

Exercice HOS

HOS, 2 biens 1 et 2, K: capital, L: travail

y_i : la prod du bien i

Les fonct^o de product^o:
$$\begin{cases} y_1 = K_1^{0,2} L_1^{0,8} \\ y_2 = K_2^{0,8} L_2^{0,2} \end{cases}$$

Le bien 1 est pris comme numéraire

p : prix du b2 en terme du b1

y : le revenu national en terme du b1

w : rémunération unitaire du travail en b1

r : rémunération unitaire du capital en b1

$k_i = \frac{K_i}{L_i}$: l'intensité capitaliste du bien i

1/ Les prod maximisent leur profit. En CPP, rémunérat^o des facteurs à leur productivité marginale:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dK_1} &= 0,2 K_1^{-0,8} L_1^{0,8} = r & \frac{dy_1}{dL_1} &= 0,8 K_1^{0,2} L_1^{-0,2} = w \\ \frac{dy_2}{dK_2} &= 0,8 K_2^{-0,2} L_2^{0,2} = p r & \frac{dy_2}{dL_2} &= 0,2 K_2^{0,8} L_2^{-0,8} = p w \end{aligned}$$

$L_2 = p L_1$ $L_2 = p L_1$

Exprimer k_i en fonct^o de $\frac{w}{r}$ pour $i=1,2$

$$i=1: \frac{w}{r} = \frac{0,8 K_1^{0,2} L_1^{-0,2}}{0,2 K_1^{-0,8} L_1^{0,8}} = 4 K_1 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{w}{r} \right)$$

$$i=2: \frac{w}{r} = \frac{0,2 K_2^{0,8} L_2^{-0,8}}{0,8 K_2^{-0,2} L_2^{0,2} p} = \frac{1}{4} K_2 \Rightarrow K_2 = 4 \left(\frac{w}{r} \right)$$

\Rightarrow l'intensité capitaliste est une fonct^o \uparrow de la rémunération $K_2 > K_1$

2/ Écrire la relat^o qui lie p à w/r :

$$\text{oma } 0,8 K_1^{0,2} L_1^{-0,2} = w_1 \quad 0,2 p K_2^{0,8} L_2^{-0,8} = w_2$$

\Rightarrow or les facteurs étant parfaitement mobiles entre les deux, donc $w_1 = w_2$ d'où

$$p = \frac{0,8 K_1^{0,2} L_1^{-0,2}}{0,2 K_2^{0,8} L_2^{-0,8}} = 4 K_1^{0,2} K_2^{-0,8} = \left(\frac{w}{r} \right)^{-0,6}$$

est fonct^o décroissante de $\frac{w}{r}$ donc croiss de $\frac{r}{w}$

La prix relatif du bien 2

\rightarrow la prod du b2 est plus capital-intensif que la prod du b1: + K est cher % L, + b2 est cher % b1

le pays dispose d'une dotation en K = 800 et en L = 400

Quelles sont les valeurs limites de $\frac{w}{r}$? 1 et 8? Quelles sont les valeurs de p à partir desquelles le pays passe en spécialisation totale? Les valeurs limites de $\frac{w}{r}$ correspondent aux valeurs de la rémunération relative des facteurs lorsque le pays est entièrement spécialisé dans l'un ou l'autre des biens.

\rightarrow en cas de spécialisat^o total en b1

$$\frac{w}{r} = 4 K_1 = 4 \cdot \frac{800}{400} = 8$$

\rightarrow en cas de spécialisat^o total en b2

$$\frac{w}{r} = \frac{1}{4} K_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{800}{400} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{d'où } \frac{1}{2} \leq \frac{w}{r} \leq 8$$

\rightarrow spécialisat^o emb 1 $\rightarrow \frac{w}{r} \uparrow$: la prod du b1 est intensive en travail

\rightarrow spécialisat^o emb 2 $\rightarrow \frac{w}{r} \downarrow$: la prod du b2 est intensive en capital

or $p = \left(\frac{w}{r} \right)^{-0,6}$: fonct^o décroiss de $\frac{w}{r}$ alors $8^{-0,6} \leq p \leq \left(\frac{1}{2} \right)^{-0,6}$

\Rightarrow les valeurs de p , correspondant au passage à une spécialisation totale du pays, sont les deux bornes qui encadrent p .

pour $b = 0,75$. On veut $\frac{w}{r}$, K_1 , K_2 en autarcie? Le passage est inconnu

pour $b = 0,75$, on a $\frac{w}{r} = \frac{26}{7} \in \left[\frac{1}{2}; 8 \right]$

donc $K_1 = \frac{13}{14}$ et $K_2 = \frac{104}{7}$

$$\rightarrow p = \left(\frac{26}{7} \right)^{-0,6} = 0,49$$

$$w = (0,8) K_1^{0,2} = 0,79$$

$$r = (0,2) K_1^{-0,8} = 0,21$$

$\rightarrow \frac{w}{r}$: fonct^o croissante de b , fonct^o croissante de $\frac{K}{L}$

Le pays est considéré petit. P offre et P de d de ce pays n'ont pas d'impact sur le prix d'éq mon le prix de l'échange s'impose donc au pays soit $p = 0,6 > p = 0,49$ à l'autarcie

Donc $14 \cdot 0,21 = 2,94 < 800$