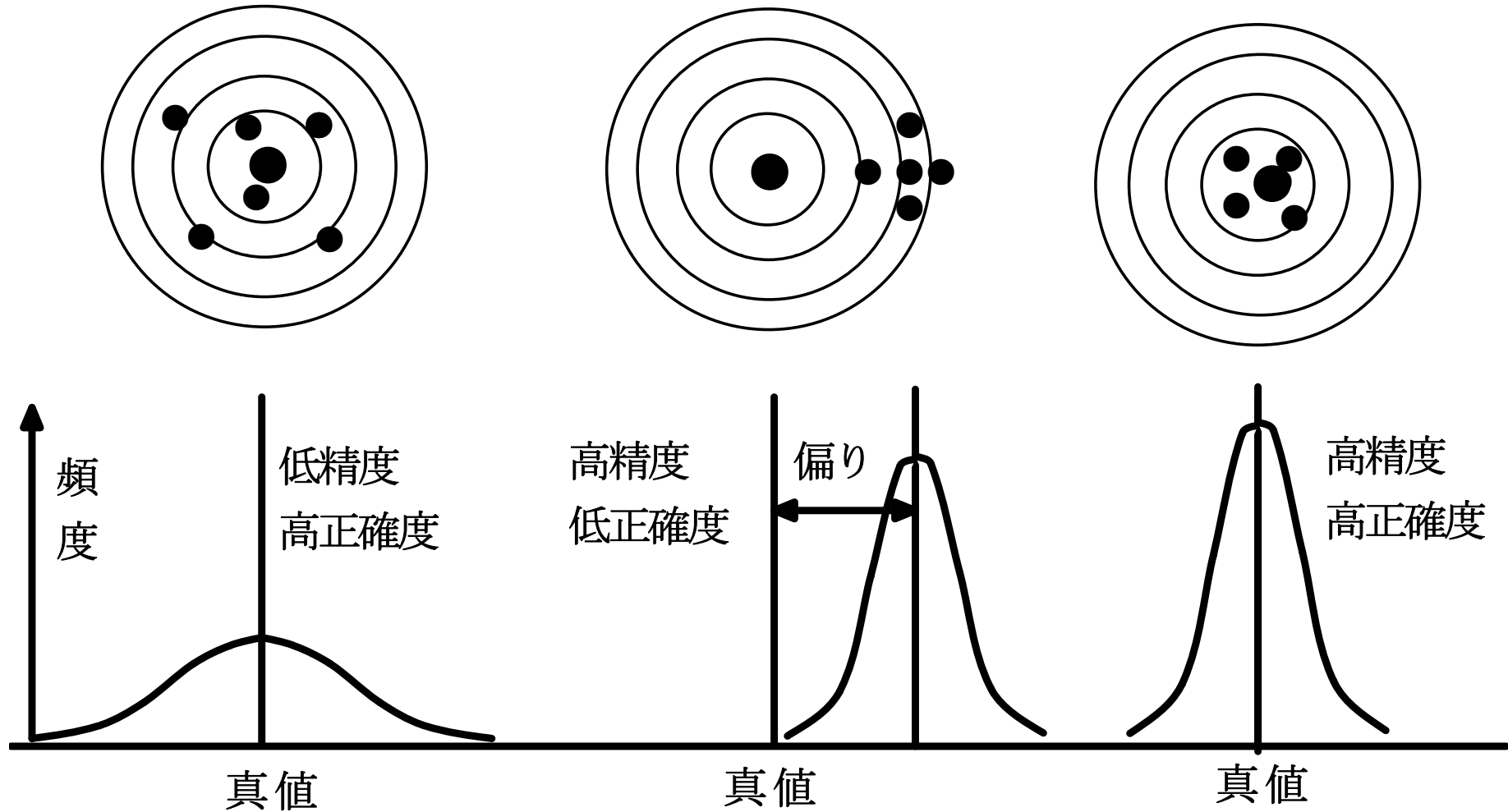
$$RMSE = \sqrt{[\sum_1^n \{(x_i - X_i)^2 + (y_i - Y_i)^2\}] / n} \quad (1)$$

位置の座標 (x_i, y_i)

その位置に対応するより正確度の高い座標 (X_i, Y_i)

[注] 正確度の基準は、参照値(真又は真とみなす値)である

精度と正確度の概念



分散

分散(標準偏差)は、観測値のばらつきの指標である。
標準偏差は、分散の正值の平方根で定義される。

分散(σ^2)は次式で定義される

$$V(X) = E[\{X - E(X)\}^2] = E[(X - \mu)^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i$$

平均値 $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = \mu$

$$p_1 + p_2 + \dots p_n = 1$$

$p_i = 1/n$ とすると、分散は次式である。

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (2)$$

不偏分散

前頁の(2)式は平均値 μ が分かっている場合であるが、 μ が未知でその代わり標本平均値 $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$ を使った場合、次の(3)式が σ の不偏推定量である。

$$U^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (3)$$

(2)式と(3)式は、分母が $1/n$ と $1/(n-1)$ と違う。

誤差は、測定値と真値の差で定義された。

残差 v は、測定値と真値の推定値(\bar{X})との差で定義される。

$$v = X - \bar{X}$$

Mean Square Error

MSE $M^2 = E[(X - \tau)^2]$

偏り $\beta = (\mu - \tau)$ τ : **真値**

$$\begin{aligned} M^2 &= E[(X - \mu + \beta)^2] = E[(X - \mu)^2 + \beta^2 + 2(X - \mu)\beta] \\ &= E[(X - \mu)^2] + E(\beta^2) + E[2(X - \mu)\beta] \\ &= \sigma^2 + \beta^2 + 2\beta E[(X - \mu)] = \sigma^2 + \beta^2 \quad \because E[(X - \mu)] = 0 \end{aligned}$$

$$M^2 = \sigma^2 + \beta^2 \quad (4)$$

この(4)式が正確度の尺度であり、偏りの平方と分散を加えたものになっている。
偏り(β)=0の場合、「MSE=分散」となる。

水準点(標高=26.954m)におけるネットワーク型RTK-GPS標高観測

回数	標高H(m)	$\Delta H(m)$	$(\Delta H)^2$	差(m)	差 ²
1	27.016	0.062	0.00384	0.008	0.00007
2	27.001	0.047	0.00221	-0.007	0.00005
3	27.018	0.064	0.00410	0.010	0.00010
4	26.993	0.039	0.00152	-0.015	0.00022
5	27.011	0.057	0.00325	0.003	0.00001
	計	0.269	0.01492	0.000	0.00045
	平均(β)=	0.0538		分散	0.00009

(1)式より $RMSE = \sqrt{(0.01492/5)} = 0.0546m$

(4)式より $RMSE = \sqrt{(0.0538^2 + 0.00009)} = 0.0546m$

標準偏差 = $\sqrt{0.0009} = 0.0095m$

位置(標高)の絶対正確度 RMSE=55mm

観測標高の偏り=54mm、標準偏差=9.5mm

地籍調査：平均2乗誤差

全国国土調査協会(平成16年)工程管理及び検査の手引き165頁

地上距離 s (m)	図上距離 l (m)	$\delta = s - l$ (cm)	δ^2	$\delta - 2.4$ (cm)	$(\delta - 2.4)^2$
16.02	16.00	2	4	-0.4	0.16
12.03	12.00	3	9	0.6	0.36
11.41	11.40	1	1	-1.4	1.96
11.82	11.80	2	4	-0.4	0.16
13.54	13.50	4	16	1.6	2.56
	計	12	34	0	5.2
	平均	2.4			

平均2乗誤差(標準偏差) = $\sqrt{(34/5 - 1)} = 2.9\text{cm}$

JPGISによる正確度

偏り(Bias) = 2.4cm、標準偏差 = $\sqrt{(5.2/5)} = 1.02\text{cm}$

RMSE = $\sqrt{(34/5)} = 2.6\text{cm}$ RMSE = $\sqrt{(2.4^2 + 5.2/5)} = 2.6\text{cm}$

国土地理院は、準則の運用に当たって「製品仕様書について(準則第5条第3項関係)」の参考文献として、下の文献を推薦しています。
(国土地理院技術資料A・1－No.306、平成17年、平成19年一部改訂)

データ品質評価尺度	<p>データ集合（地図情報レベル 2500 データ）内の位置の座標と、より正確度の高い参照データの座標との誤差の標準偏差を計算する（誤差の母平均は、0 とする。）。但し、遮蔽部分（不可視のデータ）は検査対象としない。</p> <p>■水平位置の誤差の標準偏差</p> $\text{標準偏差} = \sqrt{((1/n-1) \sum ((x_i-X_i)^2+(y_i-Y_i)^2))}$ <p>x_i：データ集合内の検査対象のデータの位置の X 座標 y_i：データ集合内の検査対象のデータの位置の Y 座標 X_i：より正確度の高いデータの位置の X 座標 Y_i：より正確度の高いデータの位置の Y 座標 n：サンプル数</p> <p>■標高の誤差の標準偏差</p> $\text{標準偏差} = \sqrt{((1/n-1) \sum ((h_i-H_i)^2))}$ <p>h_i：データ集合内の検査対象のデータの標高値 H_i：より正確度の高いデータの標高値</p>
-----------	---

ここでは、データ品質評価尺度として(1)式に示したRMSEでなく、標準偏差を使っています。(1)式の出所はISOからのものですが、ここに示された標準偏差の式の出所は明確ではありません。また、この標準偏差は、前の頁に示した地籍調査の標準偏差と同じもので、数学で定義された標準偏差と異なったものです。

位置の正確度

位置の絶対正確度

定義：地物の位置の真又は真値とみなされた位置に対する近接度

真値：日本の場合、測地成果2000を真値とみなしてよいのでは？

例：基準点測量の場合、既知点としての測地成果2000の座標を真値とみなし網平均計算結果得られた単位重量あたりの標準偏差をRMSEとして扱う

位置の相対正確度

定義：地物の真又は真値とみなされた相対位置に対する近接度

例 1：水準測量の往復差は零であることが既知です。準則に規定された水準測量観測の標準偏差を水準測量比高の相対正確度として扱う

例 2：多角測量の点検計算結果の閉合差を位置の相対精度として扱う

基準点測量の精度評価において正確度は使われてきませんでした。上記の例は、一つの案ですが、正確度の導入によってより豊かな品質評価が可能になるのではないのでしょうか。今後の研究課題として、問題提起としたところです。

質問等は、アイサンテクノロジー株式会社へどうぞ

おわり