

# 双目立体视觉系统摄像机标定

蔡健荣, 赵杰文

(江苏大学 生物与环境工程学院, 江苏 镇江 212013)

**摘要:** 对摄像机参数标定是三维定位的关键. 制作了平面式标定板, 将标定板中圆的当量中心作为标定用参考点, 这样可以有效避免测量误差. 采用线性和非线性结合的方法标定摄像机参数, 首先利用直接线性转换模型 (DLT) 得到投影矩阵, 通过约束条件分解参数矩阵, 分别求出摄像机内部参数; 然后将得到的标定参数作为初值, 代入非线性方程进行优化, 得到精确的标定参数. 非线性优化采用 Levenberg - Marquardt 迭代法. 试验表明, 标定参数与出厂参数有一定差异, 但和实际情况完全吻合.

**关键词:** 立体视觉; 摄像机标定; 直接线性转换模型; Levenberg - Marquardt 迭代

**中图分类号:** TP242.6<sup>+</sup>2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671 - 7775(2006)01 - 0006 - 04

## Stereovision system calibration based on dual-camera

CAI Jian-rong, ZHAO Jie-wen

(School of Biological and Environmental Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

**Abstract:** Camera calibration is the key process in three-dimensional location of stereo-vision. A planar calibration rig was made as sample, and the equivalent center of circles in the rig was taken as reference point to avoid unnecessary measuring error. To get the precise camera parameters, the linear and non-linear methods were combined. First, Direct Linear Transform (DLT) model was used to get the projection matrix. Then the matrix was decomposed based on the restraint condition, and the intrinsic parameters of camera was estimated. These estimates were fed to the non-linear optimizer as initial guess for the calibration parameters; the Levenberg-Marquardt method was used as non-linear optimizer. The experiment indicates that the calibrated parameters have certain differences from instructions, but completely agree with the actual condition.

**Key words:** stereovision; camera calibration; direct linear transform; Levenberg-Marquardt iteration

立体视觉系统是农业机器人的关键部件. 虽然摄像机和镜头均提供出厂参数, 但组合以后实际参数会发生变化, 环境温度也会改变摄像机参数. 为了准确定位, 摄像机必须标定.

摄像机标定的参数主要有内部参数 (几何和光学特性的有关参数) 和外部参数 (相对于某个世界坐标系的三维位置和方向). 标定方法主要有线性标定和非线性标定. 前者简单快速, 精度低, 不考虑

镜头畸变; 后者考虑了畸变参数, 计算繁琐, 速度慢, 对初值选择和噪声敏感. 作者将两者结合起来, 采用由粗到精策略, 以实现精确标定.

### 1 基本坐标系及相机模型

为定量描述光学成像过程, 定义 4 个坐标系, 如图 1 所示. 图像坐标系, 坐标原点为  $O_0$ , 坐标轴  $u$ 、 $v$  表示列和行; 成像平面坐标系, 以摄像机光轴

收稿日期: 2005 - 08 - 31

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金资助项目 (05KJB210019)

作者简介: 蔡健荣 (1966 - ), 男, 上海人, 副教授 (jrcal@ujs.edu.cn), 主要从事计算机无损检测技术和农业机器人研究.

赵杰文 (1945 - ), 男, 江苏苏州人, 教授, 博士生导师 (zhao@ujs.edu.cn), 主要从事农产品无损检测研究.

与图像坐标系的交点  $O_1$  为原点建立坐标系,  $x, y$  轴分别与  $u, v$  轴平行; 摄像机坐标系, 坐标原点  $O_c$  固定在摄像机的光心,  $X_c, Y_c$  轴与  $x, y$  轴平行,  $Z_c$  轴为摄像机的光轴, 与图像平面垂直,  $O_c O_1$  为摄像机焦距  $f$ 。世界坐标系, 是假想的参考坐标系, 可固定于场景中某物体上, 用于描述摄像机的位置, 由  $X_w, Y_w, Z_w$  轴组成。

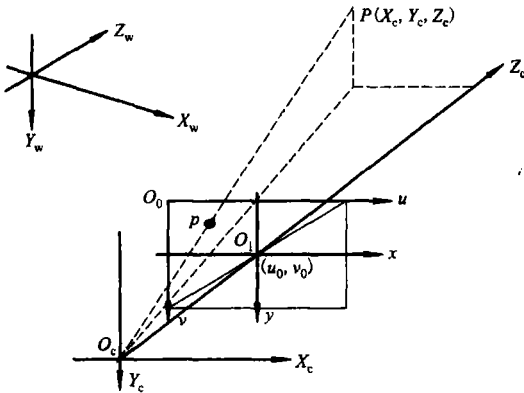


图 1 各坐标系关系图<sup>[1]</sup>

Fig 1 Relationship of various coordinates

根据 4 个坐标系之间的对应关系, 可以建立相互的关系式. 设空间任意一点  $P(X_w, Y_w, Z_w)$  在图像平面上的投影为  $p(u, v)$ , 则两者之间的关系为<sup>[1]</sup>

$$\begin{matrix} u \\ v \\ 1 \end{matrix} = \begin{matrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{matrix} \begin{matrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{matrix} = M \begin{matrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{matrix} \quad (1)$$

式中  $M$  为  $3 \times 4$  的投影矩阵, 包含了摄像机所有参数, 但这些参数没有具体的物理意义, 称为隐参数. 通过矩阵分解可得到具体的摄像机内部参数和外部参数, 如

$$M = \begin{bmatrix} f_x & s & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [R, t] = A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $f_x, f_y$  分别表示  $x$  和  $y$  方向焦距, 单位为像素数;  $s$  表示 CCD 晶片的歪斜系数;  $(u_0, v_0)$  为主点坐标; 摄像机坐标系与世界坐标系之间的空间关系用  $3 \times 3$  的旋转矩阵  $R$  与  $3 \times 1$  平移向量  $t$  来描述。

## 2 标定参数和摄像机透镜畸变模型

摄像机标定时除了考虑主点坐标  $u_0, v_0$ , 焦距  $f_x, f_y$  和歪斜系数  $s$  等线性误差, 透镜畸变也会造成成像坐标的偏差, 包括透镜的径向畸变、切向畸变. 一些文献中<sup>[3,4]</sup> 还提到了镜头的离心畸变、薄棱镜

畸变, 这些畸变均可以从径向和切向两方面进行描述, 因此将其归纳到径向和切向畸变模型之中. 镜头的径向畸变模型可以近似描述<sup>[2,5]</sup> 为

$$\begin{aligned} r_x &= x(k_1 \bar{r}^2 + k_2 \bar{r}^4 + k_3 \bar{r}^6 + \dots) \\ r_y &= y(k_1 \bar{r}^2 + k_2 \bar{r}^4 + k_3 \bar{r}^6 + \dots) \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $x, y$  是图像像素在成像平面坐标系, 根据针孔模型得到的归一化投影值,  $k_1, k_2, \dots$  为径向畸变系数,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . 一般情况下, 取 1 到 2 项系数就足以描述镜头的径向畸变。

镜头的切向畸变模型可以近似描述<sup>[2,5]</sup> 为

$$\begin{aligned} t_x &= 2p_1 xy + p_2 (\bar{r}^2 + 2x^2) \\ t_y &= 2p_2 xy + p_1 (\bar{r}^2 + 2y^2) \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $p_1, p_2$  为切向畸变系数。

由于透镜畸变是非线性的, 因此要用非线性模型进行参数估计。

## 3 摄像机配置和标定板

试验用视觉系统由两个真彩色摄像机组成, 型号均为 DHD - 4023. 两相机光轴中心设计在同一水平面上, 且相互平行, 水平间距设计为 100 mm. 摄像机的图像传感器和镜头的物理参数分别为: 图像有效尺寸 646 × 515, 晶片尺寸 6.7 (H)  $\mu\text{m}$  × 6.7 (V)  $\mu\text{m}$ , 镜头焦距  $f = 12.5$  mm.

标定采用平面式标定板, 由  $7 \times 7$  个实心圆组成的图案, 圆点间的中心距离为 50 mm. 世界坐标系的原点设在标定板中心, 坐标轴  $X_w$  和  $Y_w$  的方向如图 2 所示, 轴  $Z_w$  的方向垂直于标定板平面. 左右摄像机同时采集标定板不同位置 25 幅图像, 以避免随机误差的影响。

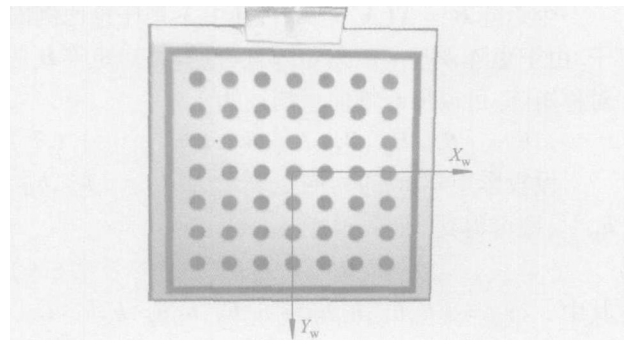


图 2 标定板

Fig 2 Calibration rig

通常标定板采用棋盘或网格线作参考, 然后提取角点或交点作为特征参数, 但常因拍摄导致特征点提取存在一定误差, 对标定结果影响很大, 因此作者采用提取圆的当量中心为特征点坐标. 图 3 为 25

49个点的实测值和理论值的误差分布. 误差分布表明, 实际值和理想值有很好的吻合性.

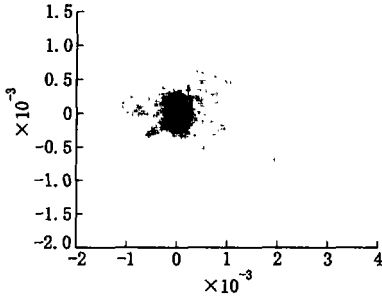


图 3 投影点误差分布图

Fig 3 Error distribution caused by projection points

#### 4 标定参数计算

已知参照物世界坐标和特征点图像坐标后, 代入式 (1), 利用直接线性转换模型 (DLT)<sup>[1,2]</sup> 可得到隐参数矩阵  $M$ .

设世界坐标系  $Z$  轴垂直标定板, 空间点  $P$  的齐次坐标为  $P = [X_w, Y_w, 0, 1]^T$ . 则式 (1) 可以改写为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

利用 DLT 模型求出  $3 \times 3$  的投影矩阵  $H$ .

令  $H = [h_1 \ h_2 \ h_3]$ , 从式 (5) 可以得到

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix}$$

式中  $\lambda$  是任意标量, 利用  $r_1$  和  $r_2$  相互垂直这个性质, 可以得到分解投影矩阵, 计算内部参数的两个基本约束, 即为

$$\begin{aligned} h_1^T (A^{-1})^T A^{-1} h_2 &= 0 \\ h_1^T (A^{-1})^T A^{-1} h_1 &= h_2^T (A^{-1})^T A^{-1} h_2 \end{aligned} \quad (6)$$

令矩阵  $B = (A^{-1})^T A^{-1}$ , 其中  $\lambda$  是任意比例因子. 由于矩阵  $A$  是上三角矩阵且可逆, 可知矩阵  $B$  是对称矩阵, 可以用 6 维向量描述为

$$b = [B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{33}] \quad (7)$$

设投影矩阵  $H$  的列向量表示为  $h_i = [h_{i1}, h_{i2}, h_{i3}]^T$ , 则可得到

$$h_i^T B h_j = v_{ij} b \quad (8)$$

其中  $v_{ij} = [h_{i1} h_{j1}, h_{i1} h_{j2} + h_{i2} h_{j1}, h_{i2} h_{j2}, h_{i3} h_{j1} + h_{i1} h_{j3}, h_{i3} h_{j2} + h_{i2} h_{j3}, h_{i3} h_{j3}]^T$

由两个基本约束式 (6) 和已知的投影矩阵  $H$ , 可以建立关于向量  $b$  的齐次方程

$$\begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{11} - v_{22} \end{bmatrix}^T b = 0 \quad (9)$$

有  $n$  幅图像, 可以建立  $n$  个相关表达式, 因此有

$$Vb = 0 \quad (10)$$

这里  $V$  是一个  $2n \times 6$  的矩阵, 由投影矩阵得到. 每个摄像机拍摄了 25 幅标定图像, 因此  $n = 25$ . 求解式 (10) 后得向量  $b$  的解, 从而解得矩阵  $B$ , 由此可分别求出摄像机内部参数. 得到摄像机内部参数矩阵  $A$  后, 可以进一步求取外部参数.

$$r_1 = A^{-1} h_1, \quad r_2 = A^{-1} h_2$$

$$r_3 = r_1 \times r_2, \quad t = A^{-1} h_3$$

得到的  $R = [r_1 \ r_2 \ r_3]$  矩阵是一个  $3 \times 3$  矩阵, 其中  $r_i$  为沿三维坐标的方向向量.

不同位置得到的图像, 其投影矩阵  $H$  不同, 其中内部参数矩阵  $A$  恒定不变, 外部参数会产生不同的旋转矩阵  $R_i$  和位置向量  $t_i$  ( $i = 1 \sim 25$ ), 应分别求取.

#### 5 镜头畸变系数估计

由于镜头径向畸变是镜头产生误差主要因素, 因此只考虑径向畸变, 则畸变后坐标为

$$\begin{aligned} x_d &= x + \frac{r}{x} = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \\ y_d &= y + \frac{r}{y} = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \end{aligned} \quad (11)$$

令  $(u_d, v_d)$  和  $(u, v)$  为图像坐标系下空间点对应的观察值和理论值. 则两者的关系为

$$\begin{aligned} u_d &= f_x x_d + s y_d + u_0 = (u - u_0) \times \\ &\quad (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) + u_0 \\ v_d &= f_y x_d + v_0 = (v - v_0) \times \\ &\quad (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) + v_0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $(u, v)$ ,  $(x, y)$  的值通过线性投影关系从空间点的已知坐标计算得到. 经整理后, 用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} (u - u_0)^2 & (u - u_0)^4 & k_1 \\ (v - v_0)^2 & (v - v_0)^4 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d - u \\ v_d - v \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

如果给定  $n$  个图像, 每幅图像有  $m$  个点, 则可以建立  $2mn$  ( $n = 25, m = 49$ ) 个表达式

$$Dk = d \quad (14)$$

可以利用最小二乘法求出畸变参数  $k = [k_1 \ k_2]$

$$k = (D^T D)^{-1} D^T d \quad (15)$$

由于摄像机存在非线性畸变, 因此利用根据针孔模型建立的线性模型标定摄像机内部和外部参数存在较大误差. 但非线性参数估计需要给出参数初值. 从上所述可以看到, 摄像机内部参数矩阵  $A$ , 畸变系数  $k_1, k_2$ , 图像的旋转向量  $R_i$ , 平移向量  $t_i$  均已求得. 作为非线性估计的初值代入

$$J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} - \hat{p}(A, k_1, k_2, R_i, t_i, P_j)^2 \quad (16)$$

式中  $p(A, k_1, k_2, R_i, t_i, P_j)$  是第  $i$  幅图像的第  $j$  点利用估计的参数得到的投影值;  $n$  为图像数;  $m$  为每幅图像的特征点数;  $P_j$  为标定板第  $j$  点的世界坐标. 采

用 Levenberg - Marquard 迭代法优化标定参数<sup>[6]</sup>. 最终得到摄像机的内部参数如表 1 所示, 其中,  $\theta = \arctan(s/f_x)$ .

表 1 标定的摄像机内部参数  
Tab 1 Intrinsic parameters of camera calibration

相机	$f_x /$ pixel	$f_y /$ pixel	$90^\circ - \theta /$ ( $^\circ$ )
左摄像机	954.872	954.390	90.019
右摄像机	956.584	955.744	89.973

$u_0 /$ pixel	$v_0 /$ pixel	$k_1 /$ $\text{mm}^{-2}$	$k_2 /$ $\text{mm}^{-4}$
288.778	275.803	-0.056	0.013
323.851	260.824	-0.036	-0.039

表 1 的标定结果可以看出:左摄像机为  $f_x/f_y = 1.000\ 5$ ,右摄像机  $f_x/f_y = 1.000\ 8$ ,标定结果与给定参数相符,即 CCD 晶片为正方形.镜头焦距,左摄像机为  $f=954.873\ \times(6.7\ \times 2)/1\ 000=12.79\ \text{mm}$ ,右摄像机为  $f=12.81\ \text{mm}$ ,给定的  $f=12.50\ \text{mm}$  相差约  $0.3\ \text{mm}$ ,这是镜头和摄像机螺纹连接等因素引起的误差.摄像机光轴和图像平面的交点并不一定在图像平面的中心  $(323, 257.5)$ ,左摄像机的主点为  $(288.778, 275.803)$ ,离中心的偏差为  $(-34.222, 18.303)$ ;右摄像机的主点为  $(323.851, 260.824)$ ,离中心的偏差为  $(0.851, 3.324)$ ,右摄像机的主点更接近图像中心.由此可见,虽然采用相同型号的摄像机和镜头,但实际内部参数却不一定相同.标定的值很小,说明像素点坐标轴基本垂直,径向误差  $k_1, k_2$  较小,也可以忽略不计.

6 立体视觉摄像机标定

立体视觉系统的两个摄像机的相对位置也可以通过标定得到.单摄像机定标时,已分别得到两个摄像机的内外参数,设  $R_l, t_l$  和  $R_r, t_r$  分别表示左、右摄像机与世界坐标系的相对位置,利用下式可以求出摄像机的相对位置,即

$$\begin{aligned} R &= R_r R_l^{-1} \\ t &= t_r - R_l^{-1} t_l \end{aligned} \tag{17}$$

对 25 个位置的外部参数迭代优化后得到

$$R = \begin{bmatrix} 0.999\ 9 & -0.015\ 8 & 0.005\ 7 \\ 0.015\ 8 & 0.999\ 9 & 0.004\ 3 \\ -0.005\ 8 & -0.004\ 2 & 1.000\ 0 \end{bmatrix}$$

$$t = [-100.480\ 69, 0.511\ 29, -1.309\ 63] \text{ (mm)}$$

从左右摄像机相对位置的标定结果可以看到,摄像机在  $x$  轴方向相对位置的实际值为  $100.48\ \text{mm}$ ,与设置值  $100\ \text{mm}$  误差  $0.48\ \text{mm}$ .

理论上左图像经过旋转和平移得到的图像应该和右图像重合.取某位置左、右标定板图像,将其旋转、平移后相加,结果图像如图 4 所示.可以看到两

幅图像基本重合,由此证实标定结果的正确性.

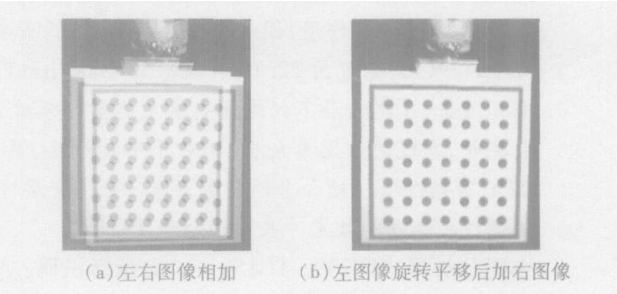


图 4 图像变换和平移  
Fig 4 Rotation and transfer of stereo images

7 结 论

通过标定看到,采用线性和非线性结合的标定算法可以得到准确的标定参数,但由于其计算复杂,因此一次标定需要数秒时间,如果用于实时场合,只能应用于摄像机相对位置固定不变的场合.

参考文献 (References)

[ 1 ] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础[M]. 北京:科学出版社, 1998: 72 - 78

[ 2 ] Zhang Z. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations[C]. [ s l ]: ICCV, 1999: 666 - 673.

[ 3 ] Heikkilä J. Geometric camera calibration using circular control points[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22 (10): 78 - 95.

[ 4 ] Heikkilä J, Silvén O. Calibration procedure for short focal length off-the-shelf CCD cameras[C]//Proc 13<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition. Vienna, Austria: [ s n ], 2000: 166 - 170.

[ 5 ] Bouguet J. Visual methods for three dimensional modeling[D]. California: California Institute of Technology, 1999.

[ 6 ] Golub G, Loan C van. Matrix Computations[M]. Baltimore, Maryland: The John Hopkins University Press, 1996

(责任编辑 陈持平)



知网查重限时 7折 最高可优惠 120元

本科定稿，硕博定稿，查重结果与学校一致

立即检测

免费论文查重: <http://www.paperyy.com>

3亿免费文献下载: <http://www.ixueshu.com>

超值论文自动降重: [http://www.paperyy.com/reduce\\_repetition](http://www.paperyy.com/reduce_repetition)

PPT免费模版下载: <http://ppt.ixueshu.com>

## 阅读此文的还阅读了:

1. [双目立体视觉系统的精度分析](#)
2. [基于小尺度测量的双目立体视觉系统误差分析](#)
3. [基于HALCON的双目摄像机标定](#)
4. [双目立体视觉系统的分析](#)
5. [基于双目视觉系统的摄像机标定技术的研究](#)
6. [无人水面艇双目立体视觉系统设计](#)
7. [基于FPGA的双目立体视觉系统](#)
8. [双目立体视觉系统的研究](#)
9. [基于嵌入式Linux及MJPEG-streamer的双目立体视觉系统设计](#)
10. [一种简便的双目摄像机标定方法](#)
11. [双目立体视觉系统设计](#)
12. [基于GA-BP神经网络的双目摄像机标定](#)
13. [双目立体视觉系统的研究](#)
14. [基于PSO-ELM的双目视觉摄像机标定](#)
15. [双目立体视觉系统的非线性摄像机标定技术](#)
16. [基于Halcon软件的双目立体视觉系统标定](#)
17. [基于OpenCV的双目摄像机标定](#)
18. [双目立体视觉系统中的三维重建建模](#)
19. [基于GEP的双目视觉摄像机标定方法研究](#)
20. [实时双目立体视觉系统的实现](#)
21. [月球探测车双目立体视觉系统研究](#)
22. [空间直线基元在双目立体视觉系统中重建方法的研究](#)
23. [双目立体视觉摄像机标定及精度分析](#)
24. [双目立体摄像机标定方法研究](#)
25. [双目立体视觉系统测量精度的分析](#)

[26. 基于OpenCV的双目摄像机标定技术研究](#)

[27. 4自由度双目立体视觉系统的设计](#)

[28. 双目立体视觉系统摄像机标定方法及控制系统研究](#)

[29. 双目视觉中摄像机标定技术的研究](#)

[30. 双目立体视觉系统摄像机标定](#)

[31. 双目立体视觉系统](#)

[32. 基于WNN的双目摄像机标定方法](#)

[33. 基于PSO-ELM的双目视觉摄像机标定](#)

[34. 一种双目立体视觉系统的校准方法](#)

[35. 双目立体视觉系统的研究与实现](#)

[36. 聚焦倾斜平面的双目摄像机标定](#)

[37. 双目立体视觉系统的摄像机标定技术](#)

[38. 双目立体视觉系统中的深度信息提取](#)

[39. 双目立体视觉中摄像机标定技术的研究](#)

[40. 双目立体视觉系统的立体匹配](#)

[41. 双目立体视觉中的摄像机标定技术研究](#)

[42. 双目立体视觉系统的非线性摄像机标定技术](#)

[43. 双目立体视觉系统的标定](#)

[44. 双目立体视觉系统标定及重构方法研究](#)

[45. 基于RBF神经网络的双目摄像机标定研究](#)

[46. 双目显微立体视觉系统标定方法研究](#)

[47. GPS双目摄像机标定及空间坐标重建](#)

[48. 基于改进型神经网络的双目摄像机标定](#)

[49. 基于PSO-ELM的双目视觉摄像机标定](#)

[50. 实时双目立体视觉系统的实现](#)