作業 1　　Cobb-Douglas 生產函數：$Q = f(L,K) = L^{\alpha}K^{\beta}$ ，$\alpha,\beta > 0$

1. AP_L(勞動平均產量)

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{L} = L^{\alpha-1}K^{\beta}$$

2. AP_M(資本平均產量)

$$AP_M = \frac{Q}{M} = \frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{M} = L^{\alpha}K^{\beta-1}$$

3. MP_L(勞動邊際產量)

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = \alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}$$

4. MP_K(資本邊際產量)

$$MP_K = \frac{dQ}{dK} = \beta L^{\alpha}K^{\beta-1}$$

5. MRTS(邊際技術替代率)

$$\text{MRTS} = \frac{-dK}{dL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}} = \frac{\alpha K}{\beta L}$$

6. ε^L(勞動產量彈力)

$$\varepsilon^L = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dL}{L}} = \frac{\frac{dQ}{dL}}{\frac{Q}{L}} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{L^{\alpha-1}K^{\beta}} = \alpha$$

7. ε^K(資本產量彈性)

$$\varepsilon^L = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dK}{K}} = \frac{\frac{dQ}{dK}}{\frac{Q}{K}} = \frac{MP_K}{AP_K} = \frac{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}{L^{\alpha}K^{\beta-1}} = \beta$$

8. $\varepsilon^{\emptyset}$(生產力彈性)

$$\varepsilon^L = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dK}{K}} = \frac{\frac{dQ}{dK}}{\frac{Q}{K}} = \frac{MP_K}{AP_K} = \frac{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}{L^{\alpha}K^{\beta-1}} = \beta$$

9. ε^{LK}(替代彈性)

$$\varepsilon^{LK} = \varepsilon^L + \varepsilon^K = \alpha + \beta$$

作業 2　　隨堂

假設生產函數的型式為 Q = 3K + 2L。其中，K 為資本，L 為勞動，而 Q 為產出。

考慮生產函數三個敘述：請選出正確的敘述

(1) 函數呈現固定規模報酬。-- 正確

當 L 和 K 增加 n 倍→nL 和 nK，生產函數為$F(nL,nK) = 2(nL) + 3(nK) = n(2L + 3K) = nQ$，故呈現固定規模報酬

(2) 函數呈現遞減。-- 不正確

$MP_L = \frac{dQ}{dL} = 2$ ，$MP_K = \frac{dQ}{dK} = 3$，資本與勞動的邊際生產力(MP_L 和 MP_K)皆固定，故沒有邊際生產力遞減。

(3) 函數呈現固定的技術替代率。-- 正確

$\text{MRTS} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{2}{3}$，技術替代率(MRTS)成固定值($\frac{2}{3}$)