



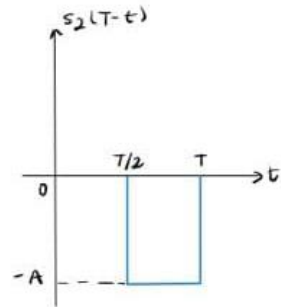
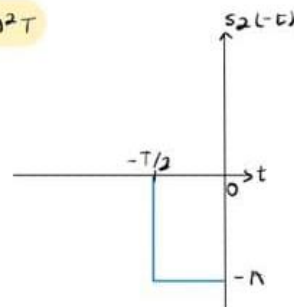
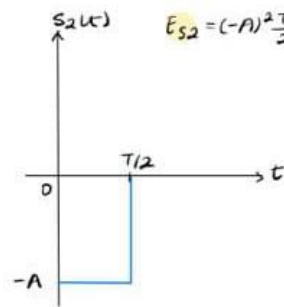
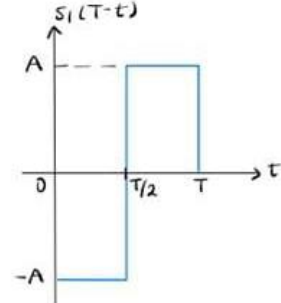
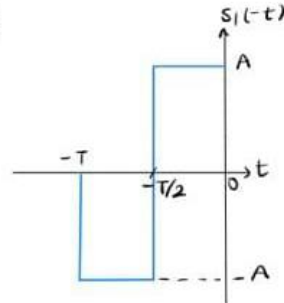
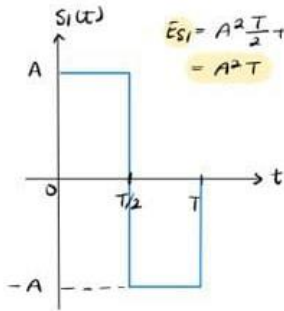
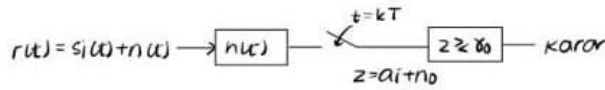
GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY
ENGINEERING FACULTY
ELECTRONICS ENGINEERING

ELEC 365

MATLAB PROJESİ

Name - Surname	Yağmur DERYA
Student ID	171024011

ANALİTİK ÇIKARIMLAR:



$$a_1 = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)] s_1(t) dt$$

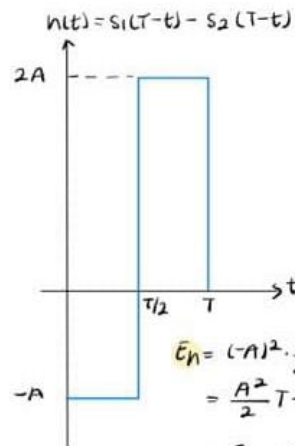
$$a_1 = \int_0^{T/2} 2A \cdot A dt + \int_{T/2}^T (-A) \cdot (-A) dt = 2A^2 \cdot \frac{T}{2} + A^2 \cdot \frac{T}{2} = \frac{3}{2} A^2 T$$

$$a_2 = \int_0^{T/2} 2A(-A) dt = -2A^2 \cdot \frac{T}{2} = -A^2 T$$

Eğer;

$$z(T) > \frac{A^2 T}{4} \Rightarrow s_1(t), \quad z(T) < \frac{A^2 T}{4} \Rightarrow s_2(t)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{N_0}{2} \bar{E}_h = \frac{N_0}{2} \cdot \frac{5}{2} A^2 T = \frac{5}{4} N_0 A^2 T$$



$$\begin{aligned} \bar{E}_h &= (-A)^2 \cdot \frac{T}{2} + (2A)^2 \cdot \frac{T}{2} \\ &= \frac{A^2}{2} T + 4A^2 \cdot \frac{T}{2} \\ &= \frac{5}{2} A^2 T \end{aligned}$$

a) Eşit olasılıklı birer ($P(s_1) = P(s_2) = \frac{1}{2}$)

$$\tilde{x}_0 = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{(\frac{3}{2} - 1) A^2 T}{2} = \frac{1}{4} A^2 T$$

$$\bar{E}_d = \int_0^T (s_1(t) - s_2(t))^2 dt = \int_0^{T/2} (2A)^2 dt + \int_{T/2}^T (-A)^2 dt = 4A^2 \cdot \frac{T}{2} + A^2 \cdot \frac{T}{2} = \frac{5}{2} A^2 T$$

$$P_D = Q\left(\sqrt{\frac{\bar{E}_d}{2N_0}}\right)$$

$$\bar{E}_b = \bar{E}_{s1} P(s_1) + \bar{E}_{s2} P(s_2) = \frac{1}{2} (A^2 T + \frac{1}{2} A^2 T) = \frac{3}{4} A^2 T$$

$$b) P(1) = \frac{1}{5}, P(0) = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{\sigma_0^2}{a_1 - a_2} \ln\left(\frac{P(s_2)}{P(s_1)}\right) + \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{\frac{5}{4} N_0 A^2 T}{\frac{3}{2} A^2 T - (-A^2 T)} \ln\left(\frac{4/5}{1/5}\right) + \frac{\frac{3}{2} A^2 T + (-A^2 T)}{2} \\ &= \frac{1}{2} N_0 \cdot \ln(4) + \frac{1}{4} A^2 T \end{aligned}$$

$$P_b = \left[1 - Q\left(\frac{\delta_0 - a_1}{\sigma_0}\right)\right] P(1) + \left[Q\left(\frac{\delta_0 - a_2}{\sigma_0}\right)\right] P(0)$$

$$\begin{aligned} E_b &= E_{s1} \cdot P(s_1) + E_{s2} \cdot P(s_2) \\ &= A^2 T \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} A^2 T \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5} A^2 T \end{aligned}$$

$$1 - Q(x) = Q(-x)$$

Teorik hesaplamalarda tüm değerler $A^2 T$ cinsinden bırakılıp elde daha ileri hesaplama yapılmadı çünkü koda tüm bu gerekli değişkenler $A^2 T$ cinsinden tanımlanacaktır. Bu şekilde, gerekli hesaplamalar bilgisayarda yapılarak, değerlerin yuvarlanmasından meydana gelebilecek türde hataların minimuma indirilmesi amaçlanmıştır.

MATLAB KODU:

```
%% teorik
x = 0:1:15; % x eksenini vektörel olarak 0-15 dB arası tanımlandı
N_0 = (10.^(x/10)); % 10log_10(x) = 1/N_0'dan N_0'ın değerleri hesaplandı

% a) eşit olasılıklı bitler
% işlem kolaylığı için Eb=1 seçildi (Eb = (3/4) (A^2)T)
a2t_a = 4/3;

% a_i değerleri a için tanımlandı
a1_a = (3/2)*a2t_a; % a1
a2_a = -a2t_a; % a2

sgm_02_a = (5/4) * N_0 * a2t_a; % (sigma_0)^2
gama_a = (1/4) * a2t_a; % gama_0
Ed_a = (5/2) * a2t_a; % Ed

Pb_a = qfunc(sqrt(Ed_a ./ (2 * N_0))); % Pb değeri teorik olarak tanımlandı

% b) P(1) = 1/5 ve P(0) = 4/5
% işlem kolaylığı için Eb=1 seçildi (Eb = (3/5) (A^2)T)
a2t_b = 5/3;

% a_i değerleri b için tanımlandı
a1_b = (3/2) * a2t_b;
a2_b = -a2t_b;

sgm_02_b = (5/4) * N_0 * a2t_b; % (sigma_0)^2
gama_b = (1/2) * N_0 * log(4) + (1/4) * a2t_b; % gama_0
Ed_b = (5/2) * a2t_b; % Ed

Pb_b = qfunc((a1_b - gama_b) ./ sqrt(sgm_02_b)) * (1/5) + qfunc((gama_b - a2_b) ./ sqrt(sgm_02_b)) * (4/5);

%% simulasyon
N = 10*10^6; % her SNR değeri için 10 milyon bit üretilecek
```

```

% a) eşit olasılıklı bitler
s_a = rand(N, length(N_0)); % s tanımlandı, length(N_0): SNR sayısı
s_a(s_a >= 0.5) = a1_a;      % 1 bitleri için a1
s_a(s_a < 0.5) = a2_a;      % 0 bitleri için a2

noise_a = sqrt(sgm_02_a).*randn(N, length(N_0)); % gürültü tanımlandı
% randn fonksiyonu ile normal dağılıma sahip N x length(N_0) uzunluğunda
% bir değişken tanımlanarak gerekli sigma_0 değeri ile çarpıldı
% böylelikle varyans = 1*sigma_0 oldu

z_a = s_a + noise_a;          % örneklenmiş z işareti tanımlandı
% s_a ve noise_a N x length(N_0) uzunluğunda olduğu için z_a vektörü de bu
% uzunluktadır, yani her SNR değeri için 10 milyon z işareti

% karar aşaması
z_a(z_a > gama_a) = a1_a;     % eğer z işareti gama değerinden büyükse a1'e
z_a(z_a < gama_a) = a2_a;     % küçükse a2'ye eşit olacak

err_a = sum(z_a ~= s_a)./N; % karar verildikten sonra elde edilen işaret
% ile giriş işareti karşılaştırılarak sum() fonksiyonu ile eşit olmadıkları
% noktalarda err_a değeri 1 artıyor. Her SNR değeri için bu işlem yapıldığı
% için, err 1 x length(N_0) uzunluğunda. Daha sonra bit sayısına (N)
% bölünerek hata oranı bulunuyor

% b) P(1) = 1/5 ve P(0) = 4/5
s_b = rand(N, length(N_0)); % s tanımlandı
noise_b = sqrt(sgm_02_b).*randn(N, length(N_0)); % a şıkkındakiyle tamamen
% aynı şekilde gürültü oluşturuldu fakat bu şıkta a2t değeri değiştiği için
% sigma_0 değeri de değişeceğinden gürültünün varyansı değişir

s_b_ = zeros(N, length(N_0)); % farklı olasılıklı bitlere göre a1 ve a2
% ile doldurmak için aynı boyutlu sıfırlardan oluşan yeni s tanımlandı
% çünkü başlangıçta tanımlanan s_b matrisi kullanıldığında grafikte sapma
% meydana geldi

s_b_(s_b < 1/5) = a1_b;       % random üretilen sayıların 1/5den küçük olma
% olasılığı (rand fonksiyonu düzgün dağılımda 0-1 arası sayı ürettiği
% için) 1/5'e yani P(1)'e eşittir. Öyleyse s = a1 olmalı
s_b_(s_b > 1/5) = a2_b;       % 1/5'den büyük olma olasılığı 4/5 = P(0)'dır
% yani s = a2 olmalı

z_b = s_b_ + noise_b;         % örneklenmiş z işareti tanımlandı

% karar aşaması
z_b(z_b > gama_b) = a1_b;     % eğer z işareti gama değerinden büyükse a1'e
z_b(z_b < gama_b) = a2_b;     % küçükse a2'ye eşit olacak

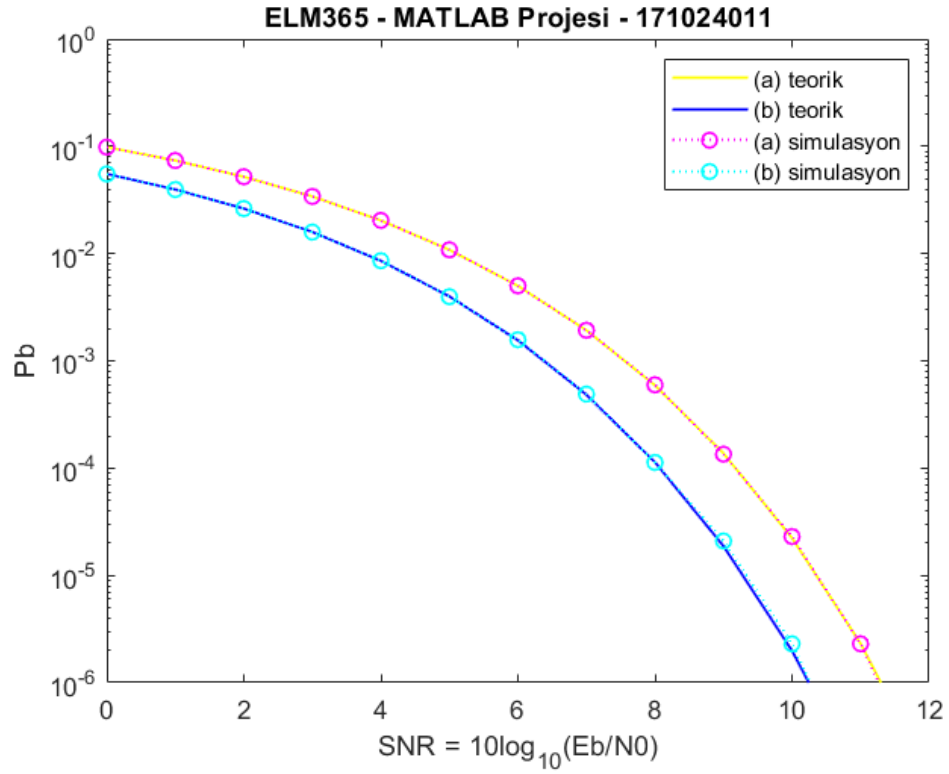
err_b = sum(z_b ~= s_b_)./N; % karar aşamasından sonra farklı olan bitler
% a şıkkındaki gibi hesaplandı. Hata oranını bulmak için bit sayısına
% bölündü

%% BHO eğrilerinin çizdirilmesi

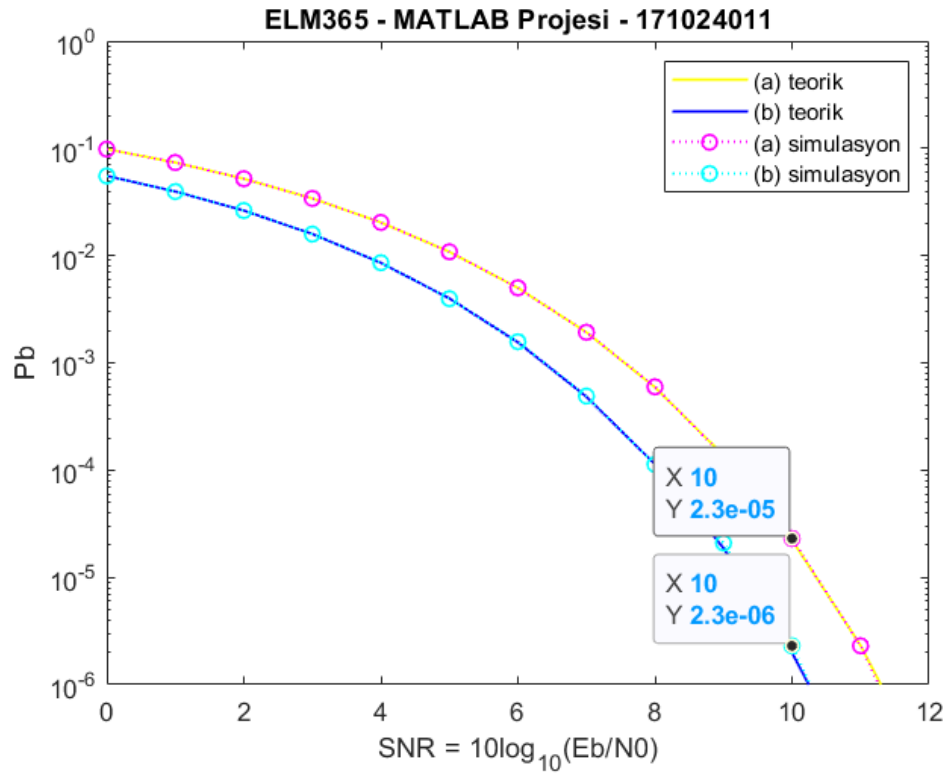
semilogy(x, Pb_a, 'y', 'LineWidth',1) % teorik olarak hesaplanan a şıkkı
% çizdirildi
hold on % grafikleri üst üste çizdirebilmek için
title('ELM365 - MATLAB Projesi - 171024011') % başlık eklendi
ylim([10^(-6), 10^(0)]) % y eksenı sınırlandırıldı
xlabel('SNR = 10log_{10}(Eb/N0)'), ylabel('Pb') % eksenler isimlendirildi
semilogy(x, Pb_b, 'b', 'LineWidth',1) % teorik olarak hesaplanan b şıkkı
% çizdirildi
semilogy(x, err_a, 'm:o', 'LineWidth',1) % simulasyon ile elde edilen a
% şıkkı çizdirildi
semilogy(x, err_b, 'c:o', 'LineWidth',1) % simulasyon ile elde edilen b
% şıkkı çizdirildi
legend('(a) teorik', '(b) teorik', '(a) simulasyon', '(b) simulasyon')
hold off

```

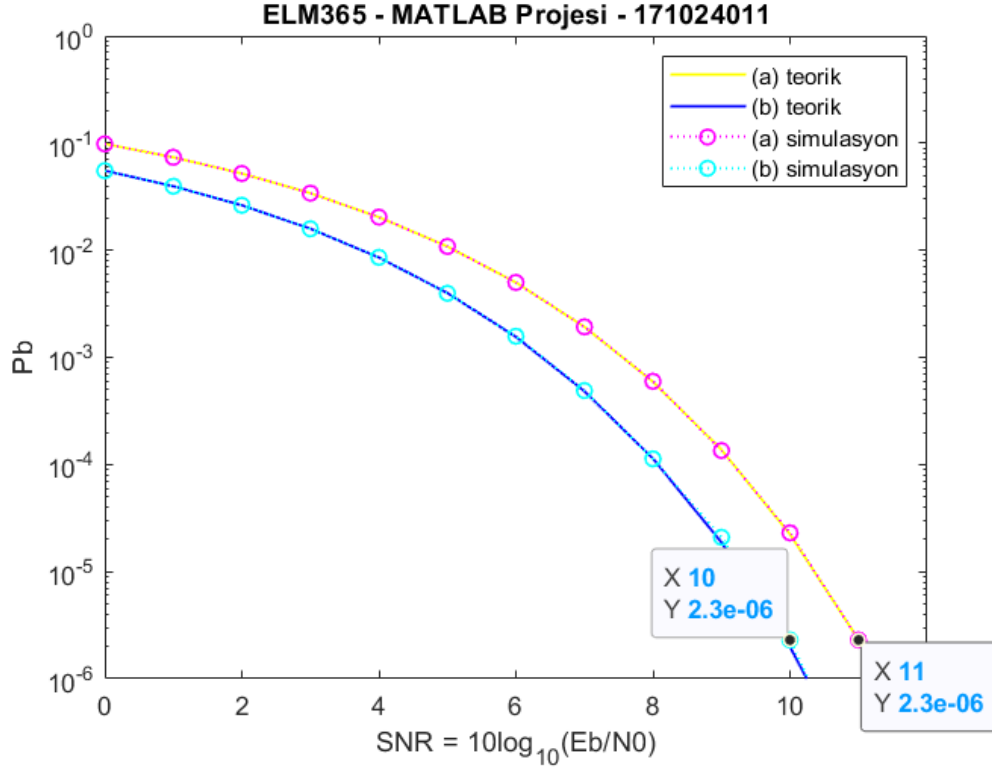
BHO EĞRİLERİ:



Şekil 1. BHO eğrisi.



Şekil 2. 10 dB değerine karşılık gelen Pb değerleri.



Şekil 3. $P_b = 2.3 \times 10^{-6}$ iken SNR(dB) değerleri.

YORUM:

Grafikten görüldüğü üzere hem eşit olasılıklı hem de farklı olasılıklı durumlar için elde edilen teorik ve simülasyon eğrileri birbirleriyle uyumaktadır. 10×10^6 bit üretilerek işlem yapıldığı için P_b değeri 10^{-6} 'ya kadar çizdirilmiştir.

Şekil 1'e bakılarak (b) şıkkındaki farklı olasılıklı bitlerin performansının (a) şıkkındaki eşit olasılıklı bitlerin performansından daha iyi olduğu yorumu yapılabilir.

10 dB değerinde (a) şıkkı için $P_b = 2.3 \times 10^{-5}$, (b) şıkkı için $P_b = 2.3 \times 10^{-6}$ 'dır (Şekil 2). Aynı işaret gürültü oranı için (a) şıkkının P_b değeri, yani bit hata oranı 10 kat daha fazladır.

Aynı bit hata oranına sahipken SNR değerleri arasında 1 dB fark olduğu Şekil 3'te görülmektedir. Bu 1 dB'lık ($1 \text{ dB} = 10 \log_{10} 1.259$) kazanç haberleşme sistemi için büyük bir avantajdır.

KAYNAKLAR:

- [1] <https://stackoverflow.com/questions/1721987/what-are-the-ways-to-sum-matrix-elements-in-matlab>
- [2] https://www.mathworks.com/help/matlab/matlab_prog/find-array-elements-that-meet-a-condition.html
- [3] <https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/518303-conditional-replacement-of-array-values-from-another-array>