



- Aucune documentation n'est permise.
- Arrondir tous les calculs au 3<sup>ème</sup> chiffre après la virgule.
- Nombre de pages : 02.

### EXERCICE 1 : (10 points)

On considère le modèle suivant:  $Y_t = -0,4Y_{t-1} + 0,12Y_{t-2} + \varepsilon_t$ . Avec :  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc.

- 1) De quel modèle s'agit-il ? (1 point)
- 2) Montrer que la fonction de covariance d'ordre  $K$  vérifie la relation suivante :

$$\gamma_K = a\gamma_{K-1} + b\gamma_{K-2}, \forall K \geq 2.$$

Où  $a$  et  $b$  sont des constantes à préciser. (2 points)

- 3) Déterminer la variance de  $(\varepsilon_t)$  pour que la variance de  $(Y_t)$  soit égale à 1. (2 points)
- 4) Vérifier si le processus  $\{Y_t\}$  est stationnaire et inversible. (2 points)
- 5) Calculer le coefficient d'autocorrélation  $\rho_1$ . (1 point)
- 6) Ecrire les équations de Yule-Walker et tracer le corrélogramme correspondant à ce processus pour  $K = 1, \dots, 4$ . (2 points)

### EXERCICE 2 : (04 points)

- 1) Rappeler la définition d'un bruit blanc. (1,5 points)
- 2) Soient  $\varepsilon_t$  et  $u_t$  deux bruits blancs. Montrer que les séries  $X_t$  et  $Y_t$  ont les mêmes fonctions d'autocorrélation, sachant que :  $X_t = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$  et  $Y_t = u_t - \frac{1}{\theta}u_{t-1}$ . (2,5 points)

Avec :  $\theta \in ]-1,0[ \cup ]0,1[$ .

### EXERCICE 3 : (06 points)

On se propose d'étudier la stationnarité de la chronique « taux d'inflation » en Tunisie. Les données sont annuelles et couvrent la période 1966 – 2018. Pour ce faire, nous avons effectué le test de racine unitaire de Dickey et Fuller Augmenté (Test ADF) avec le logiciel EViews. Les résultats se présentent dans le tableau ci-joint. On vous demande de :

- 1) Indiquer le modèle retenu pour effectuer le test ADF sur la série étudiée et écrire son équation. (1,5 points)



- 2) Vérifier si la série « INFLATION » est stationnaire au risque de 5%. Justifier la réponse. (3 points)
- 3) En déduire le type de processus et proposer une méthode appropriée de stationnarisation, si la série est non stationnaire. (1,5 points)

### Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on INFLATION

Null Hypothesis: INFLATION has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 10 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.907056	0.1707
Test critical values:	1% level		-4.192337	
	5% level		-3.520787	
	10% level		-3.191277	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(INFLATION) Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 1977 2018 Included observations: 42 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFLATION(-1)	-1.091257	0.375382	-2.907056	0.0069
D(INFLATION(-1))	0.298591	0.357242	0.835821	0.4101
D(INFLATION(-2))	0.532547	0.352480	1.510858	0.1416
D(INFLATION(-3))	0.534619	0.297378	1.797775	0.0826
D(INFLATION(-4))	0.371792	0.256149	1.451468	0.1574
D(INFLATION(-5))	0.254113	0.216759	1.172332	0.2506
D(INFLATION(-6))	0.299328	0.190114	1.574468	0.1262
D(INFLATION(-7))	0.206709	0.163710	1.262653	0.2168
D(INFLATION(-8))	0.352287	0.141275	2.493616	0.0186
D(INFLATION(-9))	0.384352	0.121335	3.167696	0.0036
D(INFLATION(-10))	0.223563	0.097150	2.301222	0.0288
C	11.77855	4.456142	2.643218	0.0131
@TREND("1966")	-0.160457	0.070426	-2.278365	0.0303
R-squared	0.606453	Mean dependent var		0.085386
Adjusted R-squared	0.443605	S.D. dependent var		3.320751
S.E. of regression	2.477010	Akaike info criterion		4.900655
Sum squared resid	177.9318	Schwarz criterion		5.438505
Log likelihood	-89.91376	Hannan-Quinn criter.		5.097799
F-statistic	3.724058	Durbin-Watson stat		2.082481
Prob(F-statistic)	0.001845			