Introduction à la notion de la Fiabilité

1. Historique

A travers cette rubrique, nous introduisons l'évolution historique de la notion de fiabilité.

Suite à la révolution industrielle, l'intérêt est centré sur l'amélioration de la durée de vie des systèmes mécaniques. Il s'agit de consolider les éléments les plus faibles dans un équipement par des configurations parallèles ou redondantes.

Au cours des années 1930, le secteur aérien commence à collecter des informations statistiques sur les accidents des avions. Ces informations concernent principalement les pannes des moteurs, et induisent l'utilisation des études probabilistes en vue de développer d'éventuelles améliorations des niveaux de sécurité et des fiabilités des avions.

Suite à la deuxième guerre mondiale, et au cours des années 1940, un projet de fabrication d'un missile a été initialement introduit par l'ingénieur allemand Von Braun sous l'objectif de 100% de fiabilité. Ce projet a abouti à l'émergence de la notion de modalités de calcul de la fiabilité des systèmes selon leurs configurations.

En 1952, le premier groupe de conseil « Advisory Group on Reliability of Electronic Equipement » (GREE) se spécialisant en la notion de la fiabilité en électronique a été développée aux Etats Unis et a insisté sur le besoin d'effectuer de nombreux tests sur la durée des bons fonctionnements des équipements afin de contourner les points faibles et arriver à intervenir au plutôt.

Pendant les années 1960, ce fut la création de l'AMDE (Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets) dans le domaine de l'aéronautique. Toutefois, des difficultés majeurs lors de l'implémentation de cette méthode ont été rencontrées et ont induit à l'émergence de nouvelles approches plus simples, telles que l'arbre de défaillance, le diagramme de succès et l'arbre des causes.

En 1975, on commence à encourager l'évaluation des risques complètes liées à une installation particulière suite aux accidents nucléaires « Three Miles Island » et la catastrophe nucléaire de « Tchernobyl ».

Depuis les années 2000, l'étude de la fiabilité exploite plusieurs techniques telles que la simulation, la modélisation par les réseaux de Pétri ou encore les chaines de Markov.

2. Définition de la Fiabilité

Selon la norme Européenne (**NF X60.010)**, c'est l'**aptitude** d'un bien à accomplir sa fonction requise (**La fonction pour laquelle elle est conçue**) dans des conditions données (les contraintes liées à l'environnement de travail et l'objectif des commandes), pendant un intervalle de temps donné.

3. Mesure de la Fiabilité

3.1. Le temps moyen de bon fonctionnement

La figure 1 déploie le profil de fonctionnement d'une machine. Soient 0 : un état de panne et 1 : un état de fonctionnement.

Selon ce profil la machine a fonctionné pendant X_1 avant de tomber en panne pour la première fois. Suite à une intervention corrective, la machine regagne son fonctionnement pendant X_2. Suite à une panne, elle fait objet d'une intervention de réparation, puis fonctionne pendant X_3 avant d'enregistrer sa troisième panne.

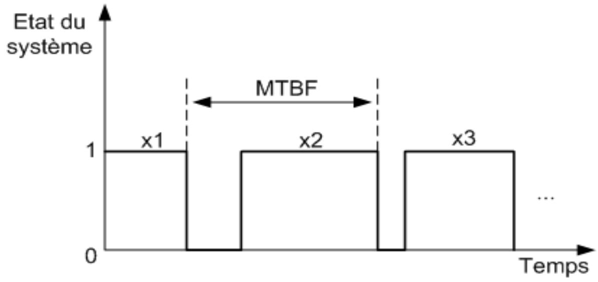


Figure 1: profil de fonctionnement

Dans ce cas de figure, on définit le temps moyen de bon fonctionnement par la formule suivante. Notant que les $X_i; i = \{1,..,3\}$ sont les temps de bon fonctionnement (TBF).

$$MTBF = MTTF = \frac{X1 + X2 + X3}{3}$$

Pour un cycle de fonctionnement quelconque, la formule de calcul du MTBF est la suivante :

$$MTBF = \frac{\sum des\ temps\ de\ fonctionnement\ entre\ n\ défaillances}{nombre\ de\ pannes}$$

3.2. Le taux de panne

Afin de caractériser la fiabilité, on procède à la caractérisation du phénomène complémentaire : la défaillance. Ceci se justifie par le fait que l'événement de panne est l'événement qui déclenche l'étude de la fiabilité et permet de générer des indicateurs mesurables à savoir le Temps Moyen de Bon Fonctionnement et le taux de panne qui est donné par la formule suivante :

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{\mathrm{MTBF}}$$

3.3. La fonction fiabilité

Par convention, la fonction fiabilité est notée : $R(t)$. Il s'agit de la probabilité de bon fonctionnement d'un équipement pendant un intervalle de temps [0,t]. Cette probabilité est basée sur MTBF. On écrit donc que la fiabilité est fonction de MTBF . En particulier :

$$R(t) = f(MTBF)$$

Cette fonction f est une loi de probabilité. Afin de la déterminer, il faut d'abord passer la fonction défaillance pour les mêmes arguments avancés dans la section 3.2.

Représentation graphique de la fonction fiabilité

La figure 2 illustre le profil de la fonction fiabilité$R(t)$. Notant que :

$$\lim_{t \to \infty} R(t) = 0 \ et \ R(0) = 1$$

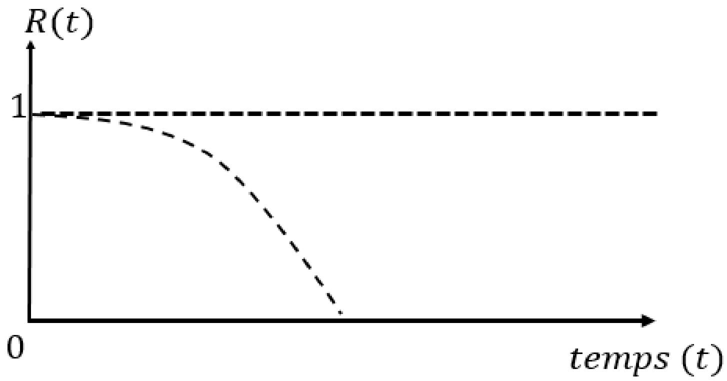


Figure 2: Courbe de Fiabilité

4. La fonction défaillance

Par convention, la fonction défaillance est notée : $F(t)$. Il s'agit de la probabilité de panne d'un équipement pendant un intervalle de temps [0,t]. Par référence à $R(t)$, on note que $R(t)$ et $F(t)$ sont deux événements complémentaires et on écrit :

$$R(t) + F(t) = 1$$

La figure 3 illustre le profil de la fonction défaillance $F(t)$. Notant que :

$$\lim_{t \longrightarrow \infty} F(t) = 1 \ et \ F(0) = 0$$

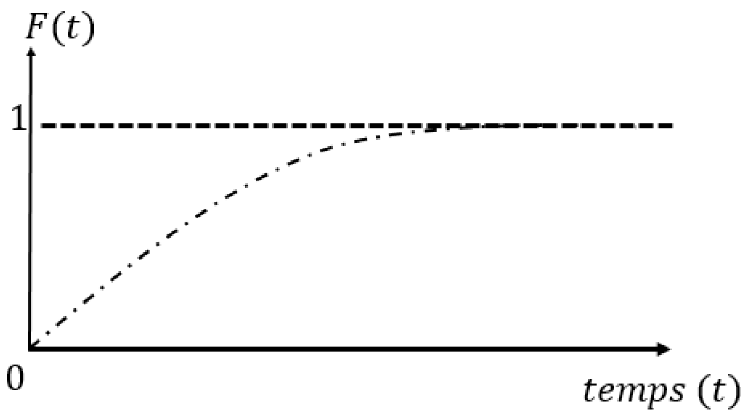


Figure 3: Courbe de défaillance

5. Caractérisation probabiliste de la Fiabilité

Soit X: l'**Évènement panne.**

La probabilité que X ait lieu dans $[0, t]$ s'écrit : $\boldsymbol{P(X \leq 0)}$

$$P(X \leq 0) = F(t) = \int_0^t f(t).dt$$

Avec $f(t)$ est La fonction densité de probabilité.

Comme :

$$R(t) + F(t) = 1$$

Alors :

$$P(X > 0) + P(X \leq 0) = 1$$

$$\int_{t}^{\infty} f(t).dt \quad + \int_{0}^{t} f(t).dt = 1$$

Calcul de la probabilité de panne dans un intervalle $[t_1, t_2]$

La figure 4 illustre la fonction densité de probabilité de la défaillance. Le calcul de la probabilité de panne dans un intervalle $[\boldsymbol{t_1}, \boldsymbol{t_2}]$ se ramène à l'équation suivante :

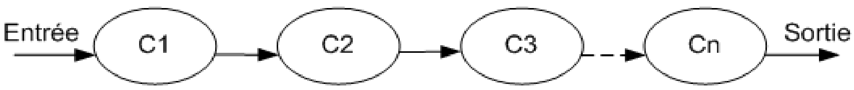
$$\int_{t_1}^{t_2} f(t).dt = [F(t)]_{t_1}^{t_2} = F(t_2) - F(t_1)$$

6. Fiabilité des systèmes

Pour un équipement particulier, on peut distinguer trois types de compositions à savoir la composition en série, la composition en parallèle et la composition en redondance. Dans ce qui suit, on introduit les détails de calcul des fiabilités relatifs à chaque type de composition.

6.1. Système en série

Un système constitué de n-éléments est dit en série si **la défaillance de l'un des n-composants entraîne la défaillance du système.**



Le taux de défaillance du système s'écrit :

$$\alpha(t)_S = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)$$

Donc, MTBF s'écrit :

$$MTBF_S = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i(t)}$$

Par conséquent, **pour que** le système **S fonctionne**, il faut que **tous les composants** soient fonctionnels.

$$\Pr(Système\ fonctionne) = \Pr(C1.C2.C3 \ldots .Cn)$$

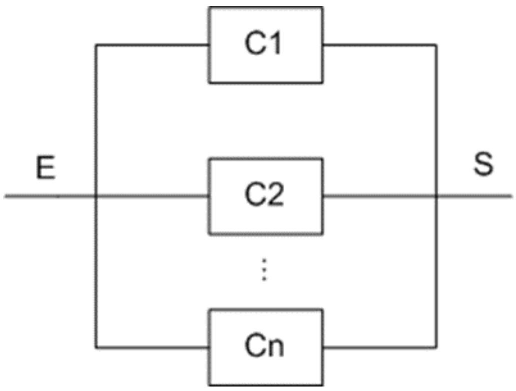
$$\Pr(\mathrm{S}) = \prod_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \Pr(\mathrm{Ci})$$

La fiabilité du système R(t) vaut :

$$R(t)_S = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$

6.2. Système en parallèle

Un système de n-éléments est dit a configuration parallèle si **la panne de tous les éléments** est nécessaire pour entraîner la panne du système complet.



$$\Pr(Système\ défaillant) = F(t)_S = \Pr(\overline{C1}.\overline{C2}.\overline{C3}.\ldots.\overline{Cn})$$

$$\Pr(Système\ fonctionne) = R(t)_S = 1 - \Pr(\overline{C1}.\overline{C2}.\overline{C3}.\ldots.\overline{Cn})$$

$$\boldsymbol{R(t)_S = 1 - \prod_{i=1}^{n} \Pr(\overline{C_i}) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i(t))}$$

6.2.1. Système en redondance

On appelle redondance l'existence dans une entité de plus d'un moyen pour accomplir une fonction requise.

6.2.2. La redondance passive

Lorsque les composants sont en redondance passive **un seul composant fonctionne à la fois**, quand il tombe en panne, un autre prend la relève.

Si tous les composants sont identiques avec un taux de panne α constant, la Fiabilité de l'ensemble est:

$$R(t) = e^{-\alpha t}[1 + \alpha t + \frac{(\alpha t)^2}{2!} + .. + \frac{(\alpha t)^n}{n!}]$$

6.2.3. La redondance active

Le système se compose de **n composants**. Il doit y avoir au moins m composants, tel que **m<n**, en état de fonctionnement pour que le système soit fiable.

Si les n composants sont de même fiabilité alors, la Fiabilité de l'ensemble s'écrit:

$$R_S = \sum_{i=m}^{n} \frac{n!}{i!\,(n-i)!} R^i (1-R)^{n-i}$$

7. Les lois de la Fiabilité

Dans cette partie, nous étudions la fiabilité des équipements sous l'hypothèse que la Fiabilité peut être modélisée par une loi de probabilité.

7.1. La loi Exponentielle

Cette loi est utilisée pour décrire la période durant laquelle le taux de défaillance des équipements est considéré comme constant.

Densité de probabilité

$$f(x) = \alpha e^{-\alpha x}$$

Espérance mathématique

$$E[x] = 1/\alpha$$

$$E[x] = MTTF = 1/\alpha$$

Taux de défaillance

$$\alpha = \frac{1}{\mathrm{MTTF}}$$

7.1.1. Utilisation de la loi exponentielle

Cette loi est utilisée pour les composants électroniques, dont la durée de vie est illustrée par la courbe en baignoire dans la figure 4. Comme peut être perçu, la phase de maturité montre un palier presque constant qui témoigne d'un taux de panne constant.

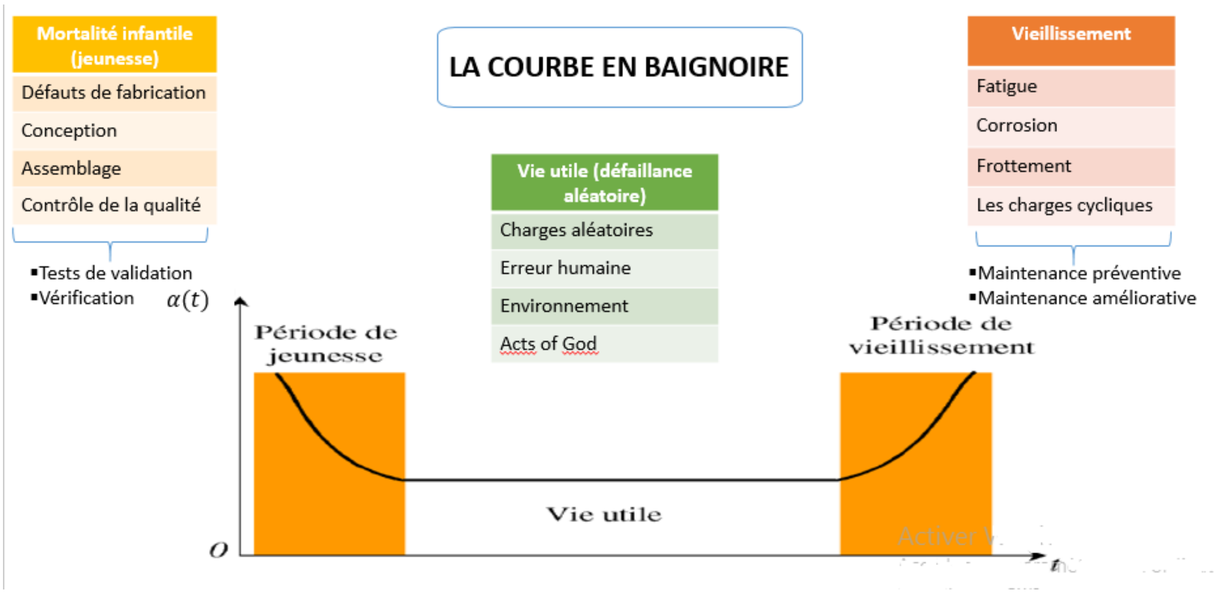


Figure 4: Taux de panne pour les composants électroniques

7.1.2. Applications

Application 1 :

Un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7; 22 ; 8.5 ; 3.5 et 9 heures. Déterminer son MTTF.

$$MTTF = \frac{8000 - (7 + 22 + 8{,}5 + 3{,}5 + 9)}{5} = 1590 \text{ heures}$$

Déduire le taux de panne de ce compresseur sous l'hypothèse de la loi exponentielle

$$\alpha = \frac{1}{MTTF} = 6{,}289.10^{-4} \text{Défaillances / heures}$$

Application 2 :

On suppose qu'une automobile à 4 cylindres ne peut tomber en panne qu'en cas de défaillance d'une bougie ou d'un alternateur ou d'un pneu.

On suppose que la fiabilité suit une loi exponentielle. MTTF d'un pneu = 25 000km, MTTF d'une bougie = 20 000km et MTTF d'un alternateur = 100 000km.

Dans ces conditions, quelle est la fiabilité d'un voyage de 1 000km ?

$$MTTF_{pneu} = 25000 = \frac{1}{\lambda_p} \Rightarrow \lambda_p = 4 \times 10^{-5}$$

$$\lambda_{bougie} = \frac{1}{20000} = 5 \times 10^{-5}$$

$$\lambda_a = 1 \times 10^{-5}$$

Le taux de panne du système vaut :

$$\lambda_s = 4 \times \lambda_p + 4 \times \lambda_b + \lambda_a = 37 \times 10^{-5}$$

$$R_s = e^{-\lambda \times t} = 0.69 = 69\%$$

Application 3 :

Une machine de production dont la durée totale de fonctionnement est de 1500 heures, se compose de quatre sous-systèmes A, B, C et D montés en série et ayant les MTTF respectifs suivants :

MTTF(A) = 4500 heures,

MTTF(B)= 3200 heures,

MTTF (C)= 6000 heures et MTTF(D)= 10500 heures.

Déterminez les taux de pannes et le MTTF global du système (MTTFS).

Quelle est la probabilité que le système parvienne sans pannes jusqu'à 5000 heures?

- ✓ Taux de panne de l’ensemble :

$$\lambda_A = \frac{1}{MTTF_A} = \frac{1}{4500} = 0.000222 \textit{ défaillance par heure}$$

$$\lambda_B = 0.000313 \textit{ défaillance par heure}$$

$$\lambda_C = 0.000167 \textit{ défaillance par heure}$$

$$\lambda_D = 0.000095 \textit{ défaillance par heure}$$

$$\textit{Le taux de défaillance gobale } \lambda_S = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D = 0.000797(\textit{ par heure})$$

- ✓ la fiabilité globale s’écrit :

$$R_S = e^{-0.000797\times t} = e^{-0.000797\times 1500} = 0.303 = 30.3\%$$

- ✓ la probabilité que le système parvienne sans pannes jusqu'à 5000 heures :

$$R_S(5000) = e^{-0.000797\times t} = e^{-0.000797\times 5000} = 0.0186 \approx 2\%$$