Université de Carthage
Ecole Supérieure de la Statistique
et de l'Analyse de l'Information à Tunis

Année Universitaire
2013-2014
Première Année

Méthodes d'Estimation
série n° 1 : Lois usuelles et tables statistiques

Exercice 1 ***(Loi multinomiale)***

On effectue douze tirages successifs avec remise dans un jeu de 52 cartes.

Calculer la probabilité d'obtenir trois trèfles, trois coeurs, trois carreaux et trois piques.

Exercice 2 ***(Loi normale)***

Les rémunérations mensuelles des salariés d'une entreprise suivent une loi normale de paramètres 500 dinars et 100 dinars.

Donner un intervalle de centre 500 dans lequel se trouveraient les revenus de ces salariés avec une probabilité de 95%.

Exercice 3 *Un candidat passant un examen est ajourné si sa note est inférieure à 7. Il passe l'oral si sa note est comprise entre 7 et 12. Il est admis sans oral si sa note est supérieure à 12.*

On suppose que les notes suivent une loi normale de paramètres μ et σ^2.

Partie 1 : *on admet que $\mu = 9$ et $\sigma^2 = 9$*

1. *Calculer la probabilité qu'un étudiant soit ajourné.*
2. *Calculer la probabilité qu'il passe l'oral.*
3. *En déduire la probabilité qu'il soit admis sans oral.*
4. *On choisit au hasard quatre étudiants. Quelle est la probabilité que deux d'entre eux soient ajournés*
5. *Déterminer un intervalle de centre μ contenant 96% des notes.*

   Partie 2 : *μ et σ^2 sont supposés inconnus.*

   On souhaite admettre (sans oral) 15,87% des candidats et en ajourner 6,68%.
6. *Calculer la probabilité qu'un étudiant passe l'oral.*
7. *Déterminer les valeurs des paramètres μ et σ^2.*
8. *Calculer la probabilité qu'un étudiant obtienne une note supérieure à 15.*

Exercice 4 ***(Loi du khi-deux)***

La fonction Γ *est définie sur* $\mathbb{R}_+^*$ *par*

$$f(r) = \Gamma(r) = \int_0^{+\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$$

1. *Vérifier que*

$$\Gamma(1) = 1 \quad et \quad \Gamma(r+1) = r\Gamma(r)$$

2. *Soit* X *une variable aléatoire continue suivant la loi du* χ^2 *à n degrés de liberté. On a*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Calculer $E(X)$ *et* $V(X)$.

Exercice 5 ***(Loi normale et loi du khi-deux)***

1. *Soit* X *une variable aléatoire de loi normale telle que*

$$P(X < 2) = 0,3085 \quad et \quad P(X > 8) = 0,0062$$

Calculer la valeur de la probabilité

$$P\left(X^2 - 6X < 1,84\right)$$

2. *Soit* Y *une variable aléatoire de loi normale telle que*

$$P(Y < 2) = 0,0228 \quad et \quad P(Y > 3,5) = 0,1587$$

Calculer la valeur du réel a tel que

$$P\left((Y-3)^2 < a\right) = 0,975$$

Exercice 6 ***(Fractiles des lois de Student et de Fisher Snedecor)***

1. *déterminer les fractiles d'ordre 0,2 et 0,8 de la loi de Student à 12 degrés de liberté.*

2. *Déterminer les fractiles d'ordre 0,95 et 0,99 de la loi de Fisher Snedecor à 30 et 10 degrés de liberté. En déduire les fractiles d'ordre 0,05 et 0,01 pour cette même loi.*