

Théorie des sondages
Série 3 : Sondage à Probabilités inégales

Exercice 1 Soient une population $\mathcal{P} = \{1, 2, 3\}$ et le plan suivant :

$$P\{1, 2\} = \frac{1}{2}, \quad P\{1, 3\} = \frac{1}{4}, \quad P\{2, 3\} = \frac{1}{4}$$

Donner les probabilités d'inclusion d'ordre 1 et la matrice de variance-covariance des indicatrices d'appartenance à l'échantillon.

Exercice 2 Soit la matrice de covariance Γ des indicatrices de la présence des unités dans l'échantillon pour un plan sans remise Π donnée par

$$\Gamma = \frac{6}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Peut-on dire que le plan est de taille fixe? Justifier.
2. Calculer les probabilités d'inclusion d'ordre 1 sachant que $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 > \pi_4 = \pi_5$
3. En déduire la matrice des probabilités d'inclusion d'ordre 2.
4. Calculer, pour tous les échantillons possibles de taille $n \geq 2$, les probabilités qu'ils soient sélectionnés.