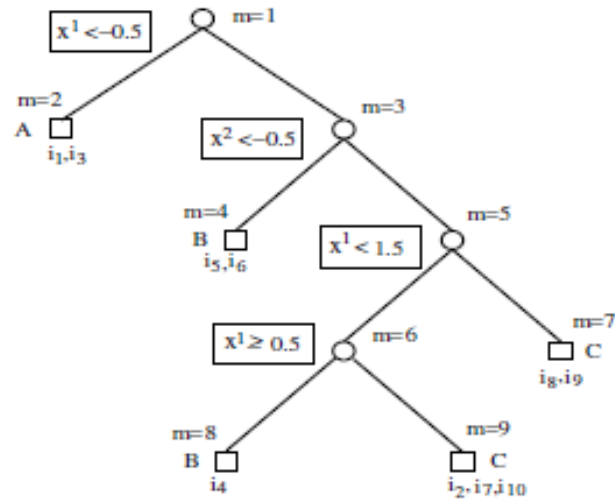


5a)



5b) La qualité de la coupure d'un noeud quelconque, noté m , est définie par :

$$\Delta i(m) = i(m) - \frac{N_{mG}}{N_m} i(m_G) - \frac{N_{mD}}{N_m} i(m_D), \text{ avec } i(m) = \sum_{k=1}^K \hat{p}_{mk}(1 - \hat{p}_{mk}),$$

où $i(m)$ désigne le degré d'impureté du noeud m mesuré par son indice de Gini. Pour $m = 1$, on a :

$$i(1) = 2 \times \frac{3}{10} \left(1 - \frac{3}{10}\right) + \frac{4}{10} \left(1 - \frac{4}{10}\right) = 2 \times 0.3 \times 0.7 + 0.4 \times 0.6 = 0.66;$$

$$i(2) = 0, \text{ car } m = 2 \text{ est un noeud pur};$$

$$i(3) = \frac{1}{8} \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \frac{3}{8} \left(1 - \frac{3}{8}\right) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{22}{64} + \frac{1}{4} = \frac{22}{64} + \frac{16}{64} = \frac{38}{64} = \frac{19}{32};$$

$$\Delta i(m=1) = 0.66 - \frac{8}{10} \times \frac{19}{32} = 0.66 - \frac{1.9}{4} = 0.66 - 0.5 + 0.025 = 0.185.$$