Résumé
-DS-

Th de Bayes : $P(\theta/D) = \frac{P(D/\theta)\, P(\theta)}{P(D)}$..

Loi à Priori : $\pi(\theta)$.

Loi à Posteriori : $\pi(\cdot/x) = \frac{f(x,P)}{m_\pi(x)} = \frac{f(x/P)\,\pi(P)}{m\,\pi(x)}$.

$\propto f(x/P)\,\pi(P)$.

Jexp

avec : $\begin{cases} f(x,P) : \text{loi de couple.} \\ f(x/P) : \text{densité de loi de } X. \\ \pi(P) : \text{loi à Priori} \end{cases}$

$m_\pi(x)$: proba marginale.

Rq
$\int_\theta \pi(\theta/x)\,d\theta = 1$
↳ car densité de proba.

$$m_\pi(x) = \int_\theta f(x,\theta) = \int_\theta f(x/\theta)\,\pi(\theta).$$

$$L((x_1,\dots x_n)/\theta) = \prod_k^n f_k(x_k/\theta).$$

$$L((x_1,\dots x_n),\theta) = \prod_k^n f_k(x_k,\theta) = \prod_k^n f_k(x_k/\theta)\cdot\pi(\theta)$$

Risque à Posteriori :

$$R_p = \int L(\theta,\hat{\theta}_n)\,\pi(\theta/x)\,d\theta.$$

argmax $f(\theta/(x_1\dots x_n))$

Estimateur de Bayes

→ MAP : est la $\begin{cases} \text{Max}\,\pi(\theta/x) \\ (=) \end{cases}$

Sol° de $\frac{\partial f(\theta/x)}{\partial\theta} = 0$ et $\frac{\partial^2 f(\theta/x)}{\partial\theta} < 0$.

→ δ^π min R_p $\begin{cases} \text{Min } R_p. \\ \frac{\partial r(\theta,\delta/x)}{\partial\delta} = \frac{\partial}{\partial\delta}\int_\theta L(\theta,\delta/x)\,\pi(\theta/x)\,d\theta = 0. \end{cases}$

→ lié à la perte quadratique
$\delta^\pi(x) = E(\hat{\theta}/x)$

Risque fréquentiste.
$R_F = \int L(\theta,\delta(x))\,f(x/\theta)\,dx$

Perte Quadratique :
$L(\theta,d) = (\theta-d)^2$.
$= |\theta-\delta|$

Perte de dépassement.
$L(\theta,\delta) = 1_{\{\|\theta-\delta\|>A\}}$.
seuil de dép