

Examen, Plans d'Expériences - 2ème Année, le 15 Mai 2024

(Documents Non Autorisés)

Cette épreuve contient 04 pages

Durée, 01h30.

Exercice1: Un expérimentateur étudie les effets de cinq formulations différentes d'un propulseur¹ de fusée utilisé dans les systèmes d'évacuation des équipages navigants, sur la vitesse de combustion observée. Chaque formulation est mélangée à partir d'un lot de matières premières suffisamment grand pour que cinq formulations soient testées. De plus, les formulations sont préparées par plusieurs opérateurs qui se différencient substantiellement par leurs compétences et leurs expériences dans le domaine. Lots de matières premières et opérateurs représentent des restrictions de randomisation pour l'expérience : Voir tableau suivant,

Tableau1- Plan d'expérience du problème de propulseur de fusée.

Lots de Matière première	Opérateurs				
	1	2	3	4	5
1	A=24	B=20	C=19	D=24	E=24
2	B=17	C=24	D=30	E=27	A=36
3	C=18	D=38	E=26	A=27	B=21
4	D=26	E=31	A=26	B=23	C=22
5	E=22	A=30	B=20	C=29	D=31

On code les observations-réponses du problème de propulseur de fusée en soustrayant² par 25 chaque observation-réponse du tableau (1).

1. Construire un tableau 1-1 des observations-réponses codées;
2. Définir le plan de l'expérience du problème de propulseur de fusée ainsi que son modèle statistique.

¹ Moteur, engin, machine.

² C'est le gérondif du verbe soustraire.

- i. Calculer totaux traitements lettres.
- ii. Définir la partition de la somme totale des carrés, SS_T , pour ce plan et calculer les différentes sommes carrées associées.
- iii. Illustrer la procédure de calcul de l'analyse de la variance pour ces mesures codées de l'expérience du problème de propulseur de fusée.
- iv. Existe-t-il une différence significative³ dans la vitesse de combustion moyenne générée par les différentes formulations de propulseurs de fusée ? Justifier votre réponse.

3. On suppose qu'un facteur supplémentaire bien important, assemblages de test, existe pour l'expérience du problème de propulseur de fusée. Soit cinq assemblées de test désignées par les lettres grecques, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ et ϵ comme suit :

Tableau 1-2 Plan d'expérience du problème de propulseur de fusée (Lettres grecques) pour observations-réponses codées.

Lots de Matière première	Opérateurs				
	1	2	3	4	5
1	A α	B γ	C ϵ	D β	E δ
2	B β	C δ	D α	E γ	A ϵ
3	C γ	D ϵ	E β	A δ	B α
4	D δ	E α	A γ	B ϵ	C β
5	E ϵ	A β	B δ	C α	D γ

- i. Définir⁴ le nouveau plan d'expérience du problème de propulseur de fusée ainsi que son modèle statistique.
 - ii. Calculer totaux traitements-assemblées de test.
 - iii. Définir la partition de la somme totale des carrés, SS_T , pour ce nouveau plan et calculer les différentes sommes carrées associées.
 - iv. Illustrer la procédure de calcul de l'analyse de la variance pour ce nouveau plan de l'expérience du problème de propulseur de fusée.
 - v. Existe-t-il une différence significative⁵ dans les formulations de propulseurs de fusée ? Justifier votre réponse.
4. En termes d'erreur expérimentale et de degrés de liberté, comparer les deux plans considérés en questions 2) et 3) pour l'expérience du problème de propulseur de fusée.

³ Prob. critique = 0.0025

⁴ A terminer le tableau 1-2 avec les observations-réponses codées calculées en question 1).

⁵ Prob. critique = 0.0033

Exercice2: Un ingénieur chimiste pense que le temps de réaction d'un processus chimique est fonction du type de catalyseur utilisé. Quatre catalyseurs sont actuellement étudiés. La procédure expérimentale consiste à sélectionner un lot de matière première, à charger l'usine pilote, à appliquer chaque catalyseur dans un cycle séparé de l'usine pilote et à observer le temps de réaction. Comme les variations dans les lots de matières premières peuvent affecter les performances des catalyseurs, l'ingénieur décide d'utiliser des lots de matières premières sous forme de blocs. Cependant, chaque lot est seulement assez grand pour permettre le fonctionnement de trois catalyseurs. L'ordre dans lequel les catalyseurs fonctionnent dans chaque bloc est aléatoire. Voir tableau2 suivant,

Tableau2 Plan de l'expérience catalyseur.

Traitement- Catalyseur	Bloc- Lot de matière première				$y_{i.}$
	1	2	3	4	
1	73	74	---	71	
2	---	75	67	72	
3	73	75	68	---	
4	75	---	72	75	
$y_{.j}$					$y_{..}$

1. Définir le plan de l'expérience –catalyseur ainsi que son modèle statistique.
2. Calculer totaux traitements ajustés, Q_i ; on donne $r = 3$.
3. Définir la partition de la somme totale des carrés, SS_T , du plan de l'expérience-catalyseur et calculer les différentes sommes carrées associées.
4. Illustrer la procédure de calcul de l'analyse de la variance pour ce plan de l'expérience.
5. Est-ce que le catalyseur employé a un effet statistiquement significatif⁶ sur le temps de réaction ? Justifier votre réponse.
6. Etant donné que le plan est symétrique où $a = b=4$, on cherche à évaluer les effets blocs (ajustés).
 - i. Calculer Totaux blocs ajustés, Q'_j , et $SS_{\text{Blocs ajustés}}$.
 - ii. Mener la procédure de calcul⁷ d'analyse de variance en incluant traitements (ajustés et non) et blocs (ajustés et non). Donner la décision du test associé.
 - iii. Est-ce que l'égalité est assurée dans l'équation de l'analyse de variance du plan de l'expérience-catalyseur? Justifier votre réponse.

⁶ Prob. critique = 0.0107

⁷ Prob. critique = 0.0107

Percentage Points of the F Distribution (continued)
 F_{α, v_1, v_2}

Degrees of Freedom for the Denominator (v_2)																				
v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	
2	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3	
3	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50	
4	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	
5	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	
6	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36	
7	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67	
8	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23	
9	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93	
10	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71	
11	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54	
12	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40	
13	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30	
14	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21	
15	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13	
16	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07	
17	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01	
18	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96	
19	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92	
20	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88	
21	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84	
22	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81	
23	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78	
24	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76	
25	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	
26	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71	
27	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69	
28	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67	
29	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65	
30	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64	
40	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	
60	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	
120	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	
∞	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25	
	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00	

Degrees of Freedom for the Denominator (v_2)