

**Problème : A. F. D. sur un tableau de dix points.**

On considère le tableau suivant croisant trois variables  $x^1$ ,  $x^2$  et  $y$  avec  $n = 10$  individus  $(1, 2, \dots, 10)$ , où  $x^1$  et  $x^2$  sont deux variables quantitatives et  $y$  une variable qualitative à deux modalités notées  $A$  et  $B$ . On désire effectuer l'analyse factorielle discriminante pour expliquer  $y$  en fonction de  $x^1$  et  $x^2$ .

	$x^1$	$x^2$	$x^3$
1	0	0	A
2	0	0	A
3	1	1	B
4	1	1	B
5	2	2	A
6	2	2	A
7	1	0	A
8	0	1	B
9	2	1	A
10	1	2	B

Soit  $X$  le tableau de format  $10 \times 2$  associé aux deux variables quantitatives  $x^1, x^2$  et soit  $\mathcal{M}$  le nuage de points associé dans le plan. On note également  $C_A = \{1, 2, 5, 6, 7, 9\}$  et  $C_B = \{3, 4, 8, 10\}$  les classes définies par la variable qualitative  $y$ .

1. Calculer le centre de gravité  $g$  de  $\mathcal{M}$  et donner le tableau centré  $T$  associé à  $X$ .
2. Calculer la matrice variance  $V$  associée au nuage  $\mathcal{M}$ .
3. Calculer  $V^{-1}$ .
4. Calculer les centres de gravité  $g_A$  et  $g_B$  associés aux classes  $C_A$  et  $C_B$  respectivement.
5. Donner l'hyperplan séparateur de Fisher.
6. Donner l'affectation des dix points à l'une des deux classes  $C_A$  et  $C_B$ .
7. Donner le tableau de dimension  $2 \times 2$  croisant l'appartenance à une classe avec l'affectation à une classe.
8. Dédire de la question 7. le taux de bien classés dans la classe  $C_A$ , puis dans la classe  $C_B$  ainsi que le taux global de bien classés.

9. Calculer la matrice variance interclasses  $B$ .
10. Calculer la matrice variance intraclasse  $W$ .
11. Donner le vecteur axial factoriel discriminant et le facteur discriminant.
12. Donner la valeur propre discriminante (i.e., la valeur propre associée à l'axe précédent ou encore le pouvoir discriminant).