

doi: 10.3969/j.issn.1009-671X.2010.10.001

# PRM 路径规划算法优化研究

夏 炎<sup>1</sup>, 隋 岩<sup>2</sup>

(1. 复旦大学 数学学院, 上海 200433; 2 哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 针对限定环境下移动机器人路径规划问题, 运用 PRM (probabilistic roadmap method) 算法进行初始路径规划, 并提出一种基于改进的节点增强法与几何平滑策略的路径优化算法. 利用节点增强法对初始规划路径进行优化处理, 采用新增节点逐步取代原路径节点, 减小路径中的拐点个数, 从而缩短路径长度. 同时采用一个基于几何平滑策略对优化路径进行平滑处理, 以达到路径平滑的目的. 仿真结果表明, 该优化算法不仅能有效降低搜索路径的长度, 而且能大幅度提高路径的平滑度.

**关键词:** 移动机器人; 路径规划; PRM 算法; 节点增强; 路径优化

**中图分类号:** TP242

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1009-671X (2010) 10-0001-05

## Research on optimization of PRM path planning algorithm

XIA Yan<sup>1</sup>, SUI Yan<sup>2</sup>

(1. College of Mathematics, Fudan University, Shanghai 200433, China; 2 College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The PRM (probabilistic roadmap method) path planning algorithm is applied to the mobile robot path planning problem of limited environment. And a path optimization algorithm based on modified node enhancement strategies and geometric smoothing is proposed. The node enhancing method is used to optimize the initial planning with the base PRM algorithm, the original path nodes are gradually substituted by some new nodes, and the number of the inflection points of path will be reduced greatly, thus the length of path will be shorten. At the same time, a new strategy based on geometric optimization is used to smooth the optimized path in order to achieve the purpose of smoothing the path. The simulation result shows that the algorithm can not only reduce the length of the searched path, but also greatly improve the smoothness of the path.

**Keywords:** mobile robot; path planning; PRM algorithm; node enhancing; routine optimization

路径规划作为移动机器人完成各种任务的基础, 一直为机器人研究领域的热点问题. 研究人员提出了各种有效的规划算法: 如人工势场法<sup>[1-2]</sup>、单元分解法<sup>[3]</sup>、随机路标图 (PRM) 法<sup>[4-7]</sup>、快速搜索树法<sup>[8]</sup>等. 由于人工势场法、单元分解法需要对位姿空间中的障碍物进行精确建模, 当环境中障碍物较为复杂时, 将导致规划算法的计算量较大. 而基于随机采样技术的 PRM 法可以有效避免对位姿空间中的障碍物进行精确建模, 能够有效解决高维空间和复杂约束中的路径规划问题. 但是由于该方法在构建路标图时, 对路标节点的采样完全基于随机采

样技术, 使得路径搜索具有随机性, 这样容易导致最终搜索路径往往并非最优路径.

文中针对基本 PRM 法所存在的上述缺点, 在 PRM 法两阶段的基础上, 添加路径优化阶段. 利用节点增强法采用新增节点替代原路径节点, 以减少初始路径中的拐点个数, 从而缩短路径长度. 同时根据几何知识采用圆弧来代替原拐点与其邻边节点间的折线路径, 从而有效提高搜索路径的平滑度.

### 1 PRM 法基本原理

假设机器人运行环境是一个含有若干障碍物的

收稿日期: 20100521.  
基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60875025).  
作者简介: 夏 炎 (1988), 男, 学士, 主要研究方向: 线性规划, E-mail: 406fangzhou@163.com.

二维封闭平面空间记为  $C$ 。机器人可以自由移动的区域即除去障碍物及其边缘的区域称为自由空间记为  $C_{\text{free}}$ 。将移动机器人看成  $C$  内质点,且不考虑运动动力学约束。

PRM 算法的基本思想是用一个随机的网络来表示机器人系统运行的自由空间  $C_{\text{free}}$ ,这一随机网络即是为机器人系统所建立的概率地图<sup>[4]</sup>。概率地图是一个无向循环图,用  $G = (Ga, Ge)$  表示。其中  $Ga$  为节点集,其中的元素是在自由规划空间  $C_{\text{free}}$  中为机器人随机选取的位形,边集  $Ge$  中的元素则表示节点之间的连线,代表位形之间的局部可行路径。然后在这个随机网络中利用搜索算法为机器人系统搜索到一条可行的路径。该算法可通过 2 个阶段来完成:离线学习阶段 (learning phase) 和在线查询阶段 (query phase)。

1) 离线学习阶段。该阶段主要完成的任务是在  $C_{\text{free}}$  中为机器人建立一张概率地图  $G = (Ga, Ge)$ 。

首先以随机的方式在  $C_{\text{free}}$  中随机采样大量的机器人位姿点,构成地图  $G$  中的节点集  $Ga$ ; 其次,采用局部规划器为  $Ga$  中的每个节点寻找它们的邻居节点,并为它们建立连接,从而构成地图中的边集  $Ge$ 。学习阶段建立起来的路标图  $g$  供在线查询规划使用。

2) 在线查询阶段。该阶段主要完成的任务是在给定的初始位姿点  $s$  和目标点  $g$  的条件下,根据离线阶段构建的路标图,搜索出一条连接  $s$  与  $g$  的可行路径。首先,利用局部规划器分别将  $s$  与  $g$  连接到路标图中与其距离最近的 2 个节点  $\tilde{s}$  与  $\tilde{g}$ ; 然后,采用启发式搜索算法 (如广度优先搜索算法、 $A^*$  搜索算法或 Dojkstra 搜索算法) 从路标图中搜索出一条连接  $\tilde{s}$  与  $\tilde{g}$  的可行路径。

## 2 PRM 法存在的缺点

从 PRM 法的基本原理中不难发现:随机点的采样对所建路标图的质量起决定性作用。在传统方法中通常是采用完全随机的采样策略进行采样,采样点是完全随机分部在整个  $C_{\text{free}}$  中,虽然这种取法十分方便,但存在着 2 个缺陷:1) 在自由空间  $C_{\text{free}}$  中选

取的节点并不是理想的均匀分布;2) 由于搜索路径依赖于采样点以及采样点数目有限,不能完全覆盖整个自由空间,且其分布具有随机性,所以其得到的最终路径并不是最优路径,而只是次优路径。尽管这 2 个缺陷在点的数量足够多时是可以克服的,但是 PRM 算法主要是为了减少计算量,过多的点会大大增加算法的计算量从而使算法失去其根本目的。

针对上述缺点,尽管采用基于确定性和完全随机之间的伪随机采样方法,已经能够保证采样点在整个  $C_{\text{free}}$  上分布比较均匀,但在局部上仍然具有随机性,即在保证路径存在的前提下仍含有较优路径,如图 1 所示。

图 1 局部路径

在图 1 中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为相邻 3 个路径节点,当机器人从  $A$  点运动到  $C$  点,其局部路径如图所示由  $AB$ 、 $BC$  组成。但如果沿虚线所示的局部路径  $AD$ 、 $DC$  运动,其路径长度将缩短,所得路径将更接近于最优路径,因此寻找  $D$  点对路径进行优化是十分必要的。

采用 PRM 算法进行局部路径搜索时,需要对相邻节点间的路径进行连通判断。由于采用二分检测方法,当待连通相邻节点间不存在可行路径时,其计算量相对较少;若存在可行路径时,则需要遍历整个局部路径,其计算量较大。因此需要采用阈值来对待检测局部路径的长度进行限制,即将所有超过阈值的路径被认为不可行,从而减少搜索算法的计算量。而这就又使算法本身就放弃了一些可行的路径,而它们可能恰恰是最优路径的一部分或者接近最优路径,这样在一定程度上可能使得到的路径远离了最优路径,而且由于阈值的限定致使路径包含很多拐点。

此外,机器人在实际中是无法进行突然转弯的,

它总需要一个弧度才可实现转弯,因而需要对拐点进行平滑处理,而路径的拐点太多可能使后期的光滑性处理变得十分艰难或者无法在现实中实施。

3 基于节点增强法的路径优化

根据节 2 中所描述的 PRM 缺点,提出一种基于节点增强法的路径优化策略。该方法可通过 2 个步骤来实施: 1)对原始路径进行优化处理; 2)对优化路径进行平滑处理。

3.1 优化处理

由于这部分是对已规划出的路径进行优化处理,此路径包含的节点相对较少,因此去掉阈值的限定条件,重新在相邻路径节点间进行局部路径搜索。根据节点增强法采用新增节点依次取代原始路径节点,以减少路径中的拐点个数,从而缩短路径长度。该方法的基本原理如图 2 所示。

图 2 节点增强法原理图

- 1) 采用“二分法”对某一条线段 AC 进行碰撞检测,如果遇到发生碰撞的点则停止检测,并记录此碰撞点为 B。
- 2) 以 B 为垂足做 AC 的垂线,然后在此垂线上沿 AC 两边轮流以 h 的距离为单位进行延长寻找点 D,点 D 是第 1 个能够使 CD 与 AD 满足碰撞检测的点。这里要说明一点 h 越小则取点越理想,但与此同时计算量也越大, h 的大小要适当选取。同样在对 CD 与 AD 进行碰撞检测时,文章采用交替检测的方法进行检测,即轮流对 CD 与 AD 进行检验。这样在期望的角度上会减少计算量。

在基本节点增强法的基础上,文中对其进行如

下改进,具体实现如图 3 所示。

图 3 改进节点增强法

图 3 中虚线所示路径为优化前的初始路径,由 7 个节点组成,从左往右分别记为  $A_1、A_2、A_3、A_4、A_5、A_6、A_7$ 。现从  $A_7$  开始向前搜索,依次判断  $A_7 A_6、A_7 A_5 \dots$  是否可行。直到遇到第 1 个不可行节点(图中为  $A_4$ ),此时在  $A_7、A_4$  间用上面介绍的方法扩展 1 个节点  $B_2$ ,此时  $A_7、A_5$  间的节点被舍弃(包括  $A_5$ ),并且记  $A_7$  为  $B_1$ 。再以  $B_2$  为端点从  $A_4$  开始再往前搜索,检查  $B_2 A_4、B_2 A_3 \dots$  是否可行,直到在遇到一点(图中为  $A_3$ )不可行,然后再用上面的方法扩增一点  $B_3$ ,同样  $A_3、A_7$  间的节点被舍弃(包括  $A_7$ )。以此类推,直到起始点,并将起点记为  $B_{i+1}$  ( $B_i$  为最后 1 个扩增点)。图中黑色实线所示路径便是用此方法优化后得到的新路径为  $B_1 B_2 B_3 B_4$ 。

3.2 平滑处理

经过上述步骤处理后新路径的拐点大量减少,这又为路线的平滑化创造了条件,文中主要通过构造圆弧来代替原始路径中的拐点及邻近的折线,从而达到路径平滑的目的。下面以一个拐点为例,对其平滑处理的过程进行描述。

记此拐点为 A 点,其在路径上的临近 2 点分别记为 B 和 C。做 BC 边的高 AD 交 BC 于 D。此时延长 DA 长度 h (步骤 1) 中扩增点时用到的 h) 得到 A 点。此时若要构造这样的 O,它与 AB、AC 相切,且切点在线段 AB、AC 上,那么必先确定 O 的半径范围。为此先做  $\angle BAC$  的角平分线 AE,圆心 O 应在 AE 上。记  $\angle BAC$  为  $\alpha$ ,设 O 的半径为 R,

$DA$  为  $C$ , 则  $DAE = |\angle 2 - \angle 1|$  记为  $\alpha$ . 其原理图如图 4 所示.

图 4 平滑处理原理图

为了使平滑后的路线也不与障碍物相碰应有:

1) 若保证  $A$  在  $O$  内需满足  $|AO| \leq R$  又

$|AA'| = h$ , 且易知  $|EA'O| = R/\sin \frac{\alpha}{2}$ . 由余弦定理可得

$|AO|^2 = |AA'|^2 + |A'O|^2 - 2|AA'| |A'O| \cos \frac{\alpha}{2}$ .  
化简得

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} R^2 - 2hR \cos \frac{\alpha}{2} + h^2 = 0$$

可得

$$R = \frac{h(1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2})}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}} \quad R = \frac{h(1 + \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2})}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

2) 若  $R < \frac{h(1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2})}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}}$ , 此时  $AA'$  与

$O$  相交于 2 点时,  $A$  点虽然在  $O$  外部, 可是新计算的路径还是将原来的路径包含在内. 综合以上 2 点可知

$$0 \leq R \leq \frac{h(1 + \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2})}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}},$$

且将不等式右边记为  $b$

同时应保证切点在  $AB$ 、 $AC$ , 所以应有

$$R \leq |AB| \tan \frac{\alpha}{2}, R \leq |AC| \tan \frac{\alpha}{2}.$$

综上记  $c = \min(b, |AB| \tan \frac{\alpha}{2}, |AC| \tan \frac{\alpha}{2})$ .

$\tan \frac{\alpha}{2}$ ). 根据实际情况应有  $R \geq \frac{c}{2}$ . 这是为了防止连续 2 个拐点所对应的  $c$  相同且恰好具有相同的角, 此外  $c$  也正好取到  $L \tan \frac{\alpha}{2}$  ( $L$  为 2 个拐点间的线段长度). 根据  $h$  及之前的公式确定圆半径  $R$  的值. 在此  $R$  取  $\frac{c}{4}$ . 取定  $R$  后, 则可以计算出圆心  $O$  的位置, 从而确定弧线.

这里需要注意的是圆弧半径的选取十分重要. 显而易见半径很小的时候是受限制的, 此时的圆弧都能构造出来, 但是这时得到的圆弧可能很短, 在像素图中很可能变成一条直线, 这样就失去了平滑处理的初衷. 所以希望半径  $R$  能有一定的大小, 可是如果半径  $R$  很大圆弧很长, 这样机器人可能长时间处于转弯的状态, 这也不利于机器人的行动. 所以考虑到这里  $R$  应该在不超过上限的情况下取一个适中的值,  $R$  的上限的估计在步骤 2) 中已经给出了.

## 4 实验仿真结果

为验证所提出的优化方法的正确性和有效性, 利用 VC++ 6.0 建立了仿真实验系统进行实验与分析. 仿真程序以  $600 \times 600$  像素的区域模拟机器人的工作区域, 在规划空间中选取 100 个采样点,  $D_{\max}$  值设为 80 个像素大小, 所得仿真结果如图 5、6 所示

图 5 为经过优化处理后的结果对比图, 其中虚线路径为传统方法规划得到的原始路径, 实线路径为优化处理后得到的路径, 其中除起始点和目标点外, 圆点表示的是在优化阶段新扩展出的点. 可以看出, 优化后的路径与原始路径相比, 不仅在路径长度上减少了许多, 且拐点也少了很多.

图 6 为经过平滑处理后的结果对比图, 其中实线路径即为最终所得路径, 虚线路径为传统方法规划得到的原始路径, 可以看出该路径与原路径相比要平滑许多.

图 5 仿真结果图

图 6 仿真结果图

5 结束语

提出的基于改进的节点增强法与几何平滑策略能有效地对一般 PRM 法所规划的路径进行有效优化.采用改进的节点增强法对初始路径中节点进行替代,减少搜索路径中的拐点个数,大大缩短了路径长度.而基于几何平滑策略对相邻节点间的折线路径采用圆弧进行逼近,从而提高了整个路径的平滑度.该方法原理简单,容易实现,能很好地应用于机器人的运动控制中.

此外也可以注意到在扩张点的同时机器人也对障碍物的位置有了一个初步的认识.搜索扩张点的同时机器人完全可以记录扩张点与障碍物之间的距离.如果这一距离很小,说明拐点所对应的弧线距离障碍物很近,此时机器人在转弯时可以采取诸如减慢速度等措施对自己进行保护.

参考文献:

[1]FAVERJON B, TOURNASSOUD P. A practical approach to motion planning for manipulator with many degrees of freedom[M]. Cambridge:MIT Press, 1990: 65273.

[2]王醒策,张汝波,顾国昌. 基于势场栅格法的机器人全局路径规划[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2003, 24 (2) : 1702 174.

[3] KATEVAS N I, TZAFESTAS S G, PNEVMATIKATOS C G. The approximate cell decomposition with local node refinement global path planning method: path nodes refinement and curve parametric interpolation[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications, 1998, 22 (3): 2892314.

[4] KAVRAKIL E, LATOMBE J C, OVERMARSM. Probabilistic roadmap for path planning in highdimensional configuration spaces[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12 (4): 5662580.

[5]唐华斌,王磊,孙增圻. 基于随机采样的运动规划综述[J]. 控制与决策, 2005, 20 (7): 7212726.

[6]AMATO N M, WU Y. A randomized roadmap method for path and manipulation planning[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation Minneapolis, 1996: 1132120.

[7] KUMARATHI H. Overview of motion planning problem & probabilistic roadmap planner[R]. Media Tech Discussion Group, 2004, 1260.

[8]MELCHDR N A, SMMONS R. Particle RRT for path planning with uncertainty[C]//Proc of the IEEE International conference on Robotics and Automation Roma, Italy, 2007: 161721624.

