NUMERICAL ANALYSIS

HOMEWORK 1

NAME: YAĞMUR
SURNAME: KARAMAN
STUDENT ID: 141044016

2) Solve exercise 5 of section 2.2 and calculate the theoretical number of iterations required according to Corollary 2.5.

Use a fixed-point iteration method to determine a solution accurate to within 10^{-2} for $x^4-3x^2-3=0$ on $[1,2]$. Use p0=1.

ÇÖZÜM:

Önce g(x) fonksiyonunu bulalım. Bunun için x'i yalnız bırakıyoruz.

$$x^4=3x^2+3$$
$$x=(3x^2+3)^{(1/4)}$$
$$g(x)=(3x^2+3)^{(1/4)}$$

p0'ı soruda vermiş, bunu g(x) fonksiyonunda x yerine koyarak p1 buluyoruz, bu şekilde Pn'e kadar gidiyoruz. |Pn-Pn-1|<TOL olduğunda Pn değeri köke en yakın değerimiz olur.

p0=1
p1=g(p0)=g($(3*1^2+3)^{(1/4)}$)=1.5651 ---- |p1-p0|=|1.5651-1|
p2=g(p1)=g($(3*(1.5651)^2+3)^{(1/4)}$)=1.7936 ---- |p2-p1|=|1.7936-1.5651|
p3=g(p2)=g($(3*(1.7936)^2+3)^{(1/4)}$)=1.8859 ---- |p3-p2|=|1.8859-1.7936|
p4=g(p3)=g($(3*(1.8859)^2+3)^{(1/4)}$)=1.9228 ---- |p4-p3|=|1.9228-1.8859|
p5=g(p4)=g($(3*(1.9228)^2+3)^{(1/4)}$)=1.9375 ---- |p5-p4|=|1.9375-1.9228|
p6=g(p5)=g($(3*(1.9375)^2+3)^{(1/4)}$)=1.9433 ---- |p6-p5|=|1.9433-1.9375|=0.0058<TOL

Yakınlaştığı kök p6=1.9433

3) Solve exercises 4 and 5 of section 2.3.

Exercise 4: Let $f(x)=-x^3-cosx$. With $p0=-1$ and $p1=0$ find p3.

ÇÖZÜM(SECANT METHOD):

Önce p2'yi bulmalıyız.

$$p2=p1-\frac{(f(p1)(p1-p0))}{f(p1)-f(p0)}=0-\frac{f(0)(1)}{f(0)-f(-1)}$$

f(0)=-cos(0)= -1

f(-1)=1-cos(-1)= $1.23367*10^{-4}$

$$p2=\frac{-(-1)}{-1-1.23367*10^{-4}}=\frac{1}{-0.99988}=-1$$

Şimdi de p3'ü bulabiliriz.

$$p3=p2-\frac{(f(p2)(p2-p1))}{f(p2)-f(p1)}=-1-\frac{(f(-1)(-1))}{f(-1)-f(0)}=-1-\frac{(-1.23367*10^{-4})}{1.23367*10^{-4}+1}$$

p3= $-1-(-1.23367*10^{-4})/(1.23367*10^{-4}+1)$ = $-1+(1.23367*10^{-4}/1.00012)$ = - 0.99988

ÇÖZÜM(FALSE POSITION):

Önce p2'yi bulmalıyız.

$$p2=p0-\frac{(p1-p0)*f(p0)}{f(p1)-f(p0)}=-1-\frac{(1)*f(-1)}{f(0)-f(-1)}=-1-\frac{(1.23367*10^{-4})}{-1-(1.23367*10^{-4})}=-0.99988$$

$$p3=p1-\frac{(p2-p1)*f(p1)}{f(p2)-f(p1)}=0-\frac{(-0.99988)*(-1)}{-2.36619*10^{-4}}=4225.697$$

Exercise 5: Use Newton's method to find solutions accurate to within 10^{-5} for the followig problems.

Genel kuralımız aşağıdaki gibidir:

$$P_n = P_{n-1} - \frac{f(P_{n-1})}{f'(P_{n-1})}$$

a. $f(x)=x^3-2x^2-5=0$ [2,4]

$f'(x)=3x^2-4x$

p0=2;

$$p1=p0-\frac{f(p0)}{f'(p0)}=2-\frac{(-5)}{(4)}=13/4=3.25$$

$$p2=p1-\frac{f(p1)}{f'(p1)}=3.25-\frac{(8.20312)}{18.68750}=2.81104$$

$$p3=p2-\frac{f(p2)}{f'(p2)}=2.81104-\frac{(1.40879)}{12.46168}=2.69799$$

$$p4=p3-\frac{f(p3)}{f'(p3)}=2.69799-\frac{(0.08077)}{11.0455}=2.69068$$

$$\mathbf{p5}=p4-\frac{f(p4)}{f'(p4)}=2.69068-\frac{(3.56651*10^{-4})}{10.95656}=\mathbf{2.69065}$$

b. $f(x)=x^3+3x^2-1=0$ [-3,-2]

$f'(x)=3x^2+6x$

p0= -3

$$p1=-3-\frac{(-1)}{9}=-2.88889$$

$$p2=-2.88889-\frac{(-0.07271)}{7.70372}=-2.87945$$

$$\mathbf{p3}=-2.87945-\frac{(-4.91946*10^{-4})}{7.59700}=\mathbf{-2.87938}$$

c. $f(x)=x-cosx=0$ [0, $pi/2$]

$f'(x)=1+sinx$

p0=0;

$p1 = 0 - \frac{(-1)}{1} = 1$

$p2 = 1 - \frac{f(p1)}{f'(p1)} = 0.75036$

p3$= 0.75036 - \frac{(-0.24957)}{1.01179} =$ **0.73911**

d. $f(x)=x-0.8-0.2\,sinx=0$ [0, $pi/2$]

$f'(x)=1-0.2\,cosx$

p0=0;

$p1 = 0 - \frac{(-0.8)}{0.8} = 1$

$p2 = 1 - \frac{f(p1)}{f'(p1)} = 0.964453$

p3=$0.75394 - \frac{f(p2)}{f'(p2)} =$ **0.964334**