2021 年度 1 学期

【講座名】

【予備校名

はじめに

【ここに「はじめに」の内容】

2021 年 8 月　テキスト作成　【作成者名や作成団体などを入力します】

講義の進め方とテキストの構成

【ここに講座を行うにあたって書いておきたいことを入力します】

テキストで使う記号

- $*$　比較的難しい問題や難しい事項。主に補充問題で使用している。
- ♣　大学入試共通テストでも重要になる内容。センター試験で頻出だった内容。
- $\mathfrak{R}$　既に学習した事項。忘れている場合は前に戻って復習しよう。
- †　やや難しい内容。難関大入試で問われることが多く、意欲のある生徒向けの内容。
- ‡　大学の数学の内容だが理解に役立つ内容。完全に理解する必要はない。

目次

第 1 講

【各講のタイトルは chapter 階層で書く】

問題 1-1　次の（1）～（1 2）の各問について、空欄に当てはまる最も適切なものをそれぞれの選択肢の中から 1 つ選び、解答用紙の所定の欄にマークしなさい。なお、同じ選択肢を複数回選択してもよい。

各 5 点（計 6 0 点）

(1) 外見から区別のつかない 2 つの箱がある。1 つの箱 R には 9 個の赤玉と 6 個の白玉が入っており、もう 1 つの箱 W には 6 個の赤玉と 9 個の白玉が入っている。2 つの箱から 1 つを無作為に選び、その箱から一度に 5 個同時に玉を取り出したところ、赤玉が 3 個、白玉が 2 個であった。このとき、選ばれた箱が R である確率は $\boxed{}$ である。

解答

箱 R が選ばれる事象を R、箱 W が選ばれる事象を W とする。また、箱から一度に 5 個同時に玉を取り出した結果を F とする。求める確率 $P(R|F)$ はベイズの公式により次式で計算される。

$$P(R|F) = \frac{P(F|R) \cdot P(R)}{P(F|R) \cdot P(R) + P(F|W) \cdot P(W)} \tag{1.1}$$

2 つの箱から 1 つの箱を無作為に選ぶので、

$$P(R) = P(W) = \frac{1}{2} \tag{1.2}$$

$P(F|R)$ は、箱 R から一度に 5 個同時に玉を取り出すとき、赤玉が 3 個、白玉が 2 個となる確率であるから、

$$P(F|R) = \frac{\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}}{\binom{15}{5}} \tag{1.3}$$

$P(F|W)$ は、箱 W から一度に 5 個同時に玉を取り出すとき、赤玉が 3 個、白玉が 2 個となる確率であるから

$$P(F|W) = \frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{9}{2}}{\binom{15}{5}} \tag{1.4}$$

よって、求める確率は、

$$\begin{aligned} P(R|F) &= \frac{\frac{\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}}{\binom{15}{5}}\cdot(\frac{1}{2})}{\frac{\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}}{\binom{15}{5}}\cdot(\frac{1}{2}) + \frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{9}{2}}{\binom{15}{5}}\cdot(\frac{1}{2})} \\ &= \frac{\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}}{\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{2}+\binom{6}{3}\cdot\binom{9}{2}} \\ &= \frac{(\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2})\cdot(\frac{6\cdot5}{2})}{(\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2})\cdot(\frac{6\cdot5}{2})+(\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2})\cdot(\frac{9\cdot8}{2})} \\ &= \frac{7}{7+4} = \frac{7}{11} \end{aligned} \tag{1.5}$$

(2) 二項定理を用いて証明せよ.

$\boxed{\text{解答}}$

出典：2021 年度 過去問

$\boxed{\text{解答}}$

問題 1-2 放物線 $y = x^2 + ax + b$ により, xy 平面を 2 つの領域に分割する.

(1) 点 (-1,4) と点 (2, 8) が放物線上にはなく別々の領域に属するような a, b の条件を求めよ。更に, その条件を満たす $(a,\ b)$ の領域を ab 平面に図示せよ.

(2) a, b が (1) で求めた条件を満たすとき, $a^2 + b^2$ がとり得る値の範囲を求めよ.

出典：2015 年度 愛知教育大

問題 1-3　a, b を定数とし，実数

$$f(x) = \int_0^x \left(t^2 + at + b\right) dt$$

が $x = -\dfrac{1}{3}$ および $x = 1$ で極値をとるものとする. このとき, 次の問に答えよ.

(1)　定数 a の値を答えよ.

(2)　関数 $f(x)$ の極小値を答えよ.

(3)　関数 $f(x)$ の極大値を答えよ.

(4)　m が (2) における極小値であるとき, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = m$ によって囲まれた部分の面積を答えよ.

出典：2020 年度 防衛大・理工

N O T E