文章编号 1004 924X(2001)03 0269 04

# 线结构光传感器的模型及成像公式

贺忠海,王宝光

(天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室,天津 300072)

摘要: 分析了结构光传感器的模型, 从矩阵变换的角度推导出了传感器的成像公式。与几何成像法求传感器转换公式相比较, 矩阵变换法的原理更简洁, 参数意义更明显, 推导过程更简单易懂。文章最后对传感器的特性进行了分析, 得出了一些有指导价值的结论。

关键词:结构光传感器;数学模型;矩阵变换

中图分类号: TP212.14 文献标识码: A

## 1 引言

线结构光传感器(国内也有人称之为二维视觉传感器)是一种轮廓传感器。采用激光片光照明的线结构光传感器,通过投射一片状激光束到被测物体表面,在物体表面形成一投射亮线,从与投影方向不同的另一个方向观察该线,由于受到物体高度的调制,该亮线发生变形,通过对像面上亮线像坐标的计算可以得到物面上一个剖面的高度数据,如果再加上一维扫描就可以得到三维面形分布。文献[1]从成像关系和立体几何的角度推出了结构光传感器的变换公式。与成像法相比较,矩阵法的原理更简洁,参数意义更明显,推导过程更容易理解。

## 2 基本结构

线结构光传感器主要由两部分组成,如图 1 所示,一为由半导体激光器 4 和柱面镜 3 组成的 面光发生系统,二为由平面镜 2 与线阵 CCD1 组 成的成像装置。图中 1 为 CCD 摄像机, 2 为平面 镜, 3 为柱面镜, 4 为半导体激光器, 5 是支撑底 板, 6 为平面镜, 2 和 6 的加入都是为了使传感器 的结构更紧凑, 7 是被测物体。传感器的基本原 理为: 激光器发射的激光经柱面镜转换后成为线 光源, 投射出的扇形面与被测物相交于一条直线, 经另一光轴上的 CCD 摄像系统成像并转换为电信号, 送计算机系统进行分析处理得到所需的参数。

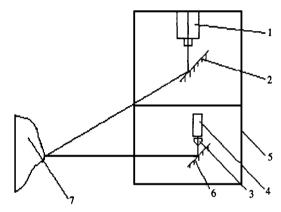


Fig. 1 Basic structure of the structured light sensor

## 3 数学模型及成像公式

如图 2 所示传感器模型,图中平面 P 对应于面光,平面 I 对应于摄像机成像平面。建立两个坐标系:  $(X_g, Y_g, Z_g)$  和 $(X_i, Y_i, Z_i)$ ,前者表示物体坐标的模块坐标系,后者表示物体成像的图像坐标系。 $X_i, Y_i, Z_i$  轴成右手系, $O_c$  为像平面的中心。我们使用正透视投影变换模式。物体坐标的模块坐标系 $(X_g, Y_g, Z_g)$  是由图像坐标系 $(X_i, Y_i, Z_i)$ 与线结构光面 P 唯一确定的。 $Z_i$  轴斜向下,它与光平面P 的交点即为坐标原点 $O_g; Z_g$  轴在光平面P 内,且在图像坐标系  $Z_i$  轴和 $X_i$  轴所决定的平面内,方向朝上;  $Y_g$  轴在光平面P 内, $X_g$  轴垂直

于光平面 P。这样模块坐标系 $(X_g, Y_g, Z_g)$  就唯一确定下来了。但在此线结构光模型中,有一个附加结构要求,即  $Y_g$  平行于  $Y_g$ ,这是为了简化结构的需要。

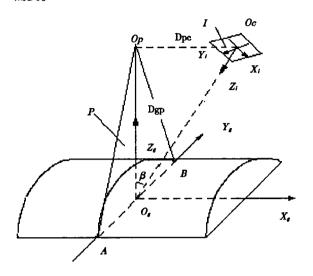


Fig. 2 Model of the structured light

假定物体的表面形状为简单曲面 Z = F(X, Y)

该函数单值、连续,且不出现盲区。则曲线 AB 的方程为:

$$\begin{pmatrix} X_g = 0 \\ Z_g = F(X_g, Y_g) \end{pmatrix}$$

它在视场内的线段经透镜成像于像平面上,如图 3 所示。

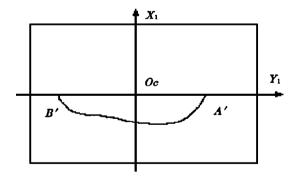


Fig. 3 Image of light stripe in the image coordinate frame

很明显,由于物体表面在  $Z_g$  轴方向偏离  $X_g Y_g Z_g$  平面,使得光条带成像后与  $Y_i$  轴不重合,其偏离量是由表面  $Z_g$  坐标值决定。我们建立数学模型的目的就是要求出它们之间的详细数学表达式。

设曲线 AB 上的任意点坐标为 $(0, Y_g, Z_g)$ , 它

是对模块坐标系而言的, 为了实现透视变换, 我们将它变换到( $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ ) 坐标系去。 $O_c$  点的坐标为( $D_{DC}$ , O,  $D_{SD}$ ), 则总的变换矩阵 H 为:

$$H = P \cdot R_{Y}(\beta) \cdot R_{X}(180^{\circ}) \cdot T_{i}$$
 (1)

3期

式中: Ti 代表坐标平移;

 $R_X(180^\circ)$ 表示绕 X 轴转 180 度角;

 $R_{Y}(\beta)$ 表示绕 Y 轴转  $\beta$  角; (注:  $\beta$  角由旋转 方向可知为负值):

P 代表透视变换:

它们的数学表达式分别为:

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & - & D_{pc} \\ 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & - & D_{gp} \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{X}(180^{\circ}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{Y}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 & f \end{bmatrix}$$

物点  $(X_g, Y_g, Z_g)$  和像点 $(X_i, Y_i, Z_i)$  的关系用广义坐标系表示为:

$$V_{ii} = H \cdot V_{o}$$

即:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ W \end{bmatrix} = \mathbf{H} \bullet \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \\ 1 \end{bmatrix}$$

在实际应用中,我们更感兴趣由 $X_i$ ,  $Y_i$  求出 $X_g$ ,  $Y_g$ ,  $Z_g$ , H 逆变换可以帮我们实现:

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \\ W \end{bmatrix} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (2)

由式(1)可知, H 的逆变换为:

$$\mathbf{H}^{1} = \mathbf{T}_{i}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{x}^{-1} (180^{\circ}) \cdot \mathbf{R}_{y}^{-1} (\beta) \cdot \mathbf{P}^{-1}$$
 (3)

月:

$$\boldsymbol{T}_{i}^{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D_{PC} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & D_{gp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{X}^{1}(180^{\circ}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{R_Y}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}^{-1} = \frac{1}{f} 2^{\bullet} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & -1 & f \end{bmatrix}$$

代入(3)式得:

$$\boldsymbol{H}^{-1} = \frac{1}{f} 2^{\bullet} \begin{bmatrix} f \cos^{\beta} & 0 & f \sin^{\beta} - D_{pc} & f D_{pc} \\ 0 & f & 0 & 0 \\ f \sin^{\beta} & 0 & -f \cos^{\beta} - D_{gp} & f D_{gp} \\ 0 & 0 & -1 & f \end{bmatrix}$$

代入(2), 并转化为直角坐标:

$$\begin{cases} X_g = \frac{1}{f - Z_i} [X_f \sin \beta + (f \sin \beta - D_{pc}) Z_i + f D_{pc}] \\ Y_g = \frac{-f}{f - Z_i} Y_i \\ Z_g = \frac{1}{f - Z_i} [X_i f \sin \beta + (-f \sin \beta - D_{gp}) Z_i + f D_{gp}] \end{cases}$$
消去  $Z_i$ , 又利用条件  $X_g = 0$ (光平面方程),得:

$$Y_g = -\frac{f \sin \beta - D_{pc}}{X_{i} \cos \beta + f \sin \beta} \cdot Y_i$$

7.. -

$$\frac{X_i(f + D_{gp}\cos\beta - D_{pc}\sin\beta) + f(D_{gp}\sin\beta + D_{pc}\cos\beta)}{X_i\cos\beta + f\sin\beta}$$

由几何关系和旋转角定义可知:

$$\cot \beta = - \frac{D_{gp}}{D_{ne}}$$

代入式(4)得:

$$\begin{cases} X_g = 0 \\ Y_g = -\frac{f \sin\beta - D_{pc}}{X_i \cos\beta + f \sin\beta} \cdot Y_i \\ Z_g = \frac{f \sin\beta - D_{pc}}{\sin\beta \cdot (X_i \cos\beta + f \sin\beta)} \cdot X_i \end{cases}$$
(5)

式中  $X_g$ 、 $Y_g$ 、 $Z_g$  为物体上的点在模块坐标系中的坐标,  $X_i$ 、 $Y_i$  为像面点的坐标, f 是透镜中心到像平面的距离,  $\beta$  为透镜光轴和光平面P 的夹角,  $D_{pc}$  为像面中心到光平面的垂直距离, 如图 2 所示。

### 4 讨 论

由公式(5)我们可以得到以下结论:

- (1) Zg 仅与Xi 有关;
- $(2) Y_g$  与 $X_i$  有关且与 $Y_i$  成线性关系,  $Y_g$  空间放大倍数随不同的像点而变化;
- (3)物点坐标与像点坐标的计算是非线性的。对于均匀图像点,物点坐标是非均匀的:
- (4)f 是透镜中心到像平面的距离,在计算公式中近似的取透镜焦距,当物体比较远时,这种近似是允许的。如果物点距离有限,f 使用成像距离;在我们所用的系统中,镜头的焦距为 25mm,物体的成像距离为 500mm 左右,因此可以用焦距f来代替透镜中心到像平面的距离。
- (5) 此种轮廓传感器模型是建立在光平面垂直入射的基础上,且 $(X_i, Y_i, Z_i)$  坐标系与 $(X_g, Y_g, Z_g)$  坐标系必须满足  $Y_i$  平行于  $Y_g$ 。
- (6) 本公式是在假设  $Y_g$  与 $Y_i$  平行的基础上推出的, 因此在标定传感器之前应有一个调整平行的过程, 我们称之为校准, 具体校准方法将另文发表。

#### 参考文献:

- [1] 尤政,胡庆英,等.结构光传感器的成像分析及其数学模型[1].字航计测技术,1997,17(4):5-8.
- [2] 甘泉.虚拟定位技术中的原理和传感器的研究[D]. 天津: 天津大学精仪学院, 2000.
- [3] 邹定海. 三维视觉检测系统研究及其 ADC 应用[D]. 天津: 天津大学精仪学院, 1992.

#### Model and imaging formula of the line structured light sensor

HE Zhong hai, WANG Bao guang

(State key laboratory of precision measuring technology and instrument, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The paper analyzes a model of the line structured light sensor, and also derives imaging formulas by matrix transformation way. Compared with the geometrical imaging method, the principle of the matrix transformation method is simpler, the meaning of the parameters is more intuitive, and the deriving process is more precise. Finally, the characteristics of the line structured light sensor are analyzed and several instructive conclusions are made.

**Key words:** structured light sensors; mathematical models; matrix transformation

作者简介: 贺忠海(1973-), 男, 河北唐山人。1994 年毕业于合肥工业大学精密仪器系, 获工学学士学位, 1999 年毕业于天津大学精仪学院, 获工学硕士学位, 现就读于天津大学精仪学院, 博士研究生, 研究方向为近代光学测试技术。 E-mail: zhhe@ eyou.com