



**Wydział
Fizyki**

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Równanie master dla sieci

Jakub Wawrzonkowski

**Politechnika
Warszawska**



Równanie Master

$$\frac{dP_i}{dt} = \sum_j P_j T_{j \rightarrow i} - \sum_j P_i T_{i \rightarrow j}$$

Pojedynczy węzeł:

$$p_i(k, t_i, t + 1) = \sum_{l=0}^m p(l; m) p_i(k - l, t_i, t)$$

Cała sieć:

$$P(k, t) = \frac{1}{t} \sum_{t_i=1}^t p_i(k, t_i, t)$$

Warianty sieci

- **Dołączanie preferencyjne:**

Nowo dodany węzeł tworzy $m = 2$ połączeń zgodnie z regułą:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^t} = \frac{k_i}{2mt}$$

- **Dołączanie mieszane:**

Nowo dodany węzeł tworzy jedno połączenie zgodnie z regułą preferencyjną, a drugie losowo, tj:

$$\Pi(k_i) = \frac{1}{m_0 + t} \approx \frac{1}{t}$$

Równanie Master - dołączanie preferencyjne

Prawdopodobieństwo utworzenia połączeń:

$$p(l; m) = \binom{m}{l} \Pi(k_i)^l (1 - \Pi(k_i))^{m-l}$$

Po przekształceniach:

$$2t \frac{dP(k, t)}{dt} = (k - 1)P(k - 1, t) - (k + 2)P(k, t) + 2\delta(k - m)$$

$$P(k) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(k, t) \Rightarrow P(k) = \frac{k - 1}{k + 2} P(k - 1)$$

Ostatecznie:

$$P(m) = \frac{2}{m + 2} \Rightarrow P(k) = \frac{2m(m + 1)}{k(k + 1)(k + 2)}$$

Równanie Master - dołączanie mieszane

Prawdopodobieństwo utworzenia połączeń:

$$p(0; 2) = \left(1 - \frac{k_i}{2 \cdot 2 \cdot t}\right) \left(1 - \frac{1}{t}\right)$$

$$p(1; 2) = \left(\frac{k_i}{2 \cdot 2 \cdot t}\right) \left(1 - \frac{1}{t}\right) + \left(1 - \frac{k_i}{2 \cdot 2 \cdot t}\right) \left(\frac{1}{t}\right)$$

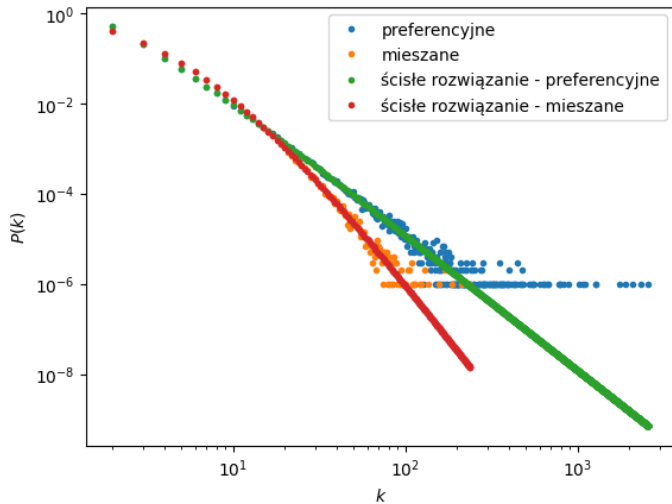
Po przekształceniach:

$$4t \frac{dP(k, t)}{dt} = (k + 3)P(k - 1, t) - (k + 8)P(k, t) + 4\delta(k - 2)$$

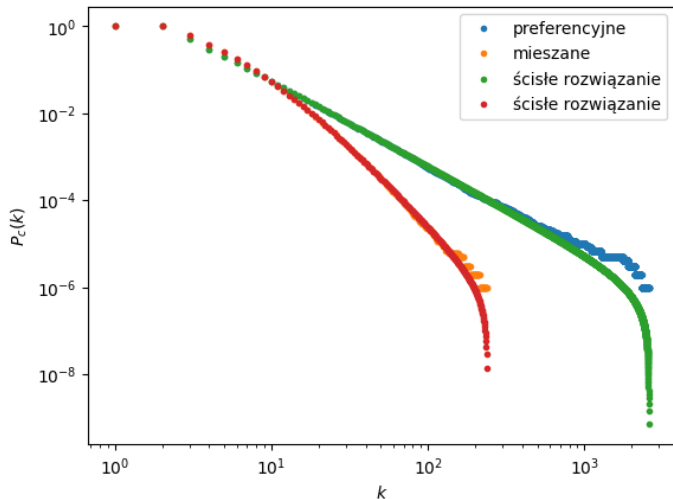
Analogicznie jak poprzednio otrzymujemy:

$$P(2) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(k) = \frac{12096}{(k + 8)(k + 7)(k + 6)(k + 5)(k + 4)}$$

Rozkład stopni wierzchołków



Skumulowany rozkład stopni



Test χ^2

H0: Symulacyjne dane pochodzą z uzyskanego ściśle rozkładu.

- ▶ Dołączanie preferencyjne:

- ▶ Statystyka: 0.0057

- ▶ p-value: 1.0

- ▶ Dołączanie mieszane:

- ▶ Statystyka: 0.00031

- ▶ p-value: 1.0

W obu przypadkach jest $p\text{-value} > 0.05$ - nie ma podstaw do odrzucenia H0.
Dane faktycznie pochodzą z wyznaczonego rozkładu.

Dziękuję za uwagę