# Microéconomie I Exercices

ESSAI, 2020/2021 Première année

Rim Lahmandi-Ayed

# Théorie du consommateur

Exercice 1 Les préférences du consommateur. Les préférences d'un consommateur pour deux biens 1 et 2, vérifient les hypothèses de non-saturation et de convexité.

On considère les paniers de biens suivants:

$$A = (1,4), B = (4,1), C = (2,5/2), D = (3,2), E = (5,3/2) \text{ et } F = (1/2,7/2).$$

- 1. Si on suppose que le consommateur préfère A à C et B à C, que peut-on dire de C et D?
- 2. Le consommateur peut-il à la fois préférer B à A (faiblement), C à D (strictement), A à C (faiblement) et être indifférent entre D et B?
- 3. Si on suppose que le consommateur préfère strictement A à C et est indifférent entre A et B, peut-il être indifférent entre E et C?
- 4. Montrer que le consommateur ne peut pas à la fois préférer faiblement B à F et préférer strictement F à D.
- 5. Montrer que le consommateur ne peut pas à la fois préférer faiblement F à B et B à C

Exercice 2 Courbes d'indifférence et taux marginal de substitution. On considère les fonctions d'utilité suivantes:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$$

 $\alpha > 0$  et  $\beta > 0$ .

$$V(x_1, x_2) = x_1^{\rho} + x_2^{\rho}$$

avec  $0 < \rho < 1$ .

 $x_1 \ge 0$  et  $x_2 \ge 0$  désignent les quantités consommées des deux biens 1 et 2.

Représenter graphiquement une courbe d'indifférence pour chacune de ces fonctions et vérifier que le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1  $TMS_{2\rightarrow 1}$  est bien décroissant en fonction de  $x_1$ .

**Exercice 3 Contrainte budgétaire.** Soient les paniers de bien 1 et de bien 2 suivants: A = (10, 5), B = (5, 10), C = (4, 7), D = (8, 4), E = (5, 5) et F = (2, 3)

- 1. En supposant qu'il n'existe pas de contrainte à l'ensemble de consommation autre que la positivité des quantités de biens, représenter (de manière précise) l'ensemble de consommation et les 6 paniers de biens ci-dessus.
- 2. Si le revenu est de 30 unités monétaires et si les prix des biens 1 et 2 sont respectivement 2 u.m. et 5 u.m., quelle est l'équation de la droite de budget? La représenter sur le même graphique.

3. Représenter l'ensemble des paniers accessibles au consommateur? Parmi les 6 paniers ci-dessus, quels sont les paniers accessibles?

Exercice 4 Contrainte budgétaire et variation du revenu et des prix. Soit un consommateur ayant un revenu R = 200 qu'il consacre à l'achat de deux biens 1 et 2. On note par  $p_1$  et  $p_2$  respectivement les prix unitaires des biens 1 et 2,  $p_1 = p_2 = 20$ .

- 1. Déterminer l'équation de la contrainte budgétaire. Tracer cette contrainte.
- 2. Le prix du bien 2 diminue et devient  $p'_2 = 10$ . Déterminer et tracer la nouvelle contrainte budgétaire de ce consommateur.
- 3. Le revenu du consommateur augmente et devient R' = 400, tandis que  $p_1$  et  $p_2$  restent constants. Déterminer et tracer la nouvelle contrainte budgétaire de ce consommateur.

Exercice 5 Compléments parfaits. Soit un consommateur et 2 biens notés K (comme tasse de café) et S (comme sucre), de prix respectifs k et s. On notera par R le revenu du consommateur. Ce consommateur ne boit 1 tasse de café que si elle contient 2 sucres, pas moins pas plus; il n'aime 1 sucre qu'avec 1/2 tasse de café autour, pas moins pas plus. On précise que l'individu ne peut pas stocker les produits, ce qui implique que tout excédent par rapport à ses goûts ne lui apporte aucun plaisir particulier.

- 1. Une tasse et deux sucres donnent-ils plus, moins ou autant de plaisir qu'une tasse et trois sucres? Que deux tasses et deux sucres? Que trois tasses et deux sucres? Représentez graphiquement ces dotations. Tracez l'allure des courbes d'indifférence.
- 2. Déterminez l'équilibre graphiquement pour R > 0, k > 0 et s > 0 quelconques. Montrez que les différents points d'équilibres, quels que soit les prix et le revenu, appartiennent à une même droite D. Déterminez son équation.

Exercice 6 Substituts parfaits. La fonction d'utilité d'un consommateur est donnée par :

$$U(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2,$$

où  $x_1$  et  $x_2$  représentent respectivement les quantités consommées des biens 1 et 2. On note par  $p_1$ ,  $p_2$  et R respectivement les prix unitaires des biens 1 et 2 et le revenu du consommateur.

- 1. Déterminer les courbes d'indifférence, les utilités marginales et le TMS entre les deux biens. Commenter.
- 2. On suppose que  $p_1 = p_2 = 1$  et R = 6, déterminer graphiquement et analytiquement l'équilibre du consommateur. Commenter.

- 3. Déterminer la demande du consommateur lorsque son revenu varie, toutes choses égales par ailleurs.
- 4. On suppose que  $p_1 = 1$  et  $p_2$  varie. Donner la fonction de demande du bien 2 du consommateur.

Exercice 7 Fonctions de demande. En notant R le revenu du consommateur et  $p_1$  et  $p_2$  les prix des deux biens de consommation, calculez les fonctions de demande qui correspondent aux fonctions d'utilité suivantes:

$$U^1(x_1, x_2) = \log x_1 + 2\log x_2$$

$$U^2(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$$

$$U^3(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$$

Exercice 8 Courbe de consommation-revenu et courbes d'Engel. Supposons que la fonction d'utilité:

$$U(x_1, x_2) = x_1(x_2 + 3)$$

pour tout  $x_1 \ge 0$  et  $x_2 \ge 0$ , représente les préférences d'un consommateur. Les prix des deux biens sont supposés égaux à l'unité.

- 1. Représenter la courbe de consommation-revenu.
- 2. Déterminer les équations des courbes d'Engel et les représenter. Caractériser les deux biens.

Exercice 9 Courbe de consommation-prix. Soit la fonction d'utilité:

$$U(x_1, x_2) = \frac{x_1 x_2}{x_1 + 2x_2}$$

où  $x_1$  et  $x_2$  désignent les quantités consommées de deux biens 1 et 2.

- 1. Représentez la courbe d'indifférence correspondant à un niveau d'utilité u > 0.
- 2. Soit p le prix du bien 2 et R le revenu. On suppose que le prix du bien 1 est égal à l'unité. Déterminez et représentez graphiquement dans le plan  $(x_1, x_2)$  le lieu des équilibres du consommateur lorsque p varie.

Exercice 10 Courbe de Laffer. On considère un ménage dont les préférences sur les couples de (consommation C, temps de loisir T) sont représentées par la fonction d'utilité suivante:

$$U(C,T) = C + T^{1/2}$$

avec  $C \geq 0$  et  $T \geq 0$ .

Le temps total à répartir entre le temps de loisir T et le travail L est égal à 4. Le seul revenu dont dispose le ménage est constitué par les salaires payés au taux brut w avec w > 1/4, et taxés au taux  $\theta$ , avec  $0 < \theta < 1$ . Le ménage perçoit donc un revenu après impôt égal à  $(1 - \theta)wL$ . Le prix du bien de consommation est égal à l'unité.

- 1. Déterminez l'offre de travail du ménage. Commentez la relation qui existe entre cette offre et les paramètres w et  $\theta$ .
- 2. On suppose w=1. Quel est le montant de l'impôt payé? Représentez graphiquement la relation entre ce montant d'impôt et le taux de prélèvement  $\theta$  (cette courbe porte le nom de courbe de Laffer). Commentez.

Exercice 11 Effet de revenu et effet de substitution. Un consommateur consacre un budget R à l'achat de deux biens X et Y, dont les prix sont notés  $p_x$  et  $p_y$ . Ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité :

$$U(x,y) = x(y-1)$$

où  $x \ge 0$  et  $y \ge 1$  désignent les quantités consommées.

- 1. Déterminer les expressions des fonctions de demande des biens X et Y en fonction de R,  $p_x$  et  $p_y$ .
- 2. On suppose que  $p_x = p_y = 1$ . Déterminer les équations de la courbe consommationrevenu et la courbe d'Engel de chaque bien et représenter graphiquement pour des valeurs de R variant de 1 à 5. Caractériser chacun des biens.
- 3. On considère une situation initiale où  $p_x = p_y = 1$  et R = 3 et une situation finale où  $p_y = 2$  tandis que R et  $p_x$  conservent les valeurs initiales. Quelles sont les quantités achetées par le consommateur dans chacune des ces deux situations?
- 4. Calculer l'effet de substitution et l'effet de revenu en illustrant par un graphique clair.

Exercice 12 Rationnement de la demande. Soit un consommateur qui dispose d'un revenu R qu'il consacre à l'achat de deux biens 1 et 2. On désigne respectivement par  $x_1$  et  $x_2$  les quantités consommées des biens 1 et 2, et par  $p_1$  et  $p_2$  les prix de ces biens. Les préférences de ce consommateur sont représentées par la fonction d'utilité suivante:

$$U(x_1, x_2) = 2x_1x_2 + 3x_2$$

- 1. (a) Déterminer et tracer la droite de budget de ce consommateur.
  - (b) Représenter graphiquement les modifications de la droite de budget si seulement le revenu réel de ce consommateur augmente.
  - (c) Déterminer et tracer la droite de budget de ce consommateur si  $p_1$ ,  $p_2$  et R augmentent dans les mêmes proportions.
- 2. On suppose que R = 13 et  $p_1 = p_2 = 1$ ,
  - (a) Déterminer l'équilibre du consommateur ainsi que le niveau d'utilité associé.
  - (b) Le prix du bien 1 augmente et devient égal à 2, déterminer le nouvel équilibre de ce consommateur.
  - (c) Déterminer pour les deux biens, l'effet total, l'effet de substitution et l'effet de revenu. Interpréter et faire une représentation graphique.
- 3. On suppose que la quantité du bien 1 ne peut pas dépasser un niveau donné  $\bar{x}_1=4,$  et que R=13 et  $p_1=p_2=1$ 
  - (a) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble des paniers accessibles pour ce consommateur suite au rationnement du bien 1.
  - (b) Déterminer et représenter graphiquement l'équilibre de ce consommateur. Commenter.

# Devoirs Surveillés

# Devoir Surveillé

### Microéconomie I

# ESSAI 2005/2006

Première année

Durée: 1 heure. Sans documents

Un consommateur peut acquérir deux biens, en quantités notées respectivement  $x_1$  et  $x_2$ , aux prix unitaires respectifs  $p_1 = 3$  et  $p_2 = 2$ . Les préférences du consommateur sont représentées par la fonction d'utilité:

$$U(x_1, x_2) = (x_1 + 4)(x_1 + x_2)$$

et il dispose d'un revenu R.

- 1. Etudier et représenter graphiquement la courbe d'indifférence correspondant à un niveau d'utilité donné u > 0. (On précisera notamment le sens de variation de la courbe, son sens de concavité et son intersection avec les axes.)
- 2. Déterminer les consommations optimales du consommateur en biens 1 et 2, en fonction de son revenu R.
- 3. Représenter la courbe de consommation-revenu et les courbes d'Engel relatives aux deux biens. Caractériser les biens.

### Devoir Surveillé

### Microéconomie I

## ESSAI 2006/2007

Première année

Durée: 1 heure. Sans documents

Il sera tenu compte de la rédaction et de la présentation de la copie. Tout résultat illisible et/ou non justifié NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

**Exercice.** Les préférences d'un consommateur pour deux biens 1 et 2 peuvent être représentées par la fonction d'utilité:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2$$

où  $x_1 \ge 0$  et  $x_2 \ge 0$  représentent les quantités consommées en biens 1 et 2 respectivement et  $\alpha$  est un paramètre réel strictement positif.

On note R le revenu du consommateur et  $p_1$  et  $p_2$  respectivement les prix des biens 1 et 2.

1. Calculer en fonction de R,  $p_1$ ,  $p_2$  et  $\alpha$ , les consommations optimales en biens 1 et 2:  $x_1(R, p_1, p_2, \alpha)$  et  $x_2(R, p_1, p_2, \alpha)$ . En déduire la nature des deux biens.

Les deux questions suivantes sont complètement indépendantes et doivent être traitées sur deux feuilles séparées.

- 2. Nous supposons dans cette question que  $\alpha = 2$  et R = 4.
  - (a) Nous supposons d'abord que  $p_1 = p_2 = 1$ . Calculer le panier de consommation optimale du consommateur.
  - (b) Le prix du bien 2 passe à  $p'_2 = 2$ . Calculer l'effet total de cette variation et le décomposer en effet de substitution et effet de revenu, en expliquant la signification de ces effets et en vous aidant d'un graphique clair. Quelle augmentation du revenu pourrait exactement compenser pour le consommateur cette augmentation du prix?
- 3. Nous revenons maintenant au cas général (valeurs quelconques des prix, de R et de  $\alpha$ ). On appelle part du bien h dans le revenu du consommateur, la grandeur suivante:

$$\mathcal{P}_h = \frac{p_h x_h(R, p_1, p_2, \alpha)}{R}$$

- (a) Que représente cette grandeur? Calculer en fonction de  $\alpha$  la part de chacun des biens 1 et 2 dans le revenu du consommateur,  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$ .
- (b) Sur un même graphique clair, représenter de manière précise, après les avoir étudiées  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  en fonction de  $\alpha$ . Interpréter. Indication: comparer  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  suivant la valeur de  $\alpha$ , donner une signification au paramètre  $\alpha$ , développer votre réponse.

### Devoir Surveillé

### Microéconomie I

## ESSAI 2007/2008

Première année

Durée: 1 heure 30. Sans documents

Il sera tenu compte de la rédaction et de la présentation de la copie. Tout résultat illisible et/ou non justifié NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

Pour chaque question, commencer une nouvelle page, en indiquant clairement le numéro de la question traitée.

Question de cours. Les préférences d'un consommateur pour deux biens sont représentées par des courbes d'indifférence. Donner la signification économique de:

- 1. la décroissance des courbes d'indifférence.
- 2. la décroissance du Taux Marginal de Substitution.

**Exercice.** Les préférences d'un consommateur pour deux biens 1 et 2, peuvent être représentées par la fonction d'utilité suivante:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + (x_2 + 1)^{1/2}$$

 $x_1$  et  $x_2$  étant respectivement les quantités des biens 1 et 2 consommées par le consommateur.

- 1. Soit la courbe d'indifférence associée à un niveau d'utilité  $\bar{U}$ . Montrer que  $\bar{U}$  doit vérifier  $\bar{U} \geq 1$  pour que la courbe d'indifférence ne soit pas vide. Montrer que si  $\bar{U} = 1$ , la courbe d'indifférence est ramenée au panier (0,0).
- 2. Etudier attentivement et représenter la courbe d'indifférence associée à un niveau d'utilité  $\bar{U} > 1$ , en prenant l'axe des  $x_1$  comme axe des abscisses.
- 3. Calculer la pente de cette courbe en tout panier  $(x_1, x_2)$  de la courbe et donner sa signification économique.
- 4. Le consommateur dispose d'un budget R. Les prix des biens sont donnés par  $p_1 = p_2 = 1$ . Ecrire le programme du consommateur. Calculer la solution des conditions de premier ordre:  $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$ .
- 5. Sous quelles conditions  $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$  est-il bien la solution au programme du consommateur?
- 6. Déterminer le panier optimal du consommateur dans tous les cas, en fonction de R.

Théorie du producteur

# Exercice 13: Notions de productivité moyenne et marginale

Un output (Q) est obtenu à partir de deux facteurs de production, du travail L et du capital K. En courte période, on suppose le capital fixe. La production du bien varie alors en fonction du nombre d'unités de travail (une unité de travail = 1 heure de travail ouvrier) selon le tableau suivant:

Unités de travail Unités d'output produites

0	0
1	64
2	224
3	432
4	640
5	800
6	864
7	864

- 1. Calculer les valeurs des productivités moyennes et marginales par rapport au travail.
- 2. Représenter graphiquement la production totale ainsi que les productivités marginale et moyenne en fonction du travail.

Exercice 14: Isoquantes Soient les fonctions de production à partir de capital (k) et de travail (l):

$$y = f(k, l) = \begin{cases} k^{1/4} (l-1)^{1/4} & \text{si} & l \ge 1\\ 0 & \text{si} & l < 1 \end{cases}$$

$$y = q(k, l) = k^{\alpha} l^{\beta}$$

 $\alpha$  et  $\beta$  étant des paramètres strictement positifs.

$$y = h(k, l) = k + \sqrt{l}$$

Représenter pour chacune l'isoquante correspondant à un niveau d'output y, en en étudiant la convexité et en indiquant si elle coupe les axes.

### Exercice 15: Taux marginal de substitution

On considère les trois fonctions de production suivantes:

$$Q_1 = K^{0.2}L^{0.5}$$
$$Q_2 = 2L^{3/4}K^{\beta}$$
$$Q_3 = 2\sqrt{L}\sqrt{K}$$

Q représente le produit, L et K respectivement le travail et le capital.

- 1. Exprimer le taux marginal de substitution du travail par le capital pour les fonctions  $Q_1$  et  $Q_2$ .
- 2. Quelle sera la valeur du TMS dans la fonction  $Q_3$  lorsque  $Q_3=2$  et L=3?

### Exercice 16: Rendements d'échelle

On considère la production d'un output à partir de deux inputs. Dans chacun des cas suivants définir la nature des rendements d'échelle:

$$y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1^{2/3} x_2^{2/3}}{x_1 + x_2}$$

$$y = g(x_1, x_2) = (x_1^{1/2} + x_2^{1/2})^3$$

## Exercice 17: Substitution capital-travail

Soit la fonction de production à partir de capital (k) et de travail (l):

$$y = f(k, l) = \begin{cases} k^{1/4} (l-1)^{1/4} & \text{si} \quad l \ge 1\\ 0 & \text{si} \quad l < 1 \end{cases}$$

On raisonne sur le long terme.

- 1. Représenter l'isoquante correspondant à y=1. Commenter.
- 2. Soit r le prix unitaire du capital, et w le prix unitaire du travail. Quelles quantités de facteurs minimisent le coût de production de la quantité y=1 dans les cas: (r=1,w=1) et (r=2,w=3). Interpréter.

# Exercice 18: Effets d'une variation du prix d'un facteur sur le coût de production

Soient les fonctions de production suivantes:

$$y = f(x_1, x_2) = \min(x_1, x_2)$$

$$y = g(x, y) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$$

- 1. Les prix unitaires des deux facteurs sont égaux à un. Quelles sont les quantités d'inputs qui permettent de minimiser les coûts de production d'une quantité donnée y?
- 2. Le prix du facteur 1 reste constant mais le prix du facteur 2 augmente de x. Expliquer sans faire de calcul pourquoi l'accroissement du coût moyen qui en résulte est plus grand avec f qu'avec g.
- 3. Vérifier le raisonnement fait par un calcul adéquat.

### Exercice 19: Fonction de coût

Soit la fonction de production:

$$y = f(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$$

Le prix du facteur 1 est  $p_1 = 3$  et celui du facteur 2 est  $p_2 = 1$ .

- 1. Représenter l'isoquante correspondant à un niveau donné d'output y.
- 2. Déterminer les demandes de la firme en facteurs.
- 3. Déterminer la fonction de coût total et la représenter graphiquement;

## Exercice 20: Coût à court terme et coût à long terme

La fonction de production d'une entreprise s'écrit:

$$y = f(x_1, x_2) = \begin{cases} \sqrt{x_1 x_2} - 1 & \text{si} \quad x_1 x_2 \ge 1\\ 0 & \text{si} \quad x_1 x_2 < 1 \end{cases}$$

A court terme, le facteur 2 est fixe. Les prix des facteurs sont tous deux égaux à 1.

- 1. Déterminer les fonctions de coût marginal et coût moyen à long terme et les représenter.
- 2. Déterminer les fonctions de coût moyen et de coût marginal à court terme lorsque l'entreprise dispose de deux unités de facteur 2. Les représenter sur le graphique de la question 1.
- 3. Quelle quantité de facteur 2 l'entreprise doit-elle acquérir si elle prévoit de produire y=3? Si elle achète effectivement cette quantité de facteur 2 et si elle produit en fait y=4, quel surcoût supporte-t-elle par unité produite, par comparaison avec le cas où elle aurait choisi la bonne quantité de facteur 2?

### Exercice 21: Maximisation du profit dans le court terme

Pour produire y unités d'un bien, une entreprise supporte sur le court terme des coûts variables CV(y) et des coûts fixes: CF, avec:

$$CV(y) = \frac{1}{2}y^3 - y^2 + 4y$$

$$CF = 4$$

1. Déterminer les expressions du coût moyen CM, coût marginal, coût variable moyen CVM et coût fixe moyen CFM et représenter les trois premières fonctions sur un même graphique en déterminant explicitement les niveaux où elles atteignent un minimum. Définir le seuil de fermeture et de rentabilité. (Indication: l'équation  $y^3 - y^2 - 4 = 0$  admet comme unique solution positive y = 2)

2. L'entreprise vend sa production sur un marché de concurrence parfaite à un prix unitaire égal à p. Déterminer la production choisie lorsque  $p=3,\,p=4$  et p=6. Calculez dans chaque cas le profit réalisé et commentez les résultats obtenus.

## Exercice 22: Offre de l'entreprise et effet de la variation du prix de l'output

Soit la fonction de coût total CT(x) d'une entreprise qui produit un bien X en quantité x:

$$CT(x) = 4x^3 - 90x^2 + 1000x + 500$$

- 1. Déterminer la fonction d'offre de l'entreprise. Calculer l'élasticité prix de l'offre au point optimal.
- 2. Déterminer la quantité optimale et le profit maximum pour un prix p=400.
- 3. Le prix augmente de 25 %. Calculer la variation en pourcentage de la quantité optimale et du profit.

### Exercice 23: Maximisation du profit et demande de facteurs

La fonction de production d'une entreprise est donnée par:

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

Les prix unitaires des deux facteurs sont égaux à l'unité, on note p le prix de l'output. On raisonne sur le long terme. On suppose que la firme se comporte de manière parfaitement concurrentielle.

- 1. Déterminer la fonction de coût total. En déduire la fonction d'offre de l'entreprise et la demande de chaque facteur en fonction de p.
- 2. Retrouvez les résultats de la question 1 par un calcul direct (c.a.d. sans passer par le calcul de la fonction de coût).

# Exercice 24: Demande de facteurs, fonction de coût et fonction d'offre

Soient les fonction de production suivantes:

$$y = (2k + l)^{1/2}$$

$$y = k^{1/3} l^{1/3}$$

Les prix unitaires du capital (k) et du travail (l) sont respectivement égaux à 3 et 1. On note p le prix de l'output. On raisonne sur le long terme.

Dans chaque cas, représenter l'isoquante qui correspond à un niveau donné y, et déterminer:

- 1. les fonctions de demande de facteurs (à y fixé),
- 2. la fonction de coût total,
- 3. la fonction d'offre,
- 4. la demande de capital et de travail exprimée par l'entreprise lorsque p=4.

Exercice 25: Equilibre à court terme. Nous étudions l'équilibre à court terme d'un marché de concurrence parfaite comprenant 100 entreprises identiques. Chaque entreprise peut produire au maximum une quantité totale y=2. Le coût total de fabrication est donné par:

$$CT(y) = \log(2) - \log(2 - y)$$

- 1. Les entreprises subissent-elles un coût fixe? Déterminez et représentez les fonctions de coût marginal et de coût moyen d'une entreprise. Quel est le seuil de fermeture?
- 2. Déterminez et représentez la fonction d'offre totale. On notera p le prix du bien échangé sur le marché.
- 3. La demande totale au prix p est donnée par:

$$D(p) = \frac{200}{p} - 100$$

Calculez le prix d'équilibre ainsi que la production et le profit de chaque entreprise à l'équilibre.

Exercice 26: Calcul de l'offre et de la demande globale et équilibre de court terme. Une économie comporte 200 consommateurs consommant deux biens X et Y et 120 entreprises produisant le bien X. Nous nous intéressons au marché du bien X. Les consommateurs sont de deux types: - 100 consommateurs de type 1, ont chacun le revenu :  $R_1 = 4$  - 100 consommateurs de type 2, ont chacun le revenu :  $R_2 = 8$ 

Tous ces consommateurs ont les mêmes goûts représentés par la fonction d'utilité:

$$U(x,y) = x^{1/2}y^{1/2}$$

Les biens X et Y sont de prix  $p_X = p$  et  $p_Y = 1$ .

Les entreprises produisent le bien X avec la même fonction de coût

$$CT(x) = (9/10)x^2$$

- 1. Calculer la demande de chaque type de consommateurs. En déduire la demande globale en bien X.
- 2. Calculer l'offre de chaque entreprise ainsi que l'offre globale S(p).
- 3. Calculer l'équilibre du marché (prix, quantité échangée et profit de chaque entreprise).

# Examens

# Microéconomie I Examen Session Principale. Année Universitaire 2005/2006

Durée: 2 heures. Sans documents

**Exercice 1.** La fonction d'utilité d'un consommateur pour deux biens de consommation X et Y est donnée par

$$U(x,y) = xy^3$$

1. Calculer la demande du consommateur en biens X et Y quand son revenu est donné par R et les prix des biens donnés par  $p_X$  et  $p_Y$ .

Les questions 2 et 3 sont complètement indépendantes.

- 2. On considère la situation initiale R = 20,  $p_X = 1$  et  $p_Y = 3$ . Dans la situation finale, le prix du bien Y passe à la valeur  $p'_Y = 5$ , R et  $p_X$  restant inchangés.
  - (a) Calculer l'effet global de cette augmentation.
  - (b) Comment se décompose cet effet global en effet de substitution et effet de revenu?
  - (c) Quelle augmentation du revenu compenserait exactement pour le consommateur cette augmentation du prix?
- 3. Le prix  $p_X$  redevient variable. L'économie contient deux consommateurs: un consommateur pauvre de revenu  $R_1 = 16$  et un consommateur riche de revenu  $R_2 = 40$ .
  - (a) Calculer la demande de chaque consommateur  $x_i$  en bien X en fonction du prix  $p_X$ , ainsi que la demande totale  $(D = x_1 + x_2)$ .
    - Le bien X est en fait un bien agricole dont l'Etat contrôle complètement le prix  $p_X$ . La récolte de l'année est estimée à X = 7.
  - (b) A quel niveau  $p^*$  l'Etat doit-il fixer le prix du bien X afin que la demande totale soit égale exactement à la récolte attendue? Calculer pour ce niveau de prix les demandes en bien X des deux consommateurs.
    - On estime que la quantité en bien X minimale pour assurer une "vie digne" à un consommateur est égale à  $\tilde{x}=4$ . L'Etat décide alors de baisser le prix du bien X et d'avoir recours à l'importation pour pouvoir faire face à la demande.
  - (c) A quel niveau  $\tilde{p}$  l'Etat doit-il fixer le prix du bien X pour que le consommateur pauvre demande exactement  $\tilde{x}$ ? Quelle quantité du bien X l'Etat doit-il alors importer?

**Exercice 2.** Une entreprise produit un bien en quantité y en utilisant le capital k et le travail l, selon la fonction de production:

$$f(k,l) = (k-a)^{1/3} (l-b)^{1/3}$$
 pour  $k > a, l > b$   
 $f(k,l) = 0$ , sinon

où a et b sont des paramètres positifs.

Le prix unitaire de chacun des facteurs:  $p_k = p_l = 1$ .

On raisonne d'abord sur le long terme.

- 1. Etudier et représenter graphiquement une isoquante correspondant à un niveau de production y > 0.
- 2. Représenter le sentier d'expansion.
- 3. Calculer la fonction de coût. Quelle est la limite de C(y) quand y tend vers 0. Comment l'expliquez-vous?
- 4. Calculer la fonction de coût moyen. L'étudier et la représenter. En déduire les rendements d'échelle en fonction du niveau d'output.

On suppose dans la suite que a = b = 1.

- 5. L'entreprise prévoit un prix de vente de son output p = 9. Quel niveau d'output doit-elle mettre sur le marché et quelles quantités de facteurs de production achète-t-elle?
- 6. Le prix est en fait p=4. Mais la firme s'est déjà engagée sur le niveau du capital calculé dans la question précédente et elle ne peut pas le changer sur le court terme. Elle peut en revanche ajuster le travail.
  - (a) Calculer la fonction de coût de court terme. Séparer ce coût en coût fixe et coût variable.
  - (b) Calculer l'offre de l'entreprise sur le court terme et le manque à gagner occasionné par son erreur de prévision.

# Microéconomie I Examen Session Principale. Année Universitaire 2006/2007.

Durée: 2 heures. Sans documents

Il sera tenu compte de la rédaction et de la présentation de la copie. Tout résultat illisible et/ou non justifié NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

**Problème à résoudre.** L'Etat veut réguler la consommation de cigarettes qu'il considère comme un fléau à combattre. L'objectif de ce qui suit est d'étudier l'effet de certains instruments économiques qui peuvent être utilisés à cette fin. Les parties I et II sont indépendantes dans une large mesure. Elles doivent être traitées sur des feuilles séparées en indiquant clairement le numéro de la partie traitée.

Partie I. L'Etat considère d'abord la possibilité d'infléchir la consommation. Les consommateurs fumeurs sont tous identiques et caractérisés par la fonction d'utilité suivante:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2^{1/2},$$

où  $x_1$  est la quantité consommée de cigarettes et  $x_2$  la quantité d'un autre bien. Nous supposons que le consommateur dispose d'un revenu R et que les prix unitaires des biens sont respectivement  $p_1$  et  $p_2$ .

- 1. Etudier la courbe d'indifférence correspondant au niveau d'utilité u > 0 et la représenter de manière lisible (moitié d'une page). On admet qu'elle est convexe.
- 2. Calculer les demandes du consommateur en fonction de R,  $p_1$  et  $p_2$ .
- 3. L'Etat se propose de taxer la consommation des cigarettes en prélevant sur chaque unité vendue t u.m., de telle sorte que le prix du bien 1 est donné par:  $p_1 = p + t$ , avec p < 3/2. On pose  $p_2 = 1$ . A quelle valeur l'Etat doit-il fixer t pour que chaque consommateur ne dépasse pas  $\bar{x}_1 = 4R/15$ , quantité maximale tolérée par les médecins de santé publique? Que se passe-t-il si p > 3/2? Expliquer.

Partie II. L'Etat envisage maintenant d'influencer la production. La production de cigarettes se fait avec la fonction de production:

$$f(K, L) = K^{1/2} + L^{1/2},$$

où K et L sont respectivement les quantités de capital et de travail utilisées.

On note p le prix unitaire de l'output (cigarettes) et r et w respectivement les prix unitaires du capital (K) et de travail (L). Tous les prix sont supposés donnés pour les entreprises.

1. On raisonne dans cette question sur le long terme.

- (a) Calculer les combinaisons optimales d'input et la fonction de coût de long terme C(y), en fonction de la quantité y de l'output.
- (b) Déterminer l'offre de l'entreprise en fonction de p, w et r et sa demande en chacun des inputs.
- 2. L'Etat se propose de taxer la production de cigarettes en prélevant t u.m. sur chaque unité vendue tout en maintenant constant le prix de vente de la cigarette, de telle sorte que la firme perçoive p' = p t sur chaque unité vendue quand le prix de vente est p.

```
On pose p = 2, r = w = 1. On suppose t < 2.
```

On considère deux types de firmes, les firmes installées de type I et les firmes entrantes de type E. Les questions (a) et (b) sont indépendantes.

- (a) Les firmes entrantes n'ont pris aucun engagement dans le passé. Exprimer en fonction de t l'offre de cigarettes d'une firme de type E:  $y_E^*$ .
- (b) Les firmes installées (de type *I*) ont décidé des quantités d'inputs avant la mise en place de la taxe *t*. Elles se sont donc engagées sur la quantité de capital qu'elles ne peuvent pas changer sur le court terme. En revanche, le travail employé étant non qualifié, elles peuvent sur le court terme en ajuster la quantité.

Calculer pour une firme de type I, la fonction de coût de court terme,  $C^{ct}(y)$  pour  $y \geq 1$ . En déduire la valeur de l'offre  $y_I^*$  et la nouvelle demande en travail en fonction de t. Qu'en déduisez-vous quant à l'effet de la taxation des cigarettes sur l'emploi? Interpréter.

(c) Sachant qu'il y a 100 entreprises de chaque type, que doit vérifier t pour que la quantité totale produite n'excède pas  $\bar{Y}$ ?

#### Barème à titre indicatif:

• Partie I: 9 points

• Partie II: 11 points.

## Examen de la session principale

### Microéconomie I

## ESSAI 2007/2008

Première année

Durée: 2 heures. Sans documents

Il sera tenu compte de la rédaction et de la présentation de la copie. Tout résultat illisible et/ou non justifié NE SERA PAS PRIS EN COMPTE.

Pour chaque exercice, commencer une nouvelle feuille. Indiquer clairement le numéro de l'exercice et de la question traités. Ne rien écrire sur la première page de la feuille d'examen.

Exercice 1 (Théorie du consommateur). La consommation de sucre (bien 1) et de café (bien 2) est supposée se faire toujours à proportions fixes à raison d'une unité de café pour une unité de sucre. On note par  $p_1$  et  $p_2$  les prix unitaires respectifs de ces biens.

- 1. Supposons qu'un consommateur dispose d'un budget R. Calculer les quantités demandées en biens 1 et 2, en fonction des prix et du budget.
- 2. Dans un pays donné, les prix de ces deux biens sont donnés par  $p_1 = p_2 = 1$ . Il y a deux types de consommateurs,
  - 100 consommateurs "pauvres" avec un budget  $R_1 = 6$ .
  - 100 consommateurs "riches" avec un budget  $R_2 = 10$ .

Calculer les quantités demandées par un consommateur de chaque type.

- 3. Le café étant un produit importé et le pays traversant une crise financière, la quantité disponible ne suffit pas à satisfaire tout le monde. L'Etat décide alors de rationner la consommation du café en limitant la consommation par individu à  $\bar{x}_2 = 4$ . La quantité totale disponible suffit alors tout juste.
  - (a) En adoptant la même échelle pour les deux biens, représenter de manière précise pour un consommateur de chaque type, dans l'espace  $(x_1, x_2)$ , l'ensemble des paniers qui satisfont à la fois aux contraintes physiques et de rationnement et la contrainte budgétaire.
  - (b) En vous aidant des graphiques réalisés, calculer les quantités demandées en chacun des biens par chaque type de consommateur. Que remarquez-vous? Interpréter.
  - (c) Le rationnement pose à l'Etat de gros problèmes de gestion. Il décide de le supprimer et d'augmenter à la place le prix du café. A quel niveau devrait-il fixer le prix  $p_2$ ?

Exercice 2 (Théorie du producteur) Une entreprise produit un output Y à partir de capital K et de travail L avec la fonction de production

$$f(K, L) = K^{1/5}L^{1/5}.$$

- 1. Quels sont les rendements d'échelle?
- 2. Au moment de la constitution de l'entreprise, les prix des facteurs de production sont donnés par

$$p_K = p_L = 1,$$

tandis que le prix de l'output est donné par p = 5.

En raisonnant sur le long terme, déterminer les demandes en inputs  $K^*$  et  $L^*$  et l'offre en output  $y^*$ .

- 3. Après le démarrage de l'activité, l'augmentation des charges sociales fait passer le prix du travail à  $p_L = 2$ . Mais l'entreprise a déjà acquis le stock de capital calculé en question 1 qu'elle ne peut pas changer sur le court terme. En revanche, elle a la possibilité d'ajuster la quantité de travail. (Le prix de l'output et du capital restent inchangés.)
  - (a) Calculer la fonction de coût de court terme.
  - (b) Calculer la nouvelle quantité offerte  $\tilde{y}$  et la nouvelle quantité demandée en travail  $\tilde{L}$ . Quelle est au niveau de l'entreprise la "quantité" de chômage occasionnée par ce changement? Calculer le profit à l'équilibre de court terme  $\tilde{\pi}$ .
  - (c) Calculer la perte de profit de l'entreprise due à cette augmentation imprévue du prix du travail (par rapport à la situation où l'entreprise aurait dès le départ prévu ce prix).

Questions de cours. Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses. Dans tous les cas justifier rigoureusement votre réponse par des raisonnements analytiques et/ou graphiques appropriés clairs et en apportant un soin particulier à la rédaction.

- 1. Plus on est riche plus on consomme en chaque bien.
- 2. Une firme peut rationnellement décider de produire tout en faisant des pertes.