

**Ecole Supérieure Polytechnique**  
**Institut Supérieur des Métiers de l'Energie (ISME énergie)**  
**Filière : Génie électrique et Energie Renouvelable**

**Programme d'électricité ISME / GEER**

\*\*\*\*\*

**1<sup>ère</sup> année (1<sup>er</sup> semestre)**  
**Circuits électriques**

**Objectifs et plan de cours**

\*\*\*\*\*

**A.**

**Cours**

**1) Titre**

Circuits électriques

Le cours est semestriel : 3 heures par semaine (cours magistral ; TD et TP)

Enseignant : Sidi BOUHAMADY, [sidi.bouhamady@esp.mr](mailto:sidi.bouhamady@esp.mr) ; télé : 32 64 85 09

**2) Objectifs du cours**

Ce cours est destiné aux étudiants de différents niveaux de formation des facultés des sciences et techniques des universités et ceux en génie électrique, génie électromécanique et énergie renouvelable des instituts et écoles de technologies. Autrement dit, par sa présentation relativement simple de sujets souvent complexes, nous osons croire que ce cours suscitera un grand intérêt pour une gamme très variée de lecteurs en formation surtout à l'**Institut Supérieur des Métiers de l'Energie (ISME énergie)** / Option Génie électrique et Energie Renouvelable. Cet enseignement est conçu pour permettre aux différents lecteurs de se familiariser aux concepts de base d'électricité en général et en particulier aux lois fondamentales et méthodes de résolutions des circuits électriques en courants continu. En somme, il donne aux étudiants et en particulier à ceux de la première année GEER de l'ISME la possibilité :

- d'acquérir des notions de base en électricité ;
- de comprendre le comportement des différents composants des circuits électriques ;

- de maîtriser les méthodes de résolution d'un certain nombre de problèmes des circuits électriques.

Ce cours de circuits électriques de base permet également aux étudiants d'avoir une bonne préparation aux cours d'installations électrique du bâtiment et industrielle (1<sup>ère</sup> année, 2<sup>er</sup> semestre), de machines (2<sup>ème</sup> année, 2<sup>nd</sup> semestre) et de réseaux électriques 1 et 2 (1<sup>er</sup> année 3<sup>ème</sup> année). Ce cours est également tout indiqué pour ceux qui souhaitent acquérir une connaissance générale de l'électrotechnique.

Globalement, ce module permet d'avoir une vue d'ensemble des lois fondamentales de l'électricité et des circuits électriques en courant continu et alternatif.

### **3) Contenu du cours**

#### **a) Généralités**

Le cours est divisé en trois chapitres durant lesquels des notions de bases et des méthodes de résolution des problèmes des circuits électriques seront exposées.

Pour fixer les idées, chaque chapitre est sanctionné à sa fin par une série d'exercices. Et nous pensons que pour tirer le maximum de ce cours, il est fortement conseiller aux différents utilisateurs de faire les exercices proposés qui se trouvent à la fin de chaque chapitre du module.

Pour mieux maîtriser le fonctionnement des circuits électriques, des séances de travaux pratiques sont prévues au laboratoire d'électrotechnique de l'ESP. Pour les travaux pratiques des protocoles seront remis à temps en vue de leur préparation. L'étudiant est tenu de rendre un compte rendu de chaque séance de TP qui sera noté.

#### **b) Détail du cours magistral des différents chapitres**

Chapitre I : Notions de base d'électricité

Chapitre II : Circuits électriques et ses composants

Chapitre III : Montages de récepteurs en courant continu, lois de Kirchhoff et théorèmes fondamentaux

#### **B) Evaluation de l'étudiant**

Durant chaque semestre l'étudiant aura à faire au moins un devoir surveillé et un examen final. La pondération dans le calcul de la note finale est la suivante :

Devoir surveillé                    25 %

Travaux pratiques                    30 %

Examen final                        45 %.

## **Plan détaillé des chapitres du module "Circuits Electriques"**

### **Chapitre I : Notions de base d'électricité**

#### **Introduction**

#### **I) Courant électrique**

##### **I-1) Généralités**

##### **I-3) Sens et mesure du courant électrique**

#### **II) Tension électrique et différence de potentiel (d.d.p)**

##### **II-1) Généralités**

##### **II-2) Quelques remarques**

#### **III) Résistance électrique**

##### **III-1) Généralités**

##### **III-2) Quelques remarques**

##### **III-3) Cas d'un court-circuit**

#### **IV) Utilisation d'un multimètre**

##### **IV-1) Généralités**

##### **IV-2) Exemple de mesure de résistance (fonction ohmmètre)**

#### **V) Puissance électrique (active)**

##### **V-1) Généralités**

##### **V-2) Bilan des puissances et rendement**

##### **V-3) Mesure de puissance**

#### **VI) Énergie électrique**

##### **VI-1) Généralités**

##### **VI-2) Quelques transformations d'énergie**

#### **VII) Résumé du chapitre I**

### **Exercices chapitre**

---

### **Chapitre II : Circuits électriques et ses composants**

#### **I) Généralités sur les circuits électriques**

#### **II) Analogie circuits hydraulique et électrique**

#### **III) Eléments actifs d'un circuit électrique**

##### **III-1) Sources dépendantes et indépendantes**

##### **III-2) Sources de tension idéale et réelle**

##### **III-3) Sources de courant idéales et réelles**

### **III-4) Equivalence sources de tension et de courant réelles**

## **IV) Eléments passifs d'un circuit électrique : condensateur et inductance**

IV-1) Condensateur

IV-2) Inductance

## **Exercices**

# **Chapitre III : Montages de récepteurs en courant continu et lois de Kirchhoff**

## **I) Introduction**

I-1) Montage en série de récepteurs

a) Généralités

b) Courant dans un montage série

c) Tensions dans un montage série

d) Résistance équivalente d'un circuit série

e) Puissances dans un montage série

I-2) Montage parallèle de récepteurs

a) Courants dans un montage parallèle

b) Tension dans un montage parallèle

c) Résistance équivalente dans un montage parallèle

d) Puissance dans un montage parallèle

I-3) Montage mixte (série-parallèle) de récepteurs

I-4) Montages étoile et triangle

a) Quelques définitions

b) Transformation étoile - triangle et vice versa

## **II) Lois de Kirchhoff**

II-1) Généralités

II-2) Quelques définitions

a) Branche

b) Nœud

c) Boucle

d) Maille

II-3) Conventions de signes

II-4) Première loi de Kirchhoff (loi des noeuds)

II-5) Deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles)

II-6) Remarques sur les deux lois de Kirchhoff

## **II-7) Conséquences des lois de Kirchhoff**

a) Théorème de Thévenin

- b) Théorème de Norton
- c) Principe de superposition
- d) Méthode des mailles

#### Exercices

oooooooooooooooooooooooooooo

## Travaux Pratiques Circuits Electriques

Les travaux pratiques de ce module tournent autour des notions fondamentales, de montages d'appareils de mesure (**voltmètre, ampèremètre, ohmmètre...**), récepteurs (série, parallèle et mixte), circuit ouvert et court-circuit, lois de Kirchhoff et théorèmes fondamentaux.

### Introduction

Un **circuit électrique** est un ensemble **d'éléments interconnectés** destinés à **produire, à transporter, à distribuer et à transformer l'énergie électrique** en une autre forme d'énergie. Autrement dit, un **circuit électrique** est un **ensemble** complexe ou simple de **conducteurs et de composants** électroniques ou électriques qui sont **traversés par un courant électrique**.

Dans ce présent chapitre, nous traiterons les grandeurs de base des systèmes électriques qui permettent de caractériser les échanges énergétiques entre les différents éléments actifs et passifs (respectivement sources et charges). Les **paramètres de base (courant, tension, impédance (résistance), puissance et énergie)** seront déterminés en vue de caractériser chaque élément qui compose les circuits électriques.

Dans ce chapitre, l'accent sera mis surtout sur le courant (tension) continu et non sur le courant (tension) alternatif qui sera l'objet du module de réseau électrique.

## I) Courant électrique I

### I-1) Généralités sur le courant électrique

La **matière** et en particulier les conducteurs du courant électrique comme le cuivre et l'aluminium (matériaux très utilisés pour les installations électriques et surtout en basse tension) **est formée** de petites particules appelées **atomes**. Ces derniers sont constitués d'un noyau au centre autour duquel gravitent à une très grande vitesse des **particules chargées négativement appelées électrons (e-)**. Le noyau est très lourd, très petit et porte une charge électrique positive (+).

La composition de l'atome peut être assimilée au système solaire, dans lequel les électrons jouent le rôle des planètes tandis que le soleil remplit celui du noyau. Pour illustrer ce concept de la constitution de la matière, nous proposons à la figure I-1 a) ci-dessous la structure simplifiée de l'atome du cuivre.

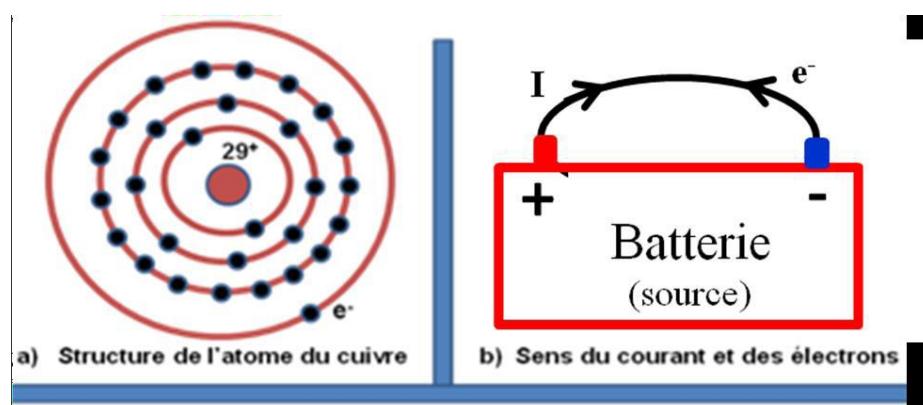


Figure I-1. a) Structure de l'atome du cuivre et b) sens du courant et des électrons

Dans le cas de l'atome du cuivre de la figure I-1 a), nous avons 29 électrons qui tournent sur des orbites définies autour du noyau. Cette configuration de la matière est à la base de l'existence des forces d'attraction électriques d'un atome entre le noyau chargé positivement(+) et les électrons(-).

Dans ces conditions, la charge totale négative des électrons (29-) égalise la charge positive du noyau (29+). C'est la raison pour laquelle, électriquement l'atome reste dans son ensemble neutre.

Pour le cas de l'atome du cuivre, l'électron de l'orbite extérieure est très peu lié au noyau. Par conséquent, il est relativement libre et saute continuellement dans toutes les directions d'un atome à autre dans un échantillon de cuivre.

Cause pour laquelle, il porte le nom d'électron libre contrairement à ceux qui restent attachés au noyau de l'atome. Et d'une manière générale, **dans les métaux, ces électrons mobiles sont peu liés** (donc libres) **aux atomes** auxquels ils appartiennent **contrairement aux isolants électriques**. On dit alors que ces électrons se trouvent **dans la bande de conduction** et ils **se déplacent facilement** dans les matériaux métalliques.

En tenant compte de toutes ces considérations, **pour produire de l'électricité, il faut changer le peuplement des électrons entre deux points**, chimiquement comme une batterie par exemple.

Cause pour laquelle, quand on applique une **différence de potentiel aux extrémités d'un conducteur** électrique, alors elle provoque le **déplacement des électrons** de ce conducteur.

Par exemple, lorsqu'on relie les deux bornes d'une batterie par un fil conducteur électrique (voir figure I-1 b), les électrons libres du conducteur sont attirés par la

borne positive (+) et repoussés par la borne négative (-) de celle-ci selon le principe que deux charges de même signe se repoussent et que deux charges de signe contraire s'attirent. Ainsi, il s'établit un mouvement d'électrons de la borne négative vers la borne positive à l'extérieur de la batterie (dans le conducteur).

C'est justement ce **mouvement d'électrons** qui **constitue le courant électrique**. Si bien que le **courant électrique est** défini comme étant un **déplacement de flux d'électrons** d'un point à un autre dans un conducteur électrique pendant un intervalle de temps donné. D'où l'équation (I-1) suivante :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{I-1})$$

Dans cette équation I = intensité du courant en ampère (A) ;

Q = charge électrique en coulomb (C) et 1 C = 6,24.10<sup>18</sup> électrons tandis que la charge d'un électron vaut : 1 e<sup>-</sup> = 1,6.10<sup>-19</sup> C ;

t = temps en seconde (s).

De la relation (I-1), il en découle qu'un ampère est un flux de charge électrique d'un coulomb par seconde entre deux points d'un conducteur électrique. C'est-à-dire :

$$1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}}$$

De la relation (I-1), l'intensité du courant électrique en un point du circuit apparaît alors comme un débit de la charge passant dans le conducteur en ce point.

Et pour qu'il y ait **circulation de courant** électrique I, il faut un circuit (un chemin électrique par lequel passent les électrons) électrique **fermé constitué** d'un **générateur** de tension ou de courant qui est la **source** (alternateur, pile, accumulateur, dynamo...) et d'un ou de plusieurs **charges** (réfrigérateur, fer à repasser, lampe, machine à laver...). Les bornes de ces appareils qui produisent et qui transforment l'énergie électrique sont reliées entre elles par des fils conducteurs (fils de cuivre, aluminium...) pour constituer un circuit fermé, c'est-à-dire sans rupture.

Un **courant** (tension) **continu** (CC ou DC) est un courant (tension) dont la valeur et le sens **ne changent pas** (il est **unidirectionnel**) **avec le temps**.

L'un des circuits les plus simples à réaliser consiste à alimenter une charge (récepteur de résistance  $R$  ici une lampe) électrique par une source de tension  $E$  (dynamo, pile..) idéale (sans résistance interne).

Nous représentons à la figure I-2-1, un circuit électrique à courant continu constitué d'une source (batterie), d'un interrupteur (système de commande) et d'une lampe (système commandé ou récepteur).

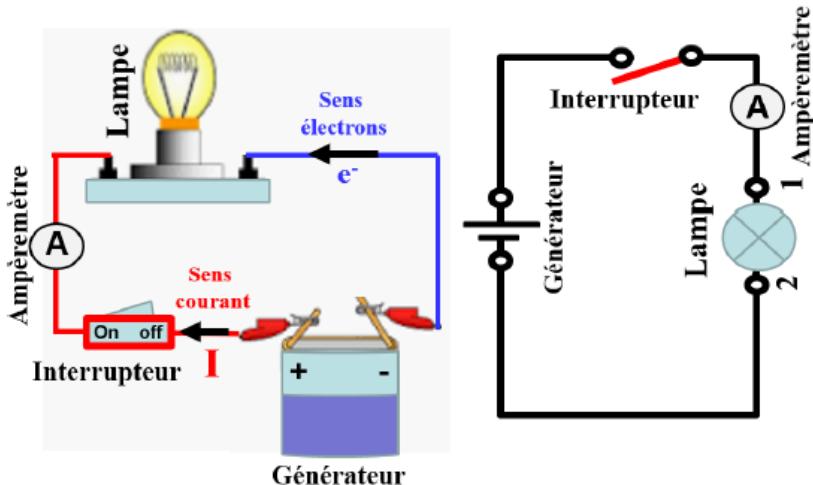


Figure I-2-1. Schématisation d'un circuit électrique

Dans ce circuit de la figure I-2-1, le courant circule toujours de la borne positive vers la borne négative contrairement au sens des électrons. C'est-à-dire que le courant (tension) est indépendant du temps et circule à chaque instant dans le même sens. Pour mettre cela en exergue, on trace à la figure I-2-2 la variation d'un courant continu en fonction du temps. Lorsque la tension  $E$  de la source est constante, un courant constant  $I$  s'écoule à travers le circuit et on obtient un circuit à courant continu.

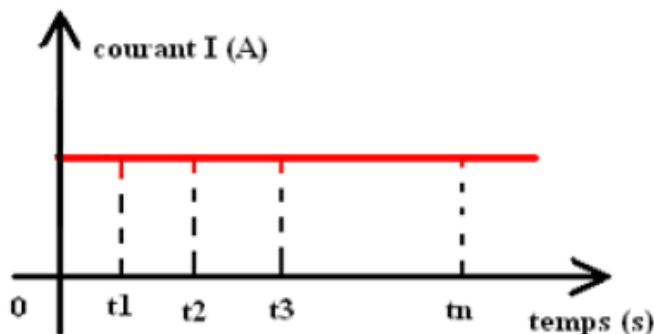


Figure I-2-2. Variation d'un courant continu en fonction du temps

La figure I-2-2 montre que le courant est entièrement constant en direction et en intensité au cours du temps. Les valeurs du courant pour un temps égal à n'importe quel temps ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  ou  $t_n$ ) sont les mêmes.

### I-3) Sens et mesure du courant électrique

Dans un circuit électrique, le courant électrique part **de la borne positive vers la borne négative** de la source, c'est-à-dire **l'inverse du sens de déplacement des électrons**.

La figure I-2-3 nous donne le sens conventionnel du courant et des électrons (a) et la méthode de mesure de l'intensité du courant électrique b).

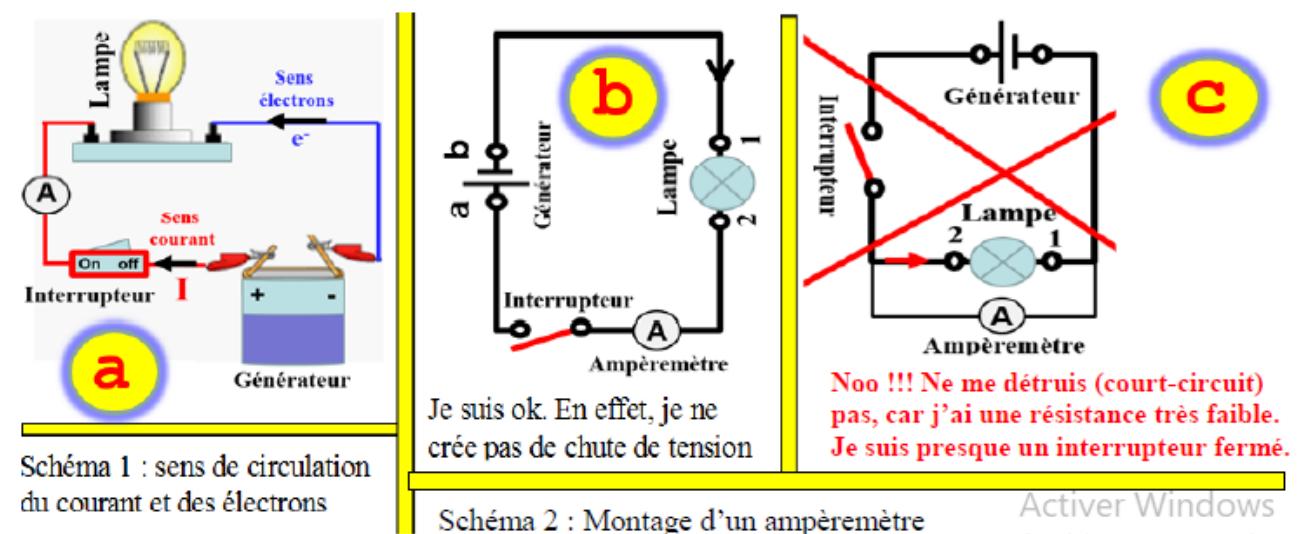


Figure I-2-3 : Sens du courant et des électrons et montage d'un ampèremètre

## I) Tension électrique et différence de potentiel (d.d.p) - f.e.m

### II-1) Généralités sur la tension électrique

Lorsque les deux bornes 1 et 2 d'un élément (pile par exemple) présentent respectivement un excès (-) et un déficit d'électrons (+) alors, on parle de différence de concentration de charges électriques (électrons) entre ces deux bornes.

La grandeur qui représente cette **concentration** de charges est **appelée potentiel électrique**  $V_i$ . Entre ces **deux bornes** 1 et 2 de **concentrations différentes**, il existe donc une **différence de potentiel** notée  $V_1 - V_2$  ou tension électrique  $U_{12}$ . Cette différence de potentiel est souvent appelée **force électromotrice**  $E$  car elle est **capable de mettre en mouvement** les **électrons** libres du circuit.

Par exemple, il existe continuellement une différence de densité des électrons libres entre les deux bornes d'une pile électrique. La borne négative possède une concentration d'électrons plus forte que la normale tandis que la borne positive est déficiente en électrons. Si bien qu'on considère la **tension** (ou force électromotrice) électrique  $U_{12}$  entre deux points 1 et 2 d'un élément comme étant le **travail nécessaire pour déplacer une charge unitaire de 1 vers 2**. C'est la raison pour laquelle, la tension électrique est définie comme étant une variation d'énergie par unité de charge. D'où l'équation (I-2) ci-dessous :

$$U_{12} [V] = \frac{dW_{12} [J]}{dQ [C]}$$

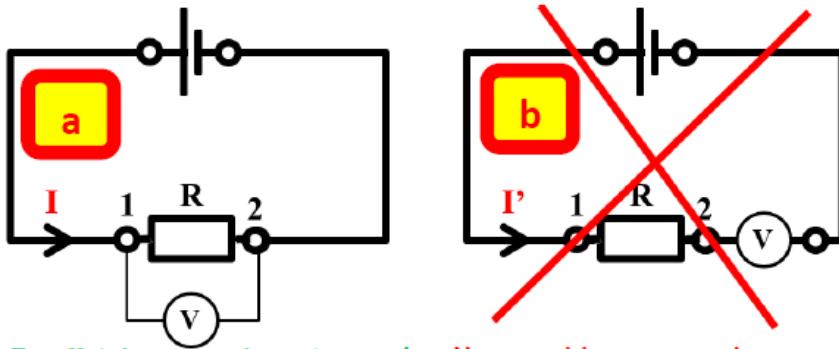
L'unité de la tension électrique est le volt (symbole V).

Donc, d'après la relation I-2, le volt sera défini comme la différence de potentiel qui existe entre deux points 1 et 2 qui exige un travail de 1 Joule pour déplacer une charge unitaire de 1 coulomb entre ces deux points. C'est-à-dire :

$$1V = \frac{1J}{1C}$$

Pour mesurer la tension aux bornes d'un élément on utilise le montage de la figure I-3a. Ce montage permet non seulement le passage presque de la totalité du courant I de la source (situation idéale) mais également de pouvoir mesurer les deux niveaux de potentiel  $V_1$  et  $V_2$  afin d'en déduire la tension  $U_{12}$  appliquée aux 2 bornes du récepteur R.

A l'opposé, la figure 1-3b, ne permet pas non seulement de mesurer la tension appliquée entre les bornes 1 et 2 du récepteur (impossibilité du voltmètre de voir  $V_1$  et  $V_2$ ), mais aussi ce dernier ne sera pas correctement alimenté. En effet, dès lors que le **voltmètre a une résistance presque infinie**, alors presque la totalité de la tension de la source se retrouvera au niveau du voltmètre.



Je suis ok. En effet, je ne serai pas traversé par une partie du courant  $I$  de la source, car j'ai une résistance presque infinie

Non, ne bloque pas le courant  $I'$ , car j'ai une résistance presque infinie. Je suis presque un interrupteur ouvert

Figure I-3. Montage d'un voltmètre

## II-2) Quelques remarques relatives à la tension

- Quand la tension aux bornes d'un élément (dipôle) isolé (circuit ouvert) **n'est pas nulle, alors** on considère que **ce dernier est un générateur de tension** (source). Dans ce cas, il n'y pas de circulation de courant car le circuit est ouvert. Par conséquent, **une tension peut exister en l'absence de tout courant électrique** ;
- Lorsqu'un élément est parcouru par un courant électrique, alors une tension électrique existe entre ses bornes. **Donc, un courant ne peut pas circuler en l'absence de tension (de source) électrique** ;
- Additivité des tensions en série dans un circuit électrique. En courant continu, la tension aux bornes d'un groupe de dipôles montés en série est égale à la somme algébrique des tensions aux bornes de chacun d'eux. On considère que les fils conducteurs bien dimensionnés comme les appareils de mesure ne participent pas aux échanges énergétiques.

Par exemple pour la figure I-3-1 qui suit, nous avons :  $\mathbf{V_{12} = V_{13} + V_{34} + V_{42}}$

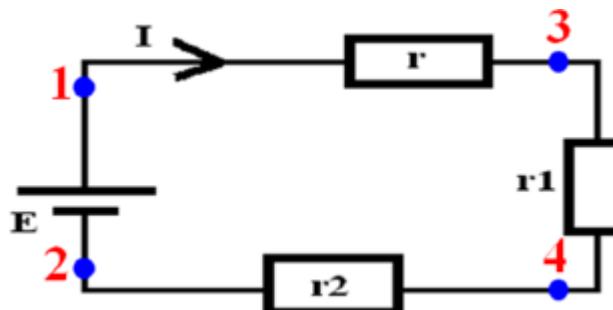


Figure I-3-1 : Additivité des tensions en série dans un circuit électrique

Si l'on note une additivité de tensions dans un circuit série, pour un circuit parallèle (dérivation) nous avons une égalité.

### III) Résistance électrique

#### III-1) Généralités sur la résistance électrique

La **résistance électrique** notée  $R$  d'un élément est son **opposition** au passage du courant électrique. Elle représente le rapport de la tension appliquée entre les deux bornes de l'élément au courant qui le traverse. Ce rapport est une constante notée  $R$  et s'exprime en ohm ( $\Omega$ ) avec :

$$R_{12}[\Omega] = \frac{U_{12}[V]}{I[A]} \quad (\text{I-4})$$

Ainsi, 1  $\Omega$  est défini comme étant la résistance électrique qui existe entre deux points d'un élément parcouru par un courant de 1 A lorsqu'une différence de potentiel constante de 1 V est appliquée entre ses bornes.

La **loi** permettant de **relier** la résistance  $R$ , le courant  $I$  qui la traverse et la tension  $U$  appliquée à ses bornes s'appelle la **loi d'Ohm**. Cette loi est régie par l'équation (I-5).

$$U = R.I$$

Pour **mesurer** la **résistance** (des ohms) entre deux points d'un élément, on utilise un **OHMmètre**. Cet appareil de mesure de résistance se monte en parallèle avec l'élément dont on veut déterminer sa résistance (voir figure I-4). Il faut noter que l'**Ohmmètre** est **toujours utilisé lorsque la tension principale** (source) aux bornes de la résistance dont on veut déterminer sa valeur est **supprimée**. Cette précaution de supprimer la source principale doit être de mise car l'ohmmètre est lui-même une source de tension (pile).

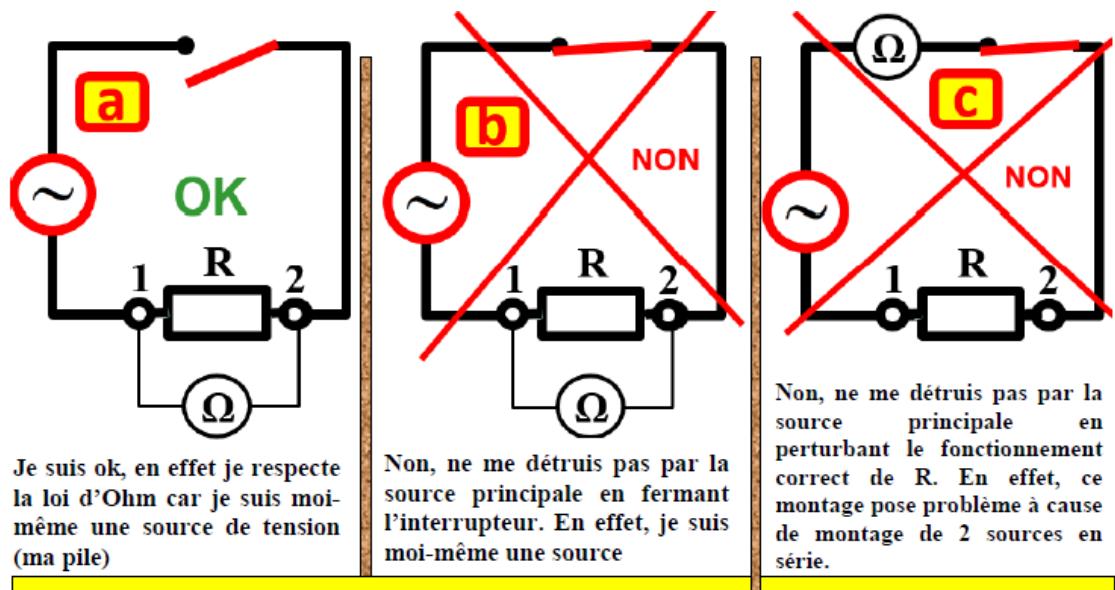


Figure I-4. Mesure de résistance à l'aide d'un ohmmètre

**Exemple 1 :** Déterminer la résistance d'un fer à repasser électrique branché à une source de tension de la SENELEC 220 V si l'on suppose qu'il tire un courant de 2 A.

Solution : La loi d'Ohm donne  $U = RI$  d'où  $R = U/I = 220/2 = 110 \Omega$ .

**Exemple 2:** Trouver le courant d'une lampe à incandescence de résistance  $R = 110 \Omega$  si elle est branchée sous une tension de 220 V.

Solution : De la loi d'Ohm  $U = RI$  on tire  $I = U / R = 220/110 = 2 A$ .

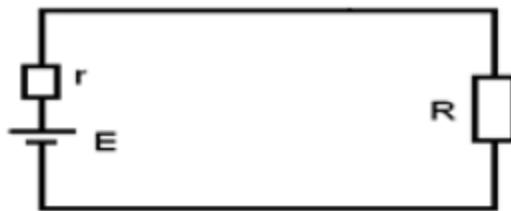
La résistance  $r_{fil}$  d'un fil conducteur électrique de longueur  $l$ , de section  $s$  et de résistivité  $\rho$  est donnée par la relation suivante :

$$r_{fil} = \frac{\rho l}{s}$$

Avec une résistivité  $\rho$  qui dépend de la nature du conducteur. Pour le cuivre  $\rho_{Cu} = 16,10^{-9} \Omega.m$  et pour l'aluminium  $\rho_{Alu} = 26,10^{-9} \Omega.m$  à 0 °C et respectivement  $\rho_C = 17,24 \cdot 10^{-9} \Omega.m$  et  $\rho_{Alu} = 28,3 \cdot 10^{-9} \Omega.m$  à 20 °C.

Dans la relation (I-5'') la section est exprimée en  $m^2$  et la longueur  $l$  en m.

**Exemple 3:** Déterminer la chute de tension de la ligne de transport ci-dessous.



On donne :  $E = 220 \text{ V}$  ;  $r = 1 \Omega$  ;  $R = 21 \Omega$  ; conducteur en cuivre de longueur (distance source – charge)  $l = 15 \text{ m}$  ;  $\rho = 17,24 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$  et  $s = 1,5 \text{ mm}^2$ .

De même que l'on définit la résistance par le rapport  $U/I$  (d'après la loi d'Ohm), on exprime la **conductance G** par l'**inverse de la résistance** ;  $G = I/U$ . Ceci nous donne l'équation I-6 :

$$G = \frac{1}{R} \quad (\text{I-6})$$

L'**unité de la conductance** est le **siemens (S)**.

Contrairement à la résistance, la **conductance caractérise la possibilité** d'un élément **de laisser passer un courant** électrique.

### III-2) Quelques remarques sur les résistances

- Dans ce présent chapitre, nous avons caractérisé l'opposition au passage de courant par une résistance (en courant continu). En courant alternatif, on parlera plutôt d'impédance ( $Z = R + jX$ ), grandeur résultant de l'effet d'une résistance ( $R$ ) et/ou d'une réactance ( $X$ ) ;
- l'inverse d'une impédance est notée admittance,  $Y$  (en siemens S) à l'image respectivement de la résistance et de la conductance ;
- l'inverse d'une réactance est appelé susceptance,  $B$  (en siemens S) ;
- ces différents éléments seront traités dans le module relatif au courant alternatif.

### III-4) Cas d'un court-circuit

#### a) Généralités d'un court-circuit

Un **court-circuit** se produit quand **deux éléments** (deux fils conducteurs par exemple) ayant des **potentiels différents** entrent **en contact** (voir figure I-6b). Voir également I-3) Sens et mesure du courant électrique et l'équation I-1'. Un élément (ici la résistance R) dont les bornes sont reliées par un fil conducteur (de résistance négligeable) est en court-circuit.

L'une des **conséquences** d'un **court-circuit** est l'**augmentation** du **courant** débité par la source **dans le circuit** car la résistance électrique du court-circuit (fils) est beaucoup plus faible que celle de l'élément court-circuité (ici la résistance R). Lorsqu'une source est court-circuitee, son courant n'est freiné que par sa résistance interne et celle des fils (très faibles). Or, toutes ces deux résistances sont supposées être très faibles, par conséquent, le courant de court-circuit devient très important. Ce courant de **court-circuit** très élevé (donc effet Joule très important) **peut entraîner la destruction de la source ou échauffer fortement les fils jusqu'à provoquer un incendie**.

Pour **limiter** les **dégâts** d'un **court-circuit**, on insère dans les **départs** des **éléments de protection** (fusible ou disjoncteur ...) des personnes et des biens contre ces manquements.

Nous donnons à la figure I-6, le schéma illustratif d'une situation de court-circuit.

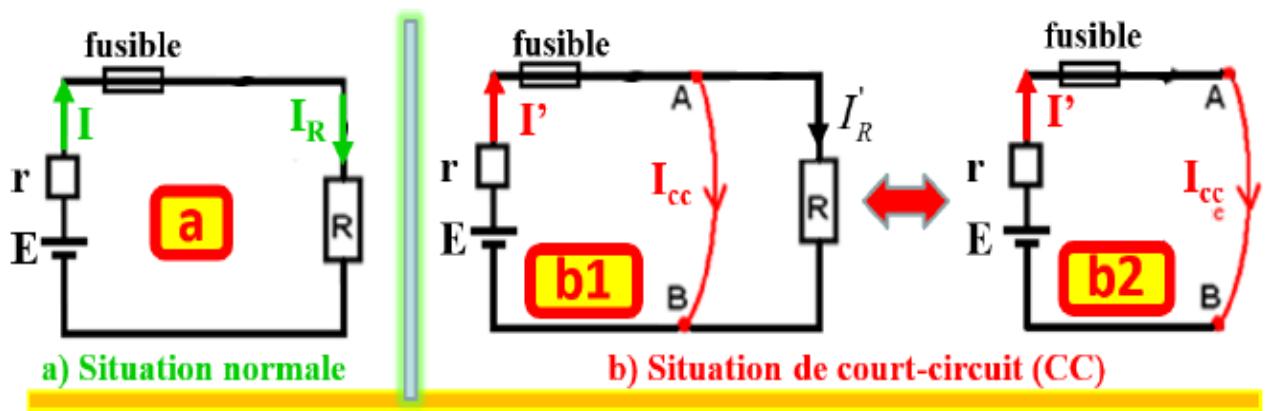


Figure I-6. Court-circuit

Compte tenu de ce qui précède (effet Joule très important) les **Courts-circuits sont à éviter**.

## b) Calcul des paramètres d'un court-circuit

- **Situation normale** (figure I-6. a) : Dans le cas de la situation normale de fonctionnement, le bilan des tensions nous donne :  $E = RI_R + Ir + r_{fil}I$  avec  $I$  et  $I_R$  respectivement courant source et charge ( $R$ ). Mais, étant donné que les résistances  $R$ ,  $r$  et  $r_{fil}$  sont en série, alors elles sont parcourues par le même courant  $I$  débité par la source. Par conséquent,  $I_R = I$  et la relation  $E = RI_R + Ir + r_{fil}I$  nous donne alors la valeur du courant  $I$ .

$$I = \frac{E}{R + r + r_{fil}} \quad (\text{I-7})$$

Ce courant est donc limité à la fois par la résistance interne  $r$  de la source, par celle des fils et surtout par celle de la vraie charge  $R$ .

- Situation de **court-circuit** (figure I-6 b) : Quand on relie les bornes A et B, le courant passe par le chemin le plus facile (absence de résistance) à l'image de l'être humain qui aime la facilité. Pour une telle situation, les points A et B sont au même niveau de potentiel. Autrement dit,  $V_A = V_B$ . Par conséquent, le courant de la figure I-6 b1 est donné par la relation suivante :

$$I'_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{V_A - V_B}{R} = 0 \quad (\text{I-7'})$$

Ainsi,  $I' = I_{cc}$  (intensité du courant de court-circuit) quelle que soit la valeur de  $R$ . A cet effet, le bilan des tensions devient alors à nouveau  $E = rI'$ . Dans ces conditions, l'intensité du courant  $I'$  n'est limitée que par la résistance interne  $r$  du générateur et des fils. En négligeant la résistance des fils conducteurs, l'intensité du courant de court-circuit se résume alors à :

$$I_{cc} = I' = \frac{E}{r} \quad (\text{I-8})$$

Donc

$$I_{\infty} = I' = \frac{E}{r + r_{fil}} \rightarrow \infty$$

Pour une situation de court-circuit la figure I-6 b1 est équivalente à I-6 b2. Ce courant de court-circuit  $I_{cc}$  dont la valeur tend vers l'infinie conduit à une énergie (chaleur) qui tend vers l'infinie. Ce qui est intenable et pour la source et pour les fils conducteurs. Ainsi, si des mesures de protection des biens contre les CC ne sont pas prises en compte, alors on va assister à leur destruction par casse mécanique, explosion ou incendie. Justement pour éviter ces manquements, tout départ électrique doit être protégé par des dispositifs (fusible, disjoncteur...) de protection contre les CC.

**Remarque :** La différence entre les conducteurs phase et neutre peut se faire par :

- Couleur :
  - Phase : toute couleur sauf bleu, vert, jaune et vert/jaune. Mais suivant la disponibilité sur le marché en général, le conducteur phase est de couleur rouge, noire et marron ;
  - Neutre : couleur bleu.
- Dangereosité :
  - la phase est dangereuse (ne jamais la toucher) ;
  - le neutre est sans danger ;
  - Tournevis testeur (détecteur de phase)
  - Placé correctement sur une phase, la lampe témoin du détecteur de phase s'allume ;
  - Placé sur le neutre, la lampe ne s'allume pas.

**Exemple 1:** Un circuit électrique est composé d'une source de tension  $E = 100$  V ; d'une résistance interne  $r = 1 \Omega$  et d'une charge de  $R = 9 \Omega$ . Poser une ou des hypothèses et comparer les courants débités par le générateur en situation nominale et en régime de court-circuit. Déterminer pour les deux cas, la tension aux bornes de la résistance interne  $r$ .

**Exemple 2 :** Vous êtes responsables d'une installation domestique d'une maison alimentée par le réseau de la SOMELEC 220 V. A partir de cette source de 220 V vous alimentez sur une longueur de 10 m une résistance (fer à repasser électrique) de  $100 \Omega$  avec un fil de section  $2,5 \text{ mm}^2$ .

- a) Faites des hypothèses et calculer la tension appliquée aux bornes de ce fer.
- b) Un court-circuit s'est produit aux bornes de ce fer.
  - 1) Déterminer le courant de court-circuit.
  - 2) Faites des propositions pour protéger l'installation contre ce court-circuit.

## IV) Utilisation d'un multimètre

### IV-1) Généralités

En milieu professionnel, on utilise généralement un multimètre et non des appareils (ampèremètre, voltmètre...) avec une seule fonction. Le **multimètre** est un **appareil de mesure de plusieurs paramètres électriques** (multifonctions : voltmètre, ampèremètre, ohmmètre...).

Pour mesurer une grandeur (une tension par exemple) à l'aide d'un multimètre on peut procéder de la manière suivante avec 3 phases principales :

#### ➤ Choix de la fonction du multimètre (ici voltmètre par exemple)

- Avoir une idée sur la nature de la source d'alimentation (AC ou CA : courant alternatif ou CC ou DC : courant continu) où la mesure se fera ;
- Choisir la position du commutateur (au centre de l'appareil). Ainsi, si la source est :
  - **alternative**, on choisira un des calibres dans la zone : 
  - **continue**, on sélectionnera un des calibres dans la zone : 

#### ➤ Choix du calibre

- Si on a une idée de la grandeur à mesurer, alors on choisit le calibre approprié (immédiatement supérieur ou égal à la valeur de la grandeur à mesurer). Dans le cas contraire, faire une estimation de la grandeur à mesurer et adopter un calibre supérieur à la valeur estimée suivant le principe “ qui peut le plus peut le moins ”.
- Ainsi, lorsqu'on effectue une première mesure, la meilleure précision sera obtenue en adoptant le calibre immédiatement supérieur à la valeur à mesurer.

#### ➤ Connexion des bornes de l'appareil

L'une des bornes (les fiches) du multimètre est toujours branchée sur la borne commune (souvent marquée “COM” de l'appareil tandis que l'autre est connectée sur la borne où est marqué le symbole de l'unité à mesurer.

## IV-2) Exemple de mesure de résistance (fonction ohmmètre)

Le multimètre (ici fonction ohmmètre) est branché conformément à la figure I-7 en parallèle avec l'élément dont on veut mesurer la résistance  $R$ . Dans ces conditions, la loi d'Ohm est applicable aux bornes de la résistance qui a comme tension celle des piles (source) de l'ohmmètre. Le montage d'un **ohmmètre** doit se faire **toujours hors tension principale pour éviter sa destruction**. En effet, l'ohmmètre **est lui-même une source de tension (sa pile)** pour la résistance dont on veut déterminer sa valeur. Si la source principale n'est pas isolée (en circuit ouvert), alors elle sera en parallèle avec l'ohmmètre.

Pour l'utilisation d'un multimètre pour la mesure d'une résistance, on peut procéder comme suit :

- Suivre les étapes citées auparavant.

Ces étapes aboutissent à la figure I-7 ci-dessous.

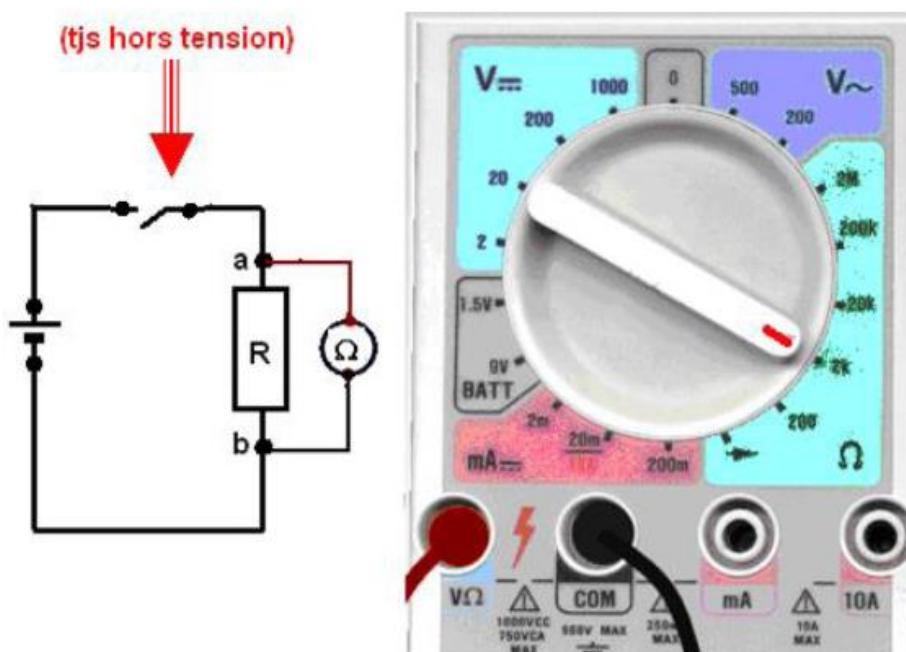


Figure I-7 : Mesure d'une résistance à l'aide d'un ohmmètre

- Résultat de la mesure

Suivant les appareils utilisés, la lecture est directe ou par calcul.

## V) Puissance électrique (active)

### V-1) Généralités sur la puissance électrique

La **puissance** est la **quantité d'énergie par unité de temps** fournie (ou reçue) par un système à un autre. Elle correspond donc à un débit d'énergie. Deux générateurs de puissances différentes pourront fournir la même énergie à deux récepteurs, mais le générateur le moins puissant sera le plus lent. Donc, dans la notion de puissance le temps est mis en exergue.

Par conséquent, on peut donc considérer que la **puissance** est la **vitesse à laquelle est effectué un travail**. Autrement dit, la **puissance** est la **variation d'énergie par unité de temps** ; c'est-à-dire la puissance électrique d'un appareil est l'énergie consommée ou fournie par cet appareil par unité de temps (en une seconde). D'où pour une puissance électrique, elle est donnée la relation (I-9) suivante :

$$P[W] = \frac{dW[J]}{dt[s]} = \frac{dW}{dQ} \times \frac{dQ}{dt} = U[V] \times I[A] \quad (I-9)$$

L'**unité** de cette forme de **puissance** dans le système international est le **watt**, noté W, qui correspond à un Joule (J) fourni par seconde.

Cette forme de **puissance** est dite **active** car est susceptible de **fournir du travail, de la chaleur, lumière...**

Pour **mesurer** la **puissance active** d'une installation électrique on **utilise** comme appareil de mesure le **WATTmètre**.

D'après la relation (I-9), la puissance électrique transformée (ou fournie) par un élément est aussi le produit de la tension U appliquée à ses bornes par le courant I qui le traverse. C'est-à-dire :  $P = U.I$

Avec U et I comme étant les valeurs constantes (courant continu) de la tension aux bornes de l'élément et de l'intensité du courant qui le traverse.

De cette relation (I-9), il en résulte que la puissance consommée (ici en monophasé) par une résistance ohmique R peut s'écrire sous la forme de l'équation (I-10) suivante :

$$P = U.I = (R.I).I = R.I^2 = \frac{U^2}{R} \quad (I-10)$$

Avec :  $I$  = courant qui traverse la résistance ;  
 $U$  = tension aux bornes de  $R$  et cette dernière peut ne pas être égale à la tension délivrée par la source s'il y a des pertes.  
Mais, l'expression la plus générale d'une puissance active fournie par une source ou transformée par un récepteur est de la forme de l'équation (I-11) qui suit :

$$P = kUI\cos\varphi \quad (\text{I-11})$$

Où  $k$  = coefficient de phase avec :  $k = 1$  pour le système monophasé (formé d'une phase et le neutre) et  $k = \sqrt{3}$  pour le système triphasé constitué de trois phases avec ou sans neutre ;

**$\cos\varphi$  = facteur de puissance** (coefficient de puissance) qui **dépend** de la **nature** de la source ou du récepteur (**installation**). Autrement dit, ce facteur dépend de l'angle du déphasage  $\varphi$  entre la tension appliquée aux bornes de l'élément et le courant qui le traverse.

A titre d'exemple, pour une résistance pure,  **$\cos\varphi$**  est égal à 1 car le courant et la tension de celle-ci sont en phase ( $\varphi = 0$ ).

Pour l'**installation domestique** en Mauritanie, la SOMELEC considère que le facteur de puissance global  **$\cos\varphi = 0,86$  sur tout le territoire national**.

## V-2) Bilan des puissances et rendement

### a) Bilan des puissances

La puissance active totale d'une installation électrique est égale à la somme des puissances des différents éléments qui la composent. Si bien elle égale à :

$$P_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n P_i \quad (\text{I-12})$$

Cette relation découle de la loi de conservation de l'énergie.

Donc, **pour alimenter en énergie** électrique une installation (ESP/Nouakchott), **on fait le bilan des puissances** (somme algébrique) des différents récepteurs électriques qui la composent.

La puissance **totale obtenue servira à définir la puissance à souscrire auprès** de la **SOMELEC** ou celle du groupe électrogène.

Pour dimensionner les différents composants (sections conducteurs, appareillages...), on aura besoin de faire le bilan des puissances de l'installation comme indiqué à la figure qui suit.

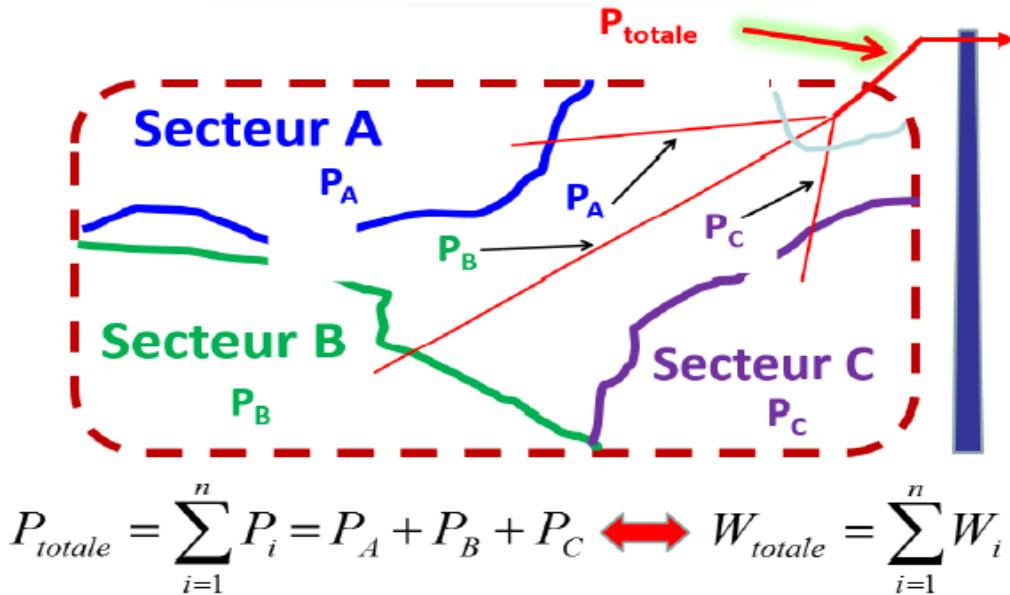


Figure 8 : Bilan des puissances

## b) Rendement

Généralement, le **rendement** d'un système est le **rappor**t de ce qui est **utile** sur ce qui est **dépensé**. Autrement dit, le **rendement** est le **rappor**t de ce qui est **sortie** (utile) **sur la grandeur d'entrée** (consommée).

Donc, pour un récepteur (transformation de l'énergie électrique en une autre forme d'énergie), le rendement est le rapport de l'énergie obtenue à la sortie sur l'énergie électrique.

Tandis que le **rendement** d'un **alternateur** est le **rappor**t de la puissance **électrique** (utile fournie au réseau) **sur** la puissance **mécanique** reçue par l'alternateur + éventuellement de la puissance électrique reçue pour la création du flux inducteur.

**Lors des transformations** de puissances énergies) il y aura des **pertes**. Plus les **pertes** sont **faibles**, meilleur est le **rendement**.

Exemples de système de transformation d'énergie (puissance) : **moteur** (dispositif électrique qui **transforme** l'énergie **électrique reçue en énergie mécanique** voir figure I-8' a) et **alternateur** (dispositif qui transforme l'énergie **mécanique reçue en énergie électrique** voir figure I-8' b).

Schématiquement, le système de transfert d'énergies en régime moteur ou alternateur peut être représenté par la figure I-8'. Ce schéma nous permet de définir le rendement des deux systèmes de transfert d'énergie.

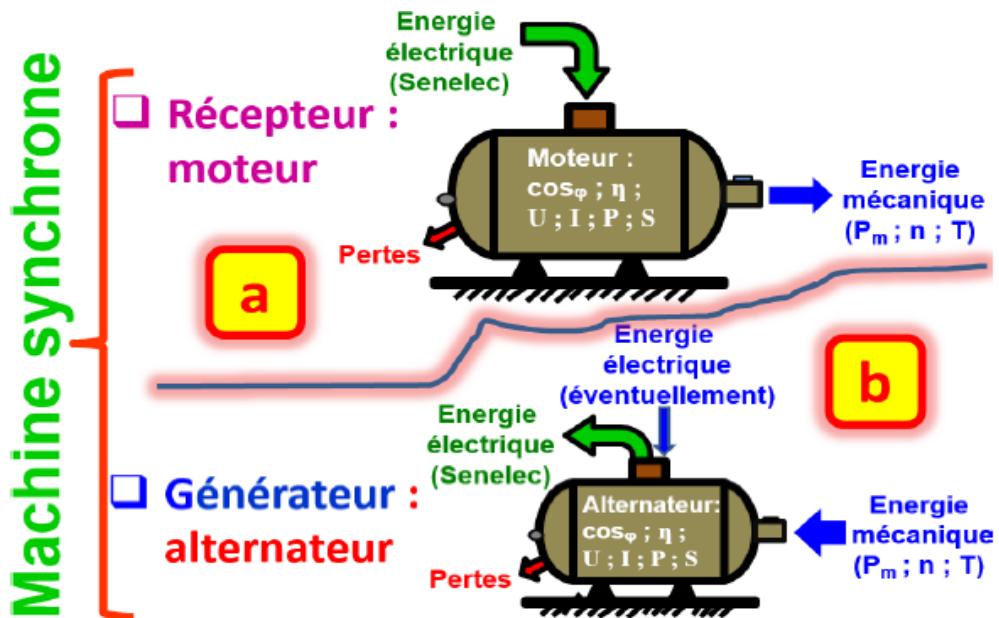


Figure I-8' : Sens des énergies et rendement d'un moteur et d'un alternateur

Dans cette chaîne de transformation d'énergies, le moteur qui entraîne par exemple le compresseur d'un frigo transforme l'énergie électrique reçue de la SOMELEC en énergie mécanique (rotation utile) et en chaleur (ça chauffe et ça occasionne des pertes effets Joule) indésirable.

En régle générale, le rendement d'un système peut être schématisé par la figure I-8'a ci-après.

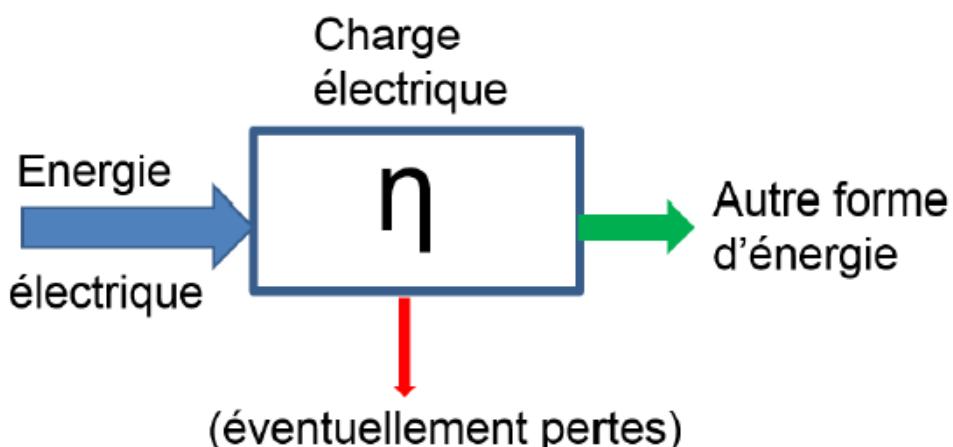
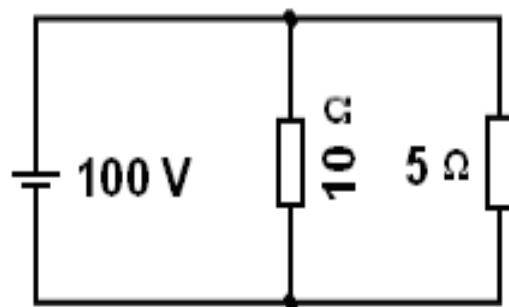
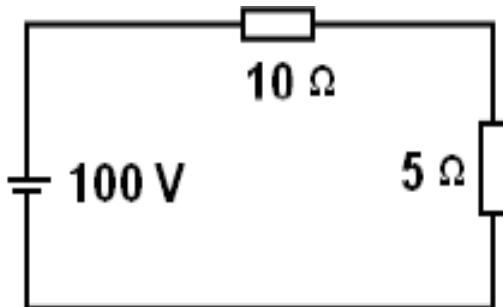


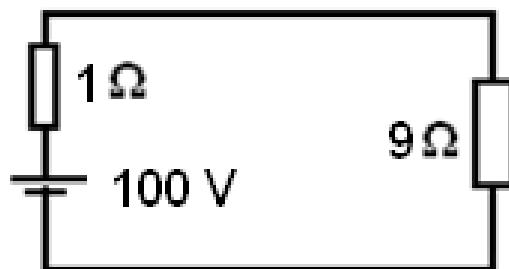
Figure I-8'a : Rendement d'un récepteur électrique

**Exemple 4 :** Soient les différents éléments montés en série et en parallèle (schémas ci-dessous). Faites le bilan des puissances pour les deux situations. Vérifier la loi de conservation de l'énergie.



**Exemple 5 :** Faites des hypothèses et :

- 1) Trouver le ou les rendements du schéma ci-dessous si l'on considère que la puissance fournie au générateur par la turbine est de 1 050 W. La charge est représentée par une résistance de 9 Ω. La résistance interne du générateur est  $r = 1 \Omega$ .
- 2) Un court-circuit se produit aux bornes de la charge de 9 Ω. Déterminer l'intensité du courant de ce court-circuit. Comparer le à sa valeur normale. Proposer des solutions contre ce manquement.



### V-3) Mesure de puissance

En tension continue, on peut calculer la puissance électrique (en mono  $P = VJ$  et en tri  $P = \sqrt{3} UI \cos\varphi$ ) d'un récepteur à partir de la tension appliquée à ses bornes et de l'intensité qui le traverse. Pour se faire, on n'a pas besoin forcément d'un **WATTmètre** pour mesurer directement la puissance, mais plutôt d'un voltmètre et d'un ampèremètre afin d'en faire leur produit.

En alternatif, lorsque la relation  $P = kUI$  n'est pas toujours applicable ( $\cos\varphi \neq 0$ ) ; relation générale de puissance :  $P = kUI \cos\varphi$  alors un appareil de mesure s'impose. Il s'agit d'un wattmètre. Etant donné que la puissance électrique est

caractérisée par deux grandeurs électriques (tension et courant), donc pour la mesurer on doit se servir d'un appareil qui peut mesurer à la fois ces deux paramètres. Pour simplifier, on peut considérer qu'un wattmètre est un appareil qui est composé à la fois d'un voltmètre et d'un ampèremètre.

**Exemple 6 :** Une maison d'une famille modeste de Nouakchott dont le disjoncteur est calibré sur 5 A est alimentée par le réseau SOMELEC 220 V (courant alternatif et monophasé avec un  $\cos\varphi = 0,86$ ). Calculer la puissance souscrite de cette maison c'est-à-dire la puissance maximale mobilisée par la SOMELEC chez son client.

Solution :  $P = UI \cos\varphi = 220 \times 5 \times 0,86 = 957 \text{ W}$ .

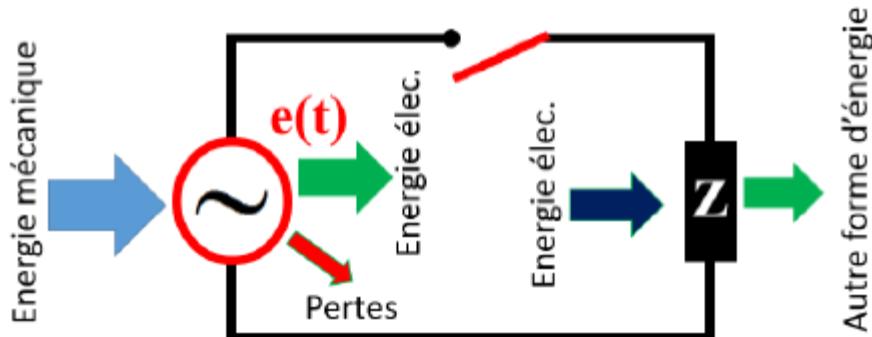
On voit bien que cette puissance est différente de celle obtenue en faisant le produit de la tension et du courant ( $P' = 220 \cdot 5 = 1100 \text{ W}$ ).

## VI) Énergie électrique

### VI-1) Généralités sur l'énergie électrique

Un circuit électrique comporte un générateur qui fait "circuler" le courant c'est-à-dire qui met en mouvement les charges électriques par sa force électromotrice. Le générateur fournit alors de l'énergie électrique aux récepteurs qui la transforment en énergie utile et en pertes (en chaleur, ventilation...).

Le schéma ci-dessous est un exemple de circuit électrique avec ses différents systèmes de transferts d'énergies.



Le moteur qui entraîne par exemple le compresseur d'un frigo ne transforme pas la totalité de l'énergie électrique qu'il reçoit en énergie mécanique. Il occasionne des pertes (par effet Joule sous forme de chaleur, perte mécanique par exemple). Par conséquent, l'énergie électrique reçue est égale à la somme de l'énergie mécanique et des pertes.

Etant donné que le **rendement énergétique** est égal au **rapport** de l'énergie utile **fournie** et de l'énergie **totale reçue**, celui d'un moteur sera égal au rapport de l'énergie mécanique sur l'énergie électrique (voir tableau I-1 ci-après).

De la relation (I-9) qui stipule que la puissance P est le taux d'utilisation de l'énergie électrique W; c'est-à-dire l'énergie divisée par le temps, on en déduit la relation (I-13):

$$W = \int_{t1}^{t2} P dt \quad (I-13)$$

D'où l'**énergie** électrique consommée (ou fournie) par un récepteur (par un générateur) est le **produit** de la **puissance** de ce dernier (en watt) par le **temps** d'utilisation (en secondes) :

$$W [J] = P [W] \cdot t[s] \quad (I-14)$$

Mais d'une manière générale, les compagnies d'électricité comptabilisent l'énergie électrique en kW.h (compteurs SOMELEC) et non en joule.

**Exemple :** Soit une lampe de 40 W qui reste allumée dans la chambre d'un étudiant de l'ESP/Nouakchott pendant 3 heures de temps par jour. Calculer la facture bimestrielle de cette lampe si le kW.h vendu par la SOMELEC est de 56 MRO en moyenne.

## VI-2) Quelques transformations d'énergies

Nous donnons au tableau I-1 quelques exemples de transformation d'énergies électriques en une autre forme d'énergie et vice-versa.

Tableau I-1 : transformation d'énergie électrique en une autre forme d'énergie et vice-versa

Energie d'entrée (consommée)	Générateur	Energie de sortie (utile fournie)
énergie chimique	pile, accumulateur en décharge	énergie électrique
énergie mécanique (travail)	dynamo, alternateur	énergie électrique
énergie électrique	transformateur	énergie électrique
rayonnante (lumière)	photopile solaire	énergie électrique
Energie d'entrée (consommée)	Récepteur	Énergie de sortie (utile fournie)
énergie électrique	moteur électrique	énergie mécanique (travail)
	lampe électrique	énergie rayonnante (lumière)
	transformateur	énergie électrique
	accumulateur en charge	énergie chimique

Le coût de l'énergie électrique est lié à un certain nombre de paramètres parmi lesquels on peut noter :

\*\*\* l'énergie consommée W exprimée en kilowattheure (kW.h) dans le domestique avec  $W = P.t$ . Pour rappel, les compteurs des compagnies d'électricité comme la SOMELEC donnent la lecture de l'énergie consommée en (kW.h).

## VII) Résumé du chapitre I et symboles de quelques appareils de mesure

Dans ce présent chapitre, nous avons longuement traité les paramètres de base des circuits électriques que nous résumons dans ce tableau 2 :

Tableau 2 : paramètres de base des circuits électriques

Grandeur électrique	Formule	Unité	Symbol	Appareil de mesure
Intensité (courant)	$I = \frac{dQ}{dt}$	ampère	A	AMPÈREmètre 
Tension (d.d.p) entre deux points 1 et 2	$U_{12} = \frac{dW_{12}}{dQ} = V_1 - V_2$	volt	V	VOLTmètre 
Résistance entre deux bornes 1 et 2	$R_{12} = \frac{U_{12}}{I}$ ou $r_{fil} = \rho l/s(\text{fil})$	ohm	$\Omega$	OHMmètre 
Puissance électrique active	$P = \frac{W}{t} = UI = kUI \cos\varphi$ $= (RI)I = RI^2 = \frac{U^2}{R}$ Pour $\cos\varphi = k = 1$	watt	W	WATTmètre VARmètre  
Energie électrique ( SENELEC )	$W = P.t$	kW.h	J	Cosphimètre fréquencemètre  

Activer Windows  
Accédez aux paramètres de Windows.

## Exercices chapitre I

---

### Exercice 1 :

Une lampe dont le facteur de puissance est de  $\cos\varphi = 0,5$  est utilisée pour assurer l'éclairage d'une chambre d'un étudiant de l'ESP. Elle consomme une énergie de 0,1 kWh en 5 h sous une tension de 220 V.

Calculer :

- 1) son courant ;
- 2) sa facture bimestrielle pour 5 h de fonctionnement par jour, si l'on considère que le kWh vendu par la SOMELEC est en moyenne de 115 MRO ;

- 3) faites le plan de masse (vue de dessus) de cette chambre et proposer le schéma électrique d'une telle installation.

### **Exercice 2 :**

Un moteur électrique triphasé alimenté sous une tension de 400 V réseau SOMELEC, sert à actionner un monte-chARGE qui élève une masse totale de 600 kg (masse réelle + celle du monte-chARGE) à une hauteur de 20 m.

On considère que les pertes de frottements et autres pertes sont négligeables.

- 1) En vous fixant le temps mis pour soulever cette masse totale à cette hauteur, schématiser le système ;
- 2) Sur la gamme des puissances normalisée des moteurs (voir feuille en annexe dans ce chapitre) déterminer la puissance mécanique de ce moteur ;
- 3) En déduire la puissance électrique de ce dernier ;
- 4) Déterminer le calibre (le courant) du disjoncteur de protection de ce moteur ;
- 5) Calculer l'énergie électrique fournie par le réseau de la SOMELEC à ce moteur ;

**Exercice 4 : Vous** êtes consultés pour l'installation électrique d'un bâtiment à Nouakchott qui sera alimenté par le réseau de la SOMELEC 220 V (2 fils conducteurs : 1 phase et 1 neutre). On suppose que le disjoncteur sera calibré sur 10 A. Le matériel électrique qui y sera installé sera composé de : 10 ampoules de 40 W chacune, 1 frigo de 150 W ; une télévision de 100 W et d'autres appareils électriques (radio ; chaîne à musique ....) de puissance totale égale à 200 W. Pour fin de calcul, on suppose que tous ces éléments ont un facteur de puissance égal à 1.

- 1) Déterminer :
  - a) la puissance totale installée (puissance réelle de toute l'installation)
  - b) la puissance à souscrire auprès de la SOMELEC
- 2) Ce calibre du disjoncteur convient-il à cette maison ?
- 3) Calculer le courant tiré par ces appareils s'ils sont tous branchés en même temps.
- 4) Pour ce même calibre, le propriétaire décide d'acheter un réchaud électrique de puissance 2 kW sous 220 V. Commenter son projet.

**Ecole Supérieure Polytechnique**  
**Institut Supérieur des Métiers de l'Energie (ISME énergie)**  
**Filière : Génie électrique et Energie Renouvelable**

**1<sup>ère</sup> année (1<sup>er</sup> semestre)**  
**Cours de Circuits électriques**

---

**Chapitre II : Circuits électriques et ses composants**

**Introduction**

**I) Généralités sur les circuits électriques**

**II) Eléments actifs d'un circuit électrique**

**II-1) Généralités**

II-2) Sources de tension et de courant dépendantes et indépendantes

II-3) Sources de tension idéale et réelle

a) Source de tension idéale

b) Source de tension réelle

II-4) Sources de courant idéale et réelle

a) Modèle de source de courant idéale

b) Source de courant réelle

II-5) Équivalence sources de tension et de courant réelles

**III) Éléments passifs d'un circuit électrique**

III-1) Généralités

III-2) Résistance électrique

a) Rappels

b) Mesure de résistance par la loi d'Ohm et incertitude de mesure

III-2) Condensateur

a) Généralités et calcul de capacité

b) Relations fondamentales d'un condensateur

1) Charge  $q$  d'un condensateur

2) Intensité  $i$  de charge ou de décharge d'un condensateur

3) Puissance  $p$  et énergie  $W$  emmagasinée par un condensateur

c) Groupement de condensateurs

1) Montage série de condensateurs

- 2) Montage parallèle de n condensateurs
- 3) Montage mixte (série - parallèle) de condensateurs
- d) Rigidité diélectrique et tension de service d'un condensateur
- e) Utilités d'un condensateur

### III-3) Inductance

- a) Généralités
- b) Relations de base pour une inductance
- c) Montages de bobines pures
  - 1) Association de bobines en série
  - 2) Montage parallèle de bobines pures
  - 3) Montage mixte d'inductances
- d) Utilités des bobines

### Exercices

oooooooooooooooooooooooooooo

## Introduction

Dans ce présent chapitre, nous traiterons les différents composants, aussi bien actifs que passifs des circuits électriques. Les **éléments** sont dits **actifs** (sources) quand ils sont **capables de fournir** de l'**énergie** à des charges électriques (récepteurs). Tandis que les **éléments passifs** ne sont **pas capables de fournir** de l'**énergie**.

Dans le premier chapitre, nous avions largement traité le cas de la résistance en tant qu'élément électrique qui s'oppose au passage du courant électrique.

Dans ce chapitre II, l'accent sera surtout mis sur les notions de base du condensateur, de la bobine pure (sans résistance interne) et des sources de tension et de courant.

## I) Généralités sur les circuits électriques

Un **circuit électrique** est un ensemble **d'éléments interconnectés** destinés à **produire, à transporter, à distribuer et à transformer l'énergie électrique**. A la figure II-1, nous représentons un circuit électrique composé de sources et de charges électriques reliées entre elles par des fils conducteurs. Autrement dit, un **circuit électrique** est un **ensemble** complexe ou simple de **conducteurs et de composants** électroniques ou électriques qui sont **traversés par un courant électrique**. A titre d'exemple, les schémas ci-dessous représentent deux circuits électriques.

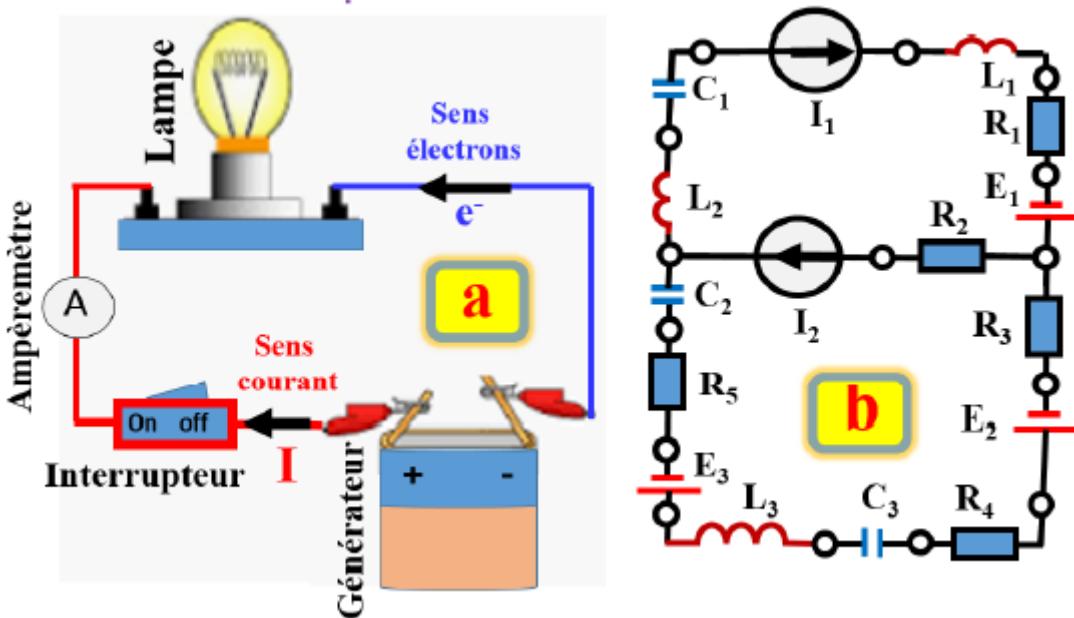


Figure II-1. Exemples de circuit électrique

On peut considérer qu'un circuit électrique est constitué d'une source d'énergie (production d'énergie électrique) reliée à une charge par des fils conducteurs via d'autres éléments (interrupteur par exemple : figure II-1 a).

Le circuit le plus simple que l'on puisse représenter est composé d'une source de tension  $E$  (pile, dynamo, ...) et d'un récepteur passif de résistance  $R$  (lampe, résistance chauffante, ...).

Dans un circuit électrique, l'écoulement des charges (**courant**) électriques (électrons) est intimement lié à la **fermeture** de ce dernier.

Le rôle de la **source** d'énergie est de **transformer l'énergie reçue** (mécanique, chimique, thermique, éolienne etc.) **en énergie électrique**. La source de tension doit fournir l'énergie électrique nécessaire au maintien du courant dans le circuit. Comme on l'a vu au chapitre I, lorsque la **tension**  $E$  fournie par la source est **constante**, alors un **courant constant**  $I$  s'écoule et on parle de **circuit à courant continu**.

Tandis que les **appareils qui reçoivent** et transforment l'**énergie électrique** produite par les générateurs **se nomment récepteurs** ou charges électriques.

**Exemple 1 de récepteur électrique :** Le moteur électrique d'une électropompe transforme l'énergie électrique reçue en énergie mécanique (ça tourne et c'est utile) et en chaleur (ça chauffe et c'est inutile : pertes Joule) avec un certain rendement. Si bien que le rendement (revoir chapitre I) d'un moteur électrique

est défini comme suit :  $\eta = P_{meca} / P_{elect}$ . Autrement dit, le **rendement** est le **rapport de la puissance utile** (ici mécanique : **sortie**) **sur la puissance électrique** (ici **reçue**). La mission assignée d'un tel moteur est de faire tourner une charge mécanique (c'est utile) appliquée à son arbre (la pompe) et non de chauffer le milieu environnant (pertes et c'est inutile).

Schématiquement, pour le cas d'un moteur électrique, ce transfert d'énergies peut être symbolisé par la figure qui suit.

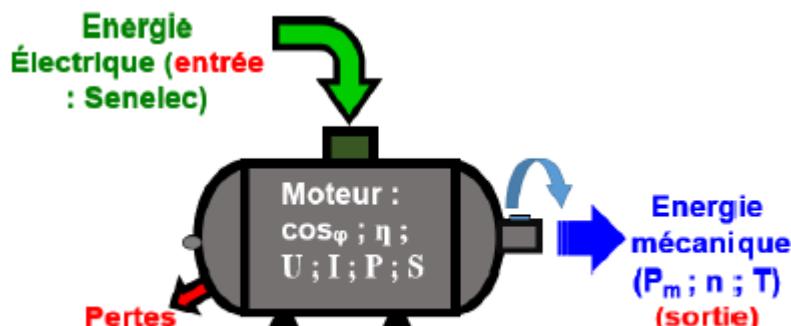


Figure II-1a : Exemple de récepteur

### III) Eléments actifs d'un circuit électrique

#### III-1) Généralités

Pour qu'il ait transfert d'énergie dans un circuit électrique de la (ou des) source(s) vers la (ou les) charge(s), il faut un dispositif capable de forcer les électrons libres des conducteurs électriques à circuler. Pour se faire, on peut fournir **aux électrons une énergie potentielle** et dans ce cas, on parle de **source de tension** ou une **énergie cinétique (source de courant)**.

A la différence d'un dipôle passif, un dipôle actif (sources de tension ou de courant) doit pouvoir fournir à un circuit extérieur de l'énergie électrique en permanence.

Nous traiterons exclusivement dans ce chapitre, les sources de tension et les sources de courant. C'est-à-dire on ne tiendra pas en compte les condensateurs et les bobines chargés comme sources d'énergie.

Et pour dimensionner les circuits électriques, les sources de courants ou de tension sont décrites par un modèle mathématique simple (source idéale) ou par un modèle plus élaboré (source non idéale dite source réelle).

On distingue également des sources de tension ou de courant dites dépendantes ou indépendantes.

### III-2) Sources de tension et de courant dépendantes et indépendantes

Une source de tension (ou de courant) est dite dépendante si sa tension (ou son courant) dépend ou est commandé(e) par une tension ou un courant présent dans le circuit où elle est reliée. La valeur de la tension (ou du courant) de la source dépendante doit être proportionnelle à une des tensions (ou des courants) du circuit considéré.

Nous représentons à la figure II-3 les symboles respectifs de sources de tension a) et de courant dépendantes b) parmi tant d'autres.

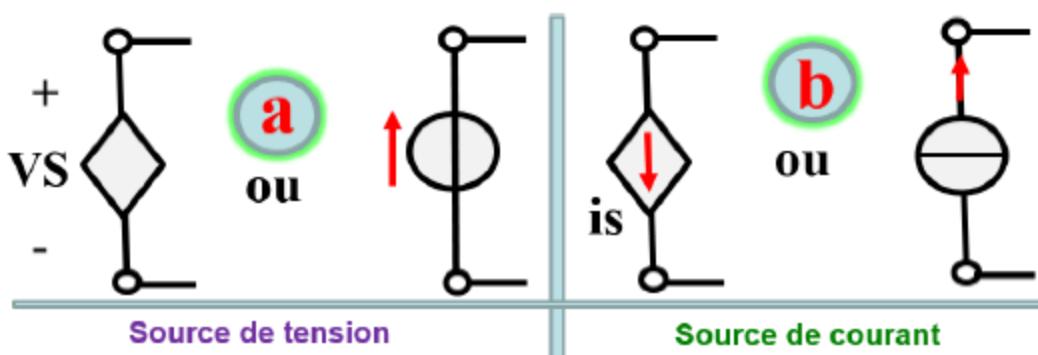


Figure II-3. Sources de tension a) et de courant dépendantes b)

Les sources dépendantes (commandées, contrôlées ou liées) sont surtout utilisées dans le domaine de l'électronique. Elles servent à réaliser des résistances négatives et elles constituent les éléments essentiels des circuits d'amplification.

Nous représentons à la figure II-4 les différentes sources de courants et de tension dépendantes en fonction des sources dont elles sont liées.

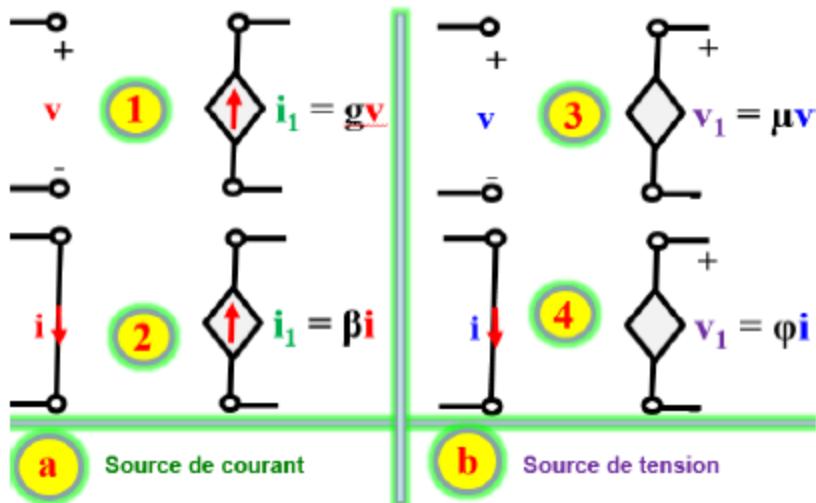


Figure II-4. Différentes sources dépendantes de courant a) et de tension b)

Au niveau de la figure II-4, nous avons 4 sortes de sources dépendantes (quadripôle) avec une source de courant contrôlée soit par une tension ( $i_1 = gV$ ), soit par un courant ( $i_1 = \beta i$ ) et idem pour une source de tension ( $V_1 = \varphi V$  ou  $V_1 = \varphi i$ ).

Ceci nous donne quatre sources dépendantes (quadripôle) de:

- courant commandée par :
  - une tension (figure II - 4 - 1) ;
  - un courant (figure II - 4 - 2).
- tension commandée par:
  - une tension (figure II - 4 - 3) ;
  - un courant (figure II - 4 - 4).

Les gains (constantes multiplicatrices)  $\beta$  et  $\mu$  sont sans dimensions tandis que  $g$  et  $\varphi$  ont respectivement comme unité A/V et V/A.

Contrairement aux sources dépendantes, une source de tension (courant) est dite indépendante ou autonome si sa tension (courant) ne dépend pas des tensions ou courants du circuit auquel elle est reliée. **Ainsi, nous noterons des sources indépendantes de courant et/ou de tension.**

### III-3) Sources de tension idéale et réelle

#### a) Source de tension idéale

Un générateur de tension idéal est un composant actif dont la tension  $E$  appliquée à ses bornes est indépendante du courant  $I$  (de la charge) qu'il débite. C'est-à-dire que la **tension d'une telle source idéale reste constante quelle que soit la charge** alimentée. Or, le **courant débité** par une source de tension

**dépend** en grande partie de la charge (**du circuit extérieur**) connectée à ses bornes.

C'est la raison pour laquelle, dans le **cas d'un court-circuit** (charge extérieure presque nulle) qui se produit juste à la sortie de la source, ce modèle source idéale n'est plus valable. En effet, pour une telle situation, la **source idéale doit débiter un courant infini** (suffisamment grand). Pour un courant de **court-circuit** assez **élevé** pour la **source**, la tension aux bornes de celle-ci va **s'effondre**.

Donc, **pour** un modèle de **source de tension idéale**, la **tension à ses bornes E** (force électromotrice) **est égale à la tension U appliquée aux bornes de la charge** qu'elle alimente. Une source de tension idéale se traduit alors par la relation (II-3) suivante :

$$E = V_A - V_B = \text{constante} = U \quad \forall I \quad (\text{II-3})$$

Par conséquent, contrairement à un générateur réel, la résistance interne d'un générateur de tension idéal est nulle. Par conséquent, sa **consommation interne est nulle**, car sa chute de tension interne ( $rI$ ) est comptée comme négligeable.

C'est pourquoi, la figure II-5 qui suit représente respectivement le schéma a) et la caractéristique statique tension-courant b) du modèle d'une telle source de tension idéale.

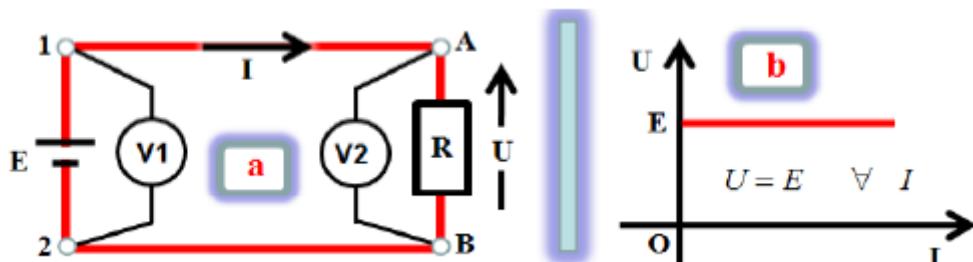


Figure II-5. Schéma a) et caractéristique d'une source de tension idéale b)

D'après la figure II-5, en supposant que la résistance des fils conducteurs est nulle, une source de tension idéale ne présente pas de chute de tension entre la source (tension à vide  $E$ ) et la charge. Autrement dit, la tension **à vide (charge déconnectée)**  $E$  de la source donnée par le premier voltmètre  $V_1$  est égale à celle qui est appliquée aux bornes de la charge et lue par le second voltmètre  $V_2$ .

Mais, d'après ce qui précède, ce modèle de source de **tension idéale** pose **problème** surtout **pour un courant de charge élevé** comme dans le cas d'un court-circuit. Cause pour laquelle, **en pratique** c'est le modèle de **source de tension réelle qui existe**.

### b) Source de tension réelle

Le modèle de source de **tension idéale** pose parfois problèmes pour rendre compte du comportement d'un générateur physique. En effet, expérimentalement en mesurant la tension appliquée aux bornes 1, 2 de la source de la figure II-5a avec et sans résistance connectée, on remarque une **diminution de la tension à ses bornes lorsque le courant débité augmente**. C'est la raison pour laquelle, pour caractériser ce phénomène de diminution de la tension aux bornes d'une source de tension, une résistance interne  $r$  est insérée dans le modèle idéal de la figure II-5 a. Ce qui permet de dire qu'à la place d'une source de tension idéale, nous notons l'existence d'une source de tension réelle. Compte tenu de ce qui précède, on considère qu'un **générateur réel** est **modélisé par un générateur idéal en série avec sa résistance interne  $r$** . Cette résistance interne  $r$  induit une chute de tension aux bornes du générateur réel. Par conséquent, sa consommation interne est différente de zéro. Cause pour laquelle, pour la caractéristique statique tension-courant d'un générateur de tension réel, on se sert de l'équation (II-3a) et non de celle de II-3:

$$\mathbf{U}_{AB} = \mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B = E - rI \quad (\text{II-3a})$$

Pour cette équation (voir figure II-6 qui suit):

$U_{AB}$  = tension aux bornes de la charge ;

$E$  = tension à vide du générateur réel et  $r$  sa résistance interne.

De l'équation (II-3a), il en découle que la **tension aux bornes de la charge R décroît avec l'augmentation du courant** qui la traverse induisant une augmentation de la chute de tension interne ( $rI$ ) du générateur.

C'est la raison pour laquelle, la **résistance interne  $r$  de la source de tension réelle doit être aussi petite** (tendre vers 0) que possible **pour que celle-ci se rapproche d'avantage des conditions d'une source de tension idéale**.

La figure II-6 représente le schéma a) et la caractéristique b) statique tension-courant d'un générateur de tension réel ( $E$  ;  $r$ ) caractérisé par sa tension à vide  $E$  et sa résistance interne  $r$ .

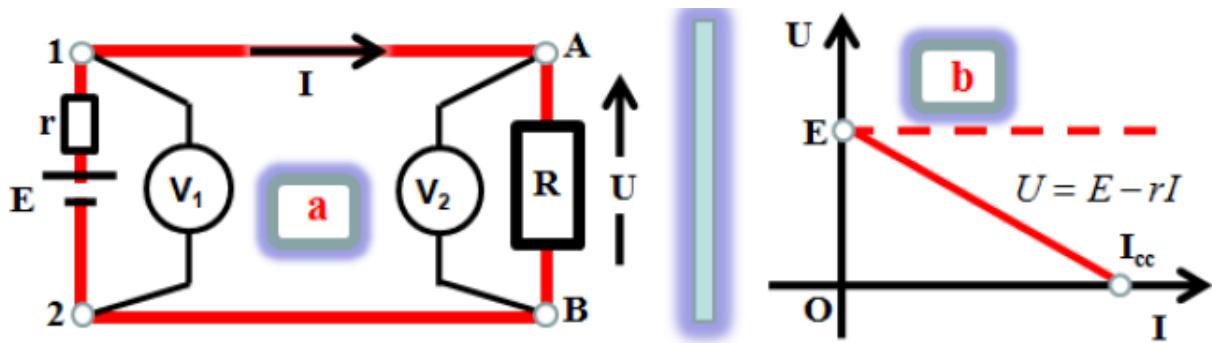


Figure II-6. Schéma et caractéristique d'un générateur de tension réelle

Les grandeurs de la figure II-6 représentent :

$r$  = résistance interne du générateur réel ;

$I_{cc}$  = courant de court-circuit (ici charge extérieure  $R$  nulle).

Pour une situation de court-circuit, le courant de court-circuit  $I_{cc}$  ne sera freiné uniquement que par la résistance interne  $r$  du générateur et éventuellement celle des conducteurs ici supposée négligeable. Cause pour laquelle, **le courant de court-circuit** tend vers l'infini (**suffisamment élevé**) **induisant** ainsi un **échauffement excessif** (anormal) des différents composants du circuit avec possibilité d'incendie si la **protection n'est pas correctement dimensionnée**.

A l'opposé d'un court-circuit, la situation du **circuit ouvert** est symbolisée par une **résistance suffisamment élevée** (tendant vers  $\infty$ ) connectée entre les bornes A et B du circuit. Ce qui se traduit conformément à la loi d'Ohm ou à la logique mécanique établie au chapitre I (relation (I-5')), un **courant nul dans le circuit ouvert**.

Ainsi, la caractéristique tension-courant d'une source de tension réelle (figure II-6 b) varie entre deux points fondamentaux symbolisés par un court-circuit ( $I_{cc}$  ; O) et par le circuit ouvert (O ; E).

### III-4) Sources de courant idéale et réelle

#### a) Modèle de source de courant idéale

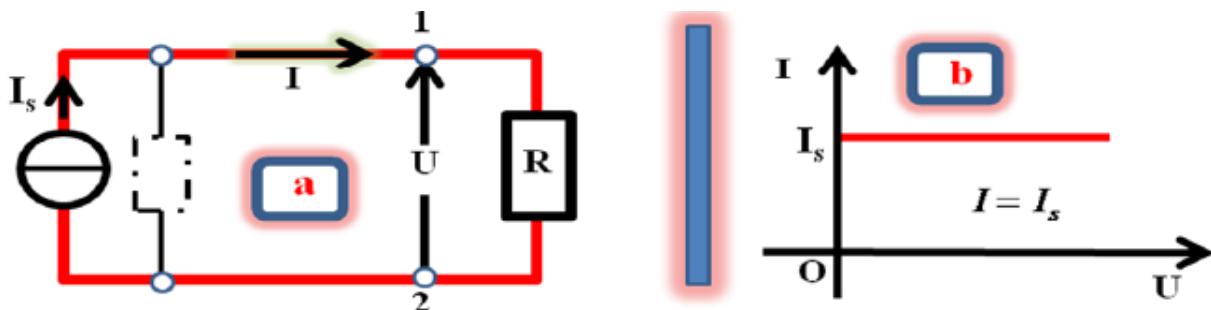
Une **source de courant idéale** débite un courant dont l'**intensité est indépendante de la charge** appliquée à ses bornes. Cela signifie que la

**résistance interne** de cette source **de courant idéale** doit être suffisamment grande (**infinie**).

Par conséquent, sa consommation interne est nulle car sa résistance ne sera pas traversée par un courant. Ainsi, la source de courant idéale devient un modèle simple pour rendre compte le comportement de certains dipôles. Un modèle de source de courant idéale se traduit par la relation (II-3) suivante :

$$I = I_s = \text{constante} \quad \forall U \quad (\text{II-3})$$

La figure II-7 symbolise en a) une source de courant idéale et en b) sa caractéristique courant-tension.



La représentation du courant d'une source de courant idéale est une droite parallèle à l'axe des tensions. Et le courant  $I_s$  de la source (de la charge  $I$ ) est constant quel que soit la valeur de la tension  $U$ .

D'après la figure II-7 a), la tension aux bornes de la charge (de la source de courant) de résistance  $R$  est définie comme suit conformément à la loi d'Ohm :

$$U = V_1 - V_2 = R \cdot I = R \cdot I_s \quad (\text{II-4})$$

### b) Source de courant réelle

Expérimentalement, on note une diminution du courant débité par un générateur de courant réel lorsque la tension à ses bornes augmente.

Compte tenu de ce phénomène, pour une **source de courant réelle** on tient **compte de sa résistance interne**  $r_i$ , en la modélisant par une source idéale de courant en parallèle avec sa résistance interne  $r_i$  (ou conductance interne  $G_i$ ). C'est-à-dire, une conductance interne  $G_i$  est introduite dans le modèle idéal pour former une source de courant réelle. Cette résistance interne  $r_i$  tire une partie du

courant  $I_s$  débité par la source. Donc, elle participe à la réduction du courant destiné à la charge (au circuit extérieur). Par conséquent, sa **consommation interne** est **différente de zéro**.

La figure II-8 qui suit donne le schéma et la caractéristique courant-tension d'une source de courant réelle respectivement en a) et en b). Cette source de courant réelle ( $I_s$  ;  $r_i$ ) est symbolisée par le courant  $I_s$  d'une source de courant idéale en parallèle avec une résistance interne  $r_i$  de conductance  $G_i$ .

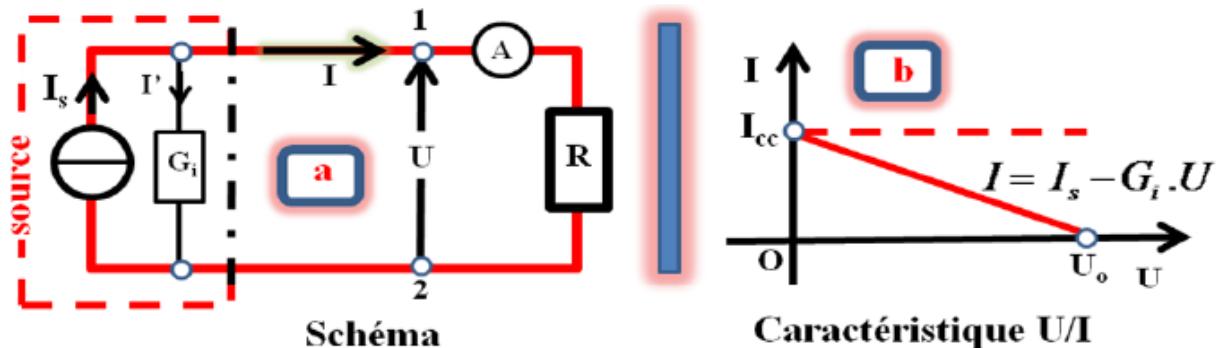


Figure II-8. Schéma a) et caractéristique d'un générateur de courant réel b)

D'après la figure II-8 a), le courant **I** de la charge est défini comme suit :

$$I = I_s - I' = I_s - G_i \cdot U \quad (\text{II-5a})$$

Et la tension à vide (quand  $R$  tend vers l'infini :  $I = 0$  et  $I_s = I'$ )  $U_0$  aux bornes de la source est définie comme suit:

$$U_0 = I_s \cdot r_i = \frac{I_s}{G_i} \quad (\text{II-5b})$$

Avec  $r_i$  = résistance interne de la source et  $G_i$  = sa conductance interne.

La caractéristique courant-tension d'une source de courant réelle (figure II-8 b) varie entre deux points fondamentaux symbolisés par un court-circuit ( $0$  ;  $I_{cc}$ ) et par le circuit ouvert ( $U_0$  ;  $0$ ).

D'après ce qui précède, autant la **résistance d'une source de tension réelle** doit être aussi **petite** que possible, autant la **résistance (conductance) d'une source de courant réelle** doit être **aussi grande** (petite) que possible pour tendre vers les conditions d'un générateur de courant idéal.

### III-5) Équivalence sources de tension et de courant réelles

Cette **équivalence** est souvent appelée **dualité des modèles série / parallèle ou dualité Thévenin / Norton**.

Cependant, les théorèmes fondamentaux Thévenin et Norton seront traités dans le chapitre III de ce cours.

Pour mettre en évidence cette équivalence des sources de tension et de courant, on considère la figure II-9 ci-après composée de deux sources réelles de tension ( $E ; r_i$ ) et de courant ( $I_s ; r'i$ ).

La source de tension réelle possède une tension à vide  $E$  et une résistance interne  $r_i$ . Quant à la source de courant réelle, elle est caractérisée par son courant  $I_s$  et sa résistance (conductance) interne  $r'i$ .

Toutes les deux sources alimentent la même charge  $R$  qui tire un courant  $I$ .

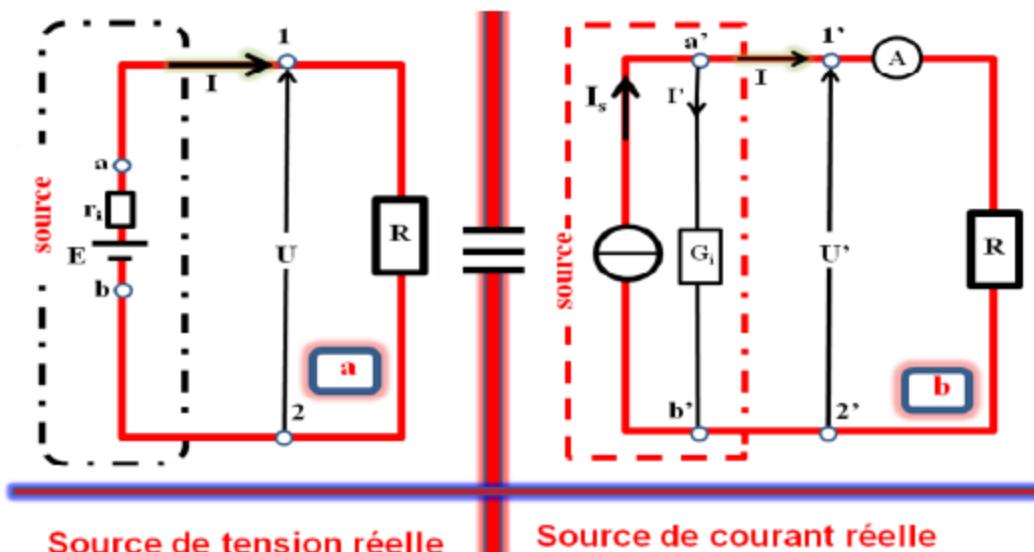


Figure II-9. Equivalence sources réelles de tension a) et de courant b)

Ces deux sources de la figure II-9 ci-dessus sont équivalentes si les tensions  $U$  et  $U'$  appliquées respectivement aux bornes des sources de tension et de courant sont égales quelle que soit la valeur du courant  $I$  tirée par la charge  $R$ . Or, la tension appliquée aux bornes de la source de tension réelle  $U_{12}$  est égale à la tension appliquée aux bornes de la charge  $R$  (on suppose que la résistance des fils conducteurs est nulle).

Et la tension appliquée aux bornes de la source de courant réelle  $U_{1'2'}$  est identique à la tension  $U'$  appliquée aux bornes de la résistance  $R$ .

Pour mettre en évidence cette condition d'équivalence des deux sources, on peut opter la démarche suivante :

- D'abord, on exprime la tension U en fonction de la tension E à vide de la source de tension, du courant I débité par cette dernière et de sa résistance  $r_i$  interne.
- Ensuite, on détermine également la tension  $U'$  en fonction du courant  $I_s$  de la source de courant et de sa résistance  $r'_i$  interne (résistance shunt).
- Et enfin, on en déduit la condition d'équivalence ( $U = U'$ ) des deux sources. Ainsi, nous avons pour les deux sources de tension et de courant des relations formant le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} U = E - r_i \cdot I \\ U' = r'_i \cdot I' = r'_i (I_s - I) = r'_i I_s - r'_i I \end{cases} \quad \textcircled{a}$$

Les deux sources d'énergie sont identiques si et seulement si le système d'équations a) nous donne :

$$\begin{aligned} \forall I : U = U' &\iff E - r_i \cdot I = r'_i \cdot I_s - r'_i \cdot I \\ \forall I : E - r'_i \cdot I_s = (r_i - r'_i) \cdot I &\iff r_i - r'_i = 0 \quad \text{et} \quad E - r'_i \cdot I_s = 0 \\ \iff r_i = r'_i & \quad \text{et} \quad E = r'_i \cdot I_s \quad (\text{ou} \quad \frac{E}{r'_i} = I_s) \end{aligned}$$

**En résumé, une source de tension réelle ( $E$  ;  $r_i$ ) et une source de courant réelle ( $I_s$  ;  $r'_i$ ) sont équivalentes si et seulement si :**

$$\boxed{r_i = r'_i \quad \text{et} \quad E = r'_i \cdot I_s} \quad \text{(II-6)}$$

## IV) Éléments passifs d'un circuit électrique

### IV-1) Généralités

Au chapitre I, nous avions largement traité le cas de la résistance.

Cependant, dans ce présent chapitre l'accent sera également mis sur deux méthodes de montage d'un voltmètre pour la mesure d'une résistance.

Les éléments passifs qui seront traités dans ce chapitre seront dans une large mesure la bobine pure (sans résistance) et le condensateur sans conditions initiales. Mais tout de même, l'accent sera mis uniquement sur les notions de base de ces différents composants.

## IV-2) Résistance électrique

### a) Rappels

Pour rappel, la résistance  $R$  d'un élément est sa capacité à freiner, à s'opposer au passage du courant électrique. L'importance de ce frein se mesure à l'aide d'un ohmmètre et s'exprime en ohms ( $\Omega$ ).

Et d'après la loi d'Ohm, la tension  $U$  aux bornes d'une résistance  $R$  parcourue par un courant électrique  $I$  est le produit de  $R$  et de  $I$  (voir figure II-10). Dans une **résistance, toute l'énergie** fournie par la source s'y trouve entièrement **convertie en chaleur**. On parle de perte (chauffage) par effet Joule tantôt utile dans le cas de production de chaleur tantôt inutile lors du transport.

### b) Mesure de résistance par la loi d'Ohm (figure II-10) et incertitude de mesure

Pour la mesure de la résistance  $R$ , on peut utiliser les montages courte ou longue dérivations respectivement en a) et en b) de la figure II-10 qui suit. Et le **meilleur montage** est celui qui induit **moins d'erreur** (incertitude) sur la mesure de la résistance.

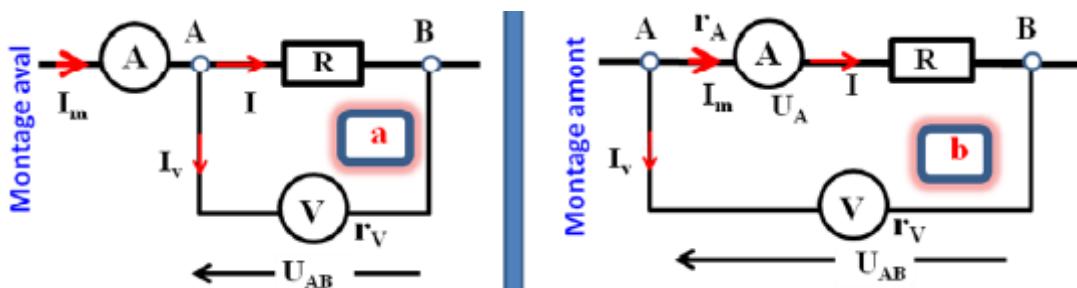


Figure II-10. Montages de mesure de résistance

#### b-1) Paramètre de la figure II-10

Les paramètres de cette figure sont :

- ✓ Les termes  $rv$  et  $rA$  représentent respectivement les résistances du voltmètre et de l'ampèremètre ;
- ✓  $Um$  comme  $Im$  sont les valeurs de la tension ( $Um = UR + UA$ ) et du courant mesurées respectivement par ces derniers ;
- ✓  $UR$  est la tension de la résistance  $R$  (valeur réelle) ;
- ✓  $Rm$  résistance mesurée aux bornes de la résistance  $R$ .

Pour simplifier, on pose  $I = IR$ .

## IV-2) Condensateur

### a) Généralités et calcul de capacité

Un **condensateur** est formé de **deux conducteurs** (armatures) électriques **séparés** par une distance (diélectrique qui peut être de l'air ou un isolant) de permittivité ou constante diélectrique de **l'isolant  $\epsilon$** .

Par conséquent, tout conducteur isolé possède une capacité par rapport aux autres conducteurs. Le condensateur est souvent appelé réactance capacitive ou encore capacité. Il constitue un **véritable réservoir de charges électriques**. Le **condensateur emmagasine de l'énergie sous forme de champ électrique en provenance d'une source et restitue de l'énergie sous forme électrique à une charge**. C'est-à-dire, un condensateur soumis à la tension d'un générateur va accumuler des charges électriques. Lorsque cette tension diminue, les charges précédemment accumulées seront restituées au réseau.

Pour une tension alternative, le condensateur se charge et se décharge au rythme de la fréquence de la source en présentant une réactive capacitive  $X_c$ .

La **capacité** d'un condensateur mesure tout simplement son **aptitude à emmagasiner (ou stocker) des charges électriques** sur ses armatures.

A la figure II-11 suivante, nous représentons un condensateur formé de deux conducteurs (plaques) de même surface  $S$  séparés par un isolant (diélectrique) d'épaisseur  $d$ .

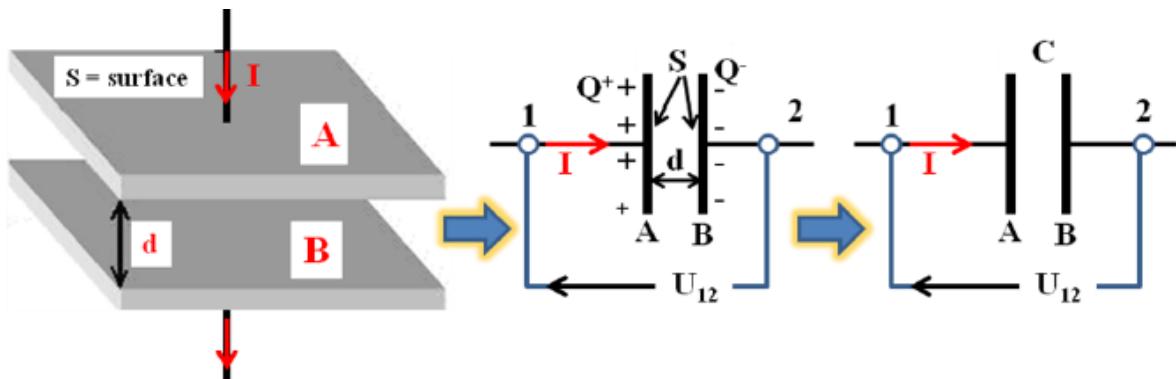


Figure II-11. Condensateur

La capacité  $C$  d'un tel condensateur est définie par la formule suivante et s'exprime en farad (F).

$$C = \frac{S}{d} \quad (\text{II-7a})$$

Dans cette formule (II-7a), la surface  $S$  s'exprime en  $\text{m}^2$  et l'épaisseur  $d$  de l'isolant en m. Cette relation montre que la **capacité** d'un condensateur est liée à :

- La **nature du diélectrique** ou sa permittivité (epsilon) absolue ;
- La surface  $S$  (**surface en regard**) de ses armatures ;
- L'**épaisseur**  $d$  du **diélectrique** (isolant).

Dans cette relation définissant la capacité  $C$  d'un condensateur, la permittivité absolue  $\epsilon$  d'un matériau est le produit de sa permittivité relative  $\epsilon_r$  (voir tableau II-1) multipliée par la permittivité du vide  $\epsilon_0$  selon la relation suivante :

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (\text{II-7b})$$

Autrement dit, la permittivité absolue ou constante diélectrique d'un isolant  $\epsilon$  est fonction de celle de l'air qui est égale à celle du vide.

Quant à la permittivité du vide, elle est égale à :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A.s}}{\text{V.m}} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

Pour les dimensions de la permittivité, on l'exprime d'une manière générale comme suit :

$$\epsilon = \frac{D}{E}$$

Avec, le champ vecteur  $E$  exprimé en  $V.m^{-1}$  et le champ vecteur d'induction  $D$  exprimé en  $C.m^{-2} = A.s.m^{-2}$ . Pour conserver l'homogénéité de l'équation, la grandeur de la permittivité  $\epsilon$  doit donc s'exprimer en  $C.V^{-1}.m^{-1}$  soit encore  $A.s.V^{-1}.m^{-1}$  ou encore picofarad/mètre.

Nous représentons à la figure II-12, deux cas particuliers de calcul de capacité d'un câble coaxial (comme celui de la TV) et deux fils parallèles.

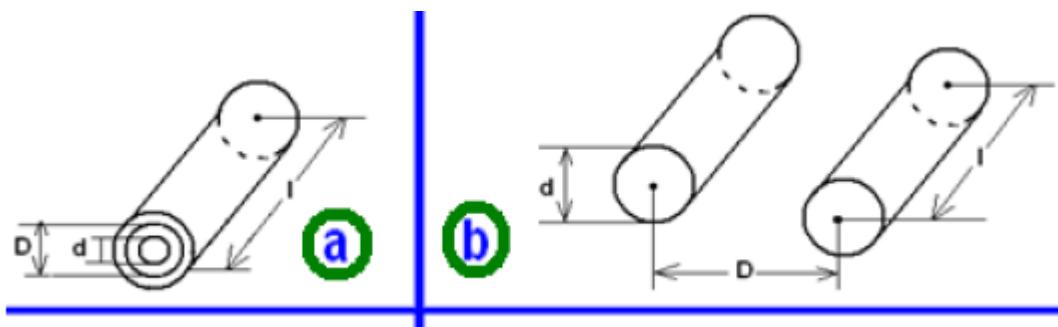


Figure II-12. Câble coaxial a) et deux fils parallèles

La **capacité d'un câble coaxial** (figure II-12 a) de longueur  $l$  est donnée par la relation suivante :

$$C = 24 \cdot 10^{-12} \cdot \epsilon \cdot \frac{1}{\log(D/d)} \quad (\text{II-8})$$

## b) Relations fondamentales d'un condensateur

Les relations fondamentales d'un condensateur peuvent se résumer entre autres autour de sa charge  $q$ , de son intensité  $i$  de charge ou de décharge, de sa puissance  $P$  et de l'énergie  $W$  qu'il peut emmagasinée.

### 1) Charge $q$ d'un condensateur

Etant donné qu'un condensateur est un dipôle qui emmagasine une charge électrique  $q$  qui est **proportionnelle** à la **tension** qui lui est appliquée, alors nous pouvons écrire l'expression de  $q$  (portée par l'armature A par exemple) par la relation suivante :

$$q(t) = C \cdot u(t) = C[V_A(t) - V_B(t)] \quad (\text{II-10})$$

De cette relation (II-10), il en découle que la capacité d'un condensateur est de **1 farad** si une différence de potentiel de **1 volt** entre ses armatures y dépose une charge de **1 coulomb**.

## 2) Intensité i de charge ou de décharge d'un condensateur

La variation de la charge par unité de temps nous donne l'intensité du courant traversant le condensateur.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Par conséquent, en remplaçant la charge q par son expression (II-10) dans l'équation définissant le courant, on obtient la relation (II-12) suivante :

$$\boxed{i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}} \quad (\text{II-11})$$

La relation (II-11) montre que la **caractéristique fondamentale d'un condensateur** est sa tendance à s'opposer à toute **variation de tension** à ses bornes. Par conséquent, **aucun courant** ne circule dans un **condensateur** branché aux bornes d'une **tension non variable**.

Dans ces conditions, le **condensateur** se comporte alors comme un circuit ouvert (**interrupteur ouvert**) car aucun courant ne circule.

## 3) Puissance p et énergie W emmagasinée par un condensateur

La puissance instantanée reçue par un condensateur est le produit de sa tension instantanée  $u(t)$  et de son intensité instantanée  $i(t)$ . Par conséquent, cette puissance s'exprime par la relation suivante :

$$p(t) = u(t).i(t) = u(t).C \cdot \frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{2} C \cdot \frac{du^2(t)}{dt} \quad (\text{II-12})$$

Pour un intervalle de temps  $t$  donné, nous pouvons calculer l'énergie reçue par le condensateur pendant cet intervalle à partir de la relation (II-12) de la puissance. Et pour rappel, la puissance est la vitesse à laquelle est effectué un travail (revoir chapitre I). Autrement dit, la puissance instantanée s'exprime comme suit :

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt}$$

De cette expression de la puissance, on peut en déduire l'expression de l'énergie emmagasinée par un condensateur sous la forme suivante :

$$W(t) = \int_0^t p(x)dx = \frac{1}{2} C \int_0^t \frac{du^2(t)}{dx} dx = \frac{1}{2} C [u^2(t) - u^2(0)] = \frac{1}{2} C u^2(t)$$

En supposant que le condensateur n'est pas initialement chargé, le deuxième terme mis entre les guillemets de l'équation (II-13a) est alors nul c'est-à-dire  $u^2(0) = 0$ . Dans ces conditions, nous pouvons alors simplifier l'équation (II-13a) et on obtient :

$$W(t) = \frac{1}{2} C u^2(t) = \frac{1}{2} q.u(t) = \frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} \quad (\text{II-13b})$$

L'équation (II-13b) est l'expression de l'**énergie électrostatique stockée** dans le condensateur.

Dans ces équations, la puissance  $p$  s'exprime en watt (W), l'énergie emmagasinée en joule (J), la charge en coulomb (C) et le temps en secondes (s).

### c) Groupement de condensateurs

#### 1) Montage série de condensateurs

Soient  $n$  condensateurs montés en série comme à la figure II-13 a.

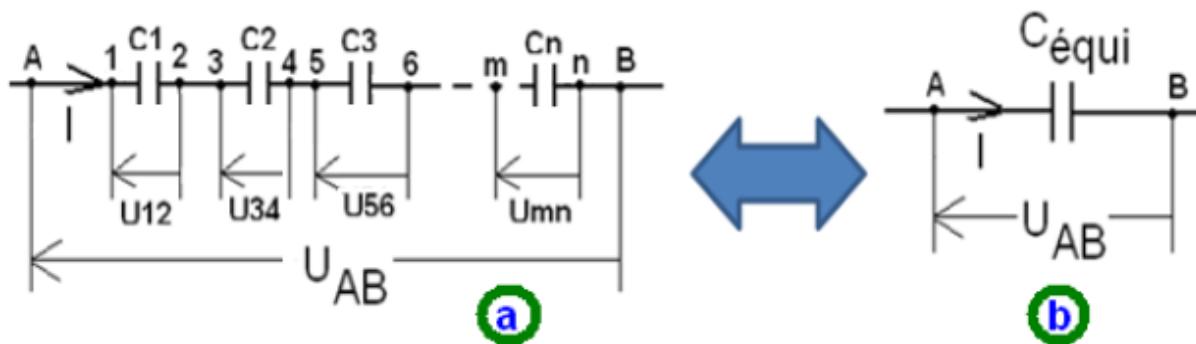


Figure II-13. Montage de n condensateurs en série

A la figure II-13 a) les points A et 1 ; 2 et 3 ; 4 et 5 ; ... ; n et B sont tous au même niveau de potentiel.

Ainsi, la charge électrique sur les plaques est la même pour chaque condensateur et elle égale à la charge du condensateur équivalent. C'est-à-dire que tous ces n condensateurs en série se chargent à la même quantité d'électricité Q (car traversés par un même courant et en même temps).

Et pour trouver la capacité équivalente de ces n condensateurs, on part de la charge des condensateurs.

$$(I = q/t \text{ et } q = CU) \Rightarrow Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = C_3 \cdot U_3 = \dots = C_n \cdot U_n \text{ et} \\ Q = C_{\text{éq}} \cdot U_{AB}$$

$$\text{Avec ; } U_{AB} = U_{12} + U_{34} + \dots + U_{mn}$$

Nous obtenons :

$$U_{AB} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

En remplaçant UAB par sa valeur ( $Q = C_{\text{équi}} \cdot U_{AB}$ ) et en simplifiant par Q nous avons la relation (II-14).

$$\frac{1}{C_{\text{équi}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (\text{II-14})$$

## 2) Montage parallèle de n condensateurs

Pour l'étude d'un tel couplage d'éléments, nous donnons à la figure II-15, un montage en parallèle de n condensateurs. Dans ce montage, toutes les armatures de gauche sont reliées au point A porté au potentiel VA. Idem, celles de droite sont aussi portées au potentiel VB.

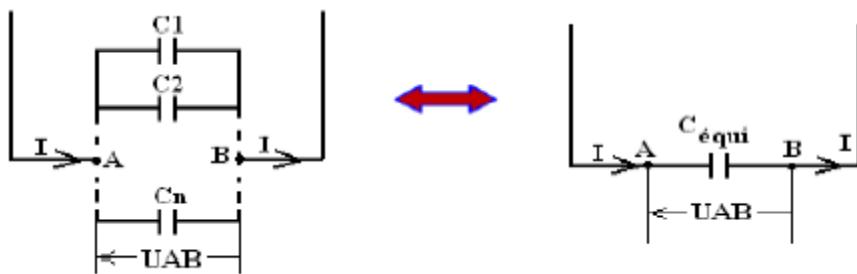


Figure II-15a. Montage en parallèle de plusieurs condensateurs

Pour un tel montage de condensateurs, la charge totale qui arrive au niveau du point A est égale à la somme des charges qui y partent du fait que  $I = dq/dt$  et que

$$I = \sum_{i=1}^n I_i$$

Ainsi, nous obtenons :

$$Q_{\text{totale}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

Avec la relation II-10 ( $C \cdot U = Q$ ), le lien entre les charges devient alors :

$$Q_{\text{totale}} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = U_{AB} \cdot C_1 + U_{AB} \cdot C_2 + \dots + U_{AB} \cdot C_n = U_{AB} (C_1 + C_2 + \dots + C_n)$$

$$\text{D'où} \quad Q_{\text{totale}} = U_{AB} \cdot C_{\text{équi}}$$

Donc, quand on associe plusieurs **condensateurs en parallèle**, le système ainsi constitué est équivalent à un seul condensateur dont la capacité **Céqui est égale à la somme des capacités** des condensateurs associés. D'où la relation suivante :

$$C_{\text{équi}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i \quad (\text{II-15})$$

Cette relation II-15 montre que le calcul de la capacité équivalente de plusieurs condensateurs montés en parallèle s'apparente à celui de la résistance équivalente de plusieurs résistances connectées en série.

**Exemple de calcul de capacité équivalente.** Soient les schémas ci-dessous. Trouver la capacité équivalente vue entre les bornes A et B en choisissant des valeurs arbitraires des différentes capacités.

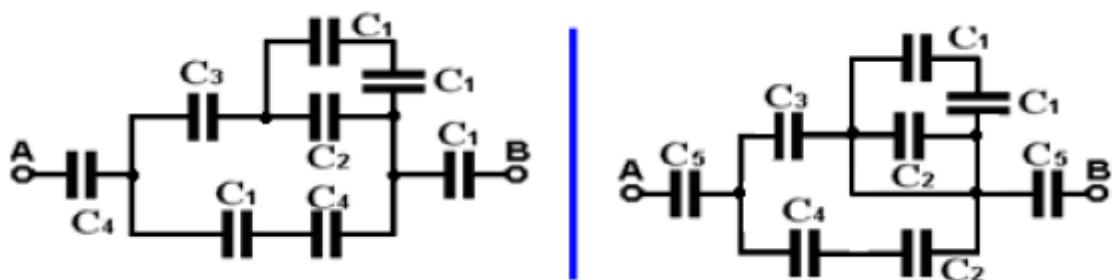


Figure II-15d. Exemple de calcul de capacité équivalente

### e) Utilités d'un condensateur

Avec les propriétés intéressantes des condensateurs, on peut les utiliser pour remplir plusieurs fonctions spécifiques et souvent cruciales dans les installations électriques et montages électroniques. Cependant, ils n'ont pas du tout le même comportement en régime continu ou en régime sinusoïdal.

On trouve les **condensateurs** dans **plusieurs applications** et en particulier :

- **Démarrage des moteurs** asynchrones **monophasés**

Le moteur **monophasé** à courant alternatif est surtout utilisé pour les applications de **faibles puissances**. Ils sont très utilisés dans le domestique (frigo, ventilateur, climatiseur....). Sa construction est plus compliquée que celle du moteur triphasé dans la mesure où son **couple de démarrage est nul**. Autrement dit, le **moteur monophasé ne possède pas un couple de démarrage**. C'est pourquoi, pour le démarrer on le lance soit par la main (méthode peu commande même au pays des "sérère") ou on utilise un artifice de démarrage qui peut être constitué par un condensateur. Donc, ces moteurs possèdent un

**enroulement** (auxiliaire) de **démarrage** (TP et cours de machines (moteur monophasé)) ;

Comme tout moteur électrique, le **moteur monophasé** est constitué de **deux parties principales** : le **rotor** et le **stator**. Le rotor est à cage.

La conception du stator du moteur monophasé est identique à celui d'un moteur triphasé hormis son enroulement auxiliaire de démarrage.

Le stator comprend donc deux enroulements, un enroulement principal (U1-U2) dit enroulement de travail et un enroulement auxiliaire (Z1 - Z2) comportant le même nombre de pôles appelé enroulement de démarrage (figure II-15e).

**L'enroulement auxiliaire** a pour rôle la **création** d'un **champ magnétique résultant tournant**.

Pour cela, il faut non seulement que physiquement, qu'il soit décalé d'un quart de tour de l'enroulement de travail, mais aussi électriquement. Pour se faire, on monte un condensateur C en série avec l'enroulement auxiliaire. Ainsi, l'ensemble (principal + auxiliaire) constitue un bobinage diphasé et le moteur peut fonctionner comme un moteur polyphasé (ici diphasé) qui possède un couple de démarrage.

Pour **augmenter le couple au démarrage**, on **augmente la capacité C** du condensateur en montant un deuxième condensateur C1 en parallèle avec le premier et le déconnecter à l'aide d'un interrupteur centrifuge Ic1 une fois que le rotor tourne. Une fois lancé, si l'on déconnecte son enroulement de démarrage à l'aide de l'interrupteur centrifuge IC, le moteur va continuer à tourner mais en monophasé et non en diphasé.

Pour **augmenter les performances** du moteur monophasé, on peut **maintenir en permanence** en service **son enroulement de démarrage contenant le condensateur**

- **Source d'énergie réactive.**

En courant alternatif le condensateur est une source de puissance réactive. Par conséquent, on peut l'utiliser pour la compensation de l'énergie réactive (TP et cours chapitre V : amélioration du facteur de puissance) d'une installation électrique. Autrement dit, il permet d'améliorer le facteur de puissance ;

Il joue le rôle d'une réactance en laissant **passer le courant alternatif** et en **bloquant le courant continu**. Mais en régime alternatif, le condensateur s'oppose au passage du courant à l'image d'une résistance. Cette propriété

d'opposition au passage du courant électrique s'appelle la réactance, qui est inversement proportionnelle à la fréquence du signal (chapitre V courant alternatif) ;

- Forte capacité d'**absorber une tension élevée en un laps de temps** (application : parafoudre) ;
- **Condensateur de liaison.**

Dans les montages électroniques, on se retrouve souvent avec des tensions continues et alternatives qui ne doivent pas se 'mélanger'. Pour les séparer, on intercale un ou des condensateurs "de liaison", entre le générateur alternatif et l'entrée du montage. Dans ces conditions, à cause de sa réactance (ou impédance), ce condensateur va d'une part laisser passer les signaux alternatifs sans les perturber, et d'autre part empêcher le courant continu de traverser le générateur alternatif. Ainsi, le condensateur de liaison va se comporter en régime continu comme un circuit ouvert (impédance vers infinie) et en régime alternatif comme une impédance capacitive.

- **Condensateurs de découplage.** Dans les montages électroniques en régime continu, l'utilisation de résistances et d'autres composants peuvent perturber les signaux alternatifs. Pour pallier à ces perturbations, on monte en parallèle des condensateurs de découplage (donc en court-circuit pour les signaux alternatifs) avec ces éléments perturbateurs.
- **Condensateurs de lissage** (filtrage). Ils sont utilisés pour réduire l'ondulation d'une tension redressée (passage d'une tension alternative à une tension continue).

## IV-3) Inductance

### a) Généralités

Une **bobine** est un dipôle formé de un ou de **plusieurs**, voire une multitude de **spires** de fil **autour d'un noyau** constitué par le vide ou par un matériau ferromagnétique (favorisant l'induction magnétique) **afin d'augmenter la valeur de l'induction magnétique**. Un **bobinage** (enroulement) de fils conducteurs autour d'un noyau **constitue** une **inductance** appelée aussi réactance inductive ou self.

Autant le **condensateur** a la propriété de pouvoir **emmagasiner de l'énergie sous forme de champ électrique** en provenance d'une source **et de restitue** de

**l'énergie sous forme électrique** à une charge, autant l'**inductance** a la propriété de pouvoir **accumuler** ou de restituer de l'énergie contenue sous **forme de champ magnétique**

### b) Relations de base pour une inductance

- **Valeur de l'inductance L**

La valeur de l'**inductance L** d'une bobine est caractérisée par l'**interaction entre le circuit électrique et le champ magnétique** qu'elle crée. C'est la raison pour laquelle, l'**inductance L** est le **rappart du flux propre** de la bobine **par le courant** qui traverse la ou les spires de cette dernière. A la figure II-16 a) nous représentons une bobine parcourue par un courant I.

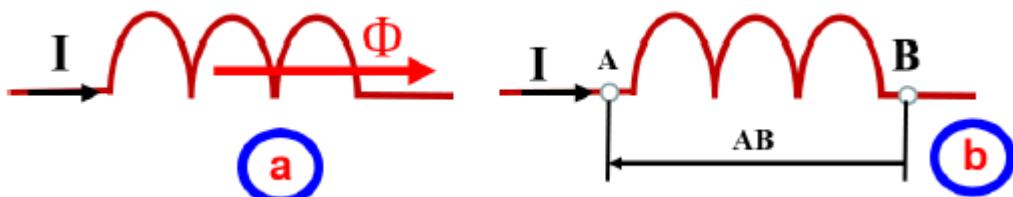


Figure II-16. Bobine

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (\text{II-16})$$

Dans cette équation (II-6), l'intensité I s'exprime en ampère (A) et le flux  $\Phi$  en weber (Wb).

Pour cette relation, il est important de noter que le **flux  $\Phi$**  est celui **produit** par le **courant I qui traverse la bobine** et non celui provenant d'une autre source (aimant, courant, etc.).

### Inductance mutuelle

Soient deux bobines A et B plus ou moins rapprochées l'une de l'autre (figure II-17).

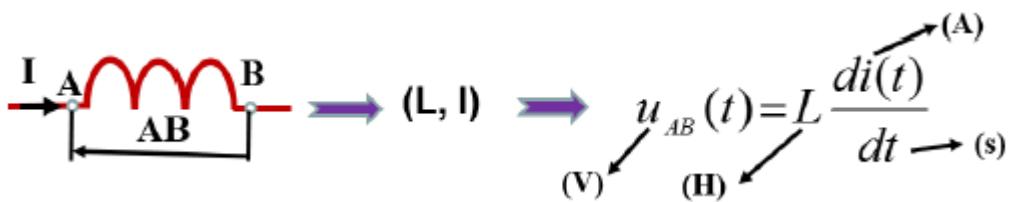
Quand une des bobines (ici la bobine A) est parcourue par un courant  $I_A$ , alors elle produit un flux total  $\Phi_t$ . On considère qu'une partie  $\Phi_A$  de ce flux total est captée (accrochée) par l'autre bobine B. Dans ces conditions, une tension  $E_B$  est induite aux bornes de la 2ème bobine B (conducteur traversé par un flux variable).

Cette tension EB est liée à la fois à la variation du flux  $\Phi_A$  produit par la bobine A et capté par B et au nombre NB de spires de la bobine B. Cause pour laquelle, cette tension est définie par la relation suivante (loi de Lenz):

$$E_B = \frac{N_B \cdot \Delta \Phi_A}{\Delta t}$$

- **Tension aux bornes d'une bobine (figure II-16 b))**

La tension UAB aux bornes de la bobine en tant qu'élément passif (figure II-16 b)) d'inductance L et d'intensité I du courant qui la traverse sont liées par l'équation différentielle (II-22) suivante :



Dans cette relation (II-22) nous avons :

$U_{AB}$  = tension aux bornes de la bobine en (V) ;

$L$  = inductance propre du circuit ou composant en Henry (H) ;

$dI(t)/dt$  = variation du courant qui traverse la bobinée en ampère/seconde.

A partir de la relation (II-22), on peut en déduire le courant qui traverse la bobine et il devient :

$$I = \frac{1}{L} \int_0^t U_{AB}(t) dt + I_0 \quad (\text{II-23})$$

La relation (II-22), montre qu'une bobine (self pure) traversée par un courant continu (non variable) n'a aucun effet sur celui-ci car elle réagit constamment aux variations du courant qui la traverse, suite à un phénomène magnétique.

- **Energie emmagasinée par une bobine idéale**

L'énergie qu'une bobine idéale (sans résistance) peut emmagasiner est proportionnelle à la fois à son inductance L et au carré de l'intensité du courant I qui la traverse. Et cette énergie est régie par la relation qui suit :

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Dans cette relation :

L'énergie W s'exprime en Joule (J) ;

L = inductance en henry (H) ;

I = intensité en ampère (A).

Contrairement à une résistance, une bobine idéale ne dissipe pas de l'énergie sous forme de chaleur (effet Joule).

### • Puissance instantanée d'une bobine

La puissance instantanée d'une bobine est le produit de la tension instantanée par le courant instantané. D'où son expression donnée par la relation suivante :

$$P = u(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \cdot i(t)$$

En posant avec  $i(t) = i$

$$\frac{d(i^2)}{dt} = i \cdot \frac{d(i)}{dt} + \frac{d(i)}{dt} \cdot i = 2 \cdot \frac{d(i)}{dt} \cdot i$$

Ce qui donne :

$$\frac{d(i)}{dt} \cdot i = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(i^2)}{dt}$$

En injectant cette expression dans l'équation de la puissance, on obtient l'expression de la puissance sous la forme suivante :

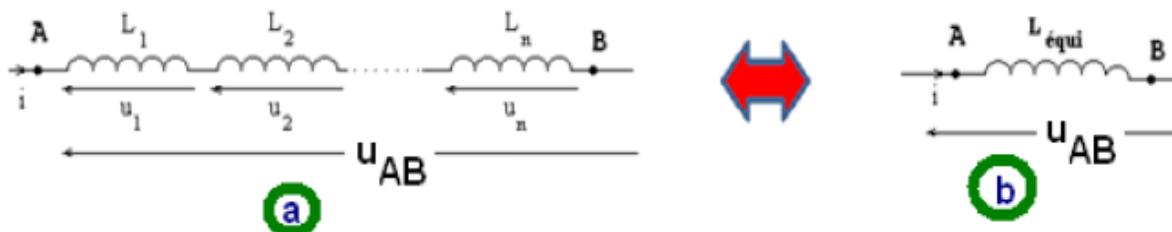
$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{d(i^2)}{dt} \quad (\text{II-26})$$

D'après la relation (II-26), la puissance instantanée fournie à une inductance est définie à partir de la variation du carré de l'intensité qui la traverse. Ainsi, quand le courant augmente, la bobine (inductance) emmagasine de l'énergie. Elle la restitue quand celui-ci diminue.

### c) Montages de bobines pures

#### 1) Association de bobines en série

- **Tension résultante d'un montage série :** Soient n bobines connectées en série (figure II-18a). Pour un tel montage, chaque inductance  $L_i$  est traversée par le même courant  $i$  et soumise à un potentiel  $u_i$ .



a) : Montage en série d'inductances    b) : inductance équivalente d'un montage série

Figure II-18. Montage de bobines en série

La tension  $U_{AB}$  aux bornes de l'ensemble vue entre les bornes A et B est égale à la somme des tensions partielles  $u_i$ . Autrement dit, la tension  $u_{AB}$  est égale à :

$$u_{AB} = u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad (\text{II-27a})$$

#### • Inductance équivalente de n bobines montées en série

Pour un montage série d'inductances, à l'instar des résistances connectées en série, la valeur totale de l'inductance obtenue **Léqui** est égale à la **somme** des valeurs des **inductances** car les bobines en série s'additionnent. Ceci nous donne l'équation (II- 27b) et la figure 18 b).

$$L_{\text{équi}} = L_1 + L_2 + \dots + L_n \quad (\text{II-27b})$$

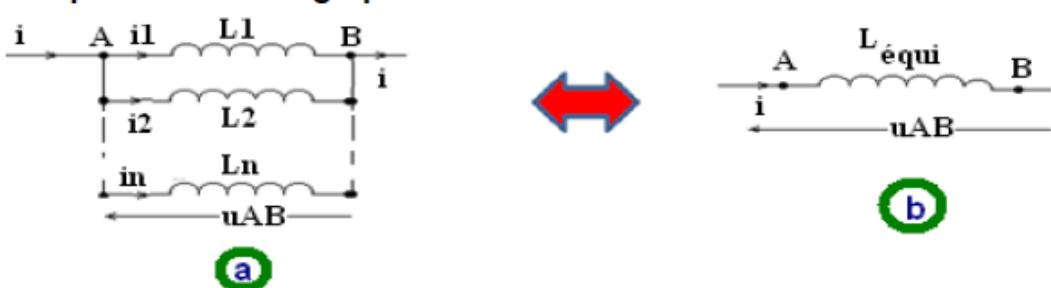
Ce résultat découle de l'équation (II-27a) avec :  $u_{AB} = L_{\text{équi}} \cdot i$  et  $u_i = L_i \cdot i$

**Exercice d'application :** Démontrer la relation (II-27b).

## 2) Montage parallèle de bobines pures

A la figure II-19 a) nous avons un montage d'inductances en parallèle. Pour un tel montage de bobines pures nous avons les caractéristiques suivantes :

- **Tension pour un montage parallèle de bobines**



a) : Montage parallèle d'inductances      b) : Inductance équivalente d'un montage parallèle

Figure II-19. Montage parallèle d'inductances et circuit équivalent

Pour le montage de la figure II-19) a) chaque bobine est soumise à la même tension  $u_{AB}$ . Autrement dit,  $u_{AB} = u_i$ .

- **Intensité de bobines montées en parallèle**

Pour un montage **parallèle de bobines pures**, l'**intensité totale  $i$**  est égale à la **somme des intensités partielles  $I_j$** . Ceci nous donne la relation (II-28a) suivante :

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_n(t) = \sum_{j=1}^n i_j(t) \quad (\text{II-28a})$$

- **Inductance équivalente de bobines montées en parallèle**

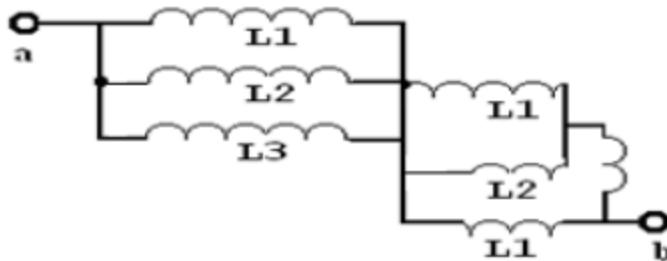
A l'image des résistances montées en parallèle, lorsque des bobines pures sont montées en parallèle, l'inductance totale du circuit diminue. Cette inductance équivalente d'un circuit parallèle est toujours plus petite que la plus petite des inductances parallèles. Donc, la figure II-19 a) peut être remplacée par celle de la figure II-19b). Cette inductance équivalente  $L_{\text{équi}}$  est obtenue à partir de la

relation (II- 28-b) qui résulte de l'équation (II-28a) et de la définition de la tension appliquée aux bornes d'une inductance

$$\left( u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \right)$$

$$\frac{1}{L_{\text{équi}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \quad (\text{II-28b})$$

**Exercice d'application.** Pour le montage qui suit, déterminer l'inductance équivalente vue entre les bornes a et b. On se fixe des valeurs arbitraires pour les différents composants.



#### d) Utilités des bobines

Les **bobines** sont **utilisées** dans **plusieurs applications** parmi lesquelles on peut noter :

- Protection des composants électroniques

D'après la relation définissant la tension aux bornes d'une inductance (II-22), on peut utiliser les bobines comme composant pour **limiter ou ralentir la vitesse d'établissement du courant** ( $u_L(t) = L di/dt$ ) : allumage des moteurs à explosion ;

- Possibilité de **modifier** (transformer) des **tensions** (abaisseur ou élévateur de tension) : voir inductance mutuelle. La bobine (**application transformateur**) nous permet alors d'**utiliser l'énergie électrique en basse tension** pour la sécurité des personnes et des biens, et son **transport** à haute tension pour améliorer son rendement et diminuer le coût du transport.
- Possibilité de **transformer l'énergie électrique en énergie mécanique** (**moteur** électrique : bobinage pour produire un champ magnétique en suite du travail) et vice versa. C'est-à-dire, elle permet aussi de produire de l'énergie électrique (**alternateur** qui transforme l'énergie mécanique en énergie électrique).

- **Electro-aimant** (élément produisant un champ électromagnétique lorsqu'il est sous tension) : disjoncteur, sonnerie, gâche électrique, contacteur....

## Exercices chapitre II

---

**Pour tout ce qui suit, on considère que :**

- Les bobines, comme les condensateurs sont sans conditions initiales, autrement dit, ils sont préalablement complètement déchargés avant leur insertion dans les circuits électriques.
- A l'absence de précision, on considère que les systèmes sont en régime établi (sans régime transitoire où les tensions sont alternatives aux bornes des bobines et des condensateurs).
- Pour toute absence de données également, choisir arbitrairement les valeurs des inductances, des résistances et des condensateurs.

### **Exercice 1 :**

Une bobine d'inductance  $L = 1 \text{ H}$  et de résistance unitaire  $r = 1 \Omega$  est montée en parallèle avec un condensateur de capacité  $C = 1 \mu\text{F}$ . L'ensemble ainsi obtenu est en série avec une bobine pure d'inductance  $L_1 = 2 \text{ H}$ . Le tout est branché pendant très très longtemps sous une tension continue de  $20 \text{ V}$  dont la résistance interne est de  $0,5 \Omega$ .

- Schématiser le système ;
- Déterminer la tension aux bornes de chaque élément ;
- Calculer la puissance débitée par la source.

### **Exercice 2 :**

Un condensateur de capacité  $C_1 = 3 \mu\text{F}$  et une bobine d'inductance  $L = 1 \text{ H}$  sont montés en parallèle. Un autre condensateur de capacité  $C_2 = 5 \mu\text{F}$  et une résistance  $R = 3 \Omega$  sont montés en parallèle. Les deux blocs ainsi obtenus sont montés en série. L'ensemble ainsi obtenu est branché pendant très très longtemps sous une tension continue de  $220 \text{ V}$ .

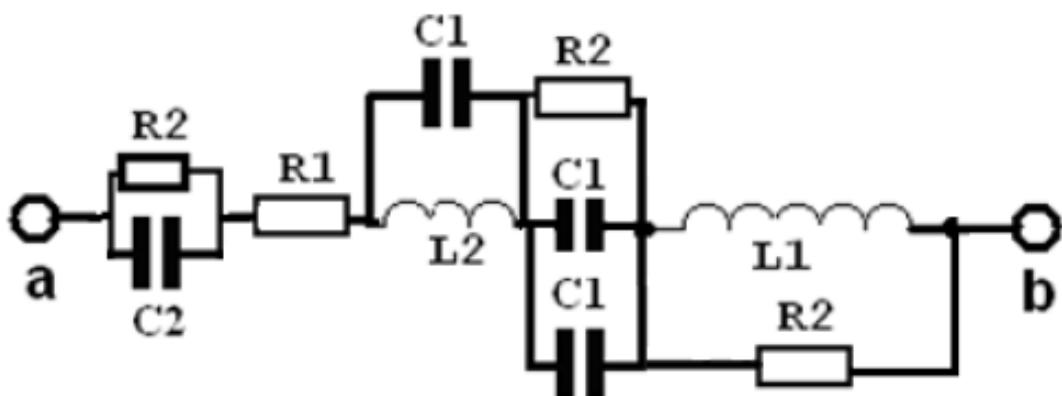
- Schématiser le système ;
- Déterminer la tension aux bornes de chaque élément ;

3) Calculer la puissance fournie par la source au système.

**Exercice 3 :**

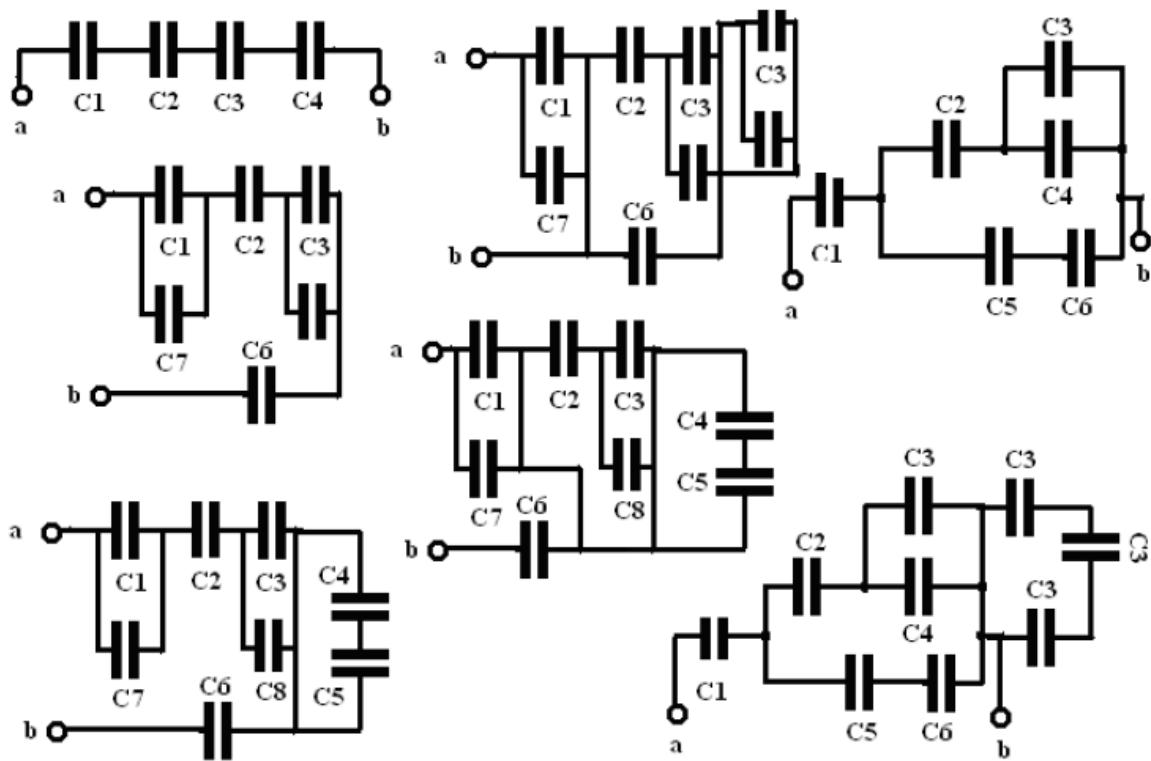
Choisir arbitrairement les valeurs des différents composants de la figure qui suit.  
On applique une tension constante de  $U = 250$  V entre les bornes a et b du circuit.

- 1) Simplifier le maximum le schéma proposé.
- 2) Déterminer le courant débité par la source.
- 3) Quelle serait la puissance fournie par la source si la résistance  $R_1$  tendait vers l'infini (suffisamment grande).
- 4) Quelle serait également la puissance fournie par la source si la résistance  $R_1$  tendait vers zéro (suffisamment petite) ;
- 5) Tracer la variation de l'intensité débitée par la source en fonction de  $R_1$

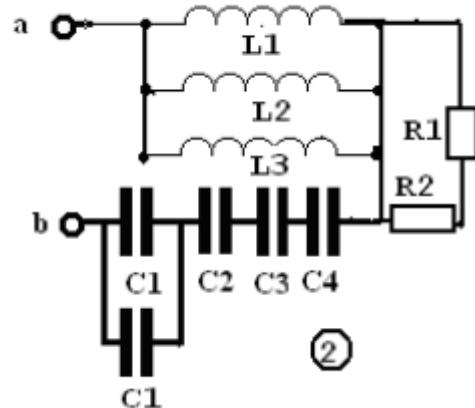
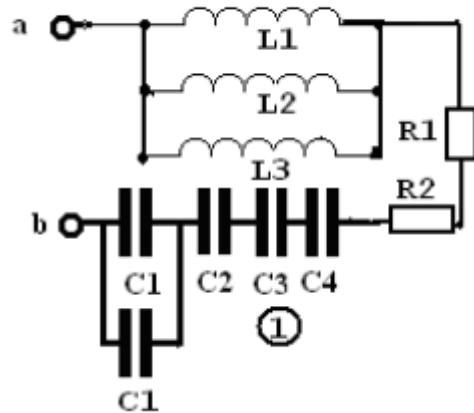


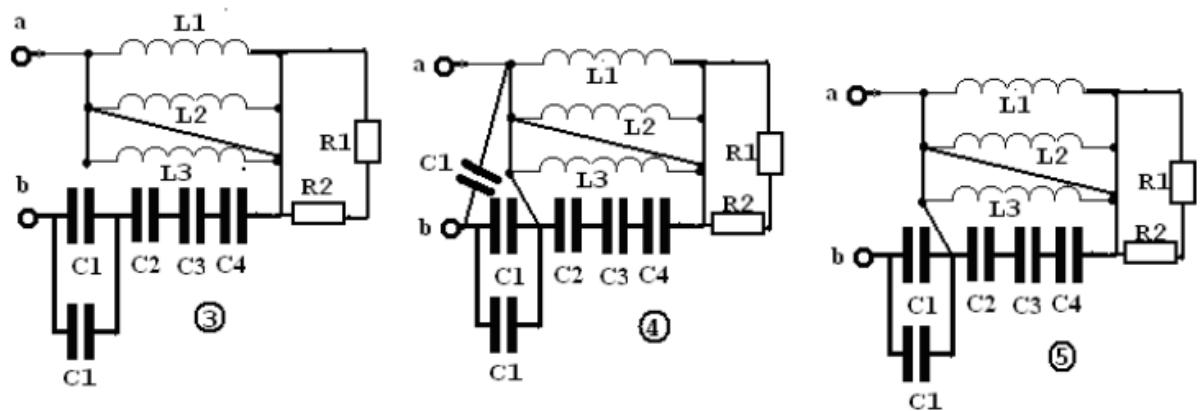
**Exercice 4 :**

En se fixant arbitrairement des valeurs pour les différents composants, simplifier le maximum les circuits suivants vus entre les bornes a et b d'une source donnée.



**Exercice 5 :** Rendre les circuits ci-dessous le plus simplement possible.





**Ecole Supérieure Polytechnique**  
**Institut Supérieur des Métiers de l'Energie (ISME énergie)**  
**Filière : Génie électrique et Energie Renouvelable**

**1<sup>ère</sup> année (1<sup>er</sup> semestre)**  
**Cours de Circuits électriques**

---

***Chapitre III : Montages de récepteurs en courant continu et  
lois de Kirchhoff***

**Sommaire**

**I) Montages de récepteur**

**Introduction**

I-1) Montage en série de récepteurs

a) Généralités

b) Courant dans un montage série

c) Tensions dans un montage série

d) Résistance équivalente d'un circuit série

e) Puissance dans un montage série

I-2) Montage parallèle de récepteurs

a0) Généralités

a) Courants dans un montage parallèle

b) Tension dans un montage parallèle

c) Résistance équivalente dans un montage parallèle

d) Puissance dans un montage parallèle

I-3) Montage mixte (série-parallèle) de récepteurs

I-4) Montages étoile et triangle

a) Quelques définitions

b) Transformation étoile - triangle et vice versa

**II) Lois de Kirchhoff**

II-1) Généralités

II-2) Quelques définitions

a) Branche

b) Noeud

c) Boucle

d) Maille

### II-3) Conventions de signes

II-4) Première loi de Kirchhoff (loi des noeuds)

II-5) Deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles)

II-6) Remarques sur les deux lois de Kirchhoff

### II-7) Conséquences des lois de Kirchhoff

a) Théorème de Thévenin

b) Théorème de Norton

c) Principe de superposition

d) Méthode des mailles

## Exercices

oooooooooooooooooooooooooooo

## I) Montages de récepteur

### Introduction

Un **récepteur** est un appareil électrique qui **transforme l'énergie électrique reçue en une autre forme d'énergie** de type mécanique (moteur), calorifique (résistance), magnétique, lumineuse et chimique...

En électricité, nous avons différents types de montages de ces récepteurs dans un circuit électrique.

Mais, la plupart de ces **éléments** sont **raccordés** soit en **série** ou en **parallèle**. Tout de même, on peut avoir d'autres montages plus complexes comme le montage **mixte** (série-parallèle), le montage **triangle** ou **étoile** entre autres.

Dans ce présent chapitre, l'analyse des circuits va se résumer en grande partie à la détermination des différents paramètres électriques (résistance, tension, intensité et puissance... : rappel chapitre I) de leurs composants. Pour se faire, différentes méthodes seront proposées parmi lesquelles, les deux lois de Kirchhoff, les théorèmes fondamentaux entre autres. Mais, tout comme un étudiant n'utilise pas la tête pour enfonce un clou dans un mur, on n'emploiera non plus le théorème de Norton pour résoudre un simple circuit série. L'utilisation d'une méthode par rapport à d'autres doit avoir une justification (plus rapide et moins compliqué).

Pour fin de calcul et autres, on considère que les **chutes de tension** (pertes énergétiques) au niveau des **fils** conducteurs, des **appareils de mesure** et des **appareillages** électriques (protection des personnes et des biens contre les effets

du courant électrique, commande...) sont **négligeables**. C'est-à-dire que la section des conducteurs et les appareillages électriques (de mesure, protection, commande...) sont choisis de telle sorte qu'ils n'aient aucune résistance au passage du courant électrique (pas de chute de tension due à ces différents éléments).

## I-1) Montage en série de récepteurs

### a) Généralités

Des appareils sont montés en **série** lorsque la **borne de l'un est connectée à la borne du suivant** de façon à avoir une **chaîne parcourue par un même courant**.

A la figure III-1a, le générateur (la source), la lampe, le moteur et la résistance sont montés en série. En effet, ils sont en chaîne et sont parcourus par un même courant. Quant à la figure III-1b, les trois lampes sont en série et alimentées sous une tension E.

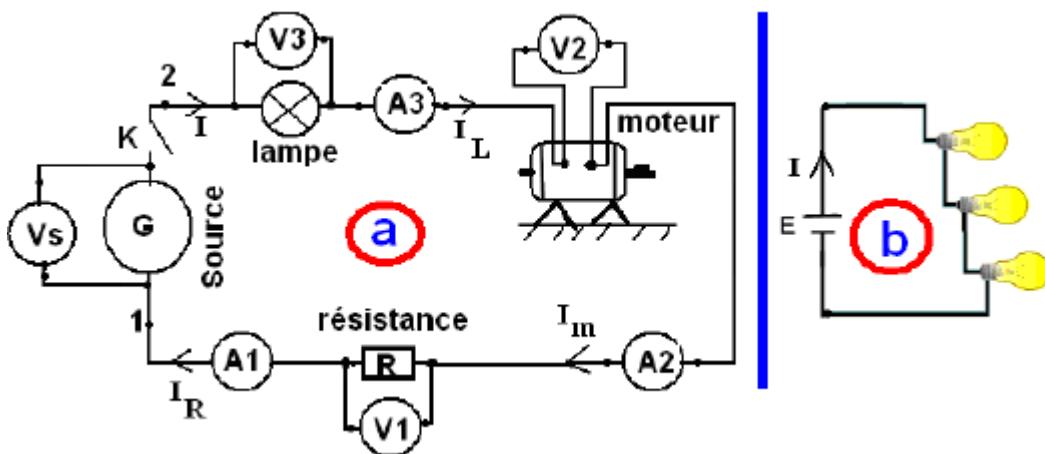


Figure III-1. Montage en série d'éléments

### b) Courant dans un montage série

Pour déterminer l'intensité qui traverse chaque élément de la figure III-1a, nous insérons dans ce montage des ampèremètres. Ainsi, en fermant l'interrupteur K dudit circuit, les différents ampèremètres mesurent la même valeur d'intensité. Nous pouvons alors conclure que pour un **montage série**, **tous** les éléments sont **parcourus par un même courant**. C'est-à-dire que tous les courants sont égaux car les électrons restent piégés et ne peuvent pas quitter les conducteurs dans

lesquels ils y circulent. Ainsi, pour ce montage série nous avons la relation (III-1) suivante :

$$I_m = I_L = I_R = I \quad (\text{III-1})$$

### c) Tensions dans un montage série

Pour déterminer les différentes tensions des différents éléments, nous branchons aux bornes de chaque composant du circuit III-1a) un voltmètre. Une fois l'interrupteur K fermé nous constatons que pour un tel montage la **somme** des **tensions** des différents **récepteurs** (charges) est **égale** à la **tension** de la **source**. Ici pour la figure III-1a), nous avons  $E_s = U_1 + U_2 + U_3$  avec  $U_i$  = tension indiquée par le voltmètre  $V_i$  et  $E_s$  = tension de la source.  
Mais d'une manière générale, pour un montage de n récepteurs montés en **série** on retient que :

$$E_{\text{source}} = \sum_{i=1}^n U_i \quad (\text{III-2})$$

Remplaçons respectivement le moteur et la lampe de la figure III-1a) par des résistances  $R_2$  et  $R_3$ . En appliquant la loi d'Ohm pour chaque résistance la relation (III-2) devient alors :  $E_s = R_1I + R_2I + R_3I$  et avec  $I_1 = I_2 = I_3 = I$  nous avons :

$$E_s = RI + R_2I + R_3I = (R + R_2 + R_3)I \quad (\text{III-3})$$

#### **Remarque : Technique de diviseur de tension**

Quand on a un ensemble de **résistances** montées en **série aux bornes** d'une **source de tension**, alors on dit qu'elles sont connectées en **technique de diviseur de tension**. Dans ces conditions, la tension  $U_i$  appliquée aux bornes d'une résistance  $R_i$  (ou groupe de résistances montées en série) donnée est le produit de la valeur ohmique de celle-ci et de la tension  $E$  de la source, divisé par la résistance  $R_{\text{équi}}$  totale (équivalente).

Pour la figure III-1' ci-après et pour  $U_i = R_i \cdot I$  et  $E = R_{\text{équi}} \cdot I$  ; nous avons :  $U_i = R_i \cdot E / R_{\text{équi}}$

En règle générale, pour n résistances montées en série, on obtient la relation suivante :

$$U_i = \frac{R_i}{\sum_{k=1}^n R_k} E \quad (\text{III-3'})$$

**Exemple III-0:** Pour le circuit ci-dessous, déterminer la tension aux bornes de la résistance r en utilisant la technique de diviseur de tension.

On donne  $r = r_1 = r_2 = 1 \Omega$  et  $E = 24 \text{ V}$ .

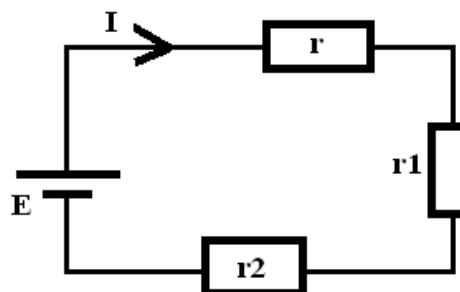


Figure III-1. Montage en série d'éléments et technique de diviseur de tension

En utilisant la relation (III-3'), on en déduit :

$$U_i = \frac{R_i}{\sum_{k=1}^n R_k} E = \frac{r}{r + r_1 + r_2} \cdot 24 = \frac{1}{1+2+3} \cdot 24 = 4V$$

### e) Puissance dans un montage série

Pour mesurer les différentes puissances des différents éléments, on insère dans le circuit de la figure III-2 des wattmètres (appareil de mesure de puissance active dont l'étude exhaustive se fera en cours de réseau électrique).

Pour un tel montage de wattmètres, ces appareils montrent que la **somme** des **puissances absorbées** par les n charges (ici 3) est **égale** à la **puissance fournie par la source**. D'où la relation (III-5) suivante :

$$P_g = \sum_{i=1}^n P_i \quad (\text{III-5})$$

Cette relation (III-5) découle de la loi de conservation de l'énergie.

C'est ainsi que pour la figure III-2-1 nous avons la relation suivante :

$$P_g = P_{r1} + P_{r2} + P_{r3}$$

Avec :  $P_g = E_g \cdot I$  où  $E_g$  est la tension aux bornes du générateur,  $I$  le courant débité par ce dernier et on considère qu'il n'y a pas de pertes au niveau des fils conducteurs.

**Exemple III-1:** Considérons le montage de récepteurs ci-dessous. Dans ce montage, les résistances sont exprimées en ohm et on donne :

$E = 110 \text{ V}$  ;  $R_1 = 1 \Omega$  ;  $R_2 = 5 \Omega$  ;  $R_3 = 10 \Omega$  ;  $R_4 = 15 \Omega$  ;  $R_5 = 20 \Omega$ .

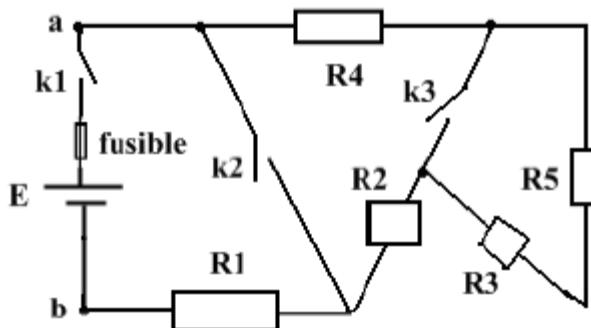


Figure III-3. Exemple de montage série de résistances

#### A) Mesure de résistances

Pour déterminer la résistance équivalente vue entre les bornes a et b du montage de la figure III-3, un étudiant de l'ISME veut utiliser un ohmmètre. Pour se faire, il ferme l'interrupteur  $k_1$  et branche son appareil entre les bornes a et b. Commenter le geste et quel conseil pouvez-vous lui apporter.

#### B) Trouver :

a) La résistance équivalente vue entre a et b pour :

- 1) Tous les trois  $k_i$  ouverts ;
- 2) Pour  $k_1$  et  $k_2$  ouverts et  $k_3$  fermé ;
- 3) Pour  $k_1$  ouvert,  $k_2$  fermé et  $k_3$  ouvert ;
- 4) Pour  $k_1$  ouvert,  $k_2$  fermé et  $k_3$  fermé.

b) Le courant, la tension et la puissance de chaque élément pour :

- 1) Tous les  $k_i$  fermés ;
- 2)  $k_1$  fermé,  $k_2$  ouvert et  $k_3$  fermé ;
- 3)  $k_1$  fermé,  $k_2$  fermé et  $k_3$  ouvert ;
- 4) En déduire pour chaque cas, le calibre du fusible de protection.

## I-2) Montage parallèle de récepteurs

### a0) Généralités

Des **appareils** sont montés en **parallèle** lorsque **leurs bornes** sont raccordées aux deux mêmes points (**2 niveaux de potentiel**). Par conséquent, ces appareils sont soumis à une même tension.

*C'est ce type de montage qui est le plus souvent utilisé dans les installations électriques où la tension des appareils est partout la même.*

*Et particulièrement dans le domestique, c'est le montage parallèle qui est fait où tous les appareils sont soumis à une même tension (celle de 220 V obtenue avec une phase et le neutre) d'alimentation.*

Pour la figure III-40, les prises de courant, le moteur et les lampes sont soumis à une même tension de 220 V (potentiel phase et potentiel neutre).

Autrement dit, pour cette figure,  $V_{\text{moteur}} = V_{\text{lampe}} = V_{\text{prise}} = V_{1n} = 220 \text{ V}$ .

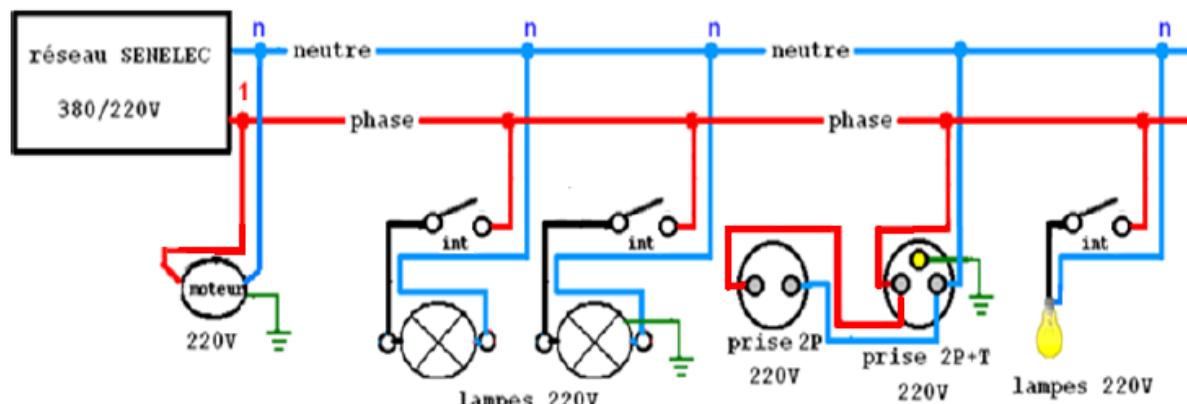


Figure III-40. Montage parallèle de prises de courant, de moteur et de lampes

D'une manière générale, considérons le montage de la figure III-4, où nous avons trois résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  montées en parallèle et alimentées par un générateur  $G$ . Sur ce schéma, les 4 bornes ( $a$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ ) supérieures sont reliées entre elles et les 4 bornes inférieures ( $b$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$ ) sont également raccordées entre elles. Autrement dit, toutes les bornes supérieures sont au même niveau de potentiel et il en est de même pour toutes les bornes inférieures. Dans ces conditions de montage d'éléments, le couplage **parallèle** est une association de récepteurs soumis à la **même tension** électrique  $U_{ab} = V_a - V_b$ .

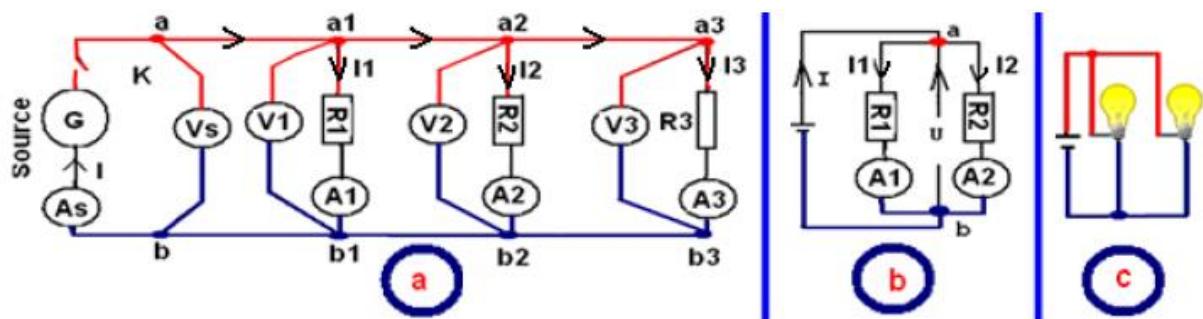


Figure III-4. Montage parallèle de récepteurs

### a) Courants dans un montage parallèle

En insérant des ampèremètres dans le circuit de la figure III-4a, nous avons des indications de ces derniers liées par la relation suivante :  $I = I_1 + I_2 + I_3$

Donc pour un montage **parallèle**, le **courant** débité par la **source** est égal à la **somme** des **courants** tirés par les différentes **charges** alimentées. Et cela se traduit par la relation suivante :

$$I = I_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (\text{III-6})$$

### b) Tension dans un montage parallèle

En introduisant des appareils de mesure de tension (voltmètres) dans le circuit, on constate que ces derniers indiquent la même tension car ils sont raccordés aux mêmes deux points ( $a_i$  et  $b_i$ ). Ainsi, en fermant l'interrupteur K de la figure III-4a, les voltmètres  $V_s$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  donneront la même lecture.

En conclusion, dans un **montage parallèle** la **tension** est la **même** aux bornes de chaque élément.

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_s \quad (\text{III-7})$$

C'est ce résultat de la relation (III-7) qui explique que dans nos maisons tous les appareils sont en parallèle et fonctionnent sur une même tension 220 V (réseau SOMELEC). C'est-à-dire que la tension de chaque charge électrique (frigo, climatiseur, lampes, prises...) est égale à celle de la source (SENELEC). Par exemple, dans une maison toutes les prises électriques possèdent une même tension

**électrique V de 220 V car elles sont montées aux mêmes deux points; à savoir potentiel phase et potentiel neutre.**

### c) Puissance dans un montage parallèle

Comme pour un **montage série**, la puissance fournie par la **source** dans un **montage parallèle** est **égale** à la **somme des puissances** consommées par les différentes **charges** (ici les trois résistances). Ce constat peut être vérifié par 4 wattmètres montés dans le circuit et mesurant respectivement la puissance de la source et celles des trois autres puissances consommées par les trois résistances de la figure III-3.

Donc, pour un montage parallèle le bilan des puissances, nous donne la même relation (III-5) suivante :

$$P_{\text{source}} = \sum_{i=1}^n P_i = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = U_s \cdot I \quad (\text{III-9})$$

### **Remarque : technique de diviseur de courant**

Quand on a un ensemble de **résistances** montées en **parallèle** aux bornes d'une **source de courant I** (ou courant d'entrée d'une manière générale), alors on dit qu'elles sont connectées en **technique de diviseur de courant**. Dans ces conditions, le courant  $I_i$  dans une branche (résistance  $R_i$ ) donnée, est le produit de la valeur ohmique de la résistance  $R_{\text{équi}}$  équivalente des branches parallèles et du courant  $I$  divisé par la résistance  $R_i$ .

Avec la figure III-4 b) nous avons les relations suivantes :

$I = I_1 + I_2$  et  $U = U_1 = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2 = R_{\text{équi}} \cdot I$ . Avec  $I_i = U \cdot G_i$  on obtient :

$I = I_1 + I_2 = U \cdot G_1 + U \cdot G_2 = (G_1 + G_2) \cdot U$  et  $I_1 = G_1 \cdot U$  d'où :  $I_1/I = G_1 / (G_1 + G_2)$

**Et d'une manière générale, pour n résistances montées en parallèle, la technique de diviseur de courant nous donne l'intensité  $I_i$  comme suit :**

$$I_i = I \cdot \frac{G_i}{\sum_{k=1}^n G_k}$$

Pour la figure III-4, et pour  $E = R_i \cdot I_i$  et  $E = I \cdot R_{\text{équi}}$  ; nous avons ;

$$I_i = I \cdot R_{\text{équi}} / R_i$$

**Exemple III-2:** Un générateur dont la tension à ses bornes est égale à 220 V, alimente des résistances (voir figure III-5).

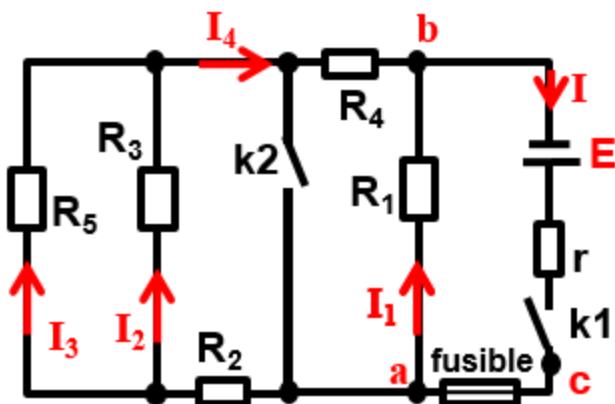


Figure III-5. Exemple de montage en parallèle

Données :

$$R_1 = 1 \Omega ; R_2 = 5 \Omega ; R_3 = 10 \Omega ; R_4 = 15 \Omega ; R_5 = 10 \Omega \text{ et } r = 0,1 \Omega.$$

- a) Pour les interrupteurs k1 et k2 ouverts trouver la résistance équivalente vue entre b et c
- b) Pour k1 ouvert et k2 fermé déterminer la résistance équivalente vue entre b et c
- c) Pour k1 fermé et k2 ouvert pour chaque élément :
  - trouver :
  - \* le courant qui y circule ;
  - \* la tension appliquée à ses bornes ;
  - \* la puissance fournie ou transformée en chaleur ;
  - vérifier la loi de conservation de l'énergie ;
  - Déterminer le calibre du fusible :
- d) Pour k1 et k2 fermés répondre aux mêmes questions c) et d).
- e) Vers quelle valeur la résistance R1 doit-t-elle tendre pour que la production de la source se résume à sa propre consommation.

### I-3) Montage mixte (série-parallèle) de récepteurs

Un montage est dit mixte série-parallèle s'il est composé d'un ensemble de résistances montées en série et en parallèle.

Pour un tel montage, pour obtenir la résistance équivalente de l'ensemble des résistances, on peut opter la démarche suivante :

- d'abord, on remplace les résistances parallèles par leurs résistances équivalentes ;
- ensuite, on remplace les résistances montées en série par leurs résistances équivalentes ;
- et enfin, on trouve la résistance qui peut remplacer cet ensemble de résistances équivalentes.

A titre d'exemple, à la figure III-6 ci-dessous, nous avons des résistances qui sont montées en série et en parallèle.

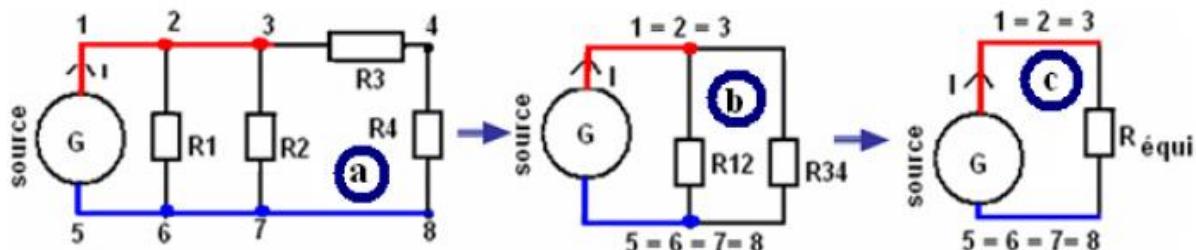


Figure III-6. Montage mixte de résistances

Comme tout type de montage, le bilan des puissances montre toujours que la puissance fournie par la source dans un montage mixte est égale à la somme des puissances consommées par les différentes charges (ici les quatre résistances) en rapport avec la loi de conservation de l'énergie. Ce constat peut être vérifié à l'aide de wattmètres montés dans le circuit et mesurant respectivement la puissance de la source et celles des autres puissances consommées par les différentes résistances.

Donc pour un montage mixte aussi le bilan des puissances nous donne :

$$P_{\text{source}} = \sum_{i=1}^n P_i = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + \dots + P_n = E_g \cdot I \quad (\text{III-10})$$

## I-4) Montages étoile (Y) et triangle

### a) Quelques définitions

Il est bien vrai que nous traiterons en long et en large ces deux types de montages de récepteurs dans le cours du réseau électrique au le chapitre intitulé ‘‘ système triphasé’’, nous donnons tout de même un certain nombre de définitions dans ce présent chapitre.

Quand les **trois bornes** d’entrée ou de sortie de trois récepteurs (ici résistances) sont **reliées à un même point**, alors on dit qu’ils sont connectés en **étoile**. La connexion étoile est symbolisée par **Y** ou **T** (voir respectivement figure III-8 a et III-8b).

Par contre, quand les **trois résistances** sont **connectées en série** en **constituant une maille** (circuit fermé) où les **bornes de connexion** sont **raccordées au circuit extérieur** (source d’alimentation ou autre), alors elles forment un **triangle** noté ( $d$ ,  $D$ ,  $\Delta$ ) ou en **pi** ( $\pi$ ) (voir respectivement figure III-9a et III-9b).

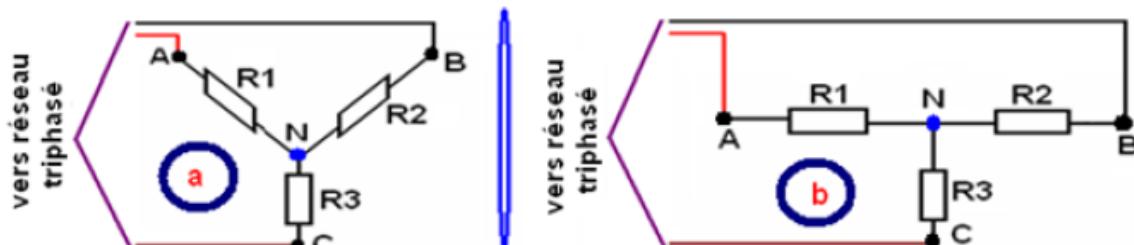


Figure III-8. Montage de résistances en étoile Y (a) et en T (b)

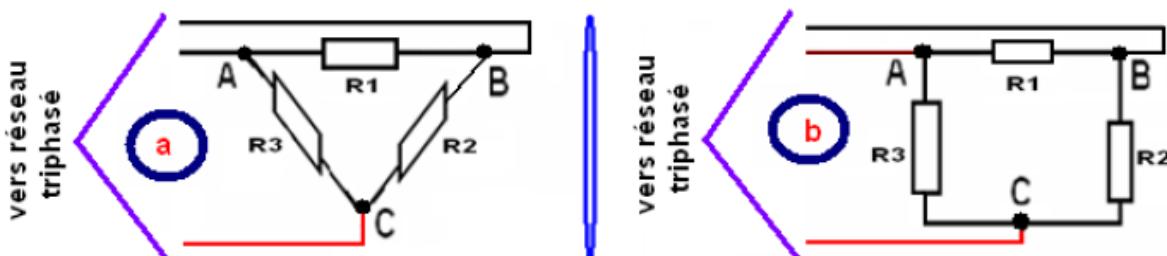


Figure III-9. Montage de résistances en triangle  $\Delta$  (a) ou en  $\Pi$  (b)

### b) Transformation étoile - triangle et vice versa

Jusqu’à présent la détermination des paramètres ( $I$ ,  $U$ ,  $P$ ,  $W$ ) des circuits électriques s'est faite à l'aide des méthodes classiques (série, parallèle, mixte série-parallèle, techniques de diviseur de tension et de courant).

Toutefois, quand le circuit contient des montages plus complexes comme triangle ou étoile les méthodes utilisées précédemment montrent des insuffisances.

Pour contourner ces manquements, on utilise des transformations d'un montage triangle par un montage équivalent en étoile et vice versa.

Tout de même, cette **transformation** d'un montage **triangle** par un montage équivalent **en étoile et vice versa ne doit pas rompre l'équilibre électrique** de la portion du circuit en question. Autrement dit, si l'on branche un ohmmètre entre deux points de la portion du circuit considérée, la résistance doit rester **inchangée avant et après la transformation** pour que les courants circulant dans cette portion restent aux aussi inchangés.

Cette transformation se traduit par les équations suivantes entre les différentes bornes du circuit de transformation étoile en triangle et vice versa (voir figure III-10).

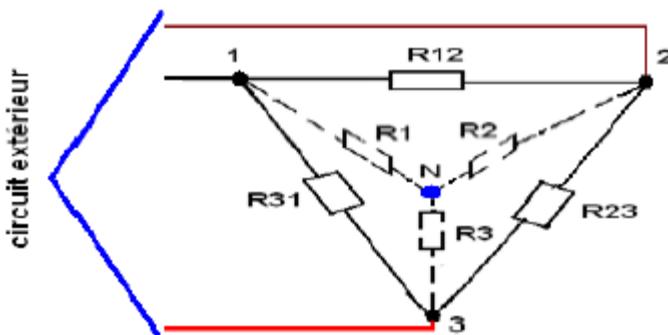


Figure III-10. Transformation étoile en triangle et vice versa

$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (\text{III-11})$$

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (\text{III-12})$$

$$R_1 + R_3 = \frac{R_{31}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (\text{III-13})$$

Les équations (III-11), (III-12) et (III-13) en maintenant l'équilibre électrique de la portion du circuit en question lient les différentes résistances des deux types montages.

Pour une transformation d'un montage étoile en triangle, la résolution de ces équations (III-11), (III-12) et (III-13) donne l'expression des résistances triangle ( $R_{ij}$ ) en fonction de celles du montage étoile ( $R_k$ ).

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} \quad (\text{III-14})$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \quad (\text{III-15})$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2} \quad (\text{III-16})$$

Et pour une transformation d'un triangle en étoile (expression des résistances étoile  $R_k$  en fonction de celles du triangle  $R_{ij}$ ) la résolution des équations (III-11), (III-12) et (III-13) nous donne les équations suivantes :

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (\text{III-17})$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (\text{III-18})$$

$$R_3 = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (\text{III-19})$$

**Exemple III-4 :** Trouver la puissance totale fournie par la source aux différents récepteurs des circuits ci-dessous avec  $R_1 = R_2 = R_3 = 2 \Omega$  ;  $R_5 = R_4 = 4 \Omega$  et  $E = 220 \text{ V}$ .

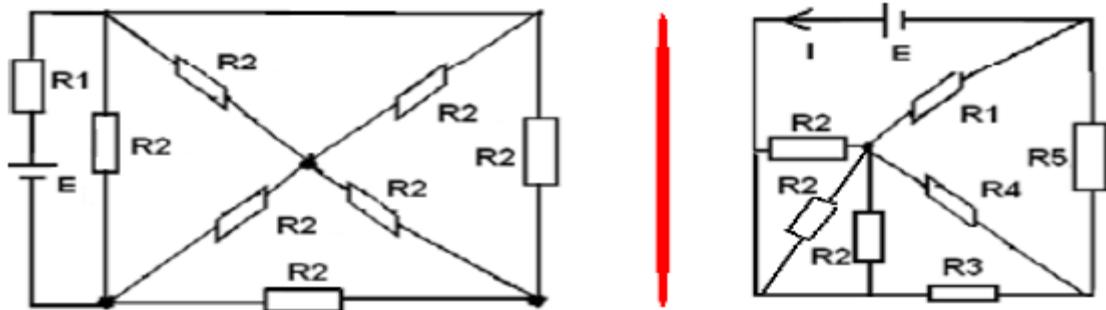


Figure III-11. Exemple de transformation étoile en triangle et vis versa

## II) Lois de Kirchhoff

### II-1) Généralités

Dans les installations électriques, il est important de maîtriser les lois de Kirchhoff, dans le but de dimensionner ses différents composants (appareillages électriques de protection (fusibles, disjoncteurs...), des personnes et des biens contre les effets du courant électrique), de commande, de connexion, des conducteurs.....

Pour trouver les paramètres (courants, tensions, puissances...) des circuits complexes qui ne sont ni en série ni en parallèle, on utilise d'autres méthodes plus puissantes parmi lesquelles on peut noter les 2 lois de Kirchhoff. Ces 2 lois permettent de déterminer entièrement l'état électrique des circuits plus complexes que ceux montés en série, en parallèle ou mixte comme nous l'avons vu au paragraphe I. A la figure III-12 nous représentons un exemple d'application de ces deux lois de Kirchhoff.

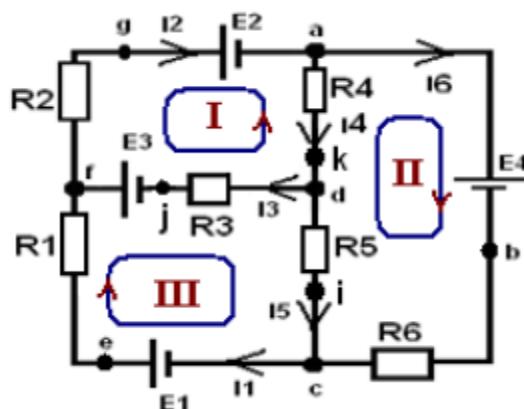


Figure III-12. Exemple d'application des lois de Kirchhoff

La 1ère loi relative aux noeuds, s'appelle loi des nœuds tandis que celle qui est liée aux mailles se nomme loi des mailles. Ces deux lois mettent en exergue le principe de la conservation de la charge électrique et de l'énergie dans un circuit électrique.

L'application de ces deux lois nécessite au préalable d'établir quelques définitions et conventions de signes.

## II-2) Quelques définitions

Un circuit électrique contient un ensemble de portions et parmi les quelles on peut citer : la branche, un nœud et une maille (boucle).

### a) Branche

Une branche électrique est une **portion** de circuit comprise **entre deux nœuds** dont ses éléments sont montés en série et parcourus par une même intensité. Elle est constituée **d'au moins un élément**.

Exemple de branches : Pour la figure III-12 précédente, nous avons les branches suivantes : akd ; abc ; dic ...

### b) Nœud

Un nœud est un **point d'intersection** (point commun) à **au moins 3 branches**.

Exemple de nœuds : Pour la figure III-12 nous avons les nœuds suivants : a; d; c et f.

### c) Boucle

Une boucle est composée de **branches** montées en **série** et formant un contour **fermé**. A la figure III-12 nous avons 7 boucles parmi lesquelles on peut noter : abcidka ; dicefjd ; akdjfga.....

### d) Maille

Elle est un ensemble de branches disposées en série et formant un circuit fermé où chaque branche n'étant comptée qu'une seule fois. La maille proprement dite constitue la **fenêtre** du **circuit**. Elle est une boucle particulière sans coupure (sans traverser) de branches.

Pour notre exemple de la figure III-12 nous avons 3 mailles : abcidka ; dicefjd et akdjfga.

**Remarque :** Dans certains documents, il n'y a pas de différence entre boucle et maille.

## II-3) Conventions de signes

L'application des deux lois de Kirchhoff exige un certain nombre de conventions et notamment :

- Le choix arbitraire du sens de circulation du courant pour chaque branche si ce sens n'est pas imposé dans les données du problème ;
- Le choix arbitraire du sens de circulation du courant le long de chaque maille (boucle).

Une fois ces deux choix effectués, les courants dans les différentes branches du circuit deviennent désormais des grandeurs algébriques.

- Ainsi, l'intensité du courant dans une branche est comptée positive si celui-ci circule dans le sens choisi de la maille et elle est négative dans le cas contraire.
- De considérer désormais positive une f.e.m ou f.c.e.m si, en parcourant la maille dans le sens positif choisi, on sort par la borne positive du générateur ou du récepteur, dans le cas contraire les f.e.m ou f.c.e.m seront négatives.
- De compter également positive une chute de tension ohmique dans une résistance si, le sens de la maille coïncide avec le sens du courant dans la résistance. Cette chute de tension là est négative dans le cas contraire.

## II-4) Première loi de Kirchhoff (loi des nœuds)

La **première loi** de Kirchhoff communément appelée loi des nœuds stipule que la **somme des intensités** des courants qui **arrivent** à un nœud est **égale** à la **somme des intensités** qui en **partent**. Autrement dit, la **somme algébrique** de toutes les **intensités** (positive ou négative) des courants qui **aboutissent à un nœud** est **nulle**. Cette loi se traduit par l'équation (III-20) ci-après :

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (\text{III-20})$$

**Exemple** : appliquer la 1ère loi de Kirchhoff au noeud A de la figure III-13 suivante :

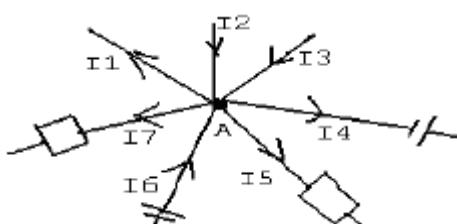


Figure III-13. Application de la loi des noeuds

Les **intensités** des courants sont des **grandeurs algébriques** (positives ou négatives).

D'après la loi des nœuds, on a donc la **somme algébrique des courants** au niveau du **nœud A** qui doit être **nulle**. C'est-à-dire :

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$

$$I_1 + I_4 + I_5 + I_7 = I_2 + I_3 + I_6 \quad (\text{III-20a})$$

Cette **première loi** de Kirchhoff traduit seulement qu'il **ne peut pas y avoir une accumulation de charges électriques à un nœud donné**.

## II-5) Deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles)

La deuxième loi, relative aux mailles s'annonce comme suit : le long d'une maille (boucle) quelconque d'un circuit électrique, la **somme algébrique des différences de potentiels** aux bornes des **résistances** est égale à la **somme algébrique des forces électromotrices** (positives) et des **forces contre électromotrices** (négatives). Ceci se traduit par l'équation (III-23) suivante :

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{j=1}^m R_j I_j \quad (\text{III-23})$$

Dans cette relation (III-23) :

$E_i$  = force électromotrice ou contre électromotrice  $i$  ;

$R_j$  = résistance  $j$  ;

$I_j$  = courant qui parcourt la résistance  $R_j$ .

Cette 2ème loi découle de la définition de la tension comme étant la différence de potentiel entre deux points d'un circuit électrique.

Pour rappel, la tension  $V_{ab}$  entre deux points  $a$  et  $b$  est défini comme suit :

$V_{ab} = V_a - V_b$  où  $V_a$  et  $V_b$  étant les potentiels respectifs aux points  $a$  et  $b$  et que  $V_a$  est positif par rapport à  $V_b$  si  $V_{ab} > 0$ . Donc, en additionnant toutes les

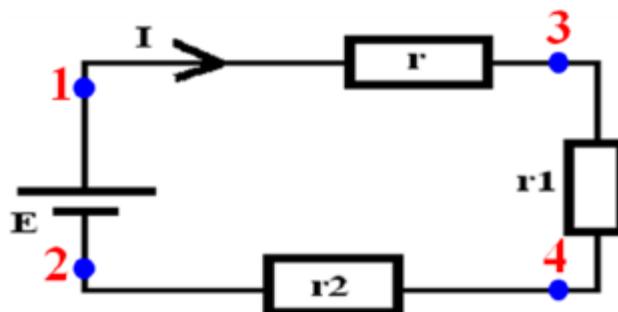
tensions d'une maille d'un circuit électrique et en se servant de cette définition, on obtient un résultat nul.

Ainsi, l'équation (III-23) devient alors :

$$\sum_{i=1}^n E_i - \sum_{j=1}^m R_j I_j = 0 \quad (\text{III-24})$$

Donc, d'après cette relation (III-24), la **somme algébrique des tensions aux bornes des éléments qui composent une maille est nulle**.

**Exemple III-5-1 :** Pour la figure ci-dessous, démontre que la somme algébrique des tensions aux bornes des différents éléments qui composent sa maille est nulle.



**Solution :** En parcourant la maille et d'après la définition de la tension entre deux points, on obtient :  $U_{13} + U_{34} + U_{42} + U_{21} = V_1 - V_3 + V_3 - V_4 + V_4 - V_2 + V_2 - V_1 = 0$ .

**Exemple III-5-2:** Application de la 2ème loi à la maille III de la figure III-14a. Cette maille III est composée des points suivants dicefjd.

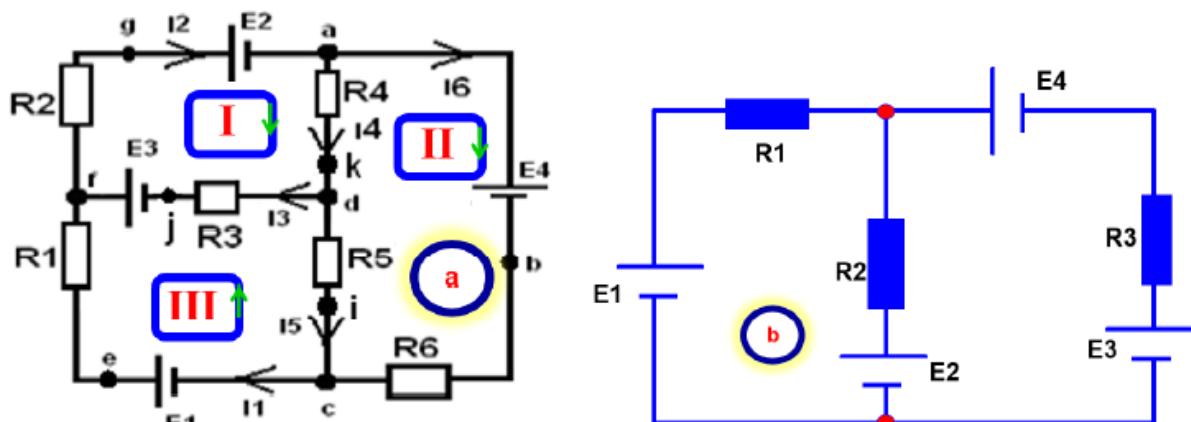


Figure III-14. Schéma d'un montage électrique illustrant la loi des mailles

D'après la deuxième loi de Kirchhoff et les conventions de signes établies tantôt pour la maille III, nous avons :  $E_1 - E_3 = R_1 I_1 - R_3 I_3 + R_5 I_5$ .

Avec  $E_1$  et  $E_3$  = tensions débitées respectivement par les générateurs  $G_1$  et  $G_3$  ;  $I_i$  = intensité qui circule au niveau des résistances  $R_i$  des différentes branches de la maille III du circuit.

## II-6) Remarques sur les deux lois de Kirchhoff

Dans la plus part des cas, les lois de Kirchhoff sont utilisées pour trouver les différentes intensités qui circulent dans les différentes branches d'un circuit électrique connaissant généralement les valeurs des f.e.m, f.c.e.m et des résistances.

- Ainsi, pour trouver les  $n$  inconnues de courant des  $n$  différentes branches d'un circuit électrique, on établit  $n$  équations à  $n$  inconnues à résoudre conjointement (système de  $n$  équations à  $n$  inconnues). Si nous avons  $n =$  nombre de courants inconnus et  $m =$  nombre de noeuds, alors on établit avec :
- la 1ère loi,  $(m - 1)$  équations. En effet, la mième équation de la 1ère loi n'est rien d'autre qu'une combinaison des autres équations obtenues par elle, par conséquent, elle n'est pas significative.
- la 2ème loi, on complète ainsi le nombre d'équations en faisant  $(n - (m-1))$  équations. Autrement dit, avec la 2ème loi, on établit ; nombre totale d'équations  $(n)$  – nombre d'équations déjà établies avec la 1ère loi  $(m-1)$ .
- Si on trouve une valeur de courant négative, ceci signifie qu'en réalité ce courant circule dans le sens opposé à celui qui était choisi arbitrairement au début des calculs. Mais sa valeur reste inchangée. Par conséquent, la reprise des calculs devient inutile.

## II-7) Conséquences des lois de Kirchhoff

De ces deux lois de Kirchhoff en découlent plusieurs méthodes simplistes de résolution des circuits électriques et en particulier les théorèmes de Thévenin et de Norton, la méthode des mailles, le principe de superposition entre autres... Ces méthodes permettent de simplifier certains problèmes posés en réduisant le nombre d'équations à résoudre. L'objectif de cette partie du cours est d'expliquer certains outils rapides et pratiques de résolution des circuits électriques sans autant avoir à faire à un système d'équations complexe.

L'étude qui va suivre permettra de déterminer rapidement les caractéristiques d'un élément donné (ici une résistance  $R_c$ ), en utilisant ces méthodes à la place

d'un système d'équations établi à partir des deux lois de Kirchhoff, certes généraliste, mais souvent complexe.

### a) Théorème de Thévenin

Ce théorème établit que **tout circuit électrique** comme à la figure III-15a qui suit **composé d'éléments linéaires actifs** (sources) **et passifs** (charges) **vu entre deux bornes A et B** peut être remplacé par un circuit (figure III-15b) équivalent formé **par un générateur parfait** (idéal) unique dont la tension est appelée tension de Thévenin ( $E_{Th}$ ) **en série avec une résistance unique** appelée résistance de Thévenin ( $R_{Th}$ ).

La **tension de Thévenin** est définie comme étant la **différence de potentiels à vide** (lorsque la charge  $R_c$  initialement branchée entre les points A et B est déconnecté) **entre** ces deux points **A et B**. Et pour déterminer la tension de Thévenin, on mesure ou on calcule la tension à vide à l'aide d'un voltmètre monté entre les bornes A et B là où était connectée cette charge  $R_c$ .

Quant à la **résistance de Thévenin**, elle est égale à celle que l'on mesure **entre** les deux points **A et B lorsque les générateurs indépendants sont rendus passifs** (supprimés) et la charge  $R_c$  **déconnectée**.

Pour **rendre passif un générateur de tension**, on le **remplace par un court-circuit** (par un simple fil). Quant aux **générateurs de courant**, pour les supprimer on les **remplace par un circuit ouvert**.

Cette **résistance de Thévenin**  $R_{th}$  peut être **obtenue par** quatre méthodes :

\*\* On **supprime** les **sources** indépendantes de tension **et** de courant et puis **on calcule ou on mesure** la résistance équivalente vue entre les bornes A et B ;

\*\* Une **résistance variable** est connectée **entre les bornes A et B** lorsque la charge  $R_c$  est déconnectée. On mesure la tension entre ses bornes en faisant varier la valeur de la résistance jusqu'à obtenir à ses bornes une tension  $E_{th}/2$ . Pour une telle valeur de tension, la valeur de cette résistance variable est égale à celle de Thévenin (technique de diviseur de tension). Cette méthode de détermination de la résistance de Thévenin s'appelle "**demi-tension**".

\*\* On place une **résistance dont on connaît la valeur** entre les bornes A et B, et on mesure la tension aux bornes de celle-ci. Et en utilisant le théorème du diviseur de tension et en obtenant cette dernière, on en déduit la résistance de Thévenin.

\*\* Si on connaît le **courant de court-circuit  $I_{cc}$**  (en y insérant un ampèremètre dans le circuit) entre les deux points A et B, alors on utilise la loi d'Ohm ( ) pour déterminer la résistance de Thévenin.  $E_{Th} = I_{cc} R_{Th}$ .

Ainsi, la figure III-15a composée d'éléments actifs (sources de tension et/ou de courant) et d'éléments passifs (charges) peut être remplacée par la figure III-15b formée d'une source de tension (tension de Thévenin)  $E_{Th}$  idéale en série avec la résistance de Thévenin  $R_{Th}$ .

La résistance de Thévenin est alors la résistance équivalente vue entre les deux bornes A et B lorsque toutes les sources sont désactivées (supprimées) ;

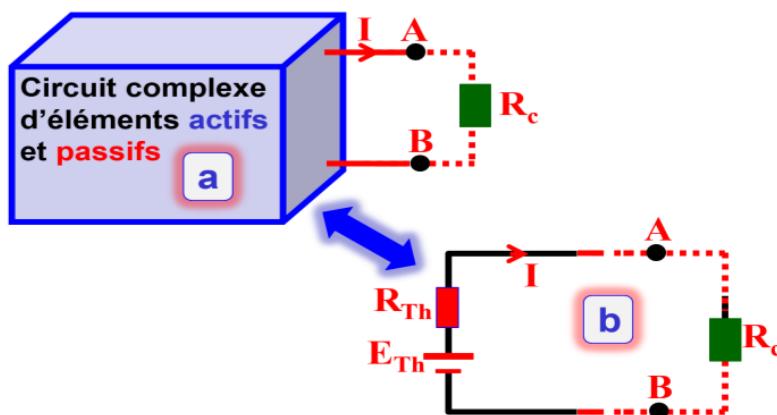


Figure III-15. Théorème de Thévenin

Pour **déterminer les paramètres** (tension, intensité, puissance et énergie) d'une charge  $R_c$  d'un circuit électrique **par** le théorème de **Thévenin** on peut opter la **démarche suivante**:

- 1) **Enlever** du circuit la branche (la résistance  $R_c$ ) où sera connecté le générateur de Thévenin et repérer ses deux bornes par A et B ;
- 2) **Activer les sources et calculer ou mesurer** la tension de Thévenin  $E_{Th}$  qui est celle qui existe en **circuit ouvert** ( $R_c$  déconnectée) entre ces deux bornes A et B ;
- 3) **Calculer ou mesurer** la résistance de Thévenin  $R_{Th}$  en remplaçant les sources de tension par un court-circuit (par un simple fil à l'image d'un interrupteur fermé) et les sources de courant par un circuit ouvert (par un interrupteur ouvert).
- 4) **Remettre** la branche ou **la charge  $R_c$**  préalablement déconnectée entre les bornes A et B une fois l'équivalent de Thévenin établi (résistance et tension de Thévenin déterminées) et

5) Retrouver les paramètres (tension, intensité, puissance et énergie) de la charge  $R_c$  en utilisant la technique de **diviseur de tension**.

**Exemple III-6a:** Pour la figure III-16a suivante, déterminer la puissance transformée en chaleur par la résistance  $R$  vue entre les points A et B en utilisant le théorème de Thévenin. On donne  $R = 1 \Omega$  et les autres résistances sont données en ohm et les tensions exprimées en V.

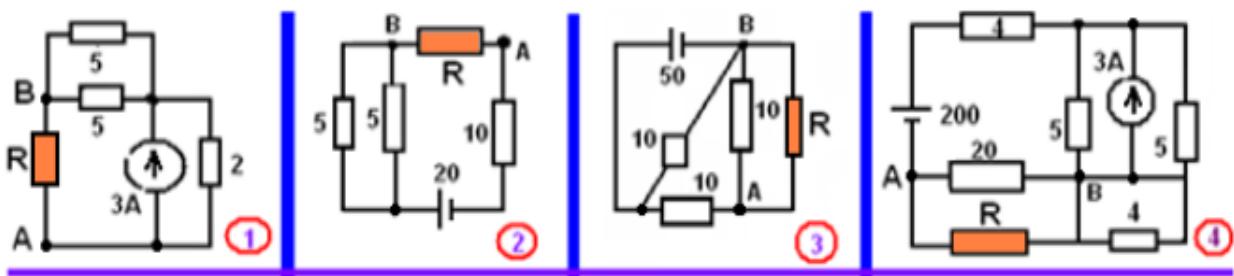


Figure III-16a. Exemple d'utilisation du Théorème de Thévenin

### b) Théorème de Norton

Ce Théorème comme celui de Thévenin permet de résoudre certains circuits complexes sans autant à avoir recours à des calculs fastidieux (multiplication d'équations avec les deux lois de Kirchhoff).

Par ce théorème, **on peut remplacer tout circuit électrique composé d'éléments linéaires actifs et passifs, qui alimente par ses deux bornes A et B un dipôle, par un générateur de courant idéal en parallèle avec une résistance.**

L'intensité **IN** du générateur de courant est définie comme étant le **courant de court-circuit** calculée ou mesurée (à l'aide d'un ampèremètre) qui circule entre A et B quand le dipôle est débranché et remplacé par un court-circuit ; c'est-à-dire par un simple fil.

La résistance **RN** est égale à la **résistance mesurée ou calculée entre les bornes A et B quand le dipôle est débranché et que les générateurs de courant et/ou de tension sont désactivés**. Autrement dit, la **résistance de Norton** est définie et **déterminée** dans les **mêmes conditions** que celle de la **résistance de Thévenin** (voir II-7- a).

Ainsi, en appliquant ce théorème, le circuit de la figure III-17a peut être remplacé par celui de la figure III-17b.

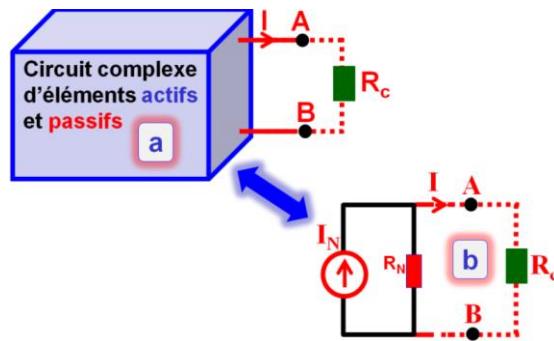


Figure III-17 : Théorème de Norton

Pour **déterminer** les **paramètres** d'une charge **Rc** par le théorème de **Norton**, on peut opter une **démarche** similaire à celle du théorème de Thévenin ; à avoir :

- 1) **Enlever** du circuit la branche (la résistance **Rc**) où sera connecté le générateur de Norton et repérer ses deux bornes par A et B ;
- 2) **Calculer ou mesurer** l'intensité de Norton **In** qui est celle qui existe en **court-circuit** entre ces deux bornes A et B ;
- 3) **Calculer ou mesurer** la résistance de Norton **Rn** en remplaçant les sources de tension par un court-circuit et les sources de courant par un circuit ouvert ; La résistance de Norton sera alors la résistance équivalente vue entre les deux bornes A et B lorsque ces sources sont désactivées (supprimées) ;
- 4) Une fois l'équivalent de **Norton défini** (résistance Rn et courant de Norton In déterminés) **remettre la charge Rc** entre les bornes A et B de la source de courant (équivalent de Norton) ;
- 5) Et **retrouver les paramètres** (intensité, tension, puissance et énergie) de la charge **en utilisant** la technique de **diviseur de courant**.

**Exemple III-7:** Pour la figure III-18b, trouver la puissance consommée par la résistance R branchée entre A et B en utilisant l'équivalent de Norton avec les résistances données en ohm.

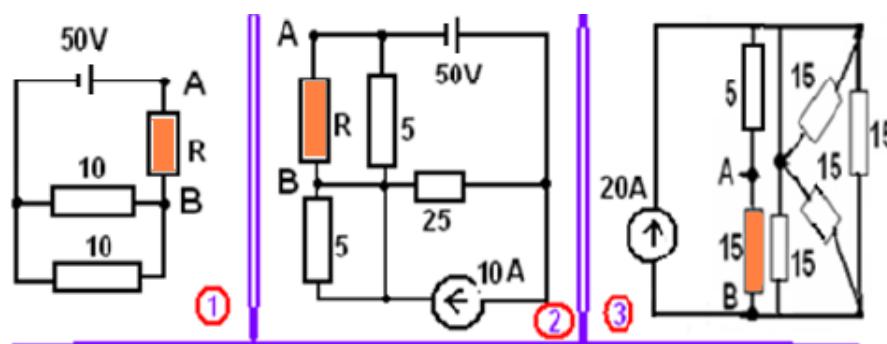


Figure III-18b. Exemples de l'équivalent de Norton

**Remarque :** L'équivalence Thévenin et Norton a été établie au chapitre II (III-5) (dualité Norton / Thévenin ou Série / parallèle ou équivalence source de tension / source de courant).

### c) Principe de superposition

Ce principe comme celui des théorèmes Thévenin et Norton permet de résoudre certains circuits complexes sans autant à avoir recours à des calculs fastidieux (multiplication d'équations avec les deux lois de Kirchhoff).

Ce principe qui est également valable autant pour les tensions que pour les intensités est la conséquence de la linéarité des équations de Kirchhoff.

Le **principe de superposition** considère que dans un circuit dont les éléments sont tous linéaires, l'**intensité** (ou la tension aux bornes d'un dipôle) qui circule **dans un dipôle** est la **somme algébrique des intensités** (des tensions du dipôle) **produites dans ce dipôle par chacune des sources** du circuit **prise isolément** (les autres générateurs étant alors désactivés).

**Exemple III-8-1 :** Déterminer la puissance transformée en chaleur dans la résistance R des figures III-19a-1 et III-19-a-4. On donne  $E_1 = 100 \text{ V}$  ;  $E_2 = 50 \text{ V}$  ;  $R_1 = 10 \Omega$  ;  $R = 4 \Omega$  et  $R_2 = 5 \Omega$  et  $I = 5 \text{ A}$ . Appliquer le principe de superposition.

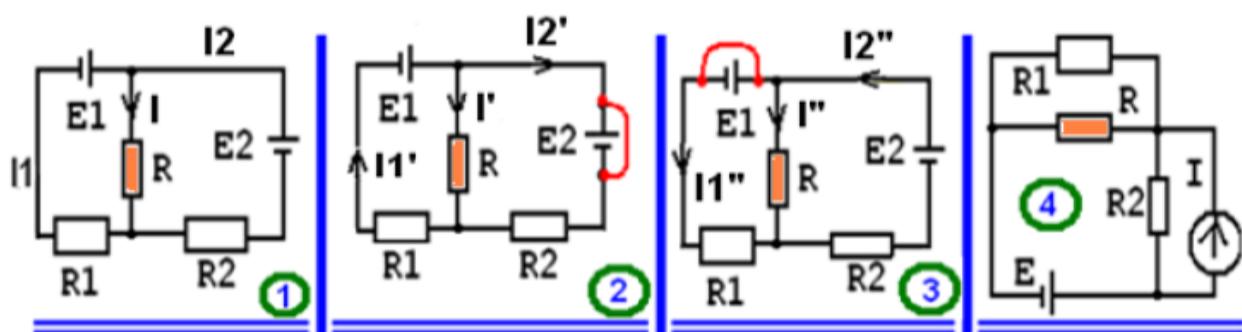


Figure III-19a. Méthode de superposition

D'après la méthode, le courant qui circule dans la résistance R de la figure III-19a-1 est la somme algébrique des courants produits par les sources de tensions E1 et E2 prises isolément. On calcule respectivement les courants  $I'$  et  $I''$  produits par E1 et E2 si l'on supprime respectivement E2 et E1.

- Effet unique de la source E1 (figure III-19a-2 où seule la source E1 est prise en compte et la source E2 supprimée (court-circuitée)). On détermine la résistance équivalente de l'ensemble du circuit ((R en parallèle avec R2) et en série avec R1). On détermine le courant I<sub>1'</sub> débité par la source E1 et d'après la technique de diviseur de courant on trouve I' parcourant R.
- Effet unique de la source E2 (figure III-19a-3 où seule la source E2 est prise en compte et la source E1 supprimée (court-circuitée)). On calcule la résistance équivalente de l'ensemble du circuit ((R1 en parallèle avec R) et en série avec R2). On détermine le courant I<sub>2''</sub> débité par la source E2 et d'après la technique de diviseur de courant on en déduit I'' de la résistance R.
- Ainsi, le courant qui traverse la résistance R est la somme (ici leur somme car les deux courants vont dans le même sens que I choisi arbitrairement à la figure III-19a-1) algébrique de I' et de I''. C'est-à-dire :  $I = I' + I''$ .

**Exemple III-8-2 :** Déterminer la tension aux bornes de la résistance R en appliquant le théorème de superposition pour les figures III-19a ci-dessous. On donne: R = 15 Ω et r = 0,5 Ω.

#### d) Méthode des mailles

Par cette méthode fondée elle aussi sur la réduction des équations à résoudre, on utilise les **courants** circulants dans les différentes **mailles** du circuit **pour en déduire** les différents **courants** des **branches** du circuit. Ces m courants des m différentes mailles vont constituer un système de m équations à m inconnues. En trouvant ces m courants de maille, on en déduit les courants dans les différentes branches du circuit en faisant la somme algébrique des courants de mailles trouvés.

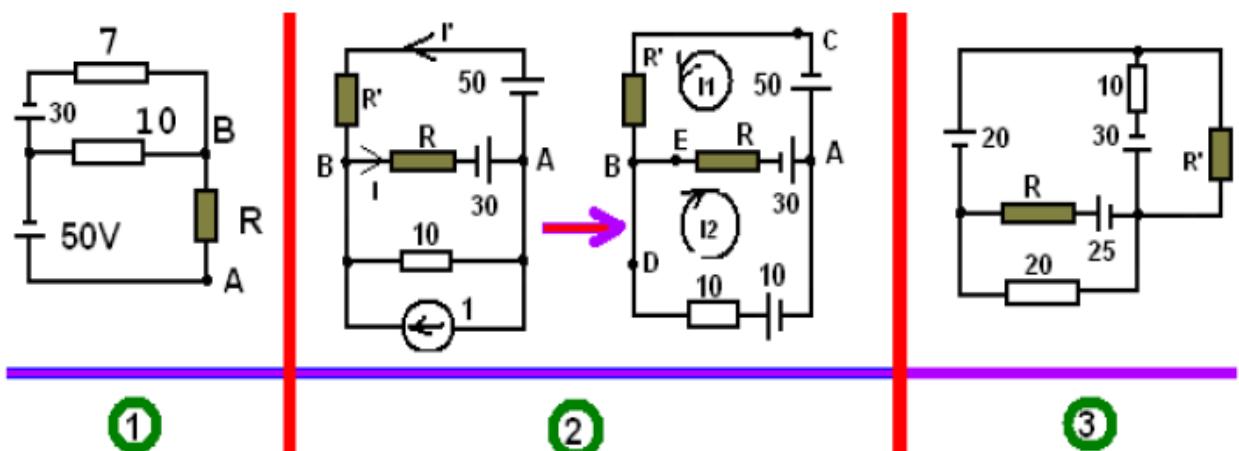
L'avantage de cette méthode par rapport aux lois de Kirchhoff, c'est qu'elle permet d'utiliser un nombre réduit d'équations comme les théorèmes fondamentaux Thévenin et Norton.

Au préalable, si le circuit contient des sources de courants idéales I<sub>s</sub> en parallèle avec une résistance shunt R<sub>sh</sub>, l'application de cette méthode exige leur transformation en sources de tension idéale E en série avec cette résistance shunt R<sub>sh</sub>.

Pour appliquer cette **méthode des mailles** aux circuits planaires on peut suivre la **démarche** suivante :

- 1) Vérifier que le circuit est bien **planaire** ;
- 2) Choisir éventuellement (comme on peut en déduire le sens après avoir déterminé les différents courants de mailles) un **sens arbitraire** de circulation des n **courants** des n différentes **branches** si leur sens n'est pas imposé ;
- 3) Si le circuit contient des **sources de courant réelles** ( $I_s$  ;  $R_{sh}$ ) on les transforme en **sources de tension réelles** ( $E$  ;  $R_{sh}$ ) ;
- 4) Choisir un **sens arbitraire** de circulation des m **courants** des m **mailles** ;
- 5) Etablir et résoudre un **système** de m **équations** à m inconnues en appliquant la loi des mailles dans chaque maille donnée et
- 6) Trouver les n **courants** des n **branches** par superposition des courants de mailles déterminés au 5).

**Exemple III-9 :** Trouver avec la méthode des mailles, les courants dans les résistances R et R' des circuits de la figure III-20-2.



Résolution schéma 2) : Pour ce schéma on transforme d'abord la source de courant en source de tension. Et on choisit le sens arbitraire de circulation des courants de maille (maille ACBEA : sens antihoraire et pour la maille BDAEB sens horaire). Avec ces deux mailles, nous aurons un système de deux équations à deux inconnues ( $I_1$  et  $I_2$ ) à résoudre au lieu de trois équations avec les deux lois de Kirchhoff.

Ainsi, avec la maille ACBEA, la 2ème loi de Kirchhoff nous donne :

$$R'I_1 + R(I_1 + I_2) = 30 - 50 \quad (1)$$

Et avec la maille BDAEB :  $R(I_1 + I_2) + 10I_2 = 10 + 30 \quad (2)$

La résolution de ce système de deux équations (1) et (2) à deux inconnues nous permet d'obtenir les courants de mailles I<sub>1</sub> et I<sub>2</sub>.

Ainsi, les courants qui circulent dans les différentes branches sont obtenus suivant leur sens de circulation choisi comme suit :

- Dans la résistance R : on a  $I = I_1 + I_2$  (les deux courants de maille I<sub>1</sub> et I<sub>2</sub> vont dans le même sens (coïncident) que le courant dans la branche contenant R) ;
- Dans la résistance R' : on a  $I' = I_1$  (car I<sub>1</sub> et I' sont de même sens).

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

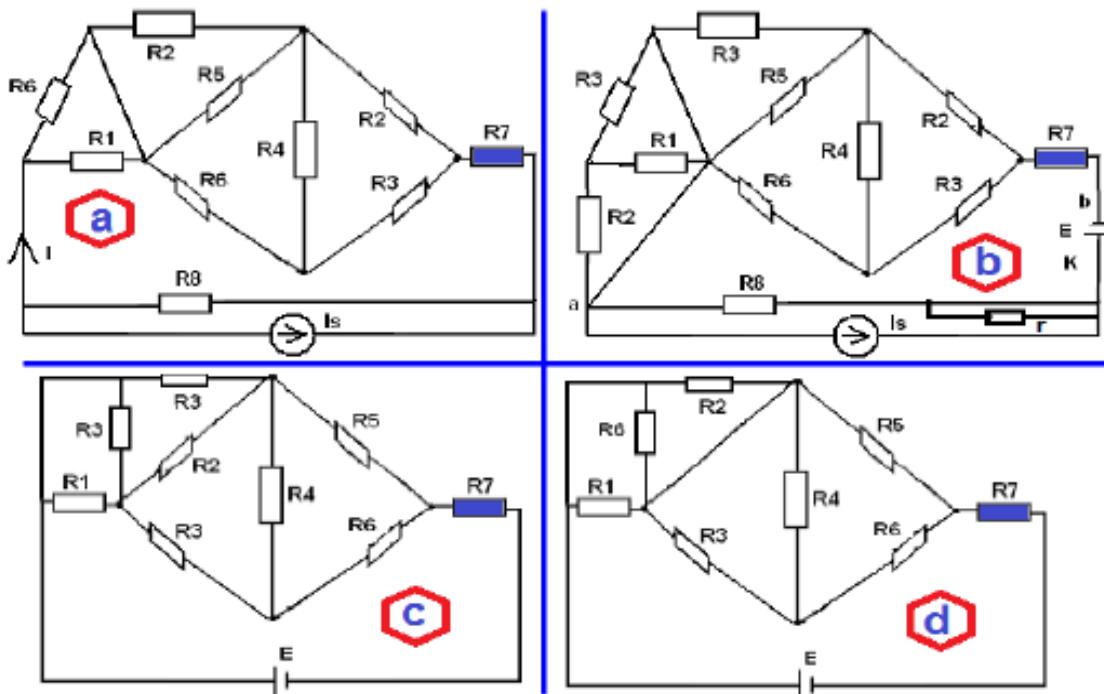
## Exercices chapitre II

=====

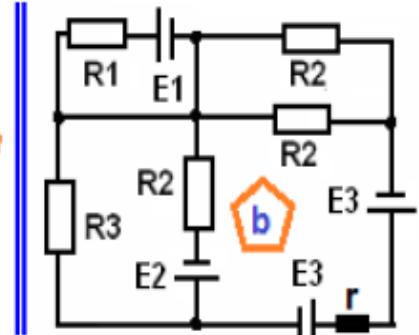
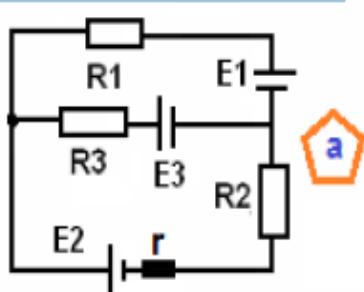
### Exercices

Pour tout ce qui suit les résistances sont données en  $\Omega$ , les intensités en ampères et les tensions en volts. A l'absence de données, choisir arbitrairement ces dernières.

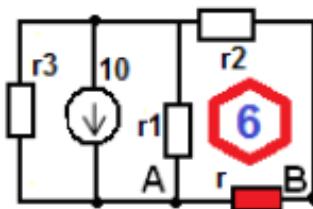
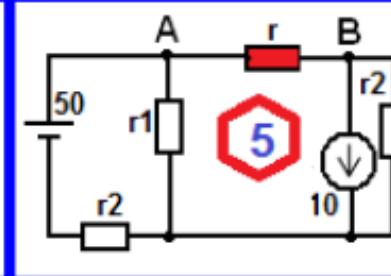
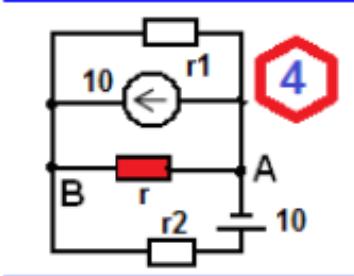
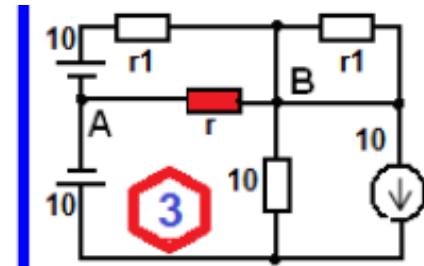
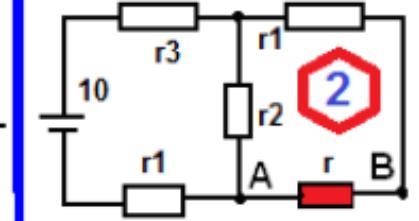
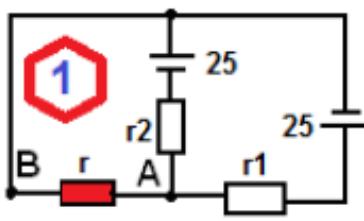
**Exercice 1 :** Pour les circuits ci-dessous, déterminer la puissance fournie par la source à la résistance R<sub>7</sub>. On donne : R<sub>1</sub> = R<sub>2</sub> = R<sub>3</sub> = R<sub>4</sub> = 5 ; R<sub>5</sub> = R<sub>6</sub> = R<sub>7</sub> = 10 et R<sub>8</sub> = 40 ; E = 100V ; I<sub>s</sub> = 2 A



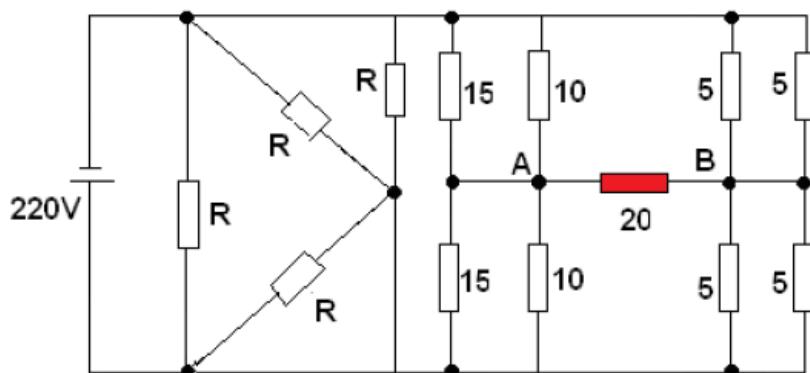
**Exercice 2 :** Simplifier si nécessaire et puis établir uniquement (sans résoudre) le système d'équations permettant de trouver l'intensité de chaque branche en utilisant les deux lois de Kirchhoff.



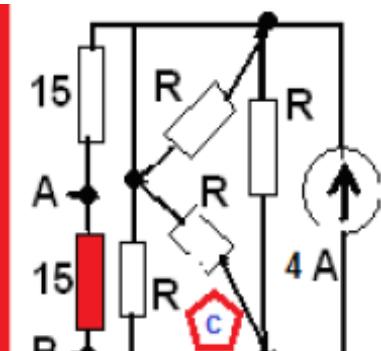
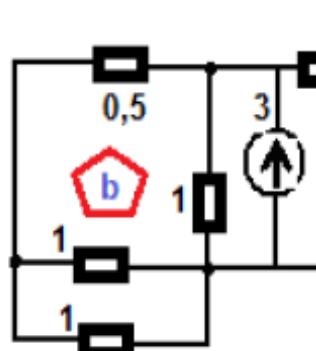
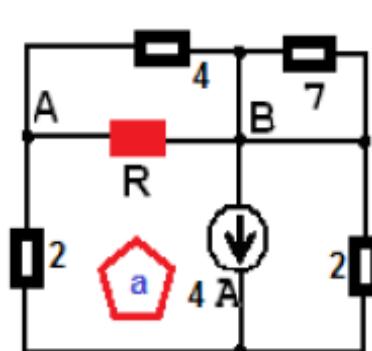
**Exercice 3 :** Pour les circuits suivants, déterminer la puissance transformée en chaleur par la résistance  $r$  vue entre les points A et B en utilisant le théorème de Thévenin. On donne :  $r_1 = r_2 = 1$  et  $r_3 = 2$  et  $r = 5$ .



**Exercice 4 :** Trouver l'équivalent de Thévenin du circuit pour la résistance de  $20 \Omega$ . Toutes les autres résistances sont données en ohm. On peut se fixer une valeur arbitraire pour les résistances R.



**Exercice 5 :** Trouver l'équivalent de Norton vue entre les bornes A et B. Pour R = 1



**Exercices 6 :** Pour les circuits ci-dessous, établir les différentes équations permettant de définir la puissance consommée par la résistance R2 en utilisant la méthode des mailles et du principe de superposition.

