

- Aucune documentation n'est permise.
- La copie doit être nette et lisible.
- Arrondir les calculs au 3<sup>ème</sup> chiffre après la virgule.
- Nombre de pages : 04.

## EXERCICE 1: (10 points)

On se propose d'étudier la fonction de demande de travail du secteur de textile. Pour cela, on dispose d'un panel comportant 102 entreprises observées sur la période 2015-2023.

Le modèle à utiliser dans cette étude s'écrit comme suit :

$$\text{Log}L_{it} = a_i + b_1 \text{Log}L_{it-1} + b_2 \text{Log}w_{it} + b_3 \text{Log}K_{it} + \varepsilon_{it} ;$$

Où :  $L_{it}$  désigne le niveau des effectifs employés par l'entreprise  $i$  à la date  $t$ ,  $K_{it}$  son stock de capital supposé être prédéterminé,  $w_{it}$  le coût salarial moyen par employé.  $a_i$  est un paramètre représentant l'effet spécifique individuel. Les erreurs sont indépendantes et identiquement distribuées :  $\varepsilon_{it} \rightarrow N(0, \sigma^2)$ .

L'estimation de ce modèle par la méthode d'Arellano-Bond et l'estimateur d'Anderson-Hsiao a conduit aux résultats suivants :

Tableau 1 : Estimations d'un modèle de demande de travail

	Estimateur d'Arellano-Bond (1)		Estimateur d'Anderson-Hsiao (2)	
	Coefficient	Ecart-type	Coefficient	Ecart-type
$L_{it-1}$	0,629	0,09	1,423	1,001
$w_{it}$	-0,526	0,054	-0,752	0,230
$K_{it}$	0,278	0,045	0,322	0,105
Sargan	31,4 (ddl= 19)			
M2	-0,434		-1,781	

- 1) Fournir une interprétation économique des coefficients  $b_2$  et  $b_3$ . (01 point)
- 2) Que veut-on dire par variable prédéterminée ? Quels sont les instruments à utiliser dans ce cas ? (01,5 points)



- 3) Pour chacun des estimateurs (1) et (2), préciser la méthode appliquée pour estimer les paramètres de ce modèle et expliquer son principe. (01,5 points)
- 4) Comment ces deux estimateurs traitent-ils le problème d'endogénéité ? (01,5 points)
- 5) Les instruments utilisés au niveau de l'estimateur d'Arellano-Bond sont-ils valides au risque de 5%? Justifier la réponse. (02,5 points)
- 6) Vérifier au risque de 10%, si l'estimateur d'Anderson-Hsiao pose un problème d'autocorrélation des erreurs d'ordre 2. (02 points)

### EXERCICE 2: (10 points)

Une société de cosmétique souhaite estimer la consommation annuelle de sa gamme « édition limitée ». Pour cela, elle dispose de données d'enquêtes récoltées auprès de 10000 individus. La consommation par individu exprimée en unité, notée  $CONSO_i$ , est fonction de quatre facteurs explicatifs, à savoir :

- $R_i$  : le revenu annuel moyen de l'individu  $i$ , exprimé en milliers de dinars.
- $P_i$  : le prix moyen des biens achetés par l'individu  $i$  ;
- $M_i$  : variable indicatrice mesurant l'impact d'une action marketing prenant la valeur 1 si l'individu a été l'objet d'une action marketing et 0 sinon ;
- $S_i$  : variable polytomique mesurant la catégorie socioprofessionnelle (CSP) de l'individu  $i$

telle que : 
$$S_i = \begin{cases} 0 & \text{pour les ouvriers} \\ 1 & \text{pour les chômeurs} \\ 2 & \text{pour les cadres} \\ 3 & \text{pour les retraités} \end{cases}$$

Par ailleurs, pour chaque modalité de la variable  $S_i$ , on définit une variable dichotomique notée  $CSP_i^{(j)}$  associée à la CSP de l'individu  $i$  telle que :

$$CSP_i^{(j)} = \begin{cases} 1 & \text{si } S_i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \forall j = 0,1,2,3 \text{ et } i = 1, \dots, N.$$

Les résultats d'estimation issus d'un logiciel économétrique sont présentés dans le tableau 2.

On vous demande de :

- 1) Indiquer l'individu de référence. (01 point)
- 2) Préciser la nature du modèle à utiliser. (01,5 points)
- 3) Présenter le modèle de décision permettant de prévoir la consommation. (02 points)



- 4) Calculer l'estimation de la variable latente pour un cadre ayant été l'objet d'une action marketing et dont le revenu annuel moyen et le prix moyen des biens achetés sont respectivement de 20 MDT et 30 dinars. (01,5 points)
- 5) Pour l'individu de la question 4, estimer la probabilité que sa consommation de la gamme « édition limitée » soit nulle. (02 points)
- 6) Faire une lecture statistique et économique des résultats d'estimation. (02 points)

Tableau 2 : Résultats d'estimation

Dependent Variable: CONSO  
Method: ML - Censored Normal  
Sample: 1 10000  
Included observations: 10000  
Left censoring (value) at zero  
Convergence achieved after 10 iterations  
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.492957	0.044944	10.96829	0.0000
R	1.600256	0.000488	3281.586	0.0000
P	-1.198181	0.003742	-320.2157	0.0000
M	0.788603	0.016026	49.20675	0.0000
CSP1	-1.017232	0.018660	-54.51495	0.0000
CSP2	2.771211	0.024125	114.8700	0.0000
CSP3	1.500019	0.022928	65.42398	0.0000

Error Distribution

SCALE:C(B)	0.501245	0.005315	94.30666	0.0000
R-squared	0.999722	Mean dependent var	9.811582	
Adjusted R-squared	0.999722	S.D. dependent var	19.72987	
S.E. of regression	0.329098	Akaike info criterion	0.659519	
Sum squared resid	1082.187	Schwarz criterion	0.665287	
Log likelihood	-3289.594	Hannan-Quinn criter.	0.661471	
Avg. log likelihood	-0.328959			
Left censored obs	5627	Right censored obs	0	
Uncensored obs	4373	Total obs	10000	



- 4) Calculer l'estimation de la variable latente pour un cadre ayant été l'objet d'une action marketing et dont le revenu annuel moyen et le prix moyen des biens achetés sont respectivement de 20 MDT et 30 dinars. (01,5 points)
- 5) Pour l'individu de la question 4, estimer la probabilité que sa consommation de la gamme « édition limitée » soit nulle. (02 points)
- 6) Faire une lecture statistique et économique des résultats d'estimation. (02 points)

Tableau 2 : Résultats d'estimation

Dependent Variable: CONSO

Method: ML - Censored Normal

Sample: 1 10000

Included observations: 10000

Left censoring (value) at zero

Convergence achieved after 10 iterations

Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.492957	0.044944	10.96829	0.0000
R	1.600256	0.000488	3281.586	0.0000
P	-1.198181	0.003742	-320.2157	0.0000
M	0.788603	0.016026	49.20675	0.0000
CSP1	-1.017232	0.018660	-54.51495	0.0000
CSP2	2.771211	0.024125	114.8700	0.0000
CSP3	1.500019	0.022928	65.42398	0.0000

Error Distribution

SCALE:C(8)	0.501245	0.005315	94.30666	0.0000
R-squared	0.999722	Mean dependent var	9.811582	
Adjusted R-squared	0.999722	S.D. dependent var	19.72987	
S.E. of regression	0.329098	Akaike info criterion	0.659519	
Sum squared resid	1082.187	Schwarz criterion	0.665287	
Log likelihood	-3289.594	Hannan-Quinn criter.	0.661471	
Avg. log likelihood	-0.328959			
Left censored obs	5627	Right censored obs	0	
Uncensored obs	4373	Total obs	10000	



**N.B.:**

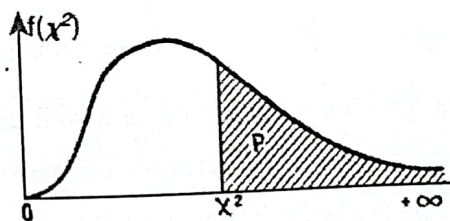
❖ Les valeurs suivantes sont extraites de la table de la loi normale :

$$\Phi(0,75) = 0,7734 ; \Phi(1,96) = 0,975 (\alpha = 5\%) ; \Phi(1,64) = 0,9495 (\alpha = 10\%) ;$$

$$\Phi(0,23) = 0,591 ; \Phi(0) = 0,5 ; \Phi(0,22) = 0,5871.$$

❖ On donne également la table de la loi de CHI-2 :

**TABLE DE LA LOI DU CHI-DEUX**  
Valeurs de  $\chi^2$  ayant la probabilité  $P$  d'être dépassées



$\nu$	$P = 0,90$	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,662	18,475
8	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980
25	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892