Université de Carthage **Année universitaire 2023/2024**
Ecole Supérieure de la Statistique et de l'Analyse de l'Information

2ème année du Cycle Ingénieur

Microéconomie III-
Corrigé Série 1 : Le monopole

Exercice 1 :

Soit la fonction de coût total d'une entreprise en monopole :

$$C(q) = 100q - 16q^2 + q^3$$

q : offre de l'entreprise

On suppose que la demande est exprimée par

$$Q = \frac{100 - p}{6}$$

On en déduit la fonction de demande inverse :

$$p = 100 - 6Q$$

1- Q : la quantité demandée par le consommateur devient la quantité offerte par le monopole =q

$$max_q \Pi \text{ (q)} = p(q)\ \ q \quad - C(q) = (100 - 6q)q - (100q - 16q^2 + q^3)$$

(cpo) $\frac{d\Pi}{dq} = 100 - 12\,q - 100 + 32\,q - 3\,q^2 = 0 \; ssi \; 20q - 3q^2 = 0$

q=0 ou q=20/3

(CSO) $\frac{d^2\Pi}{dq^2} = 20 - 6q < 0 \; ssi \; q > 20/6$

La quantité optimale choisie par le monopole est $q^* = 20/3$ et le prix devient

$$p = 60$$

2- Illustration graphique

Demande :

$$p = 100 - 6Q$$

Recette totale =p(Q) Q= $100\;Q - 6Q^2$

La recette marginale s'exprime par Rm (Q)= RT(Q)/Q

Rm=$100-12Q$

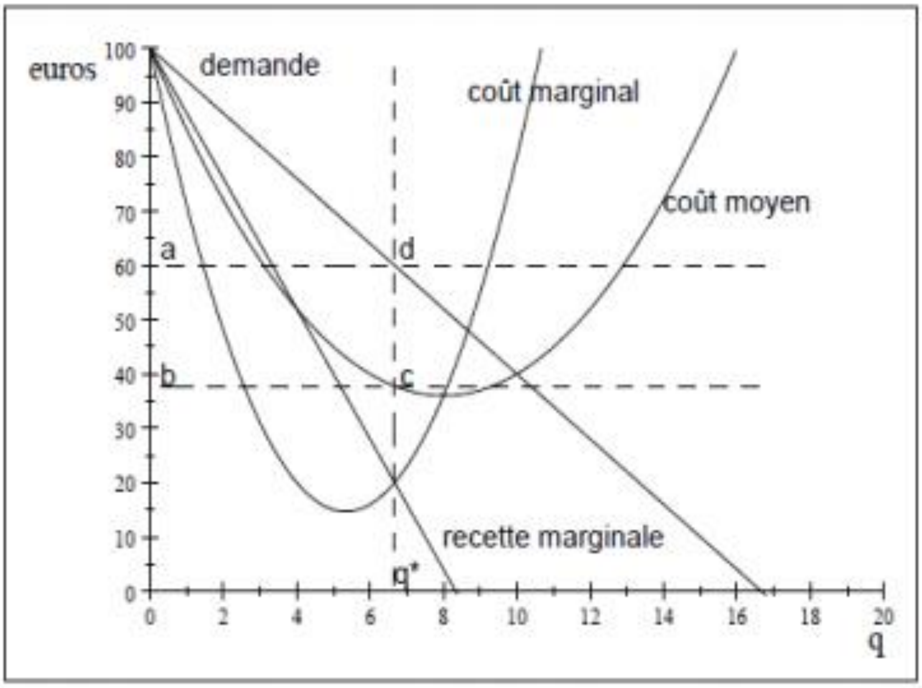
La fonction de Coût total = $100q-16q^2+q^3$

La fonction de coût marginal est donnée par Cm(q)=CT'(q)

Cm(q) =$100-32\ q+3q^2$

La fonction de coût moyen correspond à CM(q)=CT(q)/q

CM (q)= $100-16\ q+q^2$



Equilibre du monopole : le point d (q*,p*)

- La courbe du coût marginal coupe la courbe du coût moyen en son minimum.
- La solution (q*) est telle que Rm =cm (intersection des deux courbes)
- Le profit =recettes totales – coût total : abcd>0
- Recettes totales oadq*
- Coût total : oq*c b

Remarque : importance d'un choix approprié de la variable q ou p ?

Supposons que l'on choisisse comme variable le prix au lieu de la quantité, le calcul devient plus compliqué. Dans ce cas, il vaut mieux choisir la quantité et non le prix. En effet

$$max_p \Pi\,(\mathrm{p}) = p\ \ q(p)\quad - C(q(p))$$
$$= p\frac{100-p}{6} - (100\frac{100-p}{6} - 16(\frac{100-p}{6})^2 + (\frac{100-p}{6})^3)$$

3- Quelle quantité produirait la firme en monopole si elle pouvait pratiquer une discrimination parfaite par les prix ? Quel profit réaliserait la firme dans ce cas ?

L'entreprise qui pratique de la discrimination parfaite par les prix va égaliser son coût marginal au prix dans la partie croissante de la courbe de coût marginal. La firme va donc choisir la quantité q satisfaisant : $100 - 6q = 100 - 32q + 3q^2 \Leftrightarrow 26q - 3q^2 = 0 \Leftrightarrow q(26 - 3q) = 0$. En excluant q = 0, incompatible avec le fait d'être dans la portion croissante de la courbe de coût marginal, on en déduit donc que cette quantité est q = 26/3 . Le prix auquel la dernière unité du bien est vendue est donc de $100 - 32 \times 26/3 + 3(26/3)^2$ soit donc p = 48 . Pour produire cette quantité, la firme supporte un coût de $2600/3 - 16 \times (26/3)^2 + (26/3)^3$ soit donc Coût = 315, 85. Les recettes totales de la firme sont données par les recettes obtenues sur les 26/3 unités vendues au prix égal au coût marginal auxquelles s'ajoute le surplus du consommateur que la firme récupère sur toutes les unités infra marginales vendues. Ces recettes sont donc : RT = 48 × (26/3) + $\int_{48}^{100}$ (100 – p)/ 6 dp = 633. Profit évidemment plus grand que dans le cas à prix unique

4- La demande est-elle suffisante pour permettre l'organisation concurrentielle avec libre entrée[1] de cette industrie ? Justifier.

On peut chercher à déterminer le nombre de firmes qui permettrait au marché d'opérer en concurrence parfaite avec un prix tel que le coût marginal est égal au coût moyen. La quantité q qui égalise coût marginal et coût moyen est donnée par : $Cm(q) = 100 - 32q + 3q^2 = CM(q) = 100 - 16q + q^2 \Leftrightarrow 16q - 2q^2 = 0 \Leftrightarrow 2q(8 - q) = 0$, et la seule solution à cette équation est d'avoir q = 8 . (En fait la solution q = 0 + p = 100 est une espèce d'équilibre inactif.) Si la firme produit une telle quantité, le coût moyen CM(8) = 100 − 16 × 8 + 64 = 36. Pour qu'une firme produise au minimum au coût moyen, le prix doit être donc égal à 36 : p = 36 . A ce prix les consommateurs souhaitent consommer Q = (100 − 36)/6 = 32/3. Le nombre d'entreprises n est telle que chacune produit 8 unités pour un total de 32/3 soit : 8n = 32 3 ⇔ n = 4/3. Le plus grand entier inférieur à 4/3 est 1. Donc pas plus d'une firme ne pourrait opérer à long terme sur ce marché. Remarques diverses valables : — Plus précisément il n'y pas d'équilibre concurrentiel à long terme (soit il n'est pas concurrentiel, soit il n'est pas à long terme). — Nous avons une forme de monopole naturel. — Si la firme est seule sur le marché, l'entreprise comprendrait qu'elle est en situation de monopole et tenterait d'utiliser le pouvoir que cela lui donne. — Reste à voir la question d'une entrée éventuelle.

Autre méthode : Équilibre concurrentiel implique que le chaque producteur égalise son coût marginal au prix : $100 - 32q + 3q^3 = p$. Concernant la libre entrée, la recette doit égaliser les coûts (profit nul) : $pq = 100q - 16q^2 + q^3$. Etc. On trouve q = 8 ou q = 0. Concernant la solution à q = 8, et donc le prix p = 36, on doit se rapporter à la demande pour savoir combien de fois il y a 8 dans la demande exprimée si p = 8.

[1] Cas où le nombre d'entreprises sur le marché est endogène.

Exercice 2 :

Dans une industrie monopolistique, la fonction de demande s'écrit :

$$q = D(p) = p^{-\alpha}$$

Avec la constante $\alpha > 0$.

Le coût marginal de production est constant et égal à c.

1- Calculer l'élasticité de la demande et en déduire la propriété de D(p).

L'élasticité de la demande par rapport au prix mesure la sensibilité de la demande par rapport aux variations de prix c'est-à-dire la réaction des consommateurs par rapport aux variations de prix.

Sur un marché caractérisé par une élasticité-prix de la demande élevée, le prix de base doit être plus bas si l'entreprise veut atteindre un volume de ventes satisfaisant. Par contre, sur un marché où la demande est plutôt inélastique (ou rigide), le prix peut être fixé à un niveau plus élevé sans entraîner une importante baisse de la demande.

Soit e : l'élasticité- prix de la demande, par convention,

$$e = -\frac{\partial D(p)}{\partial p}\frac{p}{D(p)}$$

$$e = -\frac{\alpha p^{-\alpha-1}p}{p^{-\alpha}} = \alpha$$

Cette fonction de demande est une fonction à élasticité constante (le long de la courbe). En d'autres termes, la modification de la consommation résultant d'une variation marginale du prix est constante.

2- Montrer que si $\alpha > 1$ alors la fonction de profit est toujours concave.

Le profit à maximiser s'écrit :

$$\pi(p - c)\, p^{-\alpha}$$

$$La\ condition\ de\ premier\ ordre\ de\ maximisation\ s'écrit$$

$$\frac{\partial \pi(p)}{\partial p} = O \leftrightarrow (1-\alpha)p^{-\alpha} + \alpha c p^{-\alpha-1} = 0$$

Ce qui donne le candidat $\hat{p} = \frac{\alpha c}{\alpha - 1}$

$$La\ condition\ de\ second\ ordre\ de\ maximisation\ s'écrit\ (pour\ le\ candidat\ p*)$$

$$\frac{\partial\, ^2\pi(p)}{\partial p^2} = -\alpha(1-\alpha)p^{-\alpha}((1-\alpha) + (1+\alpha)cp^{-1})$$

Soit

$$A = 1 - \alpha + (\alpha + 1)cp^{-1}$$

$$\frac{\partial\, ^2\pi(p)}{\partial p^2} < 0\ si\ A < 0$$

Or d'après la condition de premier ordre on a candidat $\hat{p}^{-1} = \frac{\alpha-1}{\alpha c}$, d'où

$$A = 1 - \alpha + (\alpha+1)c\frac{\alpha-1}{\alpha c} = \frac{\alpha-1}{\alpha} > 0 \quad \forall\ \alpha > 1$$

Remarque :

Si $\alpha < 1, \frac{\partial \pi(p)}{\partial p} > O$et donc la fonction de profit est strictement croissante et elle atteint le maximum à l'infini.

3- Montrer que le planificateur social (ou bien un secteur de production de concurrence parfaite) établira un niveau de bien-être social à :

$$W = \frac{c^{1-\alpha}}{\alpha - 1}$$

Comportement du planificateur social : rendre le secteur concurrentiel. L'équilibre est tel que p=c et donc le profit est nul :

W=0+Sc où Sc est le surplus des consommateurs.

$$W = Sc = \int_{p=c}^{+\infty} D(p)dp = \left[\frac{p^{1-\alpha}}{1-\alpha}\right]_c^{+\infty} = 0 - \frac{c^{1-\alpha}}{1-\alpha} = \frac{c^{1-\alpha}}{\alpha - 1}$$