

- Aucune documentation n'est permise.
- Arrondir tous les calculs au 3^{ème} chiffre après la virgule.
- Nombre de pages : 02.

EXERCICE 1 : (14 points)

On souhaite étudier la fonction de coûts totaux ^{Qr} d'une entreprise agro-alimentaire produisant des pâtes. Le modèle économétrique présenté ci-dessous exprime le coût total (CT), exprimé en milliers de dinars, en fonction du volume de production (Q), exprimé en tonnes.

$$CT_t = \beta_0 + \beta_1 Q_t + u_t \quad \text{avec} \quad t = 1, \dots, 20. \quad T=20.$$

Où :

- u_t est la variable aléatoire vérifiant les hypothèses de la MCO ;
- β_0 et β_1 sont les paramètres du modèle.

On fournit les données suivantes :

$$\sum CT_t Q_t = 2500, \quad \sum CT_t^2 = 1636, \quad \sum CT_t = 100, \quad \sum Q_t = 60, \\ \sum Q_t^2 = 4580.$$

- 1) Interpréter économiquement les paramètres du modèle (β_0 et β_1). (1 point)
- 2) Déterminer les estimateurs des MCO de β_0 et β_1 . (2 points)
- 3) Calculer le coefficient de détermination R^2 . Interpréter. (1,5 points)
- 4) Déterminer les écarts-types estimés de $\hat{\beta}_0$ et $\hat{\beta}_1$. (2 points)
- 5) Construire un intervalle de confiance à 95% pour β_0 et β_1 . (2,5 points)
- 6) Tester au seuil de 5% la significativité individuelle des coefficients β_0 et β_1 . Conclure. (2 points)
- 7) Le niveau de production pour l'année T était de 15 tonnes. Pour la période T+1, construire un intervalle de prévision au niveau de 95% pour le coût total de la production, sachant qu'à cette période, le niveau de production va augmenter de 10%. (3 points)

QUESTIONS DE COURS: (6 points)

1) Expliquer et donner les expressions des notations suivantes : (3 points)

a) SCR ;

b) SCE ;

c) \bar{R}^2 ;

2) Que veut-on dire par estimateur $B.L.U.E$? (1,5 points)

3) Que veut-on dire par *homoscédasticité* ? (1,5 points)

Remarque : Ci-dessous un extrait de la table de la loi de Student.

LOI DE STUDENT AVEC n DEGRÉS DE LIBERTÉ

n	α										
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.0025	0.0010	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.492	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.718	2.074	2.509	2.819	3.118	3.502	3.789