

目次

第 1 章	確率分野問題	3
1.1	離散一様分布	3
1.2	二項分布	4
1.3	ポアソン分布	5
1.4	幾何分布、ファーストサクセス分布	6
1.5	負の二項分布	7
1.6	超幾何分布	8
1.7	多項分布	9
1.8	正規分布	10
1.9	指数分布、ガンマ分布	11
1.10	ベータ分布、多元データ分布	12
1.11	トレース、確率変数の分解	13
1.12	加法定理、複合分布	14
1.13	ベイズの定理	15
1.14	漸化式	16
1.15	一様分布の変換、一様分布の和・差・積・商、三角分布	17
1.16	正規分布の変換、対数正規分布	18
1.17	コーシー分布、t 分布、F 分布、第 2 種パレート分布	19
第 2 章	統計分野問題	21
2.1	中心極限定理、チェビシェフの不等式	21
2.2	順序統計量系	22
2.3	点推定系	23
2.4	区間推定系	24
2.5	有限母集団	25
2.6	検定系	26
第 3 章	モデリング分野問題	27
3.1	回帰分析系	27
3.2	時系列解析系	28
3.3	確率過程系	29
3.4	シミュレーション系	30

第 1 章

確率分野問題

1.1 離散一様分布

1.2 二項分布

1.3 ポアソン分布

1.4 幾何分布、ファーストサクセス分布

1.5 負の二項分布

1.6 超幾何分布

1.7 多項分布

1.8 正規分布

1.9 指数分布、ガンマ分布

問題 1.9-1. ある携帯通信キャリアの通信利用料金月額は、月内の通信利用料が 20 (GB) 以内であれば定額 2,000 円、20 (GB) を超えると 500 円が定額料金に加算され、それ以降 1 (GB) 増えるごとに 500 円がさらに加算されていくという。携帯通信利用者の月内の通信利用料 X (GB) が平均 4 (GB) の指数分布に従うとき、通信利用料金月額の期待値に最も近い数値は 円である。なお、必要であれば、 $e = 2.718$ を用いてよい。

1.10 ベータ分布、多元データ分布

1.11 トレーズ、確率変数の分解

1.12 加法定理、複合分布

1.13 ベイズの定理

問題 1.13-1. 外見から区別のつかない2つの箱がある。1つの箱 R には9個の赤玉と6個の白玉が入っており、もう1つの箱 W には6個の赤玉と9個の白玉が入っている。2つの箱から1つを無作為に選び、その箱から一度に5個同時に玉を取り出したところ、赤玉が3個、白玉が2個であった。このとき、選ばれた箱が R である確率は である。

出典：2021 年度 過去問

解答

箱 R が選ばれる事象を R 、箱 W が選ばれる事象を W とする。また、箱から一度に5個同時に玉を取り出した結果を F とする。求める確率 $P(R|F)$ はベイズの公式により次式で計算される。

$$P(R|F) = \frac{P(F|R) \cdot P(R)}{P(F|R) \cdot P(R) + P(F|W) \cdot P(W)} \quad (1.1)$$

2つの箱から1つの箱を無作為に選ぶので、

$$P(R) = P(W) = \frac{1}{2} \quad (1.2)$$

$P(F|R)$ は、箱 R から一度に5個同時に玉を取り出すとき、赤玉が3個、白玉が2個となる確率であるから、

$$P(F|R) = \frac{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{15}{5}} \quad (1.3)$$

$P(F|W)$ は、箱 W から一度に5個同時に玉を取り出すとき、赤玉が3個、白玉が2個となる確率であるから

$$P(F|W) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{15}{5}} \quad (1.4)$$

よって、求める確率は、

$$\begin{aligned} P(R|F) &= \frac{\frac{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{15}{5}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{15}{5}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{15}{5}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2} + \binom{6}{3} \cdot \binom{9}{2}} \\ &= \frac{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2}\right) \cdot \left(\frac{6 \cdot 5}{2}\right)}{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2}\right) \cdot \left(\frac{6 \cdot 5}{2}\right) + \left(\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2}\right) \cdot \left(\frac{9 \cdot 8}{2}\right)} \\ &= \frac{7}{7+4} = \frac{7}{11} \end{aligned} \quad (1.5)$$

1.14 漸化式

1.15 一様分布の変換、一様分布の和・差・積・商、三角分布

1.16 正規分布の変換、対数正規分布

1.17 コーシー分布、 t 分布、 F 分布、第 2 種パレート分布

第 2 章

統計分野問題

2.1 中心極限定理、チェビシェフの不等式

2.2 順序統計量系

2.3 点推定系

2.4 区間推定系

2.5 有限母集团

2.6 検定系

第 3 章

モデリング分野問題

3.1 回帰分析系

3.2 時系列解析系

3.3 確率過程系

3.4 シミュレーション系

(3.1)

(3.2)

(3.3)