CHAPITRE II : LE RISQUE DE MARCHE

Approche espérance - variance

La finance repose sur le postulat que les investisseurs cherchent à réduire le caractère aléatoire de leurs flux futurs : un risque va rendre incertain les flux futurs générés par un actif, et va donc avoir un effet sur la valeur de cet actif.
En finance, le risque de hausse de la valeur n'est pas distingué du risque de baisse de la valeur d'un actif.

I- LA NOTION DE POSITION : INDICATEUR DU RISQUE DE MARCHE.

Le **risque de marché** est l'exposition d'un agent aux fluctuations de valeur d'un actif appelé actif sous-jacent. La position d'un opérateur est l'exposition résiduelle que présente son bilan au risque de marché à un instant donné.
Lorsqu'un opérateur a plus acheté de sous-jacent qu'il n'en a vendu, il est « long » càd que l'actif qu'il détient dans le sous-jacent est supérieur au passif correspondant.
Le risque de marché correspondant à une position longue d'un opérateur est à la baisse du prix du sous-jacent ou à la hausse des taux (position longue en taux d'intérêt, il a plus prêté qu'emprunté à taux fixe, donc si le taux augmente, il perd car il aurait pu placer à ce taux plus élevé).
Inversement, lorsqu'un opérateur a plus vendu de sous-jacent qu'il n'en a acheté, il est « court ».
Le risque de marché correspondant à une position courte est la hausse du prix du sous-jacent ou la baisse des taux.

Une gestion rationnelle du risque de marché nécessite de ce fait :

- La détermination et la surveillance de la position de l'entreprise
- L'évaluation de la probabilité de variation du prix des actifs
- La réduction de l'exposition de l'entreprise au risque de marché
- La mise en œuvre des techniques adéquates de couverture

II- LA NOTION RISQUE / RENDEMENT : MODELE DE MARKOWITZ : approche classique du risque en Finance

1- Le risque d'un titre financier

La prise en compte du risque a commencé dans les années 50 en matière de choix de portefeuille.

Il existe en fait un arbitrage entre la rentabilité et le risque d'un investissement ou d'un titre.

L'approche en taux de rentabilité est privilégiée par rapport à l'approche en valeur d'un titre. Par l'expression taux de rentabilité, nous nous référons aux flux de revenus liés à un investissement donné : rémunération des fonds investis (intérêts ou dividendes) et plus ou moins-value éventuelle sur la cession du titre.

Si l'on raisonne sur une période, la rentabilité historique ou effective d'un titre n'est autre que :

$$R_t = P_t – P_{t-1} + D_t / P_{t-1}$$

Plus le risque est élevé, plus la rentabilité effective peut l'être.

Placé dans un univers incertain, le choix s'opère alors entre risque et rentabilité espérée et non entre risque et rentabilité observée.

La rentabilité espérée est alors la moyenne pondérée de l'ensemble des rentabilités possibles de l'actif, et les pondérations correspondent aux probabilités des réalisations des différentes rentabilités.

$$E(R) = \sum_{i=1}^{n} p_i R_i$$

Markowitz (1952) a proposé l'une des premières analyses sérieuses du couple rentabilité-risque. Un peu plus tard, d'autres travaux, ceux de Sharpe (1964) sont venus compléter ses recherches pour donner naissance au fameux modèle d'équilibre des actifs financiers ou MEDAF (ou encore CAPM : *Capital Asset Pricing Model*). Ce modèle détermine la relation entre l'espérance de rentabilité et ce que l'on appelle le risque systématique. En 1976, Ross a proposé une approche multifactorielle qui étend le modèle d'équilibre des actifs financiers à la présence de plusieurs sources de risque systématique (modèle APT : Arbitrage Pricing Theory).

On assimile le risque d'un titre à la dispersion de ses rentabilités possibles autour de la rentabilité moyenne. Le risque d'un titre est alors mesuré par la variance ou l'écart-type de sa rentabilité :

$$V(R) = \sum_{i=1}^{n} p_i \big(R_i - E(R)\big)^2 = E(R^2) - [E(R)]^2$$

En avenir certain ou en se basant sur des données historiques, la rentabilité annuelle moyenne d'un actif au cours d'une période est simplement la moyenne arithmétique de ses rentabilités effectives annuelles :

$$\bar{R} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t$$

Sous l'hypothèse de stabilité de la densité de probabilité, on peut considérer que la rentabilité annuelle moyenne d'un actif constitue une estimation de sa rentabilité espérée.

La variance serait alors :

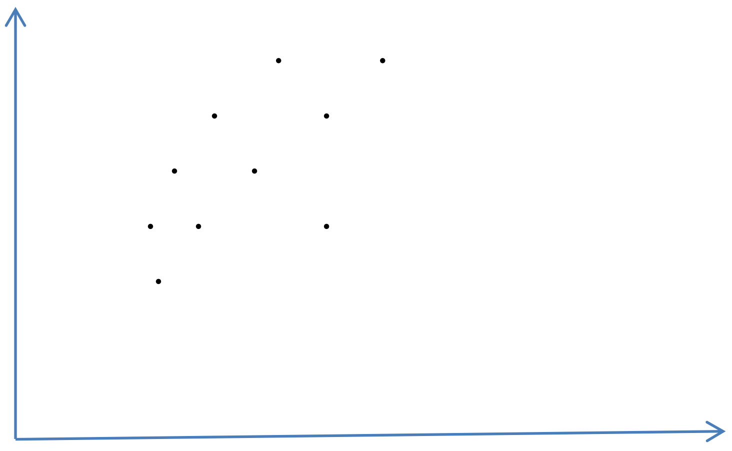
$$V(R) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T} (R_t - \bar{R})^2$$

2- **Risque et portefeuille de titres**

Or, un investisseur n'achète pas un titre unique mais plutôt un portefeuille de plusieurs titres, chacun ayant une rentabilité espéré et un écart-type de rentabilité.

Si nous représentons sur un même repère l'ensemble des opportunités d'investissement :

Espérance de rentabilité



Ecart-type de rentabilité

Fig 1 : Ensemble des investissements risqués

Considérons deux titres de rentabilités espérées $E(R_1)$ et $E(R_2)$. Si l'on consacre une part de richesse w_1 au premier actif et w_2 au second, avec $w_1+w_2=1$, la rentabilité du portefeuille s'écrit :

$E(R_p) = w_1\, E(R_1) + w_2\, E(R_2)$

La variance de ce portefeuille s'écrit alors :

$V(R_p) = \sigma_p^2 = w_1{}^2\sigma_1{}^2 + w_2{}^2\sigma_2{}^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho$

Où σ_1 et σ_2 sont les écarts-types de R_1 et de R_2 et ρ le coefficient de corrélation entre R_1 et R_2.

Avec $\rho = \frac{cov(R_1,R_2)}{\sigma_1\sigma_2}$

Et $cov(R_1,R_2) = E\left[\left(R_1 - E(R_1)\right) \text{ x } (R_2 - E(R_2))\right]$

Prenons par exemple $E(R_1)$= 10%, σ_1=16% et $E(R_2)$=15% , σ_2=24%. Si le coefficient de corrélation entre la rentabilité des deux titres s'élève à 0,2, le tableau 2 ci-dessous donne les valeurs obtenues pour $E(R_p)$ et σ_p pour différentes parts de richesse investies dans les deux titres.

Tableau 1 : Espérances et rentabilités du portefeuille constitué de deux titres

w_1	w_2	$E(R_p)$	σ_p
0	1	15%	24%
0,2	0,8	14%	20,09%
0,4	0,6	13%	16,89%
0,6	0,4	12%	14,87%
0,8	0,2	11%	14,54%
1	0	10%	16%

L'ensemble des portefeuilles qu'il est possible de construire est un arc de courbe reliant les points 1 et 2. (fig 2)

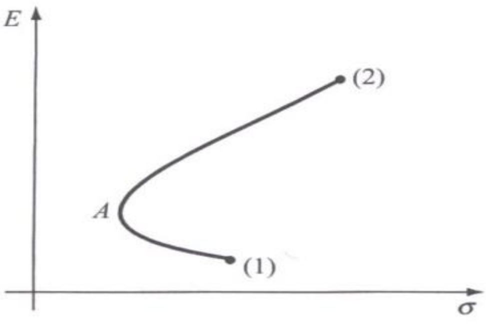


Fig 2 : Portefeuilles à deux actions

Les investisseurs présentent généralement de l'aversion pour le risque et tentent alors d'augmenter l'espérance de rentabilité de leur portefeuille tout en réduisant son écart-type. Graphiquement, il souhaite se déplacer le plus possible vers le nord-ouest (portefeuille A). Si l'on compare ces valeurs avec celles obtenues lors d'un investissement dans le titre 1, elles traduisent une nette amélioration du couple rentabilité-risque.

Pour différentes valeurs de corrélation entre les rentabilités des deux titres, on obtient des arcs de courbes différents (fig 3) :

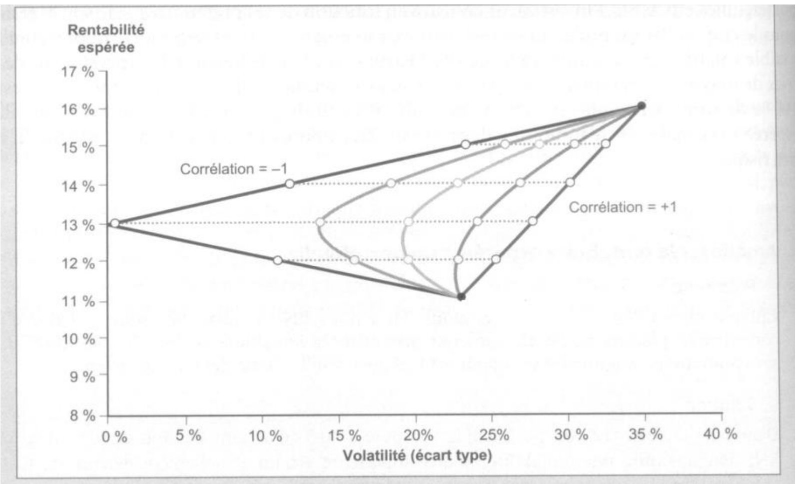


Fig 3 : Ensemble des portefeuilles constitués d'actions (1) et (2) pour différents niveaux de corrélations entre les rentabilités des deux titres

<u>Dem :</u>

$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} X_i R_i$ avec X_i = proportion de l'actif i dans le portefeuille

$V(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$

Si on a 2 actifs :

$E(R_p) = X_1 R_1 + X_2 R_2$ avec $X_1 + X_2 = 1$

$V(R_p) = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2 X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho$

- si $\rho = -1$: les deux titres sont parfaitement et inversement corrélés, la diversification pourrait être totale et il serait possible de réduire le risque à 0 (peu réaliste)

  $V(R_p) = (X_1 \sigma_1 - X_2 \sigma_2)^2$

Si $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, la variance peut s'annuler si $X_1 = X_2 = ½$ (fig 3)

- si $\rho = 1$: les deux titres sont parfaitement corrélés, la diversification n'apporterait rien, tous les portefeuilles possibles se situerait sur la droite (1)(2)

$V(R_p) = (X_1 \sigma_1 + X_2 \sigma_2)^2$

Il existe dans ce cas une relation linéaire entre $E(R_p)$ et $V(R_p)$

- si $-1 < \rho < 1$, les deux titres sont corrélés positivement ou négativement, mais d'une manière imparfaite, et la diversification répond alors à des choix en termes de niveau de risque

On appellera portefeuilles efficients, les portefeuilles (combinaisons de titres) qui présentent le couple risque/rentabilité le plus efficace pour un investisseur (risque minimum pour une rentabilité donnée).

Si nous introduisons un troisième actif dans le portefeuille (fig 4), ce dernier peut alors être associé à toutes les combinaisons décrites précédemment pour crée de nouveaux couples rentabilité risque et ainsi se déplacer davantage vers le nord-ouest. L'ajout d'un quatrième titre pourrait permettre de générer encore de nouvelles opportunités d'investissement.

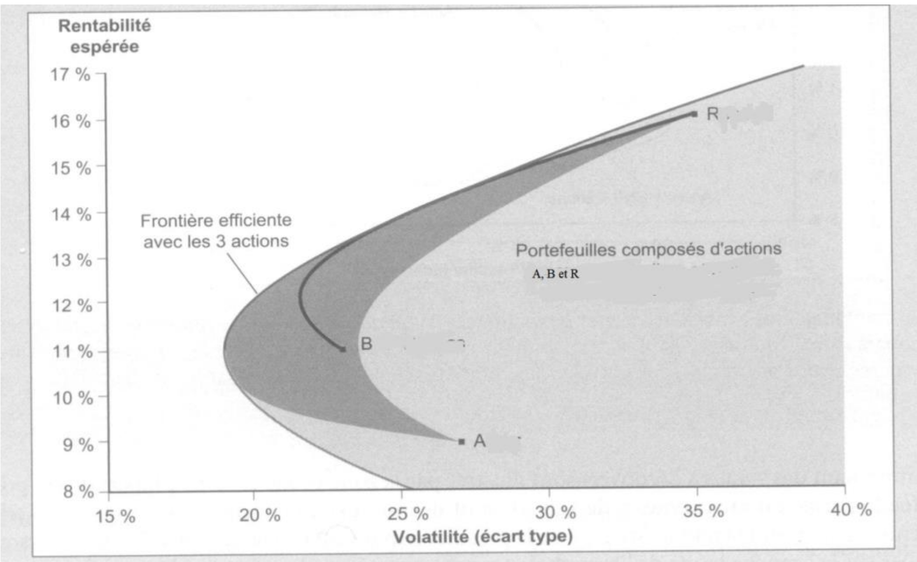


Fig 4 : Espérances de rentabilité et volatilités de tous les portefeuilles composés de A, B et R

Si l'on continue de la sorte et que l'on tienne compte de l'ensemble des portefeuilles qui peuvent être construits à partir de tous les titres disponibles, on obtient **la frontière d'efficience**. Cette dernière représente la limite nord-ouest des opportunités d'investissement.

Il n'existe aucun investissement qui domine ceux situés sur cette frontière : ils ont pour un niveau de rentabilité espéré donné, le risque le plus faible possible. Pour tous ceux qui sont en dessous de cette frontière, il existe sur la frontière un point qui a un meilleur couple risque rentabilité.

3- Introduction de l'actif sans risque

Or là, nous n'avons considéré que les investissements risqués, alors qu'il est possible d'y intégrer un actif sans risque, pour en réduire le risque ; notons R_F sa rentabilité. Il est caractérisé par une rentabilité certaine. L'écart-type de sa rentabilité est donc égal à zéro. On l'illustre traditionnellement par les emprunts d'Etat ou bons de trésor. Il est décrit par le point F.

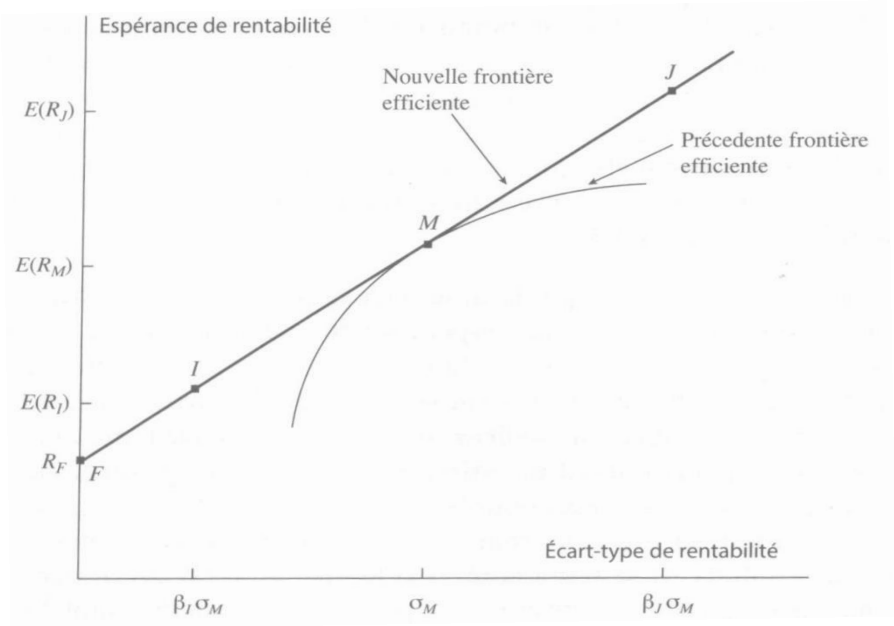


Fig 5 : La Capital Market Line

On peut choisir son couple risque/rentabilité, en combinant l'actif sans risque et un portefeuille efficient de titres, par exemple Q. Le meilleur portefeuille est un portefeuille combinant le portefeuille M et l'actif sans risque. Il n'existe pas d'autres portefeuilles efficients offrant une meilleure rentabilité pour un niveau donné de risque.

Si l'on trace la tangente à la frontière efficiente passant par ce point F, et si l'on note M ce point de tangence, la **nouvelle frontière efficiente est la droite FM**.

Tout portefeuille I appartenant au segment $[FM]$ permet à l'investisseur de réduire le risque de son portefeuille : il est constitué d'une part de richesse α_1 ($0<\alpha_I<1$) investie dans le portefeuille M et d'une part de richesse ($1- \alpha_I$) investie dans l'actif sans risque.

Tout portefeuille J appartenant à la droite FM au-delà de M est obtenue en empruntant une part de richesse (α_J-1) au taux sans risque et en investissant l'ensemble de la richesse dans le portefeuille M ; Il intéresse les investisseurs à la recherche de rentabilités espérées élevées.

L'espérance de rentabilité de I s'écrit alors :

$E(R_I) = (1 - \alpha_I) R_F + \alpha_I E(R_M) = R_F + \alpha_I (E(R_M) - R_F)$

L'écart-type de rentabilité du portefeuille I est $\alpha_I\sigma_M$, puisque la volatilité de l'actif risqué est nulle, où σ_M est l'écart-type de rentabilité du portefeuille M.

L'espérance de rentabilité de J est alors :

$E(R_J) = \alpha_J E(R_M) - (\alpha_J - 1) R_F = R_F + \alpha_J (E(R_M) - R_F)$

L'écart-type de cet investissement vaut : $\alpha_J \sigma_M$

Etant donné que la droite FM est alors la nouvelle frontière efficiente, il existe alors une relation linéaire entre l'espérance de rentabilité des portefeuilles et leur écart-type. Tous les investisseurs doivent, de ce fait, choisir le même portefeuille d'actifs risqués, représenté par le point M. Leur « appétit » ou « crainte » du risque doit alors les conduire soit à emprunter, soit à placer au taux sans risque. Le portefeuille M doit se composer de l'ensemble des actifs risqués présents sur le marché.

Le montant associé à un titre particulier dans le portefeuille M doit être proportionnel au montant qui lui est alloué dans l'économie. Le portefeuille M est appelé **portefeuille de marché**.

L'aversion pour le risque d'un investisseur détermine exclusivement la proportion de sa richesse investie dans le portefeuille de marché. Tous les investisseurs doivent donc détenir au final le même portefeuille d'actifs risqués : le portefeuille de marché. Ce résultat est à la base du théorème de séparation de Tobin (combinaison entre décision d'investissement dans le portefeuille M, et décision de financement : prêt ou emprunt, afin d'obtenir le niveau de risque souhaité).

En définitive, la rentabilité espérée d'un portefeuille est la somme du taux sans risque et de la prime de risque du portefeuille risqué, pondérée par le poids du portefeuille risqué au sein du portefeuille total.

En considérant le portefeuille X composé de l'actif sans risque d'une part et du portefeuille de marché d'autre part, avec β_x part de richesse investie dans le portefeuille de marché :

$E(R_X) = \beta_x R_M + (1 - \beta_x) R_F = R_F + \beta_X (E(R_M) - R_F)$ et $\sigma_X = \beta_X \sigma_M$

En combinant les deux équations :

$$\mathbf{E(R_X) = R_F + \frac{\sigma_X}{\sigma_M} (E(R_M) - R_F)}$$

Cette équation est celle de la ***Capital Market Line*** ou droite de marché des capitaux

La frontière des portefeuilles efficients est la ***Capital Market Line*** reliant le portefeuille de marché M à l'actif sans risque. Il n'existe pas de meilleurs portefeuilles que ceux situés sur cette droite pour un risque donné.

Exercice :

Un portefeuille rapporte un taux de rentabilité de 10% pour un écart-type de 18%. Vous souhaitez que l'écart-type tombe à 14%, que devez-vous faire ? Même question si vous souhaitez que l'écart-type passe à 23% ?

III- Le MEDAF

Développé à partir des années 1950 et au cours des années 1960 à partir des travaux de Markowitz, Sharpe, Lintner et Treynor, le MEDAF est aujourd'hui universellement appliqué.

Il part de l'hypothèse que les investisseurs sont rationnels et bénéficient tous de la même information sur les titres. Ils cherchent pour un niveau de risque donné, à maximiser leur rentabilité. Ils détiennent tous le même portefeuille, le portefeuille de marché, qui contient chaque titre en proportion de sa capitalisation boursière.

La *Capital Market Line* nous indique la relation entre la rentabilité d'un portefeuille et son risque. Le MEDAF ou CAPM a pour objectif de transposer cette relation au niveau d'un titre individuel, et non plus d'un portefeuille, afin de connaître la rémunération qui doit être exigée sur ce titre en fonction de son risque.

L'analyse des fluctuations de la valeur (ou du rendement) d'un titre montre que celles-ci peuvent s'expliquer soit :

-par la fluctuation de l'ensemble du marché financier qui donne naissance au ***risque systémique ou de marché*** : il est dû à l'évolution de l'ensemble de l'économie, à la conjoncture éco, de la fiscalité, des taux d'intérêt, de l'inflation… **C'est donc le risque du titre corrélé à celui du marché,** Il ne peut pas être éliminé par diversification**.**

-par des facteurs propres au titre qui donne naissance au ***risque spécifique ou intrinsèque ou idiosyncratique*** : il résulte d'éléments particuliers tels que signature d'une importante commande, faillite d'un concurrent, nouvelle réglementation pesant sur le produit d'un groupe, mauvaise gestion, incendie qui détruit son usine…. Il peut être éliminé par diversification**.**

Pour minimiser son risque total, chaque investisseur cherchera à réduire la composante qui peut être réduite, c'est-à-dire le risque spécifique. Pour cela, l'investisseur diversifiera son portefeuille. Etant donné que le portefeuille de marché est un portefeuille composé de tous les actifs risqués, il est donc complètement diversifié, ce qui implique que les risques spécifiques à chaque titre compris dans ce portefeuille sont éliminés par diversification. Ce portefeuille de marché n'est donc soumis qu'au risque systématique qui dépend de la variabilité des facteurs macro-économiques. Le risque systémique du marché est alors mesuré par l'écart-type du rendement du portefeuille de marché.

Le modèle MEDAF, formalisé par Sharpe (1964) à partir de l'idée de Markowitz (1952), stipule que seul le risque systématique de l'action est rémunéré à l'équilibre : toute autre composante du risque de l'action n'est pas rémunérée. En effet, dans un marché où des opérations d'arbitrage sont théoriquement possibles, l'investisseur ne pourra pas être durablement rémunéré pour un risque qu'il a la possibilité d'éliminer lui-même en diversifiant tout simplement son portefeuille.

D'après Markowitz, le risque à prendre en considération en rajoutant un actif à un portefeuille d'actifs est sa covariance avec tous les titres composant le portefeuille. Or, d'après la CML, seul le portefeuille de marché est efficient, et tous les investisseurs veulent se situer sur la CML. De ce fait, la seule mesure de risque à prendre en considération pour un titre isolé est sa covariance avec le portefeuille de marché.

La rentabilité R_j de l'action j dépend linéairement de sa covariance avec le portefeuille de marché (donc du risque systémique du titre j). La prime de risque est d'autant plus élevée que sa rentabilité est positivement liée à celle du marché boursier. La rentabilité exigée par un investisseur est égale au taux de l'argent sans risque majoré d'une prime de risque uniquement liée au risque non diversifiable càd au risque de marché. La rentabilité exigée d'un actif correspond donc à la rentabilité espérée nécessaire pour compenser l'augmentation du risque du portefeuille causée par cet actif.

$$E(R_j) - r_f = \frac{E(R_m) - r_f}{V(R_m)} \text{ x } cov(R_j, R_m) \qquad \textbf{(1)}$$

Prime de risque de l'action j = prix du risque unitaire x risque systématique de l'action j

Le « prix du risque unitaire » est le rendement supplémentaire demandé en investissant dans le portefeuille de marché au lieu du taux sans risque, compte tenu du risque lié au portefeuille de marché.

$$E(R_j) - r_f = \frac{cov(R_j, R_m)}{V(R_m)} \text{ x } (E(R_m) - r_f)$$

L'équation fondamentale du MEDAF s'écrit :

$$\boldsymbol{E(R_j) = r_f + \beta_j\,(E(R_m) - r_f)} \qquad \textbf{(2)}$$

$(E(R_m) - r_f)$ est la prime de risque exigée pour investir dans le portefeuille de marché à place de l'actif sans risque calculé à partir (en moyenne de l'ordre de 6% en Europe et aux US) :

- Soit de de l'historique des rendements de l'action si disponibles
- Soit la moyenne (arithmétique ou géométrique) de la différence entre les rendements d'un indice boursier et les rendements d'obligations d'Etat sur certaines périodes spécifiées.

$\beta_j\,(E(R_m) - r_f)$ est la prime de risque de l'action j

Où $\beta_j = \frac{cov\,(R_j, R_m)}{V(R_m)}$ **(3)**

Le coefficient bêta défini en (4) mesure la sensibilité de l'action j aux fluctuations du marché. Il mesure la quantité de risque systématique standardisé d'un actif. Le Beta est souvent calculé en régressant par MCO les rendements d'une action sur le rendement d'un indice boursier (généralement historique de 2 années de rentabilités hebdomadaires (104) ou 5 ans de données mensuelles, soit 60 observations)

$$R_{j=}\ \alpha_j + \beta_j R_m + \varepsilon_j$$

La valeur du Beta se situe généralement entre 0,5 et 2. Le risque de marché ou systématique d'un titre est donc égal à $\beta_j \times \sigma(R_m)$.

La valeur du bêta dépend de :

- La sensibilité du secteur à la conjoncture économique
- La structure des coûts (coûts fixes élevés, point mort élevé, bêta élevé)
- La structure financière (plus dettes, plus intérêts, plus frais fixes, plus bêta)
- La visibilité des performances de l'entreprise
- Le taux de croissance du résultat (plus le taux de croissance est élevé, l'essentiel de la valeur de l'entreprise s'explique par des flux éloignés dans le temps donc très sensibles à toute révision de la conjoncture, plus le beta est élevé)

L'équation du MEDAF donne naissance à la ***Security Market Line*** qui relie le rendement d'un titre à son niveau de risque systématique standardisé. Cette droite passe par l'actif sans risque (β=0) et le portefeuille de marché (β=1)

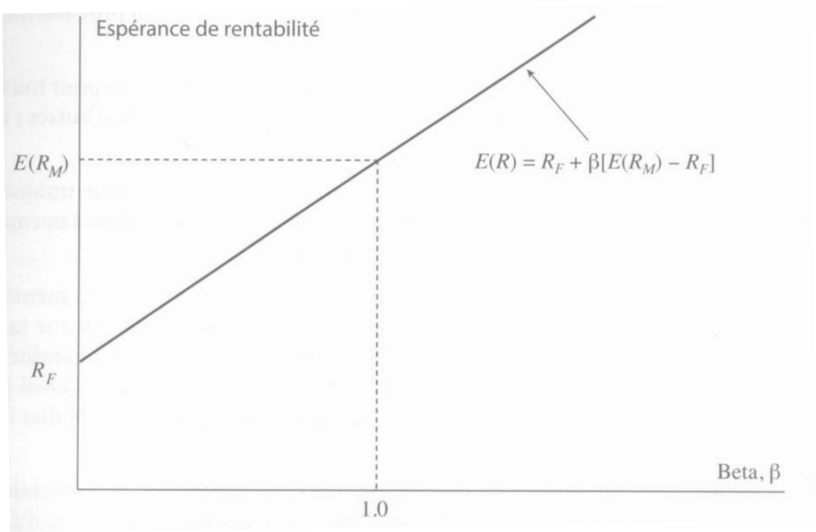


Fig 6 : La Security Market Line

Le MEDAF peut être transposé au niveau des entreprises : lorsqu'une entreprise doit choisir un nouvel investissement, il est appréhendé comme un nouvel actif introduit dans le portefeuille de ses actionnaires.

Limites du MEDAF :

- les limites de la diversification

- Détermination du taux sans risque

- Instabilité du bétâ

4- Inconvénients de l'écart-type en tant que mesure de risque :

-La représentation du risque associé à une action par la variance de son rendement prend en compte des bons et des mauvais risques.

-L'approche de risque associé aux actions dans la théorie de Markowitz limite la description d'une distribution à deux paramètres : une mesure de localisation et une mesure de dispersion. Or il est bien clair que pour un même couple espérance-variance correspond une infinité de lois de probabilité (différences au niveau de la dissymétrie, de l'aplatissement…)

-Pour justifier l'approche espérance-variance, la théorie du portefeuille des actions formule volontiers l'hypothèse que le rendement suit une loi normale caractérisée par la moyenne et l'écart-type.

D'où la nécessité de développer des mesures de risque de perte : Étudier le comportement des queues de distribution des pertes.