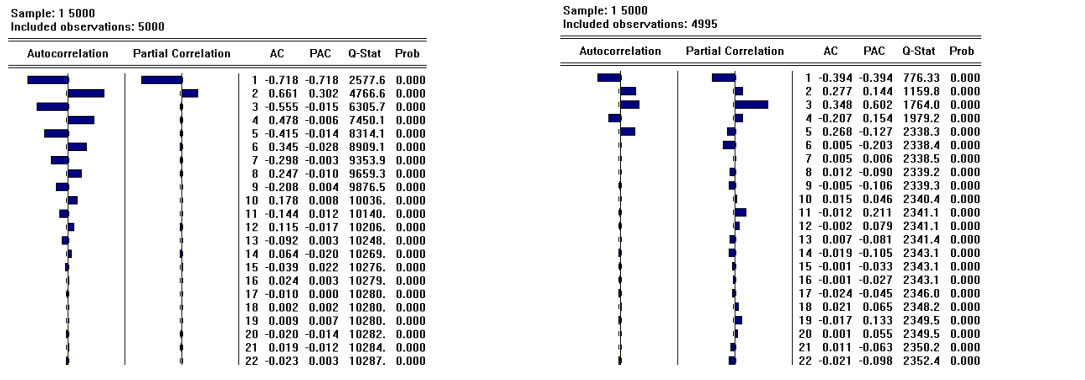


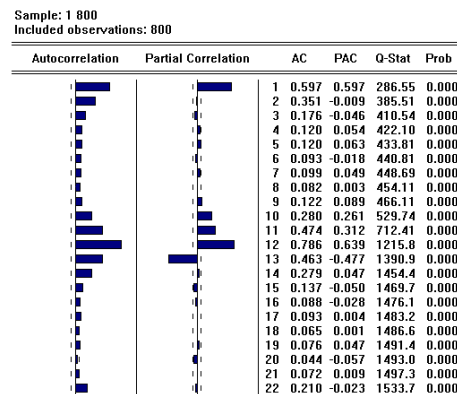
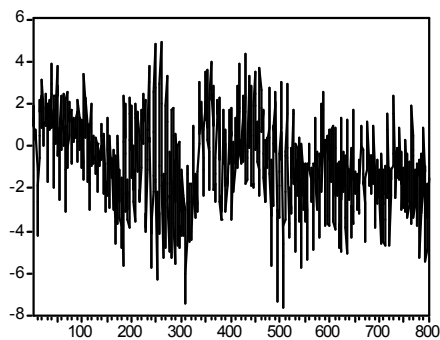
Méthode pratique d'estimation des ordres p et q

Pour estimer les ordres p ou q , on utilise les propriétés vues précédemment sur les formes des autocorrélogrammes ($\rho(h)$) ou des autocorrélogrammes partiels ($a(h)$). En particulier

- (i) pour les processus $AR(p)$ l'autocorrélogramme partiel s'annule à partir de p (à gauche)
- (ii) pour les processus $MA(q)$ l'autocorrélogramme s'annule à partir de q (à droite)



Remarque S'il reste de la saisonnalité, celle-ci apparaîtra également dans les autocorrélogrammes



Statistique de Box-Pierce, ou test de "portmanteau"

Le test de Box-Pierce permet d'identifier les processus de bruit blanc (*i.e.* les processus aléatoires de moyenne nulle, de variance constante et non autocorrélés). Cette statistique permet de tester $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = 0$ pour tout h , soit $\rho(h) = 0$ pour tout h . Ce test s'écrit

$$\begin{cases} H_0 : \rho(1) = \rho(2) = \dots = \rho(h) = 0 \\ H_a : \text{il existe } i \text{ tel que } \rho(i) \neq 0. \end{cases}$$

Pour effectuer ce test, on utilise la statistique de Box et Pierce (1970) Q , donnée par

$$Q_h = T \sum_{k=1}^h \hat{\rho}_k^2,$$

où h est le nombre de retards, T est le nombre d'observations et $\hat{\rho}_k$ l'autocorrélation empirique. Asymptotiquement, sous H_0 , Q_h suit un χ^2 à h degrés de liberté. Nous rejetons l'hypothèse de bruit blanc au seuil h si Q est supérieure au quantile d'ordre $(1 - \alpha)$ de la loi du χ^2 à h degrés de liberté.

Une statistique ayant de meilleurs propriétés asymptotiques peut être utilisée :

$$Q'_h = T(T+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k}{T-k},$$

qui suit asymptotiquement, sous H_0 une loi du χ^2 à h degrés de liberté. Ces tests sont appelés par les anglo-saxons 'portmanteau tests'

Exemple Cette statistique est généralement fournie avec l'autocorrélogramme (*Q-stat*). Les deux sorties ci-dessous correspondent aux valeurs pour 2 séries de résidus

Sample: 1 1000 Included observations: 1000						Sample: 1 1000 Included observations: 1000											
Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob		
				1	0.000	0.000	0.0002	0.990					1	-0.046	-0.046	2.0882	0.148
				2	0.010	0.010	0.1020	0.950					2	-0.011	-0.013	2.2062	0.332
				3	-0.027	-0.027	0.8191	0.845					3	-0.043	-0.044	4.0590	0.255
				4	0.057	0.057	4.0955	0.393					4	-0.025	-0.029	4.6726	0.323
				5	0.019	0.020	4.4761	0.483					5	0.051	0.047	7.2646	0.202
				6	0.049	0.047	6.8518	0.335					6	0.037	0.039	6.6435	0.195
				7	0.047	0.050	9.0869	0.246					7	-0.041	-0.039	10.341	0.170
				8	-0.040	-0.043	10.676	0.221					8	-0.094	-0.094	19.234	0.014
				9	-0.025	-0.026	11.310	0.255					9	-0.007	-0.011	19.281	0.023
				10	0.009	0.006	11.388	0.328					10	0.001	-0.006	19.281	0.037
				11	-0.013	-0.022	11.556	0.398					11	0.011	-0.003	19.403	0.054
				12	-0.008	-0.009	11.629	0.476					12	0.025	0.023	20.035	0.066
				13	-0.034	-0.034	12.803	0.463					13	0.024	0.039	20.620	0.081
				14	0.024	0.025	13.373	0.497					14	-0.052	-0.043	23.372	0.054
				15	0.017	0.025	13.650	0.552					15	-0.007	-0.017	23.423	0.076
				16	0.016	0.016	13.914	0.605					16	0.088	0.082	31.374	0.012
				17	-0.009	-0.005	14.005	0.667					17	-0.021	-0.019	31.806	0.016
				18	0.013	0.016	14.190	0.717					18	-0.008	-0.018	31.871	0.023
				19	-0.014	-0.013	14.383	0.761					19	-0.026	-0.016	32.580	0.027
				20	0.027	0.023	15.106	0.770					20	0.014	0.028	32.783	0.036
				21	0.009	0.003	15.187	0.813					21	-0.024	-0.031	33.350	0.042
				22	-0.009	-0.016	15.277	0.850					22	0.031	0.014	34.356	0.045

La table du χ^2 est donnée ci-dessous. A titre comparatif, nous obtenons le tableau suivant

h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Série (1)	0.000	0.102	0.819	4.095	4.476	6.852	9.087	10.676	11.310	11.388
Série (2)	2.088	2.206	4.059	4.673	7.2646	8.643	10.341	19.234	19.281	19.281
$\chi_{10\%}(h)$	2.706	4.605	6.251	7.779	9.236	10.645	12.017	13.362	14.684	15.987
$\chi_{5\%}(h)$	3.841	5.991	7.815	9.488	11.070	12.592	14.067	15.507	16.919	18.307

Si la série (1) est statistiquement un bruit blanc, il ne semble pas en être de même pour la seconde série, pour laquelle Q_h est parfois trop élevée (en particulier à partir de $h = 8$ - ce qui était confirmé par l'analyse graphique des autocorrélogrammes, avec cette valeur $\rho(8)$ significativement non nulle). Le seuil apparaît d'ailleurs en pointillé sous EViews,