UNIVERSITÉ DE CARTHAGE
ECOLE SUPÉRIEURE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE DE L'INFORMATION À TUNIS

ANNÉE UNIVERSITAIRE
2014-2015
PREMIÈRE ANNÉE

Corrigé de l'Examen de Statistique Descriptive janvier 2015

Corrigé de l'exercice 1 *:*

1. $\overline{x} = \dfrac{1}{500}\sum n_i c_i = \dfrac{55400}{500} = 110.8\ mm$

Longueur(mm)	*Effectif*	*Fréquence*	*Effectif corrigé*	$F(e_i)$
$[60;75[$	*40*	*0.08*	*26.67*	*0.08*
$[75;90[$	*60*	*0.12*	*40*	*0.20*
$[90;100[$	*100*	*0.20*	*100*	*0.40*
$[100;110[$	*110*	*0.22*	*110*	*0.62*
$[110;130[$	*90*	*0.18*	*45*	*0.80*
$[130;160[$	*60*	*0.12*	*20*	*0.92*
$[160;200[$	*40*	*0.08*	*10*	*1*
Total	*500*	*1*		

Nous choisissons une amplitude de référence $a = 10$. *La classe modale est* $[100;110[$.

$M_O = 100 + 10 * \frac{10}{10+65} = 101.33\ mm.$

Relation empirique de Pearson : $\overline{x} \simeq \dfrac{3M_e - M_o}{2} \Longrightarrow M_e \simeq \dfrac{2\overline{x} + M_o}{3}$

On a alors $M_e \simeq \dfrac{2 * 110.8 + 101.33}{3} = 107.64\ mm.$

2. $s^2 = \frac{1}{n}\sum n_i c_i^2 - \overline{x}^2 = \dfrac{6559375}{500} - (110.8)^2 = 842.11$

$s = \sqrt{s^2} = 29.019\ mm$

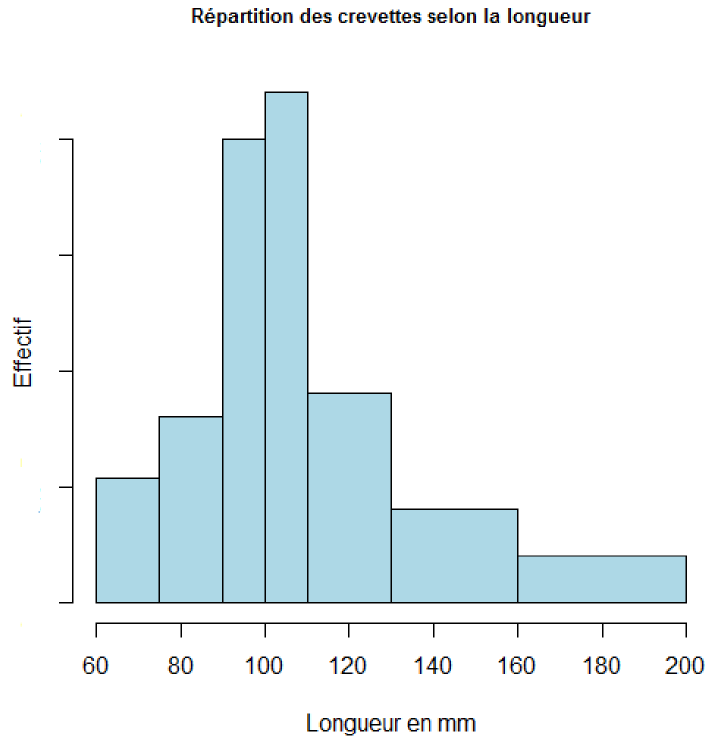
$cv = \dfrac{s}{\overline{x}} = \dfrac{29.019}{110.8} = 0.262$

Au vu du coefficient de variation, nous pouvons conclure que la distribution ne présente pas une forte dispersion.

3. *Coefficient d'asymétrie de Fisher :* $\gamma_1 = \dfrac{\frac{1}{n}\sum n_i (c_i - \overline{x})^3}{s^3} = \dfrac{24436.97}{(29.019)^3} =$ 1.890.87

A partir du tableau de données, on peut conclure que la distribution est uni-modale. Ainsi, la valeur de γ_1 exprime une asymétrie à droite faiblement prononcée.

4. *Histogramme :*



5. $Q_1 \in [90; 100[$.

   $Q_1 = 90 + 10 * \dfrac{0.25 - 0.20}{0.40 - 0.20} = 92.5\ mm$

   $Q_3 \in [110; 130[$.

   $Q_1 = 110 + 20 * \dfrac{0.75 - 0.62}{0.80 - 0.62} = 124.44\ mm$

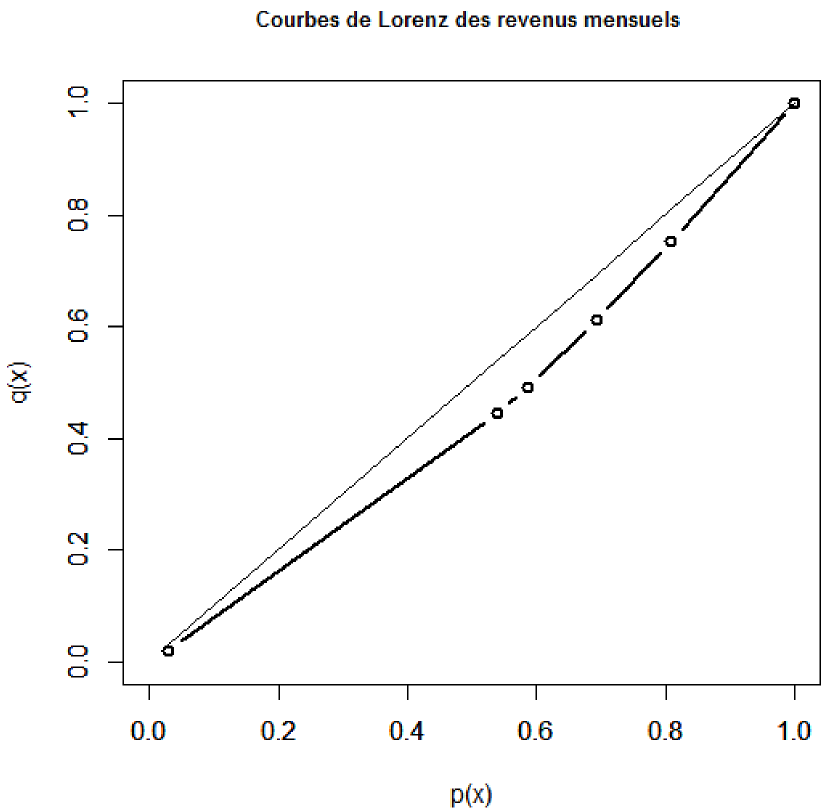
6. $Surface\ de\ l'histogramme = \sum a_i * n_i^c = \sum a_i * \dfrac{n_i}{a_i} * a = a \sum n_i = a * n$

   $Surface\ interquartile = \dfrac{1}{2}(Surface\ de\ l'histogramme) = \dfrac{a * n}{2} = 2500.$

Corrigé de l'exercice 2 $n = 430$
$\overline{x} = 1198.1 dinars$ $\quad \sum n_i c_i^2 = 6420\,9 \times 10^4.$

Revenus	n_i	f_i	$F(e_i)$	$f_i c_i$	$\frac{f_i c_i}{\sum f_i c_i}$	$q(e_i)$
$[700; 900[$	*13*	*0.030*	*0.030*	24	*0.020*	*0.020*
$[900; 1100[$	*219*	*0.509*	*0.539*	509	*0.425*	*0.445*
$[1100; 1300[$	*20*	*0.047*	*0.586*	56.4	*0.047*	*0.492*
$[1300; 1400[$	*46*	*0.107*	*0.693*	144.45	*0.121*	*0.613*
$[1400; 1500[$	*50*	*0.116*	*0.809*	168.2	*0.140*	*0.7 53*
$[1500; 1600[$	*82*	*0.191*	*1*	296.05	*0.247*	*1*
Total	*430*	*1*	-	1198.1	*1*	

1. *Fonction de répartition : voir tableau.*
2. *Courbe de Lorenz:*



3. $G = 1 - \sum (p(e_i) - p(e_{i-1}))(q(e_i) + q(e_{i-1}))$

$$G = 1 - \begin{pmatrix} (0.030 * 0.020) + (0.539 - 0.030) * (0.445 + 0.020) + \\ (0.586 - 0.539) * (0.492 + 0.445) + (0.693 - 0.586) * (0.613 + 0.492) \\ + (0.809 - 0.693) * (0.753 + 0.613) + (1 - 0.809) * (1 + 0.753) \end{pmatrix}$$

$G = 1 - 0.89284 = 0.10716$

$cv = \dfrac{s}{\bar{x}}$

$s = \sqrt{\frac{1}{430}6420\,9 \times 10^4 - 1198.1^2} = 240.39 dinars$

$cv = \dfrac{240.39}{1198.1} = 0.20$

Le coefficient de variation et l'indice de Gini sont faibles, ce qui exprime une distribution peu inégalitaire

4. *Compris entre 0 et 1, l'indice de Gini mesure la surface définie par la courbe de Lorenz et la première bissectrice. Il mesure donc l'inégalité. Il présente néanmoins l'inconvénient d'accorder la même importance à l'inégalité entre les pauvres et l'inégalité entre les riches. En effet, le transfert d'un montant d'un individu au profit d'un autre entraine une variation de l'indice de Gini indépendante du niveau des revenus des deux individus. Le coefficient de variation, quant à lui, tient compte de cette différence puisque l'effet de ce transfert est fonction de l'écart entre les revenus des deux individus.*

5. $\Delta_M = M_l - M_e$

   $M_e \in [900; 1100[\qquad M_e = 900 + 200 * \dfrac{0.5 - 0.030}{0.539 - 0.030} = 1084.7 dinars$

   $M_l \in [1300; 1400[\qquad M_l = 1300 + 100 * \dfrac{0.5 - 0.492}{0.613 - 0.492} = 1306.6 dinars$

   $\Delta_M = 1306.6 - 1084.7 = 221.9 dinars$

   Ce résultat semble au dessus des prévisions car la faible inégalité laissait prédire un écart plus faible.