

可重构机器人封闭形式的运动学逆解计算

赵 杰 王卫忠 蔡鹤皋

(哈尔滨工业大学机器人研究所 哈尔滨 150001)

摘要：由于可重构机器人构型的多样性，其运动学逆解的自动生成是应用中的关键问题。采用旋量和指数积公式建立可重构机器人的运动学模型，系统地分析了指数积公式的化简方法、子问题的分类和计算方法并加以实现，为可重构机器人封闭形式的运动学逆解提供了一种通用的可分解的计算方法，降低了求解的复杂性。通过一个典型实例验证了算法的有效性与可重用性。

关键词：可重构机器人 运动学逆解 指数积公式 子问题

中图分类号：TP 242.6

0 前言

可重构模块机器人 (Reconfigurable modular robot system, RMRS) 是由一系列不同功能和尺寸特征的，具有一定装配结构的连杆模块、关节模块和末端执行器模块等以搭积木的方式构成，能根据任务需求构成不同自由度和构型的机器人系统。RMRS 的关节设计成集驱动、传动、控制与通信于一体的智能关节，整个系统具有可重构、可调节、可重复使用的优点，其模块化不仅面向制造者，也面向用户。RMRS 具有便捷的可重构性和灵活的适应性，在制造业、军事、航天和核工业等领域具有很大的发展前景和应用潜力^[1-2]。

可重构机器人构型的变化带来运动学模型的变化，构型的多样性使 RMRS 运动学正逆解的自动生成问题显得非常重要。KELMAR 等^[3]、CHEN 等^[4]提出基于 Jacobian 矩阵和 Newton-Raphson 迭代法的数值解；TEJOMURTULA 等^[5]研究用神经网络计算逆解；CHAPELLE 等^[6]用遗传算法计算封闭形式的近似符号解。GAO^[7]、CHEN 等^[8]用指数积公式研究了逆解的计算。

虽然运动学逆解的数值迭代解法具有通用性，但通常需要更多的计算量，而且它不能保证解的完整性和收敛性(特别是遇到奇异和退化的情况)，因此在实时控制中，总是希望尽可能得到运动学的封闭解形式。采用传统的 Denavit-Hartenberg(D-H)参数建模方法，需逐一对每种构型建立 $n+1$ 个坐标系， n 为自由度(DOF)数，确定每一杆件的 4 个参数，并且逆解的计算方法不具有通用性^[9]。旋量和指数积(Product-of-exponential, POE)公式则提供了与关节

类型无关的形式简洁统一的运动学正解形式，在运动学正解的基础上可以构造运动学封闭形式逆解的几何方法，即将整个运动学逆解问题分解成若干可解的子问题，子问题具有明确的几何意义和可重用性^[10]。POE 公式的构造性为求解可重构机器人运动学逆解提供了方便、有效的建模工具。

具体分析了利用 POE 公式和子问题计算封闭形式运动学逆解的相关问题。首先，利用刚体运动的性质讨论了指数积公式的化简方法，然后系统地对子问题进行了分类和计算。这样，可重构模块机器人的运动学逆解问题就转化为采用合适的化简方法和变换把指数积公式转化为标准的子问题即可。

1 指数积公式及其化简方法

1.1 指数积公式

可重构机器人的自由度与构型可以多种多样，图 1 所示为 6 自由度机器人的几种典型构型^[10]，其中转动关节用圆柱体表示，移动关节用长方体表示。

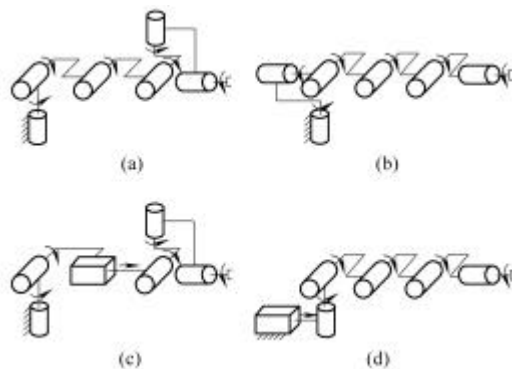


图 1 可重构机器人构型示例

采用旋量表示，机器人运动学正解映射 g_{ST} 可表示成统一的指数积形式^[10]

$$g_{ST}(\hat{\theta}) = \exp(\hat{x}_1 \hat{\theta}_1) \exp(\hat{x}_2 \hat{\theta}_2) \cdots \exp(\hat{x}_n \hat{\theta}_n) g_{ST}(\theta) \quad (1)$$

式中 $\hat{\theta}_i$ ——关节 i 的运动旋量, $i=1, L, n$

$\exp(\hat{\theta}_i q_i)$ ——关节 i 的旋量运动

$g_{ST}(\theta)$ ——在参考位形时, 工具坐标系 T 相对基础坐标系 S 的相对位姿

$g_{ST}(\theta)$ ——在给定关节变量 $\theta = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ 时工具坐标系 T 相对基础坐标系 S 的相对位姿

$\hat{\theta} := (\hat{\theta})^\vee \in \mathbf{R}^6$, 定义为 $\hat{\theta}$ 的旋量坐标, 对于转动关节 $\hat{\theta}_i = (-\hat{\theta}_i \times q_i, \hat{\theta}_i)$, 其中 $\hat{\theta}_i \in \mathbf{R}^3$ 是运动旋量轴线方向上的单位矢量, $q_i \in \mathbf{R}^3$ 为轴线上的任一点; 对于移动关节 $\hat{\theta}_i = (\hat{\theta}_i, 0)$, 其中 $\hat{\theta}_i \in \mathbf{R}^3$ 是指向移动方向的单位矢量。由于 POE 公式只需建立两个坐标系: 基础坐标系与工具坐标系, 本质上是一种零参考位置方法, 可以极大地简化对机构的分析。

1.2 指数积公式的化简

指数积公式表示刚体的运动, 从而可以利用刚体运动的性质加以简化, 以减少公式中未知关节变量的个数, 便于求解。以下约定, 将转动关节表示为 R, 移动关节表示为 T, 用关节的类型和顺序表示可重构机器人的构型。

(1) 利用旋转轴线上点的位置不变性质化简。例如当点 p 在转动旋量坐标 $\hat{\theta}_3$ 的轴线上时, 有 $\exp(\hat{\theta}_3 q_3) p = p$, 式 $\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) \exp(\hat{\theta}_3 q_3) = T$ 两边作用于点 p , 可化简为

$$\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) p = T p$$

(2) 利用姿态分离法化简。末端执行器的姿态由转动关节决定, 与纯移动关节无关, 由此可以将转动关节的旋量运动和对应的姿态矩阵分离出来。

若 $\hat{\theta}_j = (\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_j)$, $j=1, L, m$ 表示指数积公式

$$\prod_{i=1}^n \exp(\hat{\theta}_i q_i) = T = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 中的转动旋量坐标, 式}$$

中 R 为姿态矩阵, P 为位置矢量。 $\hat{\theta}'_j = (0, \hat{\theta}_j)$ 表示与 $\hat{\theta}_j$ 轴线平行, 但通过原点的旋量坐标, 则有

$$\prod_{j=1}^m \exp(\hat{\theta}'_j q_j) = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

(3) 利用刚体上两点距离不变性质化简。刚体运动保持两点间的距离不变, 即对刚体上的两点 p, q , 有

$$\begin{aligned} & \|\exp(\hat{\theta}_1 q_1) p - \exp(\hat{\theta}_1 q_1) q\| = \\ & \|\exp(\hat{\theta}_1 q_1) (p - q)\| = \|p - q\| \end{aligned}$$

因此, 对式 $\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) \exp(\hat{\theta}_3 q_3) = T$, 若 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 相交于点 q , 则可化简为

$$\begin{aligned} & \|\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) \exp(\hat{\theta}_3 q_3) p - q\| = \|T p - q\| = \\ & \|\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) (\exp(\hat{\theta}_3 q_3) p - q)\| = \\ & \|\exp(\hat{\theta}_3 q_3) p - q\| \end{aligned}$$

(4) 利用移动方向不变性质化简。若 $\hat{\theta}_1$ 是一个移动旋量坐标, $\hat{\theta}_1 = (\hat{\theta}_1, 0)$, 有

$$[\exp(\hat{\theta}_1 q_1) p - p] \hat{\theta}_1 = 0$$

因此式

$$\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) \exp(\hat{\theta}_3 q_3) p = T p$$

可化简为

$$[\exp(\hat{\theta}_2 q_2) \exp(\hat{\theta}_3 q_3) p - T p] \hat{\theta}_1 = 0$$

2 子问题的分类与计算

2.1 子问题的分类

指数积公式经过上述方法化简后, 最终可以转化为以下三种形式的子问题。

(1) I 类形式

$$\prod_{i=1}^m \exp(\hat{\theta}_i q_i) = T \quad m \leq 3 \quad (2)$$

为了求解方便, 把关节数限制在 3 以下, 因此自由度不超过 3 的机器人的运动学逆解可以直接得到。

(2) II 类形式

$$\prod_{i=1}^m \exp(\hat{\theta}_i q_i) p = q \quad m \leq 3 \quad (3)$$

式中, p, q 为用齐次坐标表示的空间点, 在三维空间, 上式独立的方程数不超过 3 个, 因此关节变量数应不超过 3。

(3) III 类形式

$$\left\| \prod_{i=1}^m \exp(\hat{\theta}_i q_i) p - q \right\| = d \quad m \leq 2 \quad (4)$$

式(4)独立的方程数只有一个, 求解 m 个关节变量, 需建立 m 个等式, 为降低问题的复杂性, 限制 $m \leq 2$ 。

将三类、28 种子问题表示成代码形式, 如表 1 所示。表 1 中, S 表示子问题(Subproblem), 1、2、3 表示 I、II、III 类子问题形式, 用转动关节 R, 移动关节 T 的组合和顺序表示子问题的类型。

表 1 中类似 S1-RT/TR 的形式表示两种子问题是等价的, 二者可相互转化。例如 S1-RT 对应的子问题表示为 $\exp(\hat{\theta}_1 q_1) \exp(\hat{\theta}_2 q_2) = T$, $\hat{\theta}_1$ 为转动旋量坐标, $\hat{\theta}_2$

为移动旋量坐标,通过矩阵运算,可转化为 $\exp(-\hat{?}_2 q_2) \exp(-\hat{?}_1 q_1) = T^{-1}$ 即子问题 S1-TR 的形式。

表1 子问题的类型和形式

类型	子问题的形式
I类	S1-R, S1-T, S1-RR, S1-RT/TR, S1-TT, S1-RRR,
	S1-RRT/TRR, S1-RTR,
	S1-TTR/RTT, S1-TRT, S1-TTT
	S2-R, S2-T, S2-RR, S2-RT/TR, S2-TT, S2-RRR,
II类	S2-RRT/TRR, S2-RTR,
	S2-TTR/RTT, S2-TRT, S2-TTT
	S3-R, S3-T, S3-RR, S3-RT, S3-TR, S3-TT

2.2 子问题的计算

由于子问题有明确的几何意义,可以用几何方法来解^[7-8,10],但有些子问题中关节变量个数较多,当用几何解法复杂时,可用代数解法。需要说明的是,实际上表1中的某些子问题也要利用化简方法变成更简单的子问题来解。

(1) 几何法解子问题。子问题 S2-RRT, 对应于公式 $\exp(\hat{?}_1 q_1) \exp(\hat{?}_2 q_2) \exp(\hat{?}_3 q_3) p = q$, 其中 $?_1 = (?_1, ?_1)$, $?_2 = (?_2, ?_2)$, $?_3 = (?_3, 0)$ 。 $?_1$ 、 $?_2$ 表示两个零节矩转动旋量坐标, $?_3$ 表示无穷节矩的单位移动旋量坐标, $p, q \in \mathbf{R}^3$ 是两点。该子问题对应于将点 p 沿 $?_3$ 移动 q_3 , 再绕 $?_2$ 转 q_2 , 最后绕 $?_1$ 转 q_1 至位置 q , 求关节变量 q_1 、 q_2 、 q_3 。以下考虑 $?_1$ 、 $?_2$ 的轴线相交于一点的情况,如图2所示。

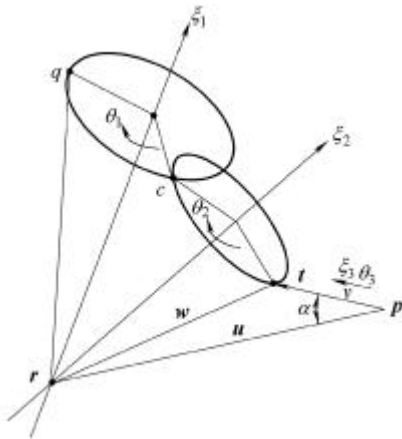


图2 子问题 S2-RRT 的一种情况

定义矢量 $w = (t - r)$, $u = (p - r)$, $v = (t - p)$, 在 Δrpt 中, $\cos a = ?_3 \cdot (-u) / \|?_3\| \|u\|$, $\|w\| = \|t - r\| = \|q - r\|$, $\|u\|$ 已知, $q_3 = \pm \|v\|$, 由余弦定理, $\|w\|^2 = \|u\|^2 + q_3^2 - 2\|u\|q_3 \cos a$ 可以求出 q_3 , 由 $w = u + v = u + ?_3 q_3$, $t = r + w$, 可以解出 $t = r + w$ 点的位置, 求 q_1 、 q_2 转化为解子问题 S2-RR, 其计算方法已知^[10]。

(2) 代数法解子问题。子问题 S2-RRT 在轴线处于一般位置, 如 $?_1$ 、 $?_2$ 的轴线为异面直线时, 用几何法解比较复杂, 用代数法解则相对容易。

将式 $\exp(\hat{?}_1 q_1) \exp(\hat{?}_2 q_2) \exp(\hat{?}_3 q_3) p = q$, 改写成 $\exp(\hat{?}_2 q_2) \exp(\hat{?}_3 q_3) p = \exp(-\hat{?}_1 q_1) q$, 展开可以写成关于 q_3 , $\sin q_1$, $\cos q_1$, $\sin q_2$, $\cos q_2$ 的三个线性方程, 可以用消元法和三角函数解 q_1 、 q_2 、 q_3 。

3 基于子问题的运动学逆解计算

3.1 伴随变换

指数积式(1)经化简后, 其形式可能并不是上述规范的子问题形式, 可以通过伴随变换和矩阵运算, 转化为规范的形式。伴随变换实质上是完成运动旋量在坐标系之间转换的 6×6 矩阵^[10]。对于给定的两坐标系之间的变换 $g = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 其伴随变换

$$A(g): \mathbf{R}^6 \rightarrow \mathbf{R}^6 \text{ 为 } A(g) = \begin{bmatrix} R & \hat{P}R \\ 0 & R \end{bmatrix}, \text{ 若 } ?' = A(g)?, \text{ 则}$$

则有 $g \exp(\hat{?} q) g^{-1} = \exp(\hat{?}' q)$, 即

$$g \exp(\hat{?} q) = \exp(\hat{?}' q) g \quad (5)$$

式(5)形式上“满足”矩阵乘法的“交换律”, 为子问题的转化提供了很大方便。

例如构型为 RTRRR 的机器人的指数积公式为 $\exp(\hat{?}_1 q_1) \exp(\hat{?}_2 q_2) \exp(\hat{?}_3 q_3) \exp(\hat{?}_4 q_4) \exp(\hat{?}_5 q_5) =$

$$g_{ST}(?) g_{ST}^{-1}(0) := g_1$$

其中 3、4 关节相交于一点 p , 由旋转轴线上点的位置不变性质化简为

$$\exp(\hat{?}_1 q_1) \exp(\hat{?}_2 q_2) p = g_1 \exp(\hat{?}_5 q_5) p$$

利用伴随变换, 令 $S_5 = -A(g_1)?_5$, 则有 $\exp(\hat{?}_1 q_1) \exp(\hat{?}_2 q_2) p = \exp(\hat{S}_5 q_5) g_1 p$, 从而得到 $\exp(-\hat{S}_5 q_5) \exp(\hat{?}_1 q_1) \exp(\hat{?}_2 q_2) p = g_1 p$, 这样转化成标准的子问题 S2-RRT 形式。

3.2 运动学逆解计算过程

(1) 判断封闭解的存在性。分析可重构机器人的关节结构, 从末端到第一关节分析关节轴线的相交点及相邻交点的重合性。例如, 在末端安装了球形手腕的工业机器人利用旋转轴线上点的位置不变性质化简方法可以有效地减少指数积公式中关节变量的数目。另外, 还可以用姿态分离法有效地进行化简。如果用各种方法都不能有效地简化公式, 得

不到全部可解的子问题形式,则对这种构型来说,可能封闭解并不存在,如冗余度机器人或封闭解不存在的非冗余机器人,这时可用基于 Jacobian 矩阵的数值迭代法来解。

对于冗余度机器人,其运动学逆解是不确定的,因而一般不是封闭的(或解析的)^[11],但仍可以采用相同的化简方法对冗余度机器人正解的指数积公式进行化简,某些特殊构型的冗余度机器人的某些关节变量可求出(例如,利用姿态分离法化简),这样简化了其他关节变量的求解。或者在确定某些关节变量后,剩下的关节变量组成的指数积公式有封闭解。

(2) 指数积公式的化简。利用指数积公式的化简方法,减少公式中未知关节变量的个数,再通过矩阵运算和伴随变换转化为表 1 中标准的子问题形式。

(3) 调用子问题。确定化简得到的子问题的输入、输出参数,调用相关解子问题的子程序,直到解出所有关节变量。

4 计算实例

图 3 为由模块构成的类 Rhino 6-DOF TRRRRR 机器人构型,自由度数为 6,指数积方程为

$$\exp(\hat{\mathcal{P}}_1 \mathbf{q}_1) \exp(\hat{\mathcal{P}}_2 \mathbf{q}_2) \mathbf{L} \exp(\hat{\mathcal{P}}_6 \mathbf{q}_6) = \mathbf{g}_{ST}(\mathcal{P}) \mathbf{g}_{ST}^{-1}(\mathbf{0}) = \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{P} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

各关节的旋量坐标为

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 &= (1, 0, 0, 0, 0, 0) & \mathcal{P}_4 &= (-200, 0, 400, 0, 1, 0) \\ \mathcal{P}_2 &= (0, -200, 0, 0, 0, 1) & \mathcal{P}_5 &= (-200, 0, 500, 0, 1, 0) \\ \mathcal{P}_3 &= (-200, 0, 200, 0, 1, 0) & \mathcal{P}_6 &= (0, 200, 0, 1, 0, 0) \end{aligned}$$

末端执行器的初始和期望位姿为 $\mathbf{g}_{ST}(\mathbf{0})$, $\mathbf{g}_{ST}(\mathcal{P})$ 为

$$\mathbf{g}_{ST}(\mathbf{0}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 600 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g}_{ST}(\mathcal{P}) = \begin{bmatrix} 0.8529 & -0.5213 & 0.0297 & 5430464 \\ 0.4924 & 0.7841 & -0.3778 & 1865109 \\ 0.1736 & 0.3368 & 0.9254 & 989609 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

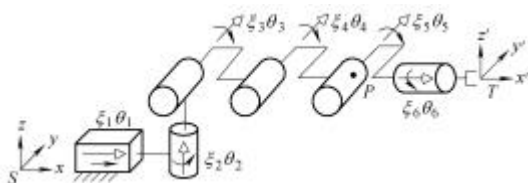


图 3 Rhino 机器人构型

以下通过运动学逆解计算对应的各关节变量。

(1) 由于 3、4、5 三个相邻关节轴相互平行,因此运动学逆解有封闭解形式^[9],可采用姿态分离法化简。对各转动关节旋量,若

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_2 &= (0, 0, 0, 0, 0, 1) \\ \mathcal{P}'_3 = \mathcal{P}'_4 = \mathcal{P}'_5 &= (0, 0, 0, 0, 1, 0) \\ \mathcal{P}'_6 &= (0, 0, 0, 1, 0, 0) \end{aligned}$$

则有 $\exp(\hat{\mathcal{P}}'_2 \mathbf{q}_2) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_3 \mathbf{q}_{345}) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_6 \mathbf{q}_6) = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$, 由

子问题 S1-RRR 可以解出 \mathbf{q}_2 、 $\mathbf{q}_{345} = \mathbf{q}_3 + \mathbf{q}_4 + \mathbf{q}_5$ 和 \mathbf{q}_6 。

(2) 代入 \mathbf{q}_2 、 \mathbf{q}_6 , 式(6)变成 4-DOF, 即 $\exp(\hat{\mathcal{P}}'_1 \mathbf{q}_1) \mathbf{T}_2 \exp(\hat{\mathcal{P}}'_3 \mathbf{q}_3) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_4 \mathbf{q}_4) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_5 \mathbf{q}_5) \mathbf{T}_6 = \mathbf{T}$, 整理后,由旋转轴线上点的位置不变性质化简,在式两边同乘以位于旋量坐标 \mathcal{P}_5 轴线上一点 $\mathbf{p} = (500, 0, 200, 1)^T$ 得

$$\exp(\hat{\mathcal{P}}'_1 \mathbf{q}_1) \mathbf{T}_2 \exp(\hat{\mathcal{P}}'_3 \mathbf{q}_3) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_4 \mathbf{q}_4) \mathbf{p} = \mathbf{T} \mathbf{T}_6^{-1} \mathbf{p}$$

利用伴随变换,令 $\mathbf{S}_1 = \mathbf{A}(\mathbf{T}_2) \mathcal{P}_1$, 整理得到 $\exp(\hat{\mathcal{S}}_1 \mathbf{q}_1) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_3 \mathbf{q}_3) \exp(\hat{\mathcal{P}}'_4 \mathbf{q}_4) \mathbf{p} = \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{T} \mathbf{T}_6^{-1} \mathbf{p}$, 即子问题 S2-TRR 的形式,由该子问题得到解 \mathbf{q}_1 、 \mathbf{q}_3 、 \mathbf{q}_4 。

(3) 由 $\mathbf{q}_5 = \mathbf{q}_{345} - \mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_4$ 解出 \mathbf{q}_5 , 经检验得到所有关节角的两组逆解,如表 2 所示。

表 2 Rhino 构型机器人的两组逆解

	逆解 1	逆解 2
关节 1 位移 \mathbf{q}_1 / mm	20	20
关节 2 转角 $\mathbf{q}_2 / \text{rad}$	0.523 6	0.523 6
关节 3 转角 $\mathbf{q}_3 / \text{rad}$	0.349 1	0.465 3
关节 4 转角 $\mathbf{q}_4 / \text{rad}$	0.174 5	-0.174 5
关节 5 转角 $\mathbf{q}_5 / \text{rad}$	-0.698 1	-0.465 3
关节 6 转角 $\mathbf{q}_6 / \text{rad}$	0.349 1	0.349 1

5 结论

采用旋量和指数积公式建立机器人运动学模型,系统地分析了指数积公式的化简方法,并对化简后得到的子问题进行了分类和计算,编写了子问题的计算程序库,为可重构机器人运动学逆解自动生成提供了一种构造性的可分解的方法,使计算过程清晰简单。通过一个实例验证了算法的有效性与可重用性。子问题的自动分解是实现可重构机器人运动学自动生成的另一个需要深入研究的重要问题。

参 考 文 献

- [1] PAREDIS C J J, BROWN H B, KHOSLA P K. A rapidly deployable manipulator system[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 1997, 21(3): 289-304.
- [2] 郑浩峻, 汪劲松, 李铁民. 可重构机器人单元结构设计及组合特性分析[J]. *机械工程学报*, 2003, 39(7): 34-37.
- [3] KELMAR L, KHOSLA P K. Automatic generation of kinematics for a reconfigurable modular manipulator system[C]//*Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, PA, 1988: 663-668.
- [4] CHEN I M, YANG G L. Inverse kinematics for modular reconfigurable robots[C]//*Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Leuven, Belgium, 1998: 1 647-1 652.
- [5] TEJOMURTULA S, KAK S. Inverse kinematics in robotics using neural networks[J]. *Information Sciences*, 1999, 116(2-4): 147-164.
- [6] CHAPELLE F, BIDAUD P, PHILIPPE B. Closed form solutions for inverse kinematics approximation of general 6R manipulators[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2004, 39(3): 323-338.
- [7] GAO Y. Decomposable close-form inverse kinematics for reconfigurable robots using product-of-exponentials[J]. Singapore: Nanyang Technological University, 2000.
- [8] CHEN I M, GAO Y. Closed-form inverse kinematics solver for reconfigurable robots[C]//*Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Seoul, Korea, 2001: 2 395-2 400.
- [9] 付京逊, 冈萨雷斯 R C, 李 C S G. 机器人学, 控制·传感技术·视觉·智能[M]. 杨静宇, 李德昌, 等译. 北京: 中国科学技术出版社, 1989.
- [10] 理查德·摩雷, 李泽湘, 夏恩卡·萨思特里. 机器人操作的数学导论[M]. 徐卫良, 等译. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [11] 熊有伦, 丁汉, 刘恩沧. 机器人学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.

GENERATION OF CLOSED-FORM INVERSE KINEMATICS FOR RECONFIGURABLE ROBOTS

ZHAO Jie WANG Weizhong CAI Hegao
(Robot Research Institute, Harbin Institute of
Technology, Harbin 150001)

Abstract It is a key problem to generate the inverse kinematics automatically for reconfigurable robots, because such robots may assume various configurations. Screw and the Product-of-exponential(POE) formulas are employed herein to model the kinematics of reconfigurable robots. The POE formula can be converted to canonical subproblems through decomposition and adjoint transformation. Three classes, twenty-eight types subproblems containing geometric or algebraic solutions are identified and solved, which can be reused in different configurations. A generalized, decomposable and reusable approach for close-form inverse kinematics of reconfigurable robots is developed based on POE and subproblems. An example is given to demonstrate the effectiveness of this method.

Key words : Reconfigurable robot Inverse kinematics

Product of exponential formula

Subproblems

作者简介: 赵杰, 男, 1968 年出生, 教授, 博士生导师。主要从事机器人多传感器集成及控制技术、机器人遥操作及可重构模块机器人技术等方面的研究。

E-mail: jzhao@hit.edu.cn