Exercice 1 : TD3

Nous proposons dans ce qui suit d'étudier le lien entre le taux d'intérêts mesuré par le taux du marché monétaire (TMM) et le taux de change effectif réel (TCER) en Tunisie. Il s'agit du taux de change du dinar tunisien contre un panier de devises. Les données couvrent la période allant de 1987 jusqu'à 2018

1/ Proposer une procédure qui permet de tester l'hypothèse d'absence de cointég. Expliquer son principe brièvement.

Pour tester l'absence de cointégration entre le TMM et TCER, on peut appliquer l'algorithme en deux étapes mise en place par Engel et Granger.

1ère étape : Tester l'ordre d'intégration des deux variables à l'aide du test ADF.

2ème étape : Estimer la relation de LT par les MCO et vérifier la stationnarité du résidu de cette estimation et lui appliquant le test ADF et en utilisant la table d'Engel et Yoo (1988) ou la table de Mackinnon.

si les résidus sont stationnaires, alors, il existe une relation de cointég.

2/ Les résultats des tests de racine unitaire de Dickey et Fuller Augmenté relatifs aux deux variables sont présentés dans les tab suivants :

a/ Indiquer le modèle sur lequel on s'est basé pour effectuer le test ADF

On effectue le test ADF sur les séries TMM et TCER en se basant sur le modèle (3) : sans tendance et sans constante. "dfuller TMM, no constant regress lags(0)", "dfuller TCER, no constant regress lags(0)".

b/ Déterminer le nombre de retard retenu pour effectuer ce test

Le nombre de retard retenu est égal à 0.

c/ Reproduire le tableau suivant et remplir les cases avec les val correspond :

	Stat calc ADF	Stat tab ADF	ordre d'I
TMM	-1,173	-1,95	I(1)
TCER	-1,656	-1,95	I(1)
ΔTMM	-3,657	-1,95	I(0)
ΔTCER	-4,962	-1,95	I(0)

3/ On propose maintenant de vérifier la présence d'une relation de cointégration entre le TMM et le TCER. On applique alors l'approche en 2 étapes d'Engel et Granger (1987).

Dans une 1ère étape, on effectue la regression suivante :

$TCER_t = a + b.\,TMM_t + u_t$ (1)

les résultats d'estimation se présentent comme suit :

$$TCER_t = \underset{(5,44)}{82,904} + \underset{(12,68)}{4,96}\, TMM_t + u_t$$

Les chiffres entre parenthèses indiquent les stat t de Student. Soit la stat tabulée de student $t^* = 1,96$.

a/ Interpréter le coeff b du modèle et étudier sa significativité

Test de significativité individuelle pour b :

$H_0 : b = 0$ contre $H_1 : b \neq 0$

sous H_0 vraie, $\frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_{\hat{b}}} \sim St(T-2)$

Règle de décision : si $t_c = \left|\frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_{\hat{b}}}\right| < t^*$ alors H_0 est vraie

sinon H_1 est vraie

conclusion : On a $t_c = 12,68 > t^* = 1,96$ alors on accepte $H_1 : b \neq 0$

$\Rightarrow$ le paramètre b est statistiquement significative

$b = \frac{\Delta TCER_t}{\Delta TMM_t}$: C'est la variation marginale du taux de change effectif réel suite à une variation du taux de marché monétaire.

b/ Par ailleurs, on vous communique ci-dessous les résultats du test ADF appliqué sur le résidus de l'estimation ($\hat{u}_t$). Existe-t-il une relation de cointegration entre les deux variables ? Justifier la réponse.

Les résultats du test ADF indiquent que le résidus de l'estimation de l'équation (2) est stationnaire puisque la stat du test calculée est égale à $-3,4$ et elle est inférieure à la valeur critique tabulée par Mackinnon (1991) qui est égale à $-3,34$ au seuil de 5%.

Par conséquent, il existe une relation de cointégration entre les séries TMM et TCER.

c/ Quel modèle pourriez-vous proposer pour modéliser le lien entre ces var? Présenter ce modèle sous forme d'équation et définir chacun des termes.

Pour modéliser le lien entre ces variables, on peut recourir au modèle à correction d'erreur :

$\Delta TCER_t = \alpha + \beta \Delta TMM_t + c\,\hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$

$\Rightarrow \Delta TCER = \alpha + \beta TMM_t + c(TCER_{t-1} - \hat{a} - \hat{b}\, TMM_{t-1}) + \varepsilon_t$

avec $TCER_{t-1} - \hat{a} - \hat{b}\, TMM_{t-1}$: s'agit d'une relation de cointegration qui s'assimile à une relation d'éq de LT entre les variables cointegrées.

c : vitesse d'ajustement de la variable endogène vers l'éq de LT

- Si $c<0$: force de rappel
- Si $c \geq 0$: force de répulsion et le déséquilibre est encore persistant.

$\beta . \Delta TMM_t$: c'est la composante dynamique de court terme du modèle.

Exercice 2 :

On effectue la régression d'une variable y sur une variable x selon le modèle économétrique suivant : $y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$

Les résultats d'estimation par les MCO se présentent comme suit :

$$\hat{y}_t = \underset{(11,46)}{10,38} + \underset{(6,3)}{0,55}\, x_t$$

les chiffres entre parenthèses indiquent les stat t de Student.

Soit la statistique tabulée de Student $t^* = 1,96$

1/ Les paramètres de LT sont-ils significatifs au seuil de 5% ? Justifier la réponse

Test de significativité individuelle pour β :

$H_0 : \beta = 0$ contre $H_1 : \beta \neq 0$

sous H_0 vraie, on a : $\dfrac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}} \sim St(T-2)$

Règle de décision : si $t_c = \left|\dfrac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}\right| < t^*$ alors H_0 est vraie

sinon, H_1 est vraie

Conclusion : On a $t_c = 6,3 > t^* = 1,96 \Rightarrow$ on accepte $H_1 : \beta \neq 0 \Rightarrow \beta$ est statistiquement significatif.

2/ Sachant que les deux variables sont I(1), on souhaite vérifier s'il s'agit d'une regression factice ou d'une relation de cointégration. Pour ce faire, on effectue le test ADF sur le résidu de l'estimation. On obtient une statistique $ADF_c = -5,4$. Conclure

Test d'absence de relation de cointégration : Il s'agit d'effectuer le test ADF sur les résidus de l'estimation de long terme et d'utiliser la table de MacKinnon (1991).

Règle de décision :

. Si les résidus sont stationnaires, alors les variables x et y sont cointégrées

. Si les résidus sont non stationnaires alors la relation de LT est une regression factice.

. Conclusion : On a $ADF_c = -5,4 < ADF_{Mack} = -3,34 \Rightarrow$ les résidus sont donc stationnaires et par la suite, il existe une relation de cointégration entre x et y.

3/ On vous donne ci-dessous le résultat d'estimation de l'ECM. La représentation à correction d'erreur est elle valide ? Justifier la réponse

Le modèle à correction d'erreur s'écrit comme suit :

$$\Delta y_t = c + b\,\Delta x_t + a\,R_{t-1} + u_t$$

$$\Rightarrow MCO : \quad \underset{(-0,165)}{\Delta y_t = -0,034} \underset{(2,978)}{+ 0,617\,\Delta x_t} \underset{(-5,128)}{- 1,018\,R_{t-1}} \qquad R(-1) = R_{t-1} = \hat{\varepsilon}_{t-1}$$

$$t_c = \left|\frac{\hat{a}}{\hat{\sigma}_{\hat{a}}}\right| = 5,128 > t^{*} = 1,96$$

$\Rightarrow$ le paramètre a est statistiquement significatif

Par ailleurs, $\hat{a} = -1,018 < 0$ donc on a une force de rappel de la variable endogène vers l'équilibre de LT. Le modèle ECM est donc valide.

Exercice 1 : TD4 :

On considère la fonction de consommation (C_t) pour le Royaume Uni. Les variables explicatives sont le revenu réel personnel disponible (Y_t) et l'inflation (INF_t) mesurée par la différence première du logarithme de l'indice des prix de la consommation. Les données sont annuelles et couvrent la période 1960-1984. Toutes les variables sont transformées en logarithme. On fournit les résultats d'estimation suivants :

(1) $C_t = 0,25 + 0,93\,Y_t - 0,14\,INF_t + \varepsilon_t$ $\quad BG = 4,53\,(0,033)$

(2) $C_t = 0,25 + 0,88\,Y_t - 0,16\,INF_t + 0,06\,Y_{t-1} + \varepsilon_t$ $\quad BG = 9,74\,(0,002)$

(3) $C_t = 0,16 + 0,71\,Y_t - 0,18\,INF_t + 0,24\,C_{t-1} + \varepsilon_t$ $\quad BG = 5,98\,(0,014)$

(4) $C_t = -0,01 + 0,68\,Y_t - 0,15\,INF_t - 0,4\,Y_{t-1} + 0,72\,C_{t-1} + \varepsilon_t$

$BG = 0,36\,(0,549)$

1/ Vérifier à chaque fois si les erreurs sont autocorrélées d'ordre 1 ?

NB : BG est la statistique de Breush-Godfrey et les chiffres entre parenthèses indiquent sa p-value

Test de Breusch-Godfrey : $H_0 : \rho = 0$ contre $H_1 : \rho \neq 0$

On remarque que pour les 3 premiers modèles, la p-value associée à la statistique de BG est inférieure au risque d'erreur de 5%. Par conséquent, on rejette l'hypothèse H_0 et on accepte l'hypothèse d'autocorrélation des erreurs d'ordre 1.

En revanche, pour le modèle 4, la p-value relative au test de BG est égale à 0,549 est supérieure à 5% donc on accepte H_0, càd l'hypothèse d'abs d'auto-corrélation des erreurs.

2/ Préciser la nature de chacun des modèles estimés et transformer son équation à l'aide de l'opérateur retard

(1) : il s'agit d'un modèle de regression multiple statique ce qui correspond à un modèle DL(0) ou ARDL(0,0)

(2) : il s'agit d'un modèle à retard échelonnés DL(1)

$C_t = 0,25 + (0,88 + 0,06L)\,Y_t - 0,16\,INF_t + \varepsilon_t$

(3) : il s'agit d'un modèle ARDL(1,0)

$(1 - 0,24L)\, C_t = 0,16 + 0,71\, Y_t - 0,18\, INF_t + \varepsilon_t$

(4) : il s'agit d'un ARDL(1,1)

$(1 - 0,72L)\, C_t = -0,01 + (0,68 - 0,4L)\, Y_t - 0,15\, INF_t + \varepsilon_t$

3/ Remplir le tableau suivant avec les élasticités-revenus correspondantes :

Modèle	Court	Long
1	0,93	0,93
2	0,88	0,94
3	0,71	0,934
4	0,68	1

Exercice 2 :

On se propose de modéliser le lien entre les dépenses d'investissements, notées (y_t), et les profits passés, notés (x_t), d'une certaine industrie chimique. Pour cela, on dispose de données trimestrielles tq $t = 1, \dots, 44$. La recherche du nombre de retards optimal a permis d'obtenir le tableau suivant :

Décalage	Akaike	Schwarz
0	→ 11,96	→ 11,96
1	→ 11,50	→ 11,54
2	→ 11,04	→ 11,12
3	→ 10,55	→ 10,68
4	→ 10,25	→ 10,42
5	→ 9,99	→ 10,21
6	→ 9,84	→ 10,10
7	→ 9,88	→ 10,19
8	→ 9,96	→ 10,31
9	→ 10,03	→ 10,43
10	→ 10,10	→ 10,55

1/ Quel nombre de retards doit-on retenir dans le modèle ? Justifier la réponse

On doit retenir un nombre de retards égal à 6 car il correspond aux critères d'informations les plus faibles (AIC = 9,84 et BIC = 10,10).

2/ Détailler le calcul des critères d'Akaike et de Schwarz pour le retard retenu et en déduire la SCR

Les critères d'information se calculent comme suit : $AIC(9) = \ln\left(\frac{SCR}{T}\right) + \frac{2 \cdot 9}{T}$

$BIC(9) = \ln\left(\frac{SCR}{T}\right) + \frac{9 \ln T}{T}$

En se basant sur le critère AIC, on a :

$AIC(6) = \ln\left(\frac{SCR}{38}\right) + \frac{2 \times 6}{38} = 9,84$

$\Rightarrow SCR = 520.001,076$

3/ Écrire l'équation du modèle à retards échelonnés:
Il s'agit d'un modèle DL(6) dont l'équation s'écrit comme suit:

$$y_t = \mu + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \dots + \beta_6 x_{t-6} + \varepsilon_t$$

4/ Commenter et interpréter le résultat d'estimation du modèle qui se présente ci-dessous:

Variab	Coeff	σ	t student	Proba
C	501,5414	154,8486	3,2389	0,0029
X	-0,011389	0,081532	-0,139687	0,8898
X(-1)	0,061265	0,124906	0,490487	0,6274
X(-2)	0,227569	0,119635	1,902194	0,0668
X(-3)	0,167932	0,112997	1,486158	0,1477
X(-4)	0,118734	0,127454	0,931580	0,3590
X(-5)	0,000169	0,136907	0,001235	0,9990
X(-6)	0,237174	0,084065	2,821310	0,0084

On remarque que la p-value du coeff de la variable X(-6) est largement inférieure à 0,05. Le coeff est donc statistiquement significatif, ceci confirme le choix du retard 6. L'influence de la variable explicative peut aller jusqu'à un décalage de 6 périodes. On peut dire que l'investissement des entreprises de ce secteur est fonction des profits réalisés sur les 6 derniers trimestres, soit 1,5 an.

Par ailleurs, il convient de noter que seul le coeff du 6ème retard est significativement $\neq 0$.

Remarque: il peut très bien arriver et c'est même souvent le cas que des coeff de rang inférieur au décalage 9 ne soient pas statistiquement significatifs.

5/ Calculer le délai moyen

$$R\Omega = \frac{B'(1)}{B(1)} = \frac{\hat{\beta}_1 + 2\hat{\beta}_2 + 3\hat{\beta}_3 + 4\hat{\beta}_4 + 5\hat{\beta}_5 + 6\hat{\beta}_6}{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 + \dots + \hat{\beta}_6} = 3,64$$

$\Rightarrow$ Le délai moyen de réaction de l'investissement suite à un choc sur les profits réalisés est de l'ordre de 3,64 trimestres, soit presque une année.

Exercice:

Calculer le retard moyen et les multiplicateurs de CT et LT pour le modèle à retards échelonnés suivant:

$$y_t = 0,55(0,02 x_t + 0,15 x_{t-1} + 0,43 x_{t-2} + 0,23 x_{t-3} + 0,17 x_{t-4}) + \varepsilon_t$$

$y_t \sim DL(4)$

- $MCT = \beta_0 = 0{,}55 \times 0{,}02 = 0{,}011$
- $MLT = B(1) = 0{,}55 \times (0{,}02 + 0{,}15 + 0{,}43 + 0{,}23 + 0{,}17) = 0{,}55$
- $RM = \frac{B'(1)}{B(1)} = \frac{1{,}309}{0{,}55} = 2{,}38$ périodes

Exercice 3:

En considérant l'exemple de l'exercice précédent, on vous demande de :

1/ Réécrire le modèle selon la méthode d'almon, puis selon la méthode de Koyck

D'après l'exemple de l'exercice 2, on a : $y_t = \mu + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \dots + \beta_q x_{t-q} + \varepsilon_t$.

Selon la méthode d'almon (retard en nombre fini $(q=6)$), on considère le polynôme de degré h suivant : $\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_h i^h$

donc
$$\begin{cases} \beta_0 = \alpha_0 \\ \beta_1 = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_h \\ \vdots \\ \beta_6 = \alpha_0 + 6\alpha_1 + 36\alpha_2 + \dots + 6^h \alpha_h \end{cases}$$

Ainsi, le modèle $DL(q)$ avec $q=6$ devient :

$$y_t = \mu + \alpha_0 (x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-6}) + \alpha_1 (x_{t-1} + 2x_{t-2} + \dots + 6x_{t-6}) + \dots + \alpha_h (x_{t-1} + 2^h x_{t-2} + 3^h x_{t-3} + \dots + 6^h x_{t-6}) + \varepsilon_t$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & \dots & 2^h \\ \vdots & & & & \\ 1 & 6 & 6^2 & \dots & 6^h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_h \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = W\alpha$$

puisque $Y = X\beta + \varepsilon$
$\Rightarrow Y = XW\alpha + \varepsilon$
$= Z\alpha + \varepsilon$

Selon la méthode de Koyck (retards en nombre infini $(q \to \infty)$)

Les β_i suivent une distribution géométrique tq $\beta_i = \lambda^i \beta_0$ avec $0<\lambda<1$ et $i = 0, 1, \dots, \infty$

Le modèle $DL(q)$ s'écrit alors comme suit : $y_t = \mu(1-\lambda) + \beta_0 x_t + \lambda y_{t-1} + v_t$ avec $v_t = \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1} \sim AR(1)$

Calculer les elasticités de long et court terme des depenses d'investiss au profit dans le cas d'une spécification à distribution géom - Interp
On donne les résultats d'estimation du modèle sous form logarithmique comme suit:

$$\log(y_t) = \underset{(27,3)}{0,904} \log(y_{t-1}) + \underset{(8,48)}{0,184} \log(x_t) \underset{(-2,36)}{-0,699} + v_t$$

l'elasticité de court terme: $e_{CT} = \beta_0 = 0,184$
⇒ A court terme, lors que les profits augmentent de 1%, les dépenses d'inv vont augmenter de 0,184%.
Elasticité de long terme: $e_{LT} = \frac{\beta_0}{1-\lambda} = \frac{0,184}{1-0,904} = 1,91$
⇒ A long terme, quand les profits augmentent de 1%, les inv vont augmenter 1,91%.
Retard moyen: $RM = \frac{\lambda}{1-\lambda} = \frac{0,904}{1-0,904} = 9,417$ trimestres
⇒ le délai moyen de réaction est de 9 trimestres soit 2 ans et 1 trimestre.