Le consommateur : choisit son panier afin de maximiser sa satisfaction : $P_1 x_1 + P_2 x_2 \leq R$

l'Entreprise : produit des qtés à vendre afin de maximiser son profit $\Pi_i = P_i . q_i - C(q_i)$ améliore la satisfact du client

Eq Conc : $O_i = D_i$ pour tout bien i

↳ il est pareto-optimal : le meilleur

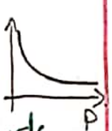
Les prix : → Firmes nombreux : les prix sont donnés

↓

Firmes limités : pour tous chacun choisit son prix

Eq. partiel : $O_i = D_i$ pour un nombre limités des biens i

La demande en bien : Fonction décroissante du prix : loi de la d^de



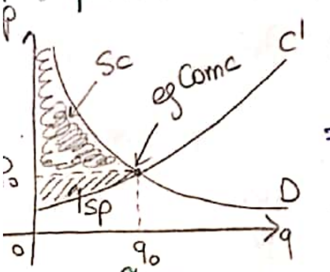
C : fonction du coût $C(q)$

$C' = Cm = \frac{dC}{dq}$: fonction du coût Marg

D : D(P) fonction de demande

$q = D(P) \Leftrightarrow P = P(q) \Rightarrow P = D^{-1}$

P : fonction de demande inverse



$Sp = \Pi(q_0)$

$= P_0 q_0 - C(q_0) = P_0 q_0 - \int_0^{q_0} C'(q)\,dq$

$Sc = \int_0^{q_0} P(q)\,dq - P_0 q_0 = \int_{P_0} D(P)\,dP$

$S_T = Sc + Sp = \int_0^{q_0} (P(q) - C'(q))\,dq$

CPO: $\frac{dS_T}{dq_0} = 0 \Leftrightarrow P(q) = C'(q)$

CSO $\Leftrightarrow P'(q) - C''(q) < 0$

• Si Cm ↗ : S_T est maximale si $P(q) = C'(q)$

S_T est maximal au prix de l'eq concurr " P_0 "

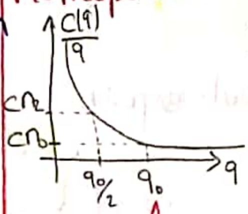
$\Rightarrow P_0 = C'(q)$

Monopole

SONEDE STEG
Pas de Concurr / pas de Pdts subst

Monopole : Entreprise seule sur le marché d'un bien : seul offreur faiseur du prix.

Monopole : Le coût de production est minimal



$1E \rightarrow q_0 \Rightarrow Cm_0$

$2E$ ↗ $q_0/2 \rightarrow Cm_2$; ↘ $q_0/2 \rightarrow Cm_2$ } $Cm_2 > Cm_0$

Monopole produit un bien unique :

$\underset{q \geq 0}{Max}\ \Pi(q) = \underset{q \geq 0}{Max}\ Pq - C(q)$ CPO: $\frac{d\Pi}{dq} = 0 \Leftrightarrow \boxed{P = C'(q)}$

CSO: $\frac{d^2\Pi}{dq^2} = -C''(q) < 0 \Leftrightarrow C''(q) > 0$

Eq : $D = O \Leftrightarrow P(q) = C'(q)$

$P_{monop} > P_0$: de concurr parfaite

$\underset{P \geq 0}{Max}\ \Pi(P) = \underset{P \geq 0}{max}\ PD(P) - C(D(P))$

$\frac{d\Pi}{dP} = P D'(P) + D(P) - D'(P) . C'(D(P))$

suppose $\frac{d^2\Pi}{dP^2} < 0$

↳ CPO: $P - C'(D(P)) = \frac{-D(P)}{D'(P)} = \frac{Pm}{E}$

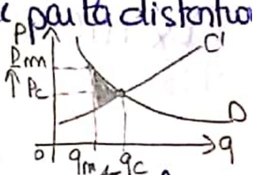
plus E est petite plus $P - C'(D(P))$ est plus élevé

$\underset{q \geq 0}{\widetilde{Max}}\ P(q).q - C(q)$ $\frac{d\Pi}{dq} = P'(q)q + P(q) - C'(q)$

supp $d^2\Pi / dq^2 < 0$

↳ CPO: $P(q) - C'(q) = -q . P'(q) < 0$

Perte de poids morts : entraînée par la distortion par rapport au prix Pc : de conc



→ $(P+t) D(P)$

Taxation : L'écart entre le prix perçu par le Consom et celui perçu par le P^teur $P_c = P_p + T$

Subvention : taux de taxation négatif

$\underset{P \geq 0}{Max}\ \Pi = (P - t) D(P) - C(D(P)) \Rightarrow \frac{d\Pi}{dP} = D(P) - tD'(P) + D'(P)\underbrace{(P - C'(D(P)))}_{=0}$

CPO: $\frac{d\Pi}{dP} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{D(P)}{D'(P)} < 0$ → t est une subv

taux de taxation qui fait revenir à la situation d'optimum.

$P < Pm$ ← Car CPP ← monop

Le monopole multi-produit :

Produisant plusieurs biens en étant le seul pour chacun des biens

- Demandes indépendantes et coûts séparab

tête , zisjéo

$D_i(P_1, \dots, P_m) = D_i(P_i) \qquad C(q_1, \dots, q_m) = \sum C_i(q_i)$

$\Pi = \sum P_i D_i(P_1, \dots, P_m) - C(D_1(P_1, \dots, P_m), \dots, D_m(P_1, \dots, P_m))$

$= \sum P_i D_i(P_i) - \sum C_i(q_i) \qquad q_i = D_i(P_i)$

CPO : $\frac{d\Pi}{dP_i} = 0 \Leftrightarrow \boxed{P_i - C_i(q_i) = -\frac{D_i(P_i)}{D'_i(P_i)}}$ $\boxed{\forall i = 1, \dots, m}$

- Demandes dépendantes et coûts séparab

Stylo et feuille

$\underline{m = 2}$: $D_1(P_1, P_2) \quad D_2(P_1, P_2) \quad C(q_1, q_2) = C_1(q_1) + C_2(q_2)$

$\Pi = P_1 D_1(P_1, P_2) + P_2 D_2(P_1, P_2) - C_1(q_1) - C_2(q_2)$

CPO $\begin{cases} \frac{d\Pi}{dP_1} = 0 \\ \frac{d\Pi}{dP_2} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$

$\rightarrow \frac{dD_1}{dP_2} > 0$ et $\frac{dD_2}{dP_1} > 0$, ... Riz

$\Rightarrow$ 1 et 2 substituts

$\rightarrow \frac{dD_1}{dP_2} < 0$ et $\frac{dD_2}{dP_1} < 0$ thé sucre

1 et 2 complément

Choix de la qualité :

Le monopole choisit le prix P et la qualité S

$P(q, S)$: Fonction de D^{de} inverse croissante en S et décroissante en q ($\nearrow S$, $\searrow q$)

$C(q, S)$: Fonction du coût $\nearrow s$ $\nearrow q$ croissante en s et croissante en q

$\rightarrow$ Le choix de l'Etat :

$\max_{q,s \geq 0} W(q,s) = \int_0^q P(x,s)dx - C(q,S)$

$\underline{\text{CPO}} : \begin{cases} P(q,S) - \frac{dC}{dq} = 0 \\ \int_0^q \frac{dP(q,s)}{ds} dx - \frac{dC}{ds} = 0 \end{cases}$

$\rightarrow$ le choix du monopole :

$\max_{q,s \geq 0} \Pi(q,s) = P(q,s).q - C(q,s)$

$\underline{\text{CPO}} : \begin{cases} \frac{dP}{dq} \cdot q + P(q,s) - \frac{dC}{dq} = 0 \\ \frac{dP}{ds} q - \frac{dC}{ds} = 0 \end{cases}$

La discrimination :

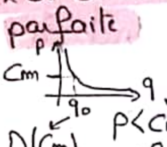
1 deg : Un prix pour chaque C^{teur} $\boxed{\text{gros client}}$

2éme deg : tarification non linéaire (... consommateurs ...)

3éme deg : identification de groupe de C^{teurs} (... profit ...)

Remarques :

- $Cm \Rightarrow$ prix de concurrence parfaite
  $D(P) \Downarrow$ prix qui se réalise



$D(Cm)$

$\max_{q \geq 0} Pq - C(q) = \Pi$

$\frac{d\Pi}{dq} = P - Cm(q) = 0$

$P < Cm \Rightarrow q = 0 \qquad \boxed{P = Cm \quad q \geq 0} \qquad P > Cm \quad q = +\infty$

$\max_{P \geq 0} \Pi = p D(P) - C(D(P)) \qquad C(D(P)) = Cm \cdot D(P)$

$= (P - C_m) D(P)$

CPO : $D(P) + (P - C_m) D'(P) = 0 \Rightarrow \boxed{P_m = \frac{-D(P)}{D'(P)} + C_m}$

P	0		P_m		$+\infty$
Π'		$+$	ϕ	$-$	
Π		$\nearrow$		$\searrow$	

$\Rightarrow$ Le profit est max en P_m avec $q_m = D(P_m)$

- L'élasticité de la demande :

$\varepsilon = -p \cdot \frac{D'(P)}{D(P)}$

bien être total = Surplus total

$\left.\begin{array}{l} D(P) \\ Cm = c \rightarrow C(q) = cq \\ \text{compt Concurr} \end{array}\right\} \rightarrow S_P = 0 = \Pi = P_0 q_0 - c q_0 = 0$

$c = Cm = P_0$

$S_{T_1} = S_c = \int_{P_0}^{+\infty} D(P)dP = \int_c^{+\infty} D(P)\,dP$

$\Rightarrow$ La perte de S_T dû au monopole :

$WL = \underbrace{S_{T_1}}_{CPP} - \underbrace{S_{T_2}}_{monop}$ où $S_{T_2} = \underset{\substack{\Downarrow \\ P_m . D(P_m) - c . D(P_m)}}{\Pi_m} + \int_{P_0}^{+\infty} D(P) . dP$

- Deux groupes de Consommateurs :

$D_1(P) = a_1 - b_1 P \qquad D_2(P) = a_2 - b_2 P$

$Cm = c \rightarrow C(q) = c.q \qquad$ supp $a_i > c b_i$

$\rightarrow$ Le monopole pratique une discrim entre les 2 groupes : $P = ?$ $q = ?$

$\max_{P \geq 0} \Pi = p . D(P) - c \times D(P)$

$\frac{d\Pi}{dP} = D(P) + pD'(P) - cD'(P)$

$= a_i - b_i P - b_i P + b_i c = -2b_i p + a_i + b_i c$

$\frac{d^2\Pi}{dp^2} = -2b_i \leq 0$ concave

$\underline{\text{CPO}}$ $\frac{d\Pi}{dP} = 0 \Leftrightarrow p = \frac{a_i + b_i c}{2b_i} \Rightarrow q = D_i(P) = \frac{a_i - b_i c}{2}$

$\rightarrow$ Le monopoleur fait payer un prix uniforme sur les deux marchés : $P = \frac{(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)c}{2(b_1 + b_2)}$

$q = \frac{(a_1 + a_2) - c(b_1 + b_2)}{2}$

- à l'éq $\sigma = D$ càd $q = D(P)$

- Les monopoles publiques se comportent de manière parfaitement concurrentielle puisque la tarification $p = Cm$.

momopoles privés maximise son [pro]fit donc ils choisissent un $P > Cm$ qui peut être bénéficiaire.

$D(P,S)$: Fonction de D^{de} ↗ S et ↘ P

Croissante en s e décroissante en P

Choix du monopole : $\underset{P,S \geq 0}{Max}\ \Pi(P,S) = P.D(P,S) - C(D(P,S),S)$

$$CPO \begin{cases} \frac{d\Pi}{dP} = 0 \\ \frac{d\Pi}{dS} = 0 \end{cases}$$

. Les élasticités : $\varepsilon_p = \frac{dD}{dP} \cdot \frac{P}{D}$

$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{S}{PD}$ $\qquad \varepsilon_s = \frac{dD}{ds} \cdot \frac{S}{D}$

↳ si d'après les CPO : $-D = \frac{dD/dP}{dD/dS}$

$\Rightarrow$ 1/ $\frac{dD/dP}{dD/dS} = ?$ $\Rightarrow$ 2/ $\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \dots$ dépend de

La théorie de jeu :

. La satisfaction d'un agent dépend de son action et celles des autres.

Forme normale du jeu coopératifs :

2 joueurs $N = \{1,2\}$

X_i : Espace de stratégie pour l'indiv i

f_i : fonct objectif du joueur i } Le paiement du joueur dépend des actions de tous les autres

$f_i : X_1 \times X_2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$(x_1, x_2) \longmapsto f_i(x_1, x_2)$

on note le jeu $(N, X_i, f_i\ i \in N)$

$x_i \in X_i$: une stratégie du joueur i

$x_{-i} \in X_{-i}$: les stratégies des joueurs autre que i

$N = \{1,2\}$ $X_1 = \{F,C\}$ $X_2 = \{F,C\}$

$f_1 : X_1X_2 \longrightarrow \mathbb{R}$
$(F,F) \longmapsto 4$
$(C,F) \longmapsto 0$
$(C,C) \longmapsto 2$
$(F,C) \longmapsto 1$

$f_2 : X_1X_2 \longrightarrow \mathbb{R}$
$(F,F) \longmapsto 2$
$(C,F) \longmapsto 0$
$(C,C) \longmapsto 4$
$(F,C) \longmapsto 1$

1\2	F	C
F	(4,2)	(1,1)
C	(0,0)	(2,4)

$f_1(C,F)$ $\quad f_2(C,F)$

Relation de dominance :

stratégie dominante pour le joueur i : $a \in X_i$

ssi $f_i(a, x_{-i}) > f_i(b, x_{-i})$ $\begin{cases} \forall x_{-i} \in X_{-i} \\ \forall b \in X_i \setminus \{a\} \end{cases}$

strict

faiblement $\geq$ et $b \in X_i$

1\2	P	A
P	(−1,−1)	(−6,0)
A	(0,−6)	(−3,−3)

J2, J1

∀ la stratégie du J2 :
$f_1(A,P) > f_1(P,P)$ $\quad 0 > -1$
$f_1(A,A) > f_1(A,P)$ $\quad -3 > -6$
} A est une strat dominante pour le joueur 1
de m A est une strat dominante pour J2

Stratégie dominée pour le joueur i : $a \in X_i$

ssi $\exists b \in X_i$ tq $f_i(a, x_{-i}) < f_i(b, x_{-i})$ $\forall x_{-i} \in X_{-i}$

$\leq$ faiblement

P est une strat dominée pour le J1 et J2

Equilibre en stratégie dominante :

$(x_1^*, x_2^*) \in X_1 . X_2$ $\quad f_i(x_i^*, x_{-i}) > f_i(x_i, x_{-i})$

$\forall x_i \in X_i \setminus \{x_i^*\}$ $\quad \forall i = 1,2$

$\forall x_{-i} \in X_{-i}$

strat dom du J1

strat dom du J2

(A,A) est un éq en strat dominante
(−3,−3)

Equilibre de Nash :

$x^* = (x_1^*, x_2^*)$ si $\forall i \in N$, $\forall x_i \in X_i$

$f_i(x^*) \geq f_i(x_i, x_{-i}^*)$ $\quad$ stric ou faibl

Eq en strat dominant $\Rightarrow$ Eq de Nash

un Eq en strat dominant $\Rightarrow$ peut exister dans le Eq de Nash

Eq en strat <u>strict</u> dominant $\Rightarrow$ le seul Eq de Nash

1\2	F	C
F	(4,2)	(1,1)
C	(0,0)	(2,4)

(F,F) et (C,C) sont des Eq de Nash

gagne n'est pas eq de Nash

gagne → n'est pas eq de Nash

J1 \ J2	G	D
h	(3,6)	(7,1)
n	(5,1)	(8,2)
B	(6,0)	(6,2)

(n,D) est une eq de Nash

Si J1 → h $\Rightarrow$ J2 → G (6>1)
Si J1 → n $\Rightarrow$ J2 → D (2>1)
Si J1 → B $\Rightarrow$ J2 → D (2>0)

Si J2 → G $\Rightarrow$ J1 → B (6>5>3)
Si J2 → D $\Rightarrow$ J1 → n (8>7>6)

1\2	G	D
H	(10,0)	(0,10)
B	(10,0)	(1,1)

(H,G) : strat dominée

strat dominant

(B,D) → eq de Nash

(H,G) est eq de Nash et non strat dom

Vecteur x est pareto dominé par y :

$f_i(y) \geq f_i(x) \quad \forall i \in N = \{1,2\}$ — y pareto opt

Vecteur x est pareto-optimal : s'il n'est pareto-dominé par aucun autre vecteur

Les équilibres de Nash ne sont pas des vecteurs Pareto optimaux :

1\2	P	A
P	(-1,-1)	(-6,0)
A	(0,-6)	(-3,-3)

(A,A) est un eq de Nash → n'est pas paretooptimal car il est pareto dominé par (P,P)

Meilleure réponse : $\varphi_1(x_2) = \arg\max_{x_1 \geq 0} f_1(x_1, x_2)$

$\varphi_i(x_{-i}) = \arg\max_{x_i \geq 0} f_i(x_i, x_{-i})$

M.R du joueur i

Equilibre de Nash : $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ si $x_1^* \in \varphi_1(x_2^*)$ et $x_2^* \in \varphi_2(x_1^*)$

$\varphi_i(x_{-i}) = \left\{ x_i \in X_i \,/\, \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(x_i, x_{-i}) = 0 \right\}$

Eq de Nash : $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ si

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x^*) = 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x^*) = 0 \end{cases}$$

Remarques :

- Stratégie dominante du joueur 1 est :

$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} > 0 \Rightarrow$ croissante sur I_1 $\Rightarrow \forall x_2 \in I_2 \quad \varphi_1(x_2) = \sup(I_1)$

$\Rightarrow x_1 = \sup(I_1) = \varphi_1(x_2)$: est une strat dominante du joueur 1

$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = x_2 - 2 \qquad S_2 = [1,4]$

cas : $x_2 \in [1;2[\Rightarrow u_1 \searrow$ en $x_1 \Rightarrow \forall x_2 \in [1,2[$ $\varphi_1(x_2) = \inf(I_1) \Rightarrow x_1 = \varphi_1(x_2)$ est strat dominante pour le joueur 1

2ème cas : $x_2 \in]2,4] \Rightarrow u_1$ est $\nearrow$ en x_1

$\Rightarrow \varphi_1(x_2) = \sup(I_1) \quad \forall x_2 \in]2,4]$

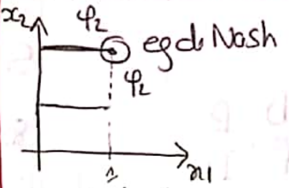
$\Rightarrow x_1 = \varphi_1(x_2)$ est une strat dom pour le J1

3ème cas : $x_2 = 2 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \varphi_1(x_2) = I_1$

$\Rightarrow$ n'admet pas une strat dominante

- l'éq de Nash : (x_1^*, x_2^*) ssi $\begin{cases} x_1^* \in \varphi_1(x_2^*) \\ x_2^* \in \varphi_2(x_1^*) \end{cases}$

$\Rightarrow$ l'intersection de φ_1 et φ_2



- 1 strat dom pour J1 et 1 strat dom pour J2 $\Rightarrow (x_1^*, x_2^*)$: éq en strat dom → eq de Nash

- $S_1 = [3,5] \qquad S_2 = [1,2]$

$\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = 4x_2 - 2x_1$ signe ?

$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} = -2 < 0 \Rightarrow U_1$ est conc % à x_1

CPO $\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2x_2$

$2x_2 \geq 3$

$x_2 \in [3/2; 2] \quad x_2 \geq 3/2 \qquad x_2 \in [1; 3/2[$

$\varphi_1(x_2) = 2x_2 \qquad \frac{\partial U_1}{\partial x_1} < 0 \Rightarrow U_1$ est $\searrow$ $\Rightarrow \varphi_1(x_2) = \inf(I_1) = 3$

$\Rightarrow \varphi_1(x_2) = \begin{cases} 3 & \text{si } x_2 \in [1; 3/2[\\ 2x_2 & \text{si } x_2 \in [3/2, 2] \end{cases}$

- $S_1 = S_2 = [0,3]$

$\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = 2x_2(2 - x_1)$

- Si $x_2 = 0 \Rightarrow \varphi_1(x_2) = [0,3]$
- Si $x_2 \in]0,3] \Rightarrow \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} = -2x_2 < 0 \Rightarrow$ conc % à x_1

CPO $\frac{\partial U_1}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \in S_1 \Rightarrow \varphi_1(x_2) = 2$

$\Rightarrow \varphi_1(x_2) = \begin{cases} [0,3] & \text{si } x_2 = 0 \\ 2 & \text{si } x_2 \in]0;3] \end{cases}$

Analyse de cournot : $Q = q_1 + q_2$

Cas 2 Firmes :

$C(q_i) = c.q_i \quad c < 1$ Fonction de coût

$P(Q) = 1 - Q$ Fonction de D^de inverse

qté total mise dans le marché

…normale du jeu :

. $N = \{\text{firme }1, \text{firme }2\}$

. $S_1 = S_2 = [0 ; +\infty[$ espace de strat q

. fonction de paiement q_1 $P(q_1+q_2)$

$\Pi_1 = q_1(1 - q_1 - q_2) - C(q_1)$

$\Pi_2 = q_2(1 - q_1 - q_2) - C(q_2)$

Soit φ_1 la meilleure réponse de la firme 1 : $\varphi_1(q_2) = \arg\max_{q_1 \geq 0} \Pi_1(q_1, q_2)$

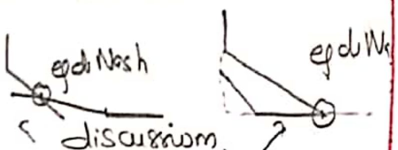
$\frac{d\Pi_1}{dq_1} = \dots$ $\quad \frac{d^2\Pi_1}{dq_1^2} < 0 \rightarrow$ conc %à q_1

$\Rightarrow$ CPO : $\frac{d\Pi_1}{dq_1} = 0 \Leftrightarrow \tilde{q}_1 = \dots$

$\Rightarrow \varphi_1(q_2) = \begin{cases} \tilde{q}_1 & \text{si} \dots \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

de m̂ pour φ_2

Eq de Nash :



$\begin{cases} q_1 = \tilde{q}_1(q_2) \\ q_2 = \tilde{q}_2(q_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1^* \\ q_2^* \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \Pi_1^* \\ = \Pi_2^* \\ = \dots \end{matrix}$

p^*

Cas 2 firmes font collusion :

$\max_{(q_1, q_2)} \Pi = \Pi_1 + \Pi_2$ $\qquad C(q_1) + C(q_2)$

$= (1 - q_1 - q_2)(q_1 + q_2) - \left(\sum_{i=1}^{2} C_i(q_i)\right)$

CPO : $\begin{cases} \frac{d\Pi}{dq_1} = 0 \\ \frac{d\Pi}{dq_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \bar{q}_1 = \bar{q}_2 = \dots \quad \bar{P} = \dots$

$\underbrace{\bar{\Pi}_1 = \bar{\Pi}_2}_{\text{collusion}} > \underbrace{\Pi_1^* = \Pi_2^*}_{\text{simple Cournot}}$

$H < 0 = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{pmatrix} \; d^2/d$ $\qquad$ dominé par

$\Rightarrow$ Eq de Cournot n'est pas pareto-opt

. Si F2 produit $\bar{q}_2$, la firme F1 a intérêt de produire $\varphi_1(\bar{q}_2) = \dots \neq \bar{q}_1$: si l'un respect l'accord alors l'autre peut ne respecte pas car il ne le maximise pas son profit

Cas de m firmes :

$C(q_i) = c\, q_i \qquad P(Q) = 1 - Q \qquad c < 1$

$N = \{F1, \dots, Fm\} \qquad S_i = [0 ; +\infty[$

$f_i = \Pi_i(q_1, \dots, q_m) = (1 - \sum q_j) q_i - c q_i$

$\varphi_i(q_{-i}) = \arg\max_{q_i \geq 0} \Pi_i \qquad \Pi_i(q_i, q_{-i})$

$\frac{d\Pi_i}{dq_i} = \_\_ \qquad \frac{d^2\Pi_i}{dq_i^2} < 0$

$\Rightarrow$ CPO : $\longrightarrow \tilde{q}_i$

$\varphi_i(q_{-i}) = \begin{cases} \tilde{q}_i & \text{si} \; \_\_ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Rq : le m-uplets qui vérifient $\sum q_j > 1 - c$ ne constitue pas un eq de Nash

A l'équilibre :

$q_m^* = \frac{1-c}{m+1} \qquad p^* = 1 - m q^* = c + \frac{1-c}{m+1}$

si $m \longrightarrow +\infty \qquad p^* \longrightarrow$ Cm : prix de CPP

Rq : Firme étrangère :

$C(q) = \alpha q_i + t q_i^2 \qquad 0 \leq t \leq 1$

$\Rightarrow t$ peut être coût de transport par unité de bien

t peut être taxe douanière par unité importé

$P(Q) = 2 - Q$

Mq si $(q_1, \dots, q_m)$ est un eq de Nash $\Rightarrow \sum q_j \leq 2 - c$

Si $\sum q_j > 2 - c > 0 \Rightarrow \exists i_0 \in N$ tq $q_{i_0} > 0$

$\Rightarrow \Pi_{i_0} = \underbrace{(2 - c - \sum q_j)}_{<0} q_{i_0} - \underbrace{C(q_{i_0})}_{<0} < 0$

or on détient un $q_{i_0} = 0 \Rightarrow \Pi'_{i_0} \geq 0 > \Pi_{i_0}$

donc $(q_1, \dots, q_m)$ n'est pas un eq de Nash

Montrons qu'à l'éq, tous les q_i sont égales :

$\forall i \in N \quad \sum_{j \neq i} q_j < \sum q_j \leq 2 - c$

à l'éq : $q_i = \dfrac{2 - c - \sum_{j \neq i} q_j}{5}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - c - 4q_i - \sum q_j = 0 \\ 2 - c - 4q_k - \sum q_j = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow q_i = q_k = q^*$

$\Rightarrow q^* = \dfrac{2-c}{4+m} \Rightarrow P_m^* = 2 - m q_m^*$

$= \dfrac{8 + mc}{4+m}$

$m \nearrow \Rightarrow$ il y a plus de concurrence ce qui fait baisser le prix.

Paradoxe de Bertrand

La C P : La concurrence en quantité.

→ la variable stratégique des entreprises est le prix et non la quantité.

2 Firmes vendent un bien homogène (un article)

$C(q_i) = c.q_i$ → coût de prod identique avec $c<1$

Fonction de D^{de} : $D(P) = 1 - P$

Cournot → choisir q_{te} / Bertrand → choisir P

P_1, P_2 : les prix de vente choisis par F_1 et F_2

⇒ Chaque firme sert la demande qui s'adresse à elle

⇒ Les consommateurs achètent le produit le moins cher.

La demande qui s'adresse à la firme i :

$$D_i(P_i, P_j) = \begin{cases} D_i(P_i) & \text{si } P_i < P_j \\ 0 & \text{si } P_j < P_i \\ \frac{1}{2} D_i(P_i) & \text{si } P_i = P_j \end{cases}$$

La forme normale :

- Espace de stratégie $S_1 = S_2 = [c, 1]$

- profit de la firme i : $\Pi_i^{\circ}(P_i, P_j) = (P_i - c) D_i(P_i, P_j)$

Equilibre de Bertrand : Equilibre de Nash de ce jeu particulier qui est en fonction de prix. ⇒ Unique : $P_1^* = P_2^* = c$: prix de CPP

$P_1^* = P_2^* = c$ est un équilibre de Nash?

$\Pi_i(c,c) = 0$, si $c < P_i \leq 1$, $\Pi_i(P_i, c) = 0$ aucune déviation unilatérale de la firme i strictement profitable par rapport à la firme j.

L'Unicité :

- $1 \geq P_i > P_j > c$: $D_i(P_i, P_j) = 0$ ⇒ $\Pi_i(P_i, P_j) = 0$ ⇒ Firme i dévie vers $c < P_i' < P_j$ ⇒ $\Pi_i(P_i', P_j) > 0$ ⇒ déviation stricte

- $1 \geq P_i > P_j = c$: $\Pi_j(P_i, P_j) = 0$ ⇒ firme j dévie vers $c < P_j' < P_i$ ⇒ $\Pi_j(P_i, P_j') > 0$ ⇒ possibilité stricte à dévier

- $P_i = P_j > c$: $\Pi_i(P_i, P_j) = \frac{P_i - c}{2}(1 - P_i)$

$P_i' = P_i - \varepsilon$ $\quad \Pi_i'(P_i', P_j) = 2\Pi_i(P_i, P_j) + \varepsilon(1 P_i - c) - (1 - P_i + \varepsilon)) \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 2\Pi_i(P_i, P_j)$

⇒ ∃ ε>0 tq $\Pi_i(P_i', P_j) > \frac{3}{2}\Pi_i(P_i, P_j) > \Pi_i(P_i, P_j)$

A l'équilibre : les firmes ne font pas de profit, tarifient au coût marginal.

Paradoxe ? car cela paraît paradoxal d'obtenir le prix de CPP uniquement avec le minimum de concurrence.

CPP : nbr des firmes ⇒ ∞ et $P^* = c$

Dans ce cas, 2F → $P^* = c$ et $\Pi^* = 0$

Solutions au Paradoxe de Bertrand :

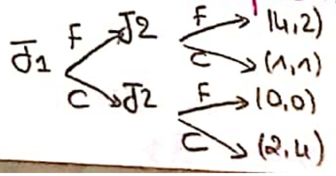
- Solution d'Edgeworth : contraintes et capacités (hôtels)
- Dimension temporelle : jeux répétés solutions coopératifs
- Différenciation des produits : les biens ne sont jamais parfaitement identiques. prix>c { publicité, paquet, poids de vente }
  إلي يحضر بالدراهم نمشيلو

Jeux Dynamique

Bataille des sexes séquentielles :

J1 : Ali

J2 : Fatma



avant t=2 Qu'est ce que J2 peut choisir

J2 : réagit à t=1 à chaque choix possible du J1

R_1 : F → F, C → C R_2 : F → C, C → F R_3 : F → F, C → F

R_4 : F → C, C → C

Les réactions $\tilde{S}_2 = \{R_1, R_2, R_3, R_4\}$ strat du J2

$S_1 = \{F, C\}$

1\2	R_1	R_2	R_3	R_4
F	(4,2)	(1,1)	(4,2)	(1,1)
C	(2,4)	(0,0)	(0,0)	(2,4)

R_1 : (F,F) → (J_1, J_2)
(C,C) → (J_1, J_2)

Séquentialité du jeu :

- Pour le joueur 1 à essayer d'anticiper la réaction du joueur 2 à chaque stratégie possible du joueur 1.

La stratégie d'un joueur dans un jeu dynamique : un plan d'action qui spécifie comment il réagit à chaque situation.

Jeux séquentielle ⇒ Jeu statique dans lequel J_1 choisit son action dans {F, C} et J_2 choisit son action dans l'ensemble des réactions aux choix de J1

→ Calcul de l'éq de Nash :

$\tilde{S}_2 \to S_1$

$\varphi_1 : \{R_1, R_2, R_3, R_4\} \to \{F, C\}$

$\varphi_1(R_1) = \{F\}$ $\varphi_2(R_2) = \{F\}$ $\varphi_2(R_3) = \{F\}$

$\varphi_1(R_4) = \{C\}$

$\varphi_2 : \{F, C\} \to \{R_1, R_2, R_3, R_4\}$

$\varphi_2(F) = \{R_1, R_3\}$ $\varphi_2(C) = \{R_1, R_4\}$

⇒ 3 EN : (F, R_1) ; (F, R_3) ; (C, R_4)

Menaces Crédibles :

Il faudrait sélectionner parmi les éq de Nash ceux qui correspondent à des plans crédibles à chaque étape.

(F, R_3) et (C, R_4) contient une menace non crédibles.

(F, R_1) le seul qui n'a pas de menaces

Equilibre en sous-jeu parfait :

- Un sous-jeu est le jeu obtenu en considérant n'importe quelle étape comme point de départ et en considérant le reste du jeu
- Un équilibre d'un jeu dynamique est parfait s'il spécifie des actions des joueurs qui induisent un éq de Nash à chaque sous-jeu initial.

Modèle de Stackelberg

→ Même conditions de production et de demande que le duopole de Cournot: seule différence: le jeu

2 Firmes:

Fonction de coût: $C(q_i) = cq_i,\ c<1$

Demande inverse: $P(Q) = 1 - Q$

Jeu en deux étapes:

e1: la firme 1 choisit la première sa quantité q_1

e2: la firme 2 choisit q_2 après avoir observé le choix de q_1

F1: dominante

F2: dominée

Equilibre de Stackelberg: équilibre en sous-jeu parfait de ce jeu dynamique.

Résolution:

• Résolution de l'étape 2:

$$\Pi_2(q_1,q_2) = (1-q_1-q_2)q_2 - cq_2$$

$$\max_{q_2 \geq 0} \Pi_2(q_1,q_2) \qquad \frac{d\Pi_2}{dq_2} = 1 - q_1 - 2q_2 - c$$

$$\frac{d^2\Pi_2}{dq_2^2} = -2<0 \Rightarrow \Pi_2 \text{ est concave \% à } q_2$$

CPO: $\frac{d\Pi_2}{dq_2} = 0 \Leftrightarrow q_2 = \frac{1-q_1-c}{2} \simeq \tilde{q}_2$

$$\Rightarrow R_2(q_1) = \begin{cases} \frac{1-q_1-c}{2} & \text{si } q_1<1-c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

• Résolution de l'étape 1:

$$f(q_1) = \Pi_1(q_1, R_2(q_1))$$
$$= (1-q_1-R_2(q_1))q_1 - cq_1$$
$$= \begin{cases} \frac{1-c-q_1}{2}q_1 & \text{si } q_1 \leq 1-c \\ (1-c-q_1)q_1 & \text{si } q_1 > 1-c \end{cases}$$

$\Rightarrow f$ est continue

• Etudier la fonction f:

f est continue

• sur $[0,1-c[$, $f'(q_1) = \frac{1}{2} - \frac{c}{2} - q_1$

$f''(q_1) = -1 <0 \Rightarrow f$ est concave % à q_1

CPO: $f'(q_1) = 0 \Leftrightarrow q_1 = \frac{1-c}{2} \in [0,1-c[$

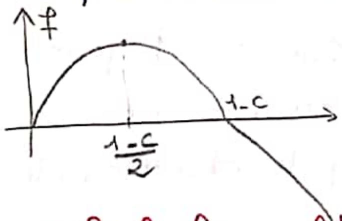
• sur $[1-c;+\infty[$, $f'(q_1) = 1-c-2q_1$

$f''(q_1) = -2<0 \Rightarrow f$ est concave % à q_1

$f'(q_1)=0 \Leftrightarrow 1-c-2q_1=0$

$\Leftrightarrow q_1 = \frac{1-c}{2} < 1-c$

$\Rightarrow f$ est strictement ↘ sur $[1-c;+\infty[$



$q_1^S = \frac{1-c}{2}$

$q_2^S = R_2(q_1^S) = \frac{1-c}{4}$

• Calculer les profits à l'éq de Stackelberg:

$$\Pi_1^S = q_1^S(1-q_1^S-q_2^S) - cq_1^S = \frac{(1-c)^2}{8}$$

$$\Pi_2^S = \frac{(1-c)^2}{16}$$

• Comparer à l'éq de Cournot:

$$\Pi_1^* = \Pi_2^* = \frac{(1-c)^2}{9}$$

$\Rightarrow \Pi_1^S > \Pi_1^*$ et $\Pi_2^S < \Pi_2^*$

⇒ L'équilibre de S favorise la firme dominante aux dépenses de la firme 2 (dominée).

⇒ La firme 1 tire donc un avantage de sa position de la firme dominante

⇒ Si la firme 1 a la possibilité de modifier sa quantité après le choix de la firme 2 ⇒ elle a intérêt de le faire

Ce qui compte peu la position de dominan de la firme 1 est sa capacité à s'engager de manière irréversible et crédible sur une action.

Paradoxe de l'engagement: la firme dominante fait mieux en réduisant son propre champ futur d'action de manière crédible.

Série I- Le monopole

Exercice 1: On considère un monopoleur qui produit un bien avec un coût marginal constant c. La demande qui s'adresse au monopoleur s'écrit $q = kp^{-e}$.

1) Quel est le prix de concurrence parfaite? · offre de E $\forall p$ $q(P)$ · $\max_{q \geq 0} \pi \Rightarrow O = D$

2) On suppose maintenant que le monopoleur connaît sa demande et en tient compte dans son programme d'optimisation. Quel est alors le prix qui se réalise?

Exercice 2: Dans une industrie monopolistique, la fonction de demande est donnée par: $q = D(p) = p^{-e}$ où $e > 1$. Le coût marginal est constant et égal à c.

1) Montrer que l'élasticité de la demande est constante. Quelle est sa valeur?

2) Montrer qu'une planification centrale (ou un comportement parfaitement concurrentiel) donnerait un bien-être total de $W^c = c^{1-\epsilon}/(\epsilon - 1)$.

3) Calculer la perte de bien-être, WL, due au monopole.

Exercice 3: Calculer le taux de taxation qui fait revenir à la situation d'optimum social avec les données de l'exercice 2.

Exercice 4 On considère la fonction de demande suivante:

$$q = p^{-\alpha} s^3$$

α et β étant deux réels positifs.

Montrer que le rapport entre la publicité et les ventes est une constante.

Exercice 5: Supposons qu'un monopole distingue deux groupes de consommateurs $i = 1, 2$, caractérisés chacun par la fonction de demande $D_i(p) = a_i - b_i p$. La fonction de coût est à rendements constants avec un coût marginal c. On suppose $a_i > cb_i$.

1) On suppose que le monopoleur peut pratiquer une discrimination entre les deux groupes. A quel niveau fixe-t-il les deux prix et les quantités produites?

2) On suppose maintenant que le monopoleur est contraint de faire payer un prix uniforme p sur les deux marchés. Quelle est la valeur de ce prix et la quantité totale?

$= a_i - b_i p - b_i p + b_i c = -2b_i p + a_i + b_i c$

$\frac{d^2\pi}{dp^2} = -2b_i \leq 0$ (le profit est concave)

$\frac{d\pi}{dP} = 0 \Rightarrow -2b_i P + a_i + b_i . c = 0$

$\Rightarrow p = \frac{a_i + b_i c}{2b_i}$

$D_i(P) = a_i - b_i \times \frac{a_i + b_i c}{2 b_i}$

$= \frac{a_i}{2} - \frac{b_i c}{2}$

2/ $p = \frac{(a_1+a_2)+(b_1+b_2)c}{2(b_1+b_2)}$

$D(P) = \frac{(a_1+a_2)-(b_1+b_2)c}{2}$

CamScanner

Exercice 1 :

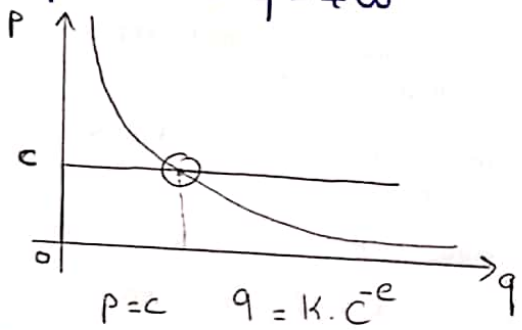
$C(q) = c.q \qquad D(P) = K.P^{-e}$

1/ Calcul de l'offre de l'entreprise

$\max_{q\geq 0} \Pi(q) = p.q - C(q)$

$\Pi'(q) = p - c$

- Si $p < c \Rightarrow \Pi'(q) < 0 \Rightarrow q = 0$
- Si $p = c \Rightarrow q \geq 0$
- Si $p > c \Rightarrow q = +\infty$



$p = c \qquad q = K.c^{-e}$

2/ On suppose que le monopole tient compte de sa demande

$\max_{p\geq 0} p\,D(P) - C(D(P)) = (p-c)\,D(P)$

CPO $(P-C)D'(P) + D(P) = 0$

$K p^{-e} - Ke(p-c)p^{-e-1} = 0$

$\Rightarrow P_m = \frac{ce}{e-1}$

P	0		P_m		$+\infty$
Π'		+	0	−	
Π		↗	$\Pi(P_m)$	↘	

Ainsi, le profit est maximale pour $P_m = \frac{ce}{e-1} > c \Rightarrow q_m = K.\left(\frac{ce}{e-1}\right)^{-e} < q^*$

Exercice 2 :

$q = D(P) = p^{-e}$ où $e > 1$ $\quad C' = c \Rightarrow C = cq$

1/ $\varepsilon = -p\,\frac{D'(P)}{D(P)} = -p\,\frac{-e\,p^{-e-1}}{p^{-e}} = e > 1$

L'élasticité de la demande est con...

2/ $W^c = S_p + S_c$ or dans ce cas $S_p = 0$ ($\Pi = cq_0 - cq_0 = 0$)

$(\Pi = 0) \Rightarrow W^c = S_c = \int_{P_0}^{P_{max}} D(P)\,dp$

$= \int_c^{+\infty} p^{-e}\,dp \Rightarrow W^c = \frac{c^{1-e}}{e-1}$

3/ $W_m = \Pi_m + \int_{P_m}^{+\infty} D(P)\,dp$

$= P_m.\,D(P_m) - c\,D(P_m) + \frac{P_m^{1-e}}{e-1}$

$= P_m^{1-e} - c\,P_m^{-e} + \frac{P_m^{1-e}}{e-1}$

$= P_m^{1-e}\left(1 - cP_m^{-1} + \frac{1}{e-1}\right)$

$W_m = \underbrace{\frac{c^{1-e}}{e-1}}_{W^c}\underbrace{\left(\frac{e}{e-1}\right)^{-e}\cdot\left(\frac{2e-1}{e-1}\right)}_{\alpha} = W^c\alpha$

$\Rightarrow WL = W^c - W_m = \frac{c^{1-e}}{e-1}(1-\alpha)$

Exercice 3 :

$\max_{p\geq 0} \Pi = (P-t)D(P) - C(D(P))$

$= (P-t)\,D(P) - c.D(P)$

CPO : $\frac{d\Pi}{dP} = (P-t)D'(P) + D(P) - cD'(P)$

$= D'(P)(P-c) + D(P) - tD'(P)$

$S_T = t\,D(P) + (P-t)D(P) - c(D(P)) + \int_0^{D(P)} P(q)dq - p.\,D(P)$

$= \int_0^{D(P)} P(q)\,dq - c(D(P))$

à l'optimum, $P = c$

$\Rightarrow D(c) - t\,D'(c) = 0 \Rightarrow t = \frac{D(c)}{D'(c)} = \frac{-c}{e}$

donc c'est une subvention

Exercice 5 :

$i = 1,2 \qquad D_i(P) = a_i - b_iP \qquad a_i > cb_i$

$C_m = c$

1/ $\max_{P\geq 0} \Pi = p \times D(P) - C(D(P))$

$\frac{d\Pi}{dP} = D(P) + D'(P).P - D'(P)C'(D(P))$

ESSAI
Microéconomie III
Test

Durée: 25 minutes

Année Universitaire 2017/2018

TOUTE REPONSE NON JUSTIFIEE NE SERA PAS PRISE EN CONSIDERATION. Aucun effort ne sera fait par le correcteur pour déchiffrer une lecture illisible. Une mauvaise présentation peut être lourdement sanctionnée.

Exercice. On considère un monopole qui produit un bien unique avec la fonction de coût total:

$$C(q) = \frac{q^2}{2},$$

où q représente la quantité produite.

La fonction de demande qui s'adresse au monopole s'écrit:

$$D(p) = 5 - p.$$

1. En supposant que le monopole se comporte de manière parfaitement concurrentielle, calculer son offre. En déduire le prix p^* et la quantité q^* à l'équilibre de concurrence parfaite.
2. On suppose maintenant que le monopole connaît sa demande et en tient compte. Calculer alors le prix du monopole p_m et la quantité du monopole q_m.
3. Quel type de firmes se comporterait de manière conforme à l'hypothèse de la question 1? Justifier votre réponse.
4. Sur un graphique approprié précis, hachurer l'aire qui correspond à la perte de poids mort due au comportement de monopole. De quelle forme est-elle?
5. En déduire la valeur de cette perte de bien-être.

1/ $\max_{q\geq 0} \Pi = p\cdot q - C(q) = pq - \frac{q^2}{2}$

$$\begin{cases} \frac{d\Pi}{dq} = p - q \\ \frac{d^2\Pi}{dq^2} = -1 < 0 \Rightarrow \Pi \text{ est concave par rapport à } q. \end{cases}$$

$\frac{d\Pi}{dq} = 0 \Leftrightarrow p - q = 0 \Rightarrow p = q$: offre de l'entreprise

à l'équilibre : offre = demande $\Leftrightarrow p = 5 - p \Leftrightarrow p^* = \frac{5}{2}$ et $q^* = \frac{5}{2}$

2/ $\max_{p\geq 0} \Pi = p.D(P) - C(D(P)) = p(5-p) - \frac{(5-P)^2}{2} = 5p - p^2 - \frac{(5-P)^2}{2}$

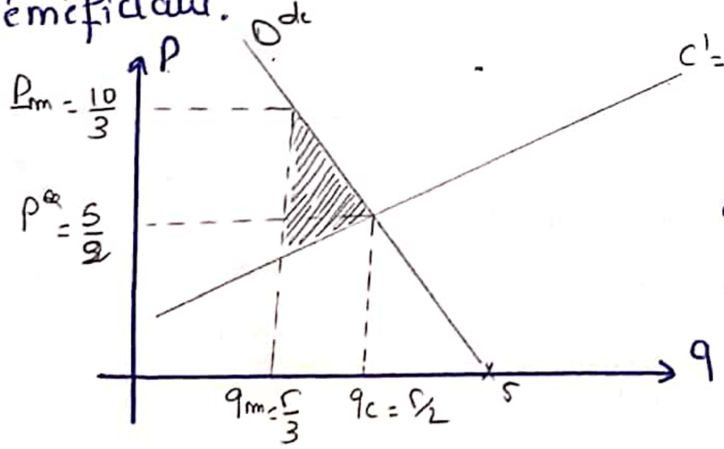
$$\begin{cases} \frac{d\Pi}{dP} = 5 - 2p + 5 - p = 10 - 3p \\ \frac{d^2\Pi}{dP^2} = -3 < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \frac{d\Pi}{dq} = 0 \Leftrightarrow P_m = \frac{10}{3}$

$D_m = 5 - P_m = \frac{5}{3}$

3/ monopoles publiques puisque la tarification correspond au $p = C_m$. Un monopole privé maximise son profit donc il choisit un $p > C_m$ pour être bénéficiaire.

4/ $P_m = \frac{10}{3}$



La perte du poids mort correspond au surface du triangle.

5/ La valeur de perte de bien être : $WL = (P_m - P_c^*)(q_c - q_m) = 0,69$