ch3 Equilibre du producteur

I La fonction de production :

Il s'agit d'une fonction qui permet à l'entreprise de transformer des "input" en "output"

A) Les facteurs de production :

- Le travail intervient dans toute production. Il est mesuré par un nombre L relativement à la période considérée
  L peut constituer un nombre d'employés ayant des durées de travail identiques ou bien un nombre d'heures totales travaillées.
- Les biens fongibles : ce sont les biens inutilisables comme facteurs après leur usage dans le processus de production.
  On parle de matières premières ou consommation intermédiaire. Ces biens sont mesurés par un nombre F caractérisant leur utilisations pendant une période donnée
  Ce facteur sera souvent ignoré par soucis de simplification du raisonnement
- Le capital c'est le dernier type de facteur considéré. En microéconomie ce terme ne signifie pas un placement financier mais des biens durables. Il est mesuré par K.
  K pouvant prendre plusieurs unités.

B) Les produits :

Les facteurs permettent d'obtenir certaines quantités $y_1, y_2, \dots$ de différents produits.
On parle de monoproduction si l'entreprise produit un seul bien et de pluriproduction si elle l'en produit plusieurs.

C) L'entreprise :

C'est un centre autonome de transformation des facteurs en produit.

Chaque entreprise décide de son niveau de production, de la technique qu'elle va utilisée et de sa politique commerciale.

D) La période :

Les facteurs K, F, L et le produit Y sont relatifs à une période donnée.

Il existe plusieurs types de périodes :

- le délai de production : délai entre la mise en oeuvre des facteurs et l'obtention du produit.
- la période d'analyse : par exemple les 3 dernières années.

les informations

Remarque : le facteur caché :

Deux entreprises d'une même branche peuvent avoir des fonctions de production différentes. Ceci est dû à l'asymétrie de la production et à d'autres variables qui ne figurent pas dans la fonction de production c'est ce qu'on appelle le facteur caché.

E) Les fonctions de production Cobb-Douglas :

$$y = f(K, L)$$

$$\boxed{y = A\, K^{\alpha} L^{\beta}}$$

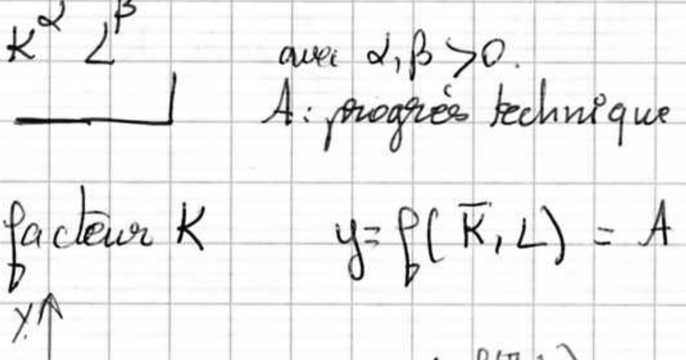
avec $\alpha, \beta > 0$.

A : progrès technique exogène.

$\frac{\Delta Y}{Y} = \alpha \frac{\Delta K}{K} + \beta \frac{\Delta L}{L} + \frac{\dot{A}}{A}$

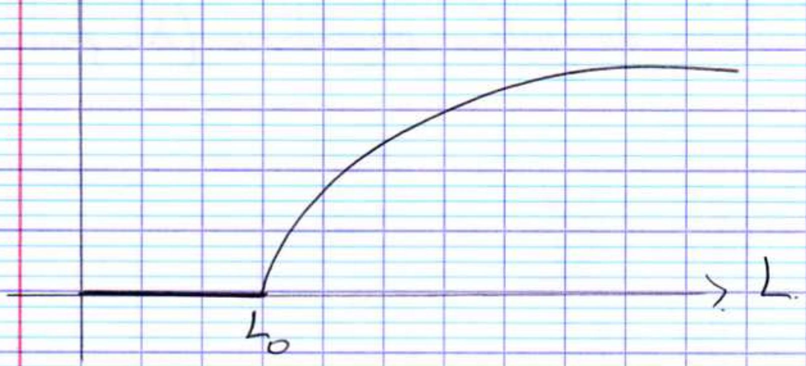
l'apport du capital — l'apport du travail

Si on fixe le facteur K $\quad y = f(\overline{K}, L) = A\, \overline{K}^{\alpha} L^{\beta}$



dès qu'on varie un tout petit peu L y augmente dès une petite variation au produit ce qui n'est pas possible.

économiquement non réaliste.



II Les relations facteurs produits :

A°) Productivité moyenne et marginale :

a)

La productivité moyenne est la production rapportée à une unité de facteur utilisé.

On distingue deux types

$$\begin{cases} PMK = \dfrac{Y}{K} \\ PML = \dfrac{Y}{L} \end{cases}$$

si $PMK = 6$ ⇒ En moyenne, chaque unité de capital permet de produire 6 unités de bien.

si $PML = 2$ ⇒ En moyenne, chaque travailleur produit 2 unités de bien.

Pour les Cobb-Douglas

Progrès technique exogène

$$\begin{cases} PML = \dfrac{f(L,K)}{L} = \dfrac{AK^{\alpha}L^{\beta}}{L} = AK^{\alpha}L^{\beta-1}. \\ PMK = \dfrac{f(L,K)}{K} = \dfrac{AK^{\alpha}L^{\beta}}{K} = AK^{\alpha-1}L^{\beta}. \end{cases}$$

b) Productivité marginale.

Il s'agit de l'accroissement de la production dû à l'utilisation

d'une unité supplémentaire du facteur considéré (ΔL peut être >0 ou <0)
Elle est notée P_m.

$$P_m L = \frac{\partial f(\bar{K}, L)}{\partial L} = f'_L = \frac{\partial Y}{\partial L}$$

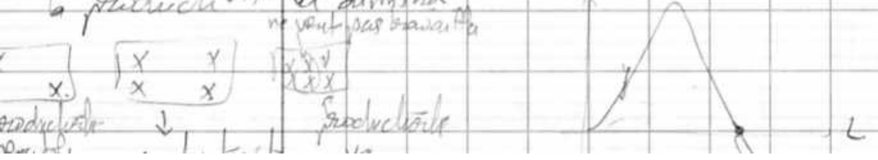
$$P_m K = \frac{\partial f(K, \bar{L})}{\partial K} = f'_K = \frac{\partial Y}{\partial K}$$

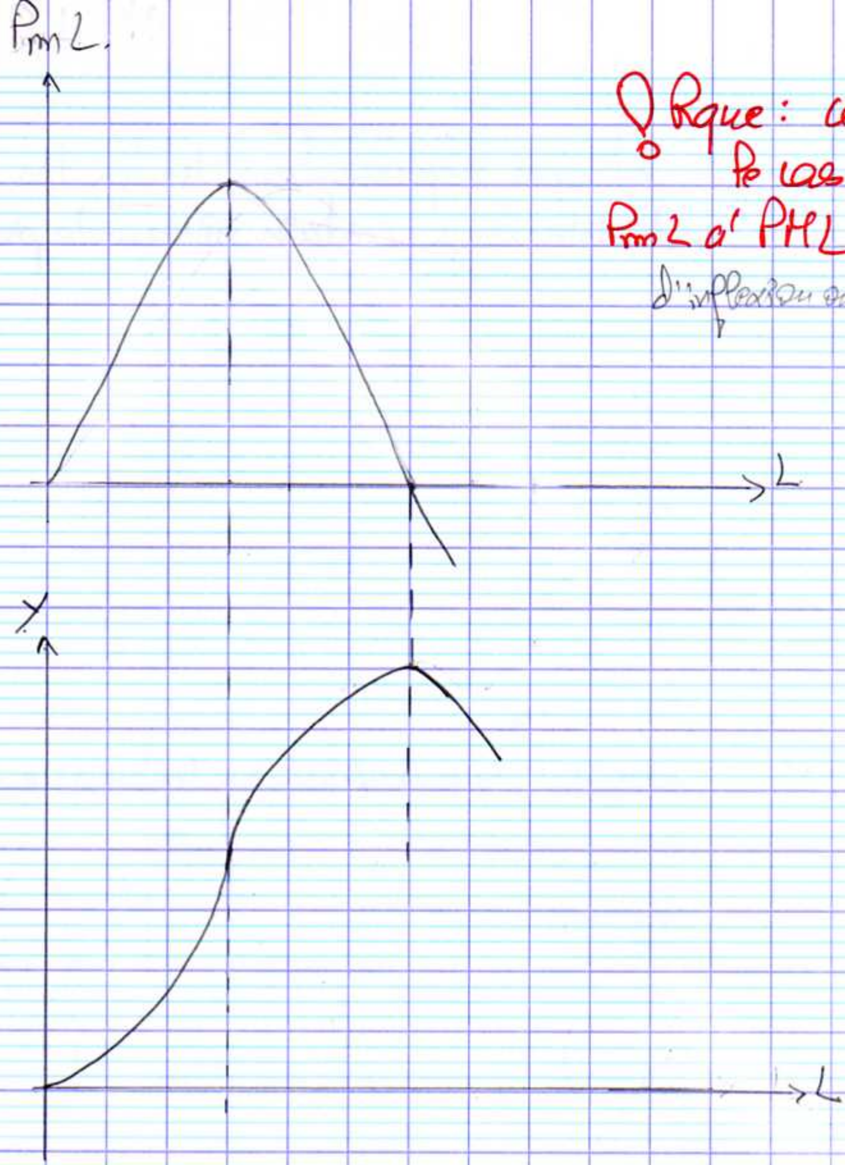
ex $P_m L = 2$
$P_m K = 5$
$\frac{\Delta X}{\Delta L}$

Au point H d'abscisse 2, la pente de la tangente représente la productivité marginale du travail.

B) La décroissance de la productivité marginale :
On admet généralement que la productivité marginale d'un facteur (principalement le travail) diminue à partir d'un certain seuil, on parle alors de la loi des productivités marginales décroissantes. Cependant, au début du processus de production ce phénomène est inversé.

ex si on a une terre cultivée si on augmente le nbre de travailleurs d'un nbre très grand la productivité va diminué
ne veut pas travailler





Rque : ce n'est pas toujours le cas, il faut comparer PmL à PML pour avoir le pt d'inflexion où il a eu lieu.

III Relation entre deux facteurs :

On considère la fonction de production $Y = f(K, L)$. Nous allons faire varier les q^ités utilisées des 2 facteurs tout en maintenant le niveau de production.

situation initiale : On produit $\bar{Y} = f(\bar{K}, \bar{L})$

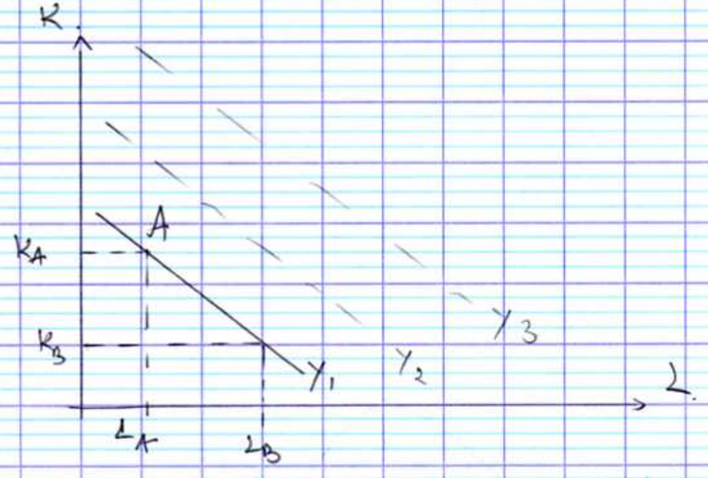
Diminuons l'un des facteurs, le capital par exemple d'une unité : est-il possible en augmentant le facteur travail de retrouver le niveau initial de production.

Si oui, K et L sont substituables (L est un substitut à K)

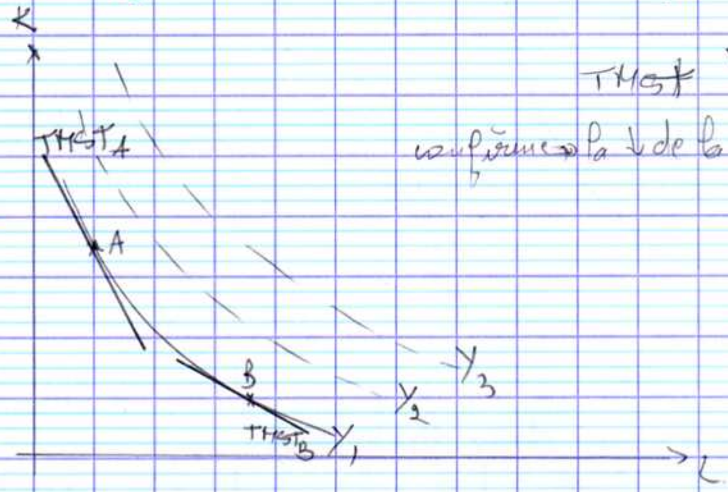
sinon, on dira que c'est un complémentaire.

On considère souvent que les facteurs sont complémentaires à court terme et substituables à long terme.

Les isoquantes :
Il s'agit du lieu géométrique représentant toutes les combinaisons K et L qui permettent d'obtenir un certain niveau de production.



Le TMST : Taux marginal de substitution technique :



TMST ↓
confirme la ↓ de la productivité marginale

$$TMST = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{\frac{\Delta K}{\Delta Y}}{\frac{\Delta L}{\Delta Y}} = \frac{P_m L}{P_m K}$$

Le TMST est décroissant

économiquement :

exp TMST = 10 : le producteur est prêt à renoncer à 10 K pour avoir 1 L, sa production restant cte

Le TMST du capital K p/p à L est la quantité de capital K à laquelle le producteur est prêt à renoncer pour obtenir une unité supplémentaire du travail, sa production restant constante.

IV] Les coûts de production :
Le processus de production génère des coûts, ces coûts sont

décomposés selon les facteurs utilisés.

- **Le capital :**

investissement de remplacement

On distingue le coût d'acquisition, le coût le location, l'ammortissement économique, le coût de renouvellement, la maintenance, le coût de l'assurance...

La microéconomie utilise 3 schémas possibles d'analyse :

schéma 1 • L'entreprise loue un certain nbre de machines K à un prix k par période. Dans ce cas, le coût $coût = k.K$

schéma 2 • L'entreprise achète un certain nbre de machine $\overline{K}$ qui est égale à sa capacité de production, l'achat a nécessité un emprunt dont les remboursements R s'étalent uniformément sur toute la période de vie K, de plus, l'utilisation de ces machines nécessite des frais de maintenance m par machine.

$$coût = R + m.\overline{K}$$

schéma 3 • Il s'agit de généraliser le 2ème cas de figure

$$coût = \underbrace{A}_{fixe} + aK.$$

- **Le travail :**

Le coût du travail est représenté par le salaire multiplié par le nbre de travailleurs (masse salariale)

$$coût = \underbrace{w}_{\text{wage (salaire)}}.L$$

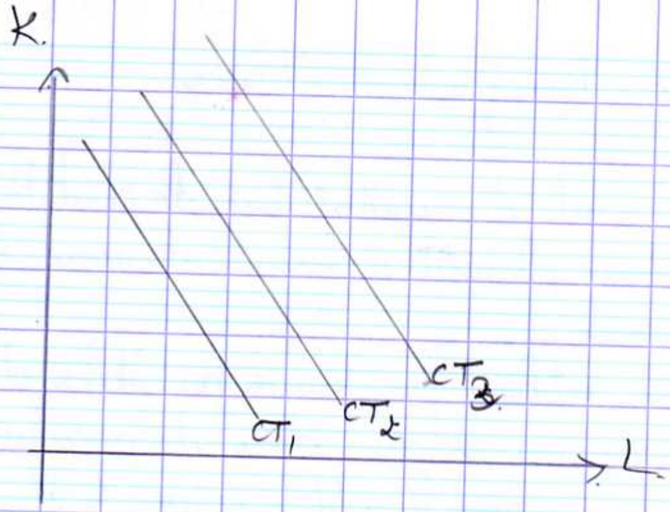
- **Le coût total :**

Il s'agit de la somme du coût du travail et du coût du capital

$$CT = wL + \underbrace{r}_{rate}.K.$$

Si on fixe le coût total, l'équation devient l'équation de la droite d'isocoût dans un repère.

$$\overline{CT} = wL + rK.$$
$$rK = \overline{CT} - wL \Rightarrow K = \frac{\overline{CT}}{r} - \frac{w}{r}L.$$



V Equilibre du court terme :

- Nous distinguons le court terme du long terme à travers la variabilité des facteurs de production. On supposera qu'à court terme $K = \bar{K}$ et par conséquent $y = f(\bar{K}, L)$
A court terme, seul le facteur travail est variable.

A) Productivité et élasticité :

$P_m L = \frac{\partial Y}{\partial L}$.

$PML = \frac{Y}{L}$.

$$e_{Y/L} = \frac{\Delta Y / Y}{\Delta L / L} = \frac{\Delta Y}{\Delta L} \frac{L}{Y} = \frac{P_m L}{PML}$$

ex : si $e_{Y/L} = 2 \Rightarrow$ qd L augmente de 1% $\Rightarrow Y$ augmente de 2%.

B) Elasticité - productivité et rendement d'échelle :

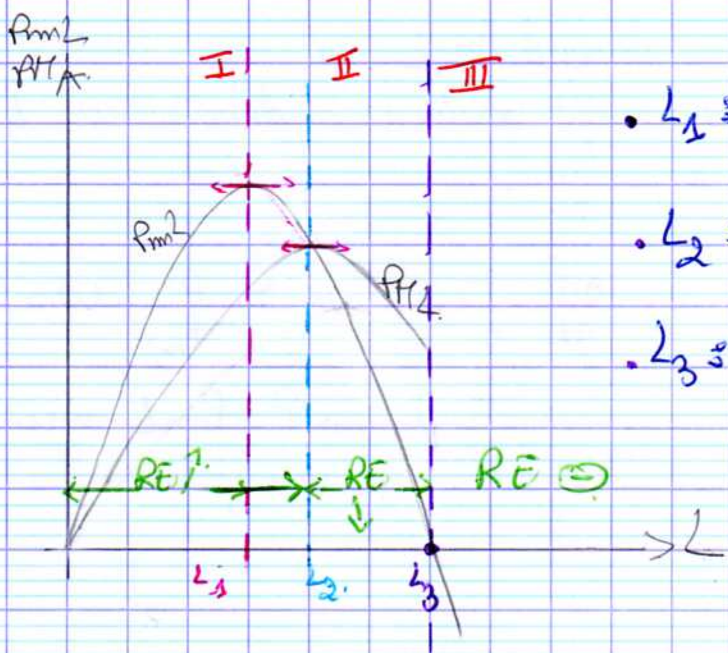
! Pour avoir $P_m L$ croissante il faut $PML > P_m L$

- Si $P_m L > PML$ $e_{Y/L}$ $e_{Y/L} > 1$ $\Rightarrow$ R.E $\nearrow$.
$\Rightarrow$ amélioration de l'efficacité de l'entreprise
- Si $P_m L = PML$ $e_{Y/L}$ $e_{Y/L} = 1$ $\Rightarrow$ R.E constant
$\Rightarrow$ efficacité constante
- Si $P_m L < PML$ $e_{Y/L}$ $e_{Y/L} < 1$ $\Rightarrow$ R.E décroissant
$\Rightarrow$ diminution de l'efficacité
- Si $P_m L < 0$ $\Rightarrow$ R.E est négatif

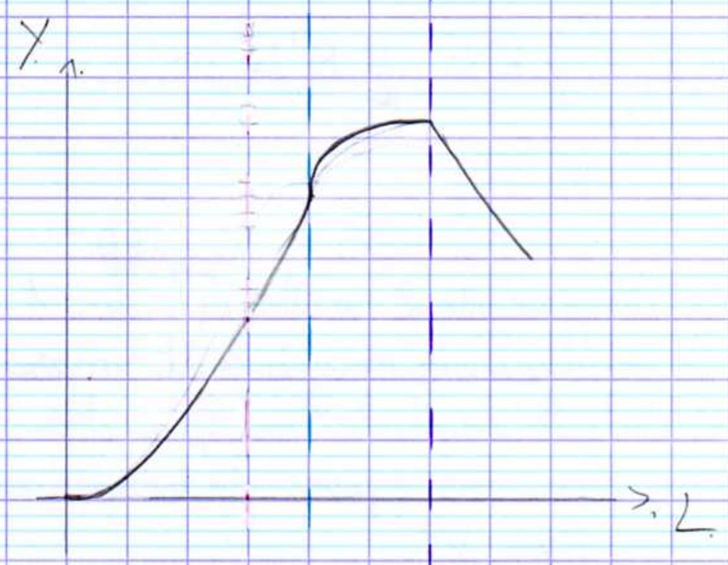
0	0	
1	10	10
2	18	8

$\frac{10}{1} = 10$

$\frac{18}{2} = 9$ → $PML > PmL \Rightarrow R.E \downarrow$ alors que la productivité est ↗



- $L_1 : \frac{\partial PmL}{\partial L} = 0$
- $L_2 : PmL = PML$
- $L_3 : PmL = 0$



c) Equilibre du producteur :

duopolistique

Toute entreprise privée cherchera à maximiser le profit.
Nous nous placerons dans un environnement de concurrence pure et parfaite (≠ monopole seule à vendre un produit le prix ne sera plus constant dépend de la qté de consommation) qui se caractérise par le fait qu'aucun producteur ne peut influencer le prix : p est une donnée.
La fonction de profit est :

$$\pi = RT - CT$$
$$= p \cdot y - CT$$
$$= p\, f(\bar{K}, L) - (wL + \bar{K})$$

⇒ Le profit dépend de L.

Maximiser le profit revient à déterminer L optimale qui maximise le profit.

$$\text{Max } \pi \Rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow P \cdot f'_L - w = 0$$

$$\Leftrightarrow P \cdot P_mL = w$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P_mL = \frac{w}{P}}$$ salaire réel

w : salaire nominal

Exercice :

$$y = f(K, L) = \frac{1}{2}K^2L^2 - \frac{1}{16}K^3L^3$$

$$P_mL = \frac{w}{P}$$

1°) L'entreprise dispose de 2 unités de capital $K = 2$, $w = 1$, $r = 2$. $\Rightarrow y = f(\overline{K}, L)$

1°) Calculer la productivité moyenne et marginale.

2°) Calculer l'élasticité de production au travail.

3°) Déterminer la ou les zones de rendement.

4°) $P = 5$ Déterminer y^*.

On a $K = 2 \Rightarrow y = f(\overline{K}, L) = 2L^2 - \frac{1}{2}L^3$

1°) $P_mL = 4L - \frac{3}{2}L^2$

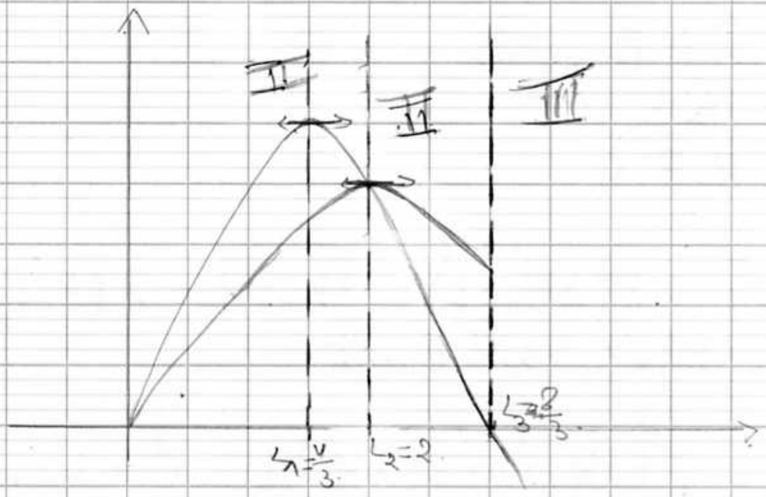
$P_ML = 2L - \frac{1}{2}L^2$.

2°) $e_{y/L} = \frac{P_mL}{P_ML} = \frac{8 - 3L}{4 - L}$.

3°) $L_1 : \frac{\partial P_mL}{\partial L} = 4 - \frac{3}{\cancel{2}}L = 0 \Leftrightarrow L_1 = \frac{4}{3}$.

$L_2 : P_mL = P_ML \Rightarrow L_2 = 2$.

L_3 : $PmL = 0 \Rightarrow L_3 = \frac{8}{3}$.



Max π : $PmL = \frac{w}{p} \Leftrightarrow 4L - \frac{3}{2}L^2 = \frac{w}{p} = \frac{1}{5}$.

$\Leftrightarrow -\frac{3}{2}L^2 + 4L - \frac{1}{5} = 0$.

on prend la valeur la + grande $\Rightarrow L^* =$ $\quad y^* =$

VI Equilibre à long terme :

A long terme le stock de capital n'est plus constant, le facteur capital devient variable $\Rightarrow y = f(K, L)$.

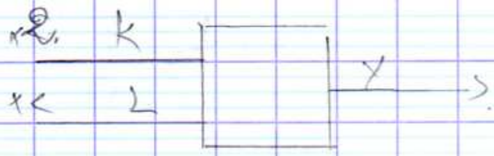
$PmK = \frac{\partial Y}{\partial K}$ $\quad e_{Y/K} = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y} = \frac{PmK}{PMK}$.

$PMK = \frac{Y}{K}$.

A) Rendement d'échelle :

Pour déterminer les rendements d'échelle lorsque la fonction de production est à 2 variables, on peut utiliser les fonctions homogènes de degré n dans ce cas les rendements dépendront de la valeur de n.

$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n f(K, L).$$



Si $n = 1 \Rightarrow R.E = cste$

Si $n > 1 \Rightarrow RE \nearrow$.

Si $n < 1 \Rightarrow R.E \searrow$.

exemple: $y = K + L$. $f(\lambda K, \lambda L) = \lambda K + \lambda L = \lambda(K + L)$

$\Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow R.E$ cst

$$y = KL;\quad f(\lambda K, \lambda L) = \lambda K \lambda L = \lambda^2 KL.$$

$$\Rightarrow n = 2 \Rightarrow R.E \nearrow.$$

B) Les fonctions de production Cobb-Douglas:

Produit technique exogène $\rightarrow$ $Y = A K^{\alpha} L^{\beta}$

- $e_{Y/L} = \dfrac{\partial Y}{\partial L} \dfrac{L}{Y} = A K^{\alpha} \beta L^{\beta - 1} \dfrac{L}{A K^{\alpha} L^{\beta}} = \beta$. $\beta = e_{Y/L}$.

$\Rightarrow$ Quand L augmente de 1% y augmente de β %.

- $e_{Y/K} = \alpha \Rightarrow$ Quand K augmente de 1% y augmente de α %.

- $f(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K)^{\alpha} (\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha + \beta} A K^{\alpha} L^{\beta}$

! si $\alpha + \beta = 1$ RE cst.

$\alpha + \beta > 1$ RE $\uparrow$.

$\alpha + \beta < 1$ RE $\downarrow$.

!! Les fonctions Cobb-Douglas sont homogènes de degré $\alpha + \beta$.

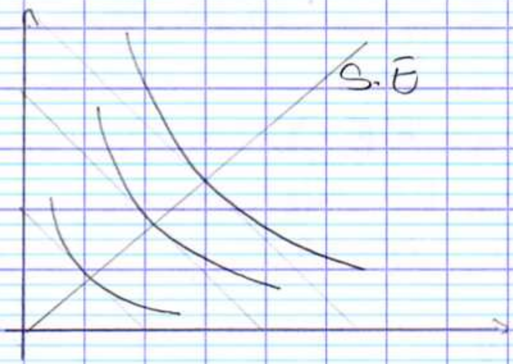
Equilibre du long terme:

A l'équilibre

$$THST = \frac{P_m L}{P_m K} = \frac{w}{r}$$

si par exemple $y = KL$.

à l'équilibre $\frac{K}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow K = \frac{w}{r} L$. Equation du sentier d'expansion.



$$\Rightarrow y = \frac{w}{r} L . L = \frac{w}{r} L^2$$

$$\Rightarrow L^d = \left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} y^{1/2} \quad \Rightarrow K^d = \frac{w}{r}\left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} y^{1/2} = \left(\frac{w}{r}\right)^{1/2} y^{1/2}$$

Détermination de la fonction du coût total:

Il ne faut pas confondre le coût total avec la fonction du coût total.

Le coût total $= wL + rK$.

La f^c de coût total $CT(y)$.

$$CT = wL + rK$$

$$CT(y) = w\left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} y^{1/2} + r\left(\frac{w}{r}\right)^{1/2} . y^{1/2}$$

$$\Rightarrow CT(y) = [A]\, y^{1/2}$$

F^c de Coût moyen $\underset{}{}$ F^c du coût marginal :

$$C_m(y) = \frac{\partial CT(y)}{\partial y} \qquad CM(y) = \frac{CT(y)}{y}$$

si $C_m(y) = 6$

↳ la dernière unité produite est égale à 6 unité.

$C_m(y)$ c'est ⟹ coût généré par la dernière unité produite.

- $CM(y)$

↳ C'est ce que coûtent en moyenne toutes les unités produites.

- Si $C_m > CM \Rightarrow RE \searrow$
- Si $C_m = CM \Rightarrow RE$ cste.
- Si $C_m < CM \Rightarrow RE \nearrow$

Exple : $C_m(y) = \frac{1}{2} A y^{-\frac{1}{2}}$.

$CM(y) = A y^{-1/2}$ $\qquad$ $CM > C_m$ donc R.E $\nearrow$.

Fonction d'offre dans un marché en concurrence pure et parfaite :

La concurrence pure et parfaite se caractérise par un certain nombre d'hypothèses

- H_1 : grand nombre de consommateurs et grand nombre de producteurs. ni le consom, ni les producteurs n'influencent le pr
  ⟹ personne ne peut influencer le prix donc p est exogè
- H_2 : informations parfaites
  ⟹ On dispose de toute l'information et de la même informa
- H_3 : Homogénéité des biens. différentiation horizontale (ni gamme) et verticale
  ⟹ On ne tient pas compte de la différentiation (ni horizontale ni verticale).

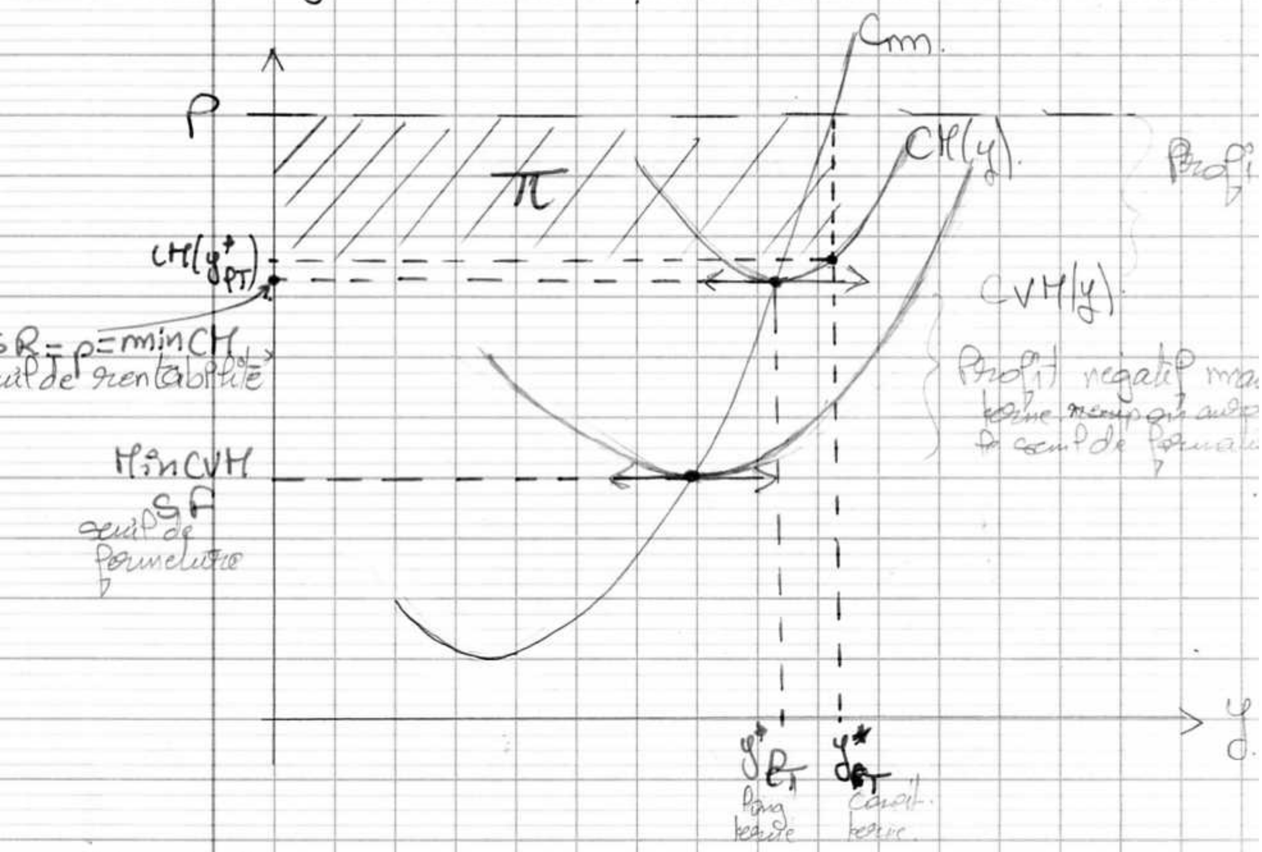
- $\pi = RT - CT = p \cdot y - CT(y)$

$\text{Max}\, \pi \Leftrightarrow \frac{\partial \pi}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow p - C_m(y) = 0 \Rightarrow \boxed{p = C_m(y)}$

$$CT(y) = CV(y) + CF$$

$$CM(y) = \frac{CT(y)}{y} = CVM(y) + CFM = \frac{CF}{y}$$

$$Cm(y) = \frac{\partial CT(y)}{\partial y}$$



- $$CM = \frac{CT}{y}$$

$$CM' = 0 \Leftrightarrow \frac{CT'y - CT}{y^2} = 0$$

$$\Rightarrow CT'y - CT = 0$$

$$\Rightarrow CT' = \frac{CT}{y}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{Cm = CM}$$

- A Long terme. C.O : $p = Cm(y)$ si $p \geq \min CM$.

• A court terme : F.O $p = Cm(y)$ si $p \geq Min\,CVM$

! Quand il y a un coût fixe nous sommes à court terme sinon on est à long terme.

Application :

Soit une entreprise caractérisée par une f° de coût total :

$$CT(y) = \frac{3}{2}y^2 + y + \frac{3}{2}.$$

° On sait qu'on est en court terme si on a un cout fixe.

1°/ Calculer les différents coûts CM, CVM, Cm.

2°/ Déterminer la f° d'offre.

3°/ Déterminer le seuil de Rentabilité SR.

1°) $CT(y) = \frac{3}{2}y^2 + y + \frac{3}{2}$ CF.

• $Cm(y) = \frac{\partial CT(y)}{\partial y} = 3y + 1.$

• $CM(y) = \frac{CT(y)}{y} = \frac{3}{2}y + 1 + \frac{3}{2y}.$

• $CVM(y) = \frac{3}{2}y + 1.$

2°) Il existe un coût fixe dans le CT ⇒ nous sommes donc à court terme

A court terme : F.O : $p = Cm(y)$ si $p \geq Min\,CVM$.

° on cherche min CVM : $CVM' = \frac{3}{2}$ ⇒ f° croissante positive

⇒ minimale pour $y = 0$

$\Rightarrow Min\,CVM = 1.$

⇒ A CT : FO : $\boxed{p = 3y + 1 \text{ si } p \geq 1}$

3°) $\min CM(y) = 0 \Rightarrow \frac{\partial CM(y)}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2y^2} = 0$

$\Leftrightarrow y = 1.$

$\Rightarrow \boxed{\min CM = CM(1) = 4}$ $M_{\min CM} \geq \min CVM$