4.①什么情况下可以用线性最小均方估计？

MMSE 估计量含有多重积分的计算，在实际实践中常因其计算量太大而难以实现，而MAP 估计量涉及多维最大值求解的问题，尽管这些问题在联合高斯的假设下容易求得，但是在一般情况下求解不简单，因此在无法做出高斯假设的情况下，就要使用其他方法。LMMSE 是在保留 MMSE准则的条件下，限定估计量是线性的，来确定估计量。LMMSE 依赖于随机变量的相关性，当数据和参数相关时，可以采用LMMSE。在已知被估计量的一阶矩和二阶矩，可以采用线性最小均方估计。

②如何理解递推线性最小均方估计的几何意义？

递推LMMSE 本质是将观测矢量进行正交化，产生一组彼此不相关（垂直或者正交）的随机矢量，即新息，新息是每个新增的观测值z（n）贡献新的信息，这些新息组成了LMMSE，每增加一个数据相当于产生了新息，被估计量在这个新息的投影作为修正项对估计进行更新，从而增加了估计量的新息。

③观测模型为，其中，观测噪声

若 k = 2 ， N =1，试考虑 A 的线性最小均方估计并分析你的结果。

若 k = 2 ， N =1，观测模型为，根据线性最小均方估计的计算公式，得：



分别计算得：







代入得：



可见计算的A的线性最小均方估计为0，与观测数据无关，这是因为A与观测数据不是线性关系导致的。

④若 k =1， N >1，试考虑 A 的递推线性最小均方估计并分析其性能。

此时观测模型变为



根据递推线性最小均方估计的求解过程，首先基于第一个观测量求，其中为A在上的投影：



之后求出基于的的LMMSE估计量得到：



之后得到新息：



将A基于新息的LMMSE估计量加到上，得到:



令，得：





因根据新的观测量类推，最终结果为：



因为与以前的数据样本是不相关的，所以





其中



起始值：



性能分析：

估计量的均方误差为：



可见随着估计量数目的增多，估计量的均方误差不断减小，可知非贝叶斯估计时均方误差为，非贝叶斯估计的均方误差始终大于贝叶斯估计的均方误差，可见由于先验信息的引入，估计精度被有效改善。