Université de Carthage **Année universitaire 2023/2024**

Ecole Supérieure de la Statistique et de l'Analyse de l'Information

2ème année du Cycle Ingénieur

Microéconomie III-
Corrigé Série 2 : L'oligopole

Exercice 1 : Oligopole de Cournot symétrique

Considérons le cas d'un oligopole de Cournot avec n firmes identiques et produisant au coût marginal constant c (et une demande linéaire). On prendra la demande inverse p = a − bQ où Q est la production totale.

1. Calculez les quantités produites, le prix de vente aux consommateurs ainsi que les profits à l'équilibre. Quel est le surplus des consommateurs ? Que se passe-t-il quand n devient très grand ?

   Réponse

   Prenons p = a − bQ. On note q_i la production de i et $q_{-i} = \sum_{j \neq i} q_j$ (= Q − qi)

   La firme i résout (elle prend la production des autres comme une donnée) :

   $\max_{q_i} q_i(a - b(q_i + q_{-i}) - c)$

   La résolution de la condition du premier ordre donne

   $$q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_{-i}}{2}$$

   En soustrayant $\frac{q_i}{2}$ à chaque membre, on trouve

   $$q_i - \frac{q_i}{2} = \frac{q_i}{2} = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q}{2}$$

   ce qui montre que toutes les productions sont égales à l'équilibre (l'équilibre est symétrique). Pour le voir, il suffit de prendre un autre indice k différent de i, on aura à l'équilibre la même quantité,

   $$\frac{q_k}{2} = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q}{2}$$

   Par conséquent, $q* = Q*/n$. On trouve $q* = \frac{a-c}{b(n+1)}$. et $Q* = n\frac{a-c}{b(n+1)}$. On trouve également $p* = \frac{a+nc}{(n+1)}$.

   Surplus des consommateurs W c ?

   On peut utiliser le fait que la demande est linéaire et donc que le surplus n'est aure que l'aire du triangle.

$W_c = \frac{1}{2}\,\frac{na-nc}{b(n+1)}\left(a - \frac{a+nc}{(n+1)}\right) = \frac{1}{2}\,\left(\frac{na-nc}{b(n+1)}\right)^2$

Lorsque n tend vers l'infini, le prix converge vers c. Le surplus du consommateur tend vers le surplus concurrentiel.

2. Quels sont les quantités et le prix qui maximisent le profit joint des n firmes ? Quel est le profit de chaque firme ?

Réponse

C'est la quantité (et le prix) du monopole, c'est-à-dire la solution de

$$\max_Q Q(a - bQ - c)$$

La condition du premier ordre donne QM = (a – c)/2b.

Attention : cette maximisation par rapport à Q n'est valable que lorsque la fonction de coût est la même pour toutes les entreprises et qu'elle est linéaire.

Exercice 2 : Concurrence à la Cournot et R&D

On retient le modèle de duopole de Cournot standard. On supposera que la fonction de demande est linéaire de type P(Q) = a − bQ.

1- Supposons que l'entreprise 1 utilise une technologie ancienne qui porte le coût marginal à 12 et que l'entreprise 2 utilise une technologie moderne permettant un coût marginal de 10.

a- Déterminer l'équilibre de Cournot.

Réponse

Rappel du modèle asymétrique (coûts marginaux différents) : On suppose des coûts distincts pour les entreprises 1 et 2, notés c_1 et c_2. Calculons les fonctions de réaction :

$q_i(q_j) = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{q_j}{2}$

D'où la solution (après résolution du système $q_i = q_i(q_j)$ et $q_j = q_j(q_i)$)

$q_1^* = \frac{a-2c_1+c_2}{3b}$ et $q_2^* = \frac{a-2c_2+c_1}{3b}$.

b- Supposons qu'à cet l'équilibre, le prix est 14 et la quantité totale produite est 6. Déterminer les valeurs des paramètres a et b relatifs à la fonction de demande.

Réponse

La quantité totale produite est alors $Q^* = q_1^* + q_2^* = \frac{2a-c_2-c_1}{3b}$, le prix est $p^* = \frac{a+c_2+c_1}{3}$

On a $p^* = \frac{a+c_2+c_1}{3} = 14 \leftrightarrow a + 12 + 10 = 42 \leftrightarrow a = 20$

Or $Q^* = \frac{2a-c_2-c_1}{3b} = 6 \leftrightarrow 40 - 22 = 18b \leftrightarrow b = 1$

2- L'entreprise 1 envisage d'adopter la nouvelle technologie pour avoir le même coût marginal que sa rivale mais elle doit supporter un coût fixe. Combien l'entreprise 1 serait-elle prête à investir pour disposer de la technologie nouvelle ?

Réponse

L'équilibre devient symétrique. Il est donné par (pour $c_1=c_2=c$):

$q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3b}$ et $p^* = \frac{a+2c}{3}$

Application numérique : a=20, b =1, c=10

$q_1^* = q_2^* = \frac{10}{3}$ et $p^* = \frac{40}{3}$

On en déduit le profit de la firme 1 après adoption de la technologie (dépense d'un investissement fixe I en nouvelle technologie) :

$$\pi_1^* = \frac{100}{9} - I = 11.11 - I$$

Son profit avant l'adoption s'obtient en utilisant :

$q_1^* = \frac{a-2c_1+c_2}{3b} = \frac{20-24+10}{3} = 2$ et $p^* = 14$ et $c_1 = 12$

$$\pi_1^* = 4$$

L'entreprise 1 décide d'investir ssi I < 7.11

Exercice 3 : Concurrence à la Bertrand et R&D

Deux entreprises sont engagées dans une concurrence à la Bertrand. La population est constituée de 10.000 personnes, chacune n'étant disposée à payer que 10 au plus pour une unité au plus du bien. Les entreprises ont toutes les deux un coût marginal de 5.

1- Quel est l'équilibre du marché ? Quels sont les profits des entreprises ?

2- Supposons qu'une entreprise puisse adopter une technologie qui abaisse son coût marginal à 3. Quel est alors l'équilibre ? Combien est-elle prête à payer pour cette nouvelle technologie ?

3- Supposons maintenant que la nouvelle technologie est disponible pour les deux entreprises. Le jeu est joué en deux étapes, qu'on peut résumer ainsi :

   a. les entreprises décident simultanément d'adopter ou non la technologie ou non ;
   b. puis, ayant observé le choix de l'autre, elles décident de leur prix. Quel est l'équilibre de ce jeu (on cherchera un équilibre de Nash) ?

Exercice 4 : Concurrence à la Bertrand et R&D

Soient trois entreprises en concurrence sur un marché où la fonction inverse de demande est $P(Q) = a - Q$, avec $Q = q_1 + q_2 + q_3$. Les coûts marginaux sont normalisés à 0. Résoudre le jeu de concurrence à la Stackelberg-Stackelberg où la firme 1 choisit sa quantité en premier, la firme 2 en second et la firme 3 en troisième.

Réponse

Pour trouver l'équilibre, nous procédons par induction vers l'amont, c'est-à-dire que pour tout couple (q_1, q_2) nous déterminons la quantité $q_3^*(q_1, q_2)$ que choisit la firme 3 afin de maximiser son profit. Cette quantité est simplement sa meilleure réponse dans un jeu de concurrence à la Cournot traditionnel. Soit : $q_3^*(q_1, q_2) = (a - q_1 - q_2)/2$. Ensuite nous déterminons pour tout q_1 la quantité qui maximise le profit de l'entreprise 2 qui anticipe que la firme 3 choisira $q_3^*(q_1, q_2)$. Soit la quantité qui maximise le profit : $\pi_2(q_1, q_2, q_3^*(q_1, q_2)) = q_2 (a - q_1 - q_2 - (a - q_1 - q_2)/2)$, d'où $q_2^* (q_1) = (a - q_1)/2$

Finalement, il faut déterminer le choix de l'entreprise 1, c'est-à-dire la quantité q_1 qui maximise :

$\pi_1(q_1, q_2^* (q_1), q_3^*(q_1, q_2^* (q_1))) = q_1(a - q_1)/8$, soit l'équilibre : $q_2^* = a/2$, $q_2^* (q_1) = (a - q_1)$ et $q_3^* (q_1) = (a - q_1 - q_2)/2$ sur le chemin d'équilibre les entreprises 2 et 3 produisent les quantités : $q_2 = a/4$, et $q_3 = a/8$.

Remarque : ce jeu possède de multiples équilibres de Nash non sous-jeux parfaits mais l'équilibre décrit ci-dessus est le seul équilibre de Nash sous-jeux parfait.