ESSAI
Ecole Supérieure de la Statistique et
de l'Analyse de l'Information de Tunis

Examen 2ème année
Janvier 2009 - Durée 2h00

Module Recherche Opérationnelle
Correction de la Session Principale

Exercice 1 (8pt) Une entreprise fabrique des téléphones portables et des postes de télévision. 140 ouvriers travaillent à la fabrication. Le prix de revient, pièces et main d'oeuvre, d'un téléphone est de 300D et il est de 400D pour un poste de TV. Les services comptables de l'entreprise donnent la consigne de ne pas dépasser par semaine la somme de 240000D, pièces et main d'oeuvre.
Chaque ouvrier travaille 40 heures par semaine. Les chefs de service estiment qu'il faut 10h de main d'oeuvre pour fabriquer un téléphone et 5h seulement pour fabriquer un poste de TV.
Les services commerciaux ne peuvent vendre plus de 480 téléphones et 480 postes de TV par semaine. Les prix de ventes sont tels que l'entreprise, tous frais payés, fait un bénéfice de 160D par téléphone et de 240D par poste de TV.

1. On désigne par x_1 la nombre de téléphones et x_2 le nombre de postes de télévision fabriqués par semaine.

   Les quatre contraintes de fabrication sont : $$\begin{array}{cl} 300x_1 + 400x_2 & \leq 240000 \\ 10x_1 + 5x_2 & \leq 40 \times 140 \\ x_1 & \leq 480 \\ x_2 & \leq 480 \end{array}$$
2. Le bénéfice par semaine en fonction du nombre de téléphones et du nombe de téléviseurs est $z = 160x_1 + 240x_2$.
3. La solution graphique du programme linéaire est donnée dans la figure 1 ci-dessous.
4. La fabrication qui assure un bénéfice maximum correspond à $x_1 = 160$ et $x_2 = 480$. D'où un bénéfice maximum de 140800D.
5. Les tableaux de la méthode du Simplexe sont :

$$\left[\begin{array}{rrrrrr|r} 300 & 400 & 1 & 0 & 0 & 0 & 240000 \\ 10 & 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5600 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 480 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 480 \\ \hline -160 & -240 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

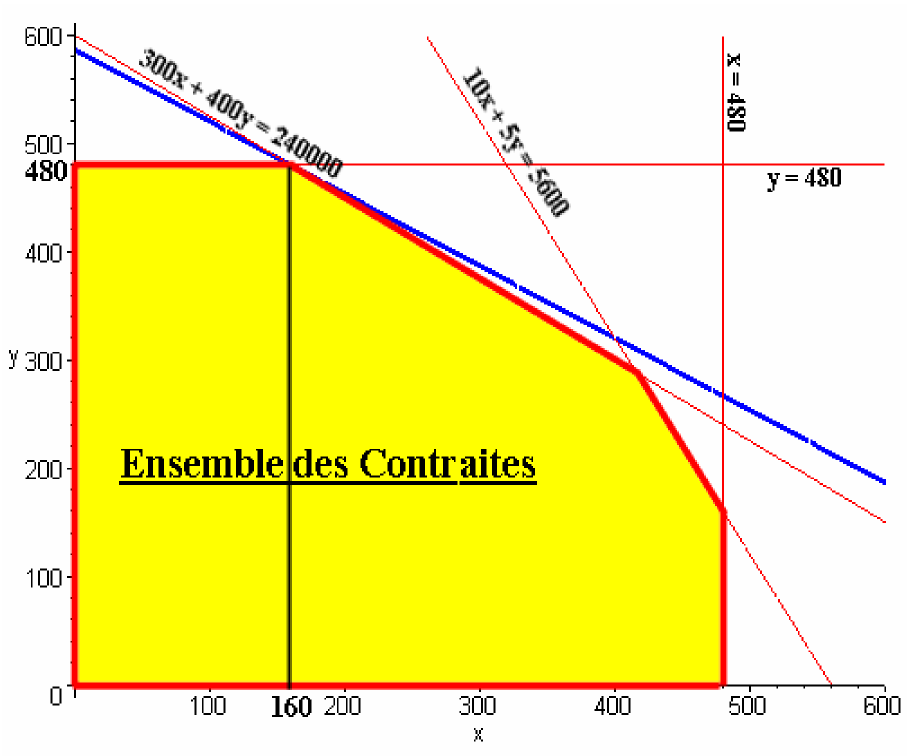


FIG. 1 – Solution graphique

$$
\left[\begin{array}{cccccc|c}
0 & 400 & 1 & 0 & -300 & 0 & 96000 \\
0 & 5 & 0 & 1 & -10 & 0 & 800 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 480 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 480 \\
\hline
0 & -240 & 0 & 0 & 160 & 0 & 76800
\end{array}\right]
$$

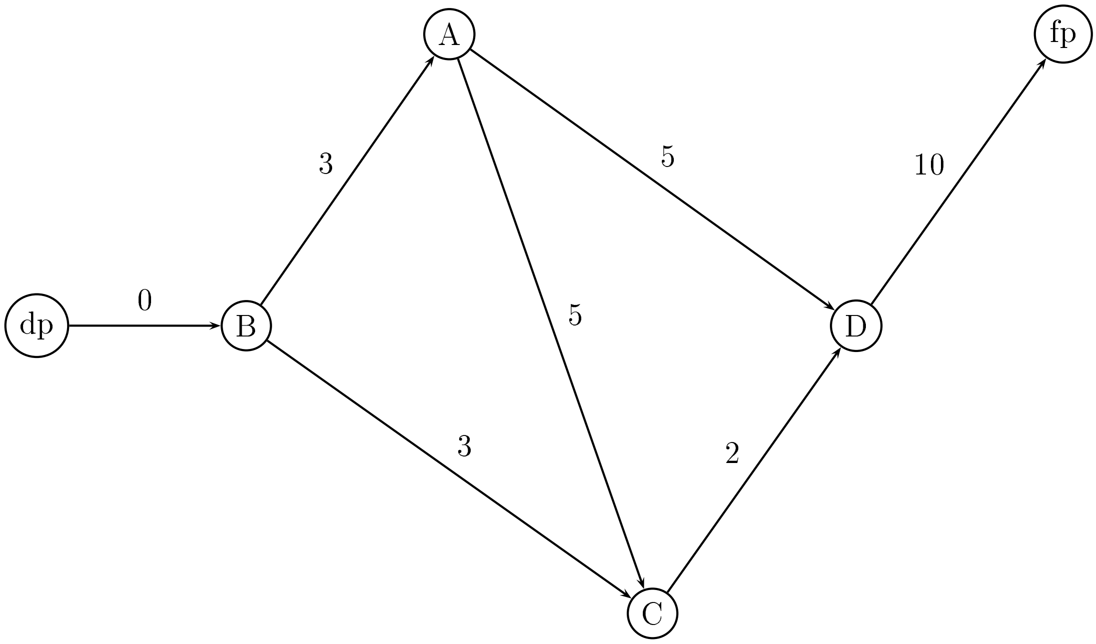
$$
\left[\begin{array}{cccccc|c}
0 & 0 & \frac{1}{500} & -\frac{4}{25} & 1 & 0 & 64 \\
0 & 1 & \frac{1}{250} & -\frac{3}{25} & 0 & 0 & 288 \\
1 & 0 & -\frac{1}{500} & \frac{4}{25} & 0 & 0 & 416 \\
0 & 0 & -\frac{1}{250} & \frac{3}{25} & 0 & 1 & 192 \\
\hline
0 & 0 & \frac{16}{25} & -\frac{16}{5} & 0 & 0 & 135680
\end{array}\right]
$$

$$
\left[\begin{array}{cccccc|c}
0 & 0 & -\frac{1}{300} & 0 & 1 & \frac{4}{3} & 320 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 480 \\
1 & 0 & \frac{1}{300} & 0 & 0 & -\frac{4}{3} & 160 \\
0 & 0 & -\frac{1}{30} & 1 & 0 & \frac{25}{3} & 1600 \\
\hline
0 & 0 & \frac{8}{15} & 0 & 0 & \frac{80}{3} & 140800
\end{array}\right]
$$

Exercice 2 (6pt) Soit le problème d'ordonnancement suivant :

Tâche	Durée	antécédents
A	5	B
B	3	aucun
C	2	A,B
D	10	C,A

1. La tâche B est de rang 0, la tâche A est de rang 1, la tâche C est de rang 2 et la tâche D est de rang 2. Le graphe potentiels-tâches (MPM) associé à ce projet est donné ci-dessous :



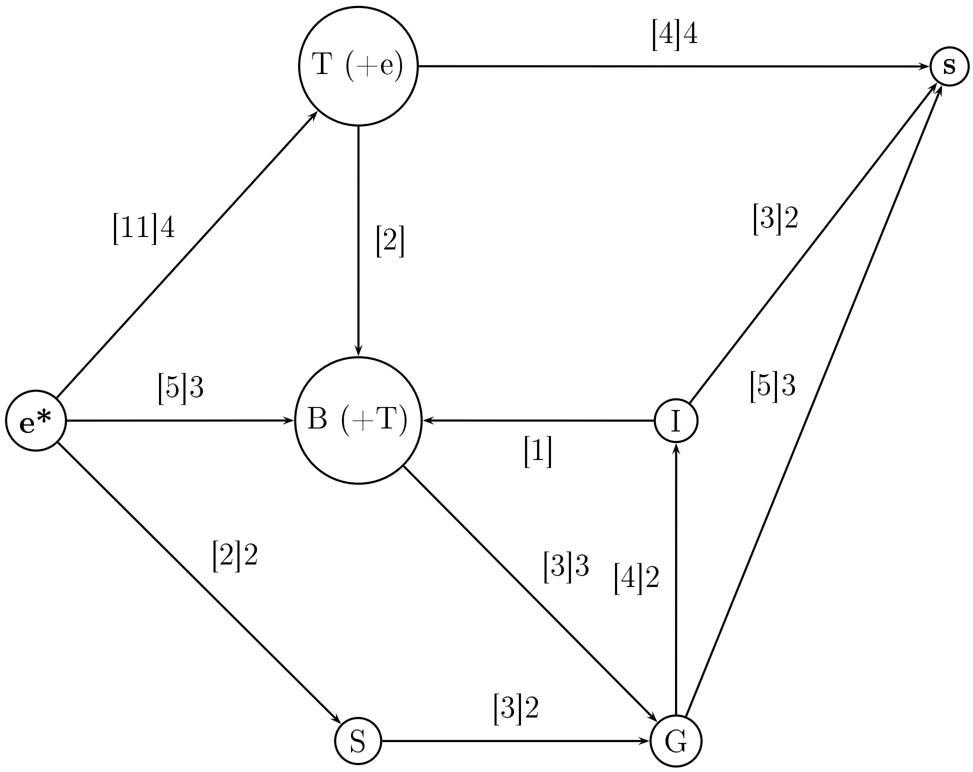
2. Les dates au plus tôt et au plus tard de début d'exécution de chaque tâche ainsi que les marges totales et les marges libres de chacune des tâches est donnée dans le tableau ci-dessous :

Tâche	début au + tôt	début au + tard	fin au + tôt	fin au + tard	MT	ML
B	0	0	3	3	0	0
A	3	3	8	8	0	0
C	5	8	7	10	3	3
D	10	10	20	20	0	0

3. Le(s) tâches critiques sont B, A et D. Le chemin critique est (dp B A D fp).

Exercice 3 (6pt) Une société de fret dispose de 2 centres : un à Tunis, le deuxième à Bizerte. Trois destinations sont possibles : l'Italie, la Suède, la Grèce.
Chacun des centres de fret a une capacité maximale de transport ainsi qu'un stock initial de marchandises. De même, chaque pays d'arrivée a une demande maximale pour les importations.
L'algorithme de Ford-Fulkerson va permettre d'optimiser ces flux à l'aide d'un outil de modélisation mathématique. La structure sous-jacente est représentée par un graphe orienté

dont le sommet de gauche symbolise le stock initial. Celui-ci est relié à chacun des premiers arcs ou arêtes.



1. Grâce à l'algorithme de Ford-Fulkerson, le flot maximal est de valeur $\Phi_0 = 9$.
2. La coupe minimale correspondante est égale à : $\{(Ts), (BG), (eS)\}$.

Bonne Continuation,

Ines Abdeljaoued-Tej.