

## Statistique Descriptive

### Examen Final

### janvier 2013

Enseignante : Mme Héra Ouaili Mallek

Durée : 1h30

(02 pages)

**Exercice 1** *On dispose des fonctions de répartition du patrimoine et des salaires pour un échantillon de ménages :*

<i>Ménages (en %)</i>	<i>Patrimoine total (en %)</i>	<i>Revenu salarial (en %)</i>
10	0.12	2.18
20	0.44	6.01
30	1.21	10.95
40	2.77	16.97
50	6.04	24.17
60	11.94	32.96
70	20.15	43.52
80	31.13	56.15
90	46.21	72.28
100	100	100

1. *Déterminer la part du patrimoine et du revenu salarial détenus par les 10% des ménages les plus riches.*
2. *Confronter, sur un même graphique, les courbes de Lorenz du patrimoine et du revenu salarial. Commenter.*
3. *Calculer l'indice de Gini relatif au patrimoine. Conclure.*

**Exercice 2** Le tableau de contingence ci-après donne la répartition de 200 enfants selon leur âge et leur sensibilité. On souhaite étudier la dépendance entre ces deux variables.

		Sensibilité		
		Hyper sensible	Normal	Indifférent
Age	[5, 10[	30	18	12
	[10, 13[	40	24	16
	[13, 16[	20	18	22

1. Ecrire le tableau des profils lignes.
2. En déduire, en le justifiant, que l'on peut regrouper deux classes d'âge.
3. Construire le tableau de contingence après regroupement.
4. Calculer, à partir du nouveau tableau de contingence, un indice mesurant l'écart à l'indépendance.

**Exercice 3** On dispose de statistiques sur les produits manufacturiers. Le tableau qui suit en est le résumé.

	Pondération 2005	Indice <sub>2005/2000</sub>	Pondération 2010	Indice <sub>2010/2000</sub>
Meubles et tapis(I)	0,36	123,6	0,32	158
Articles de toilette(II)	0,15	129,3	0,14	174,8
Papeterie et librairie(III)	0,32	122	0,36	146
Autres équipements(IV)	0,17	134,5	0,18	182,4

Une pondération  $\omega_i$  représente la part dans les dépenses totales et dans le courant de l'année concernée, des dépenses allouées à la catégorie de biens  $i$ .

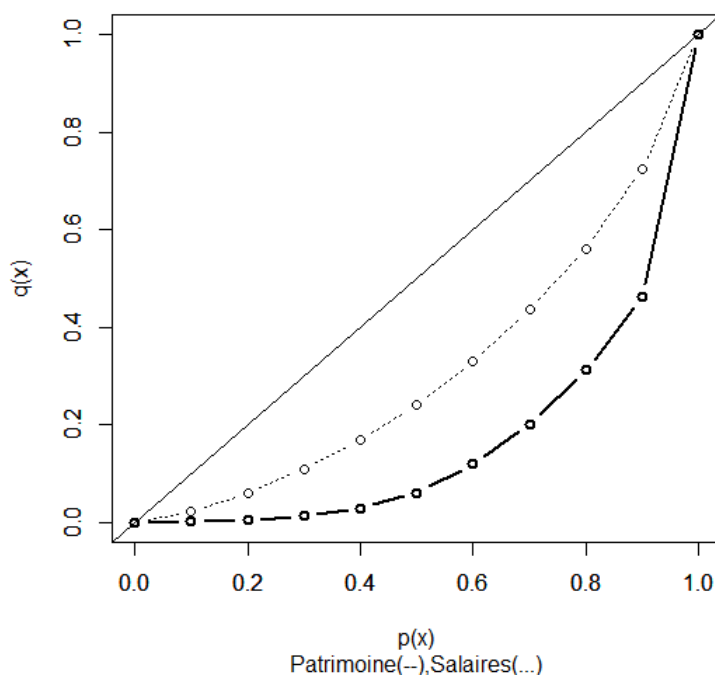
1. Déterminer les indices élémentaires de prix pour l'année 2010, base 100 en 2005.
2. Déterminer l'indice de Laspeyres relatif à l'ensemble des produits manufacturiers pour l'année 2010, base 100 en 2005.
3. Déterminer l'indice de Paasche de ces produits pour la même année 2010, base 100 en 2005.
4. Quel indice synthétique chaîne pour l'année 2010, base 100 en 2000 peut-on construire? (justifier la réponse)
5. Calculer alors cet indice.

### Corrigé de l'exercice 1 :

$p_i$	$q_i(P)$	$q_i(S)$
10	0.12	2.18
20	0.44	6.01
30	1.21	10.95
40	2.77	16.97
50	6.04	24.17
60	11.94	32.96
70	20.15	43.52
80	31.13	56.15
90	46.21	72.28
100	100	100

1. Les 10% des ménages les plus riches détiennent une part du patrimoine qui s'élève à  $(100 - 46.21)$  soit 53.79%. Ils perçoivent  $(100 - 72.28)$  soit 27.72% des salaires.
2. Les courbes de Lorenz du patrimoine et du revenu salarial

**Courbes de Lorenz du patrimoine et des salaires**



Il est clair que la courbe de Lorenz associée au patrimoine se situe systématiquement en dessous de celle associée aux salaires. La répartition du patrimoine est donc fortement plus inégalitaire que celle des salaires.

3. L'indice de Gini correspond à deux fois la surface comprise entre la courbe de Lorenz et la première bissectrice.

$$G = 1 - \sum_{k=1}^{10} (p_k - p_{k-1}) (q_k + q_{k-1}) = 1 - 0.1 * \sum_{k=1}^{10} (q_k + q_{k-1})$$

$$G = 1 - 0.1 * 0.01 * \left( \begin{array}{l} 0.12 + (0.44 + 0.12) + (1.21 + 0.44) + (2.77 + 1.21) \\ + (6.04 + 2.77) + (11.94 + 6.04) + (20.15 + 11.94) \\ + (31.13 + 20.15) + (46.21 + 31.13) + (1 + 46.21) \end{array} \right)$$

$$G = 0.759 >> 0.2$$

L'indice de Gini est fortement élevé ; ce qui corrobore la grande inégalité dans la répartition du patrimoine.

### Corrigé de l'exercice 2 :

			<i>Sensibilité</i>		
			<i>Hyper sensible</i>	<i>Normal</i>	<i>Indifférent</i>
1.	<i>Age</i>	[5, 10[	0.5	0.3	0.2
		[10, 13[	0.5	0.3	0.2
		[13, 16[	0.33	0.3	0.37

2. On peut regrouper les deux classes d'âge [5, 10[ans et [10, 13[ans. En effet, les deux distributions de la sensibilité conditionnellement à l'une ou l'autre des classes d'âge sont identiques.

		Sensibilité				
		Hyper sensible	Normal	Indifférent		
3.	Age	[5, 13[	70	42	28	140
		[13, 16[	20	18	22	60
			90	60	50	200

$$4. D^2 = n \left( \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \frac{n_{ij}^2}{n_i \cdot n_{.j}} - 1 \right)$$

$$D^2 = 200 \left( \frac{70^2}{140 \cdot 90} + \frac{42^2}{140 \cdot 60} + \frac{28^2}{140 \cdot 50} + \frac{20^2}{60 \cdot 90} + \frac{18^2}{60 \cdot 60} + \frac{22^2}{60 \cdot 50} - 1 \right)$$

$D^2 = 7.2593 << 200(2 - 1) = 200$ . On ne peut donc pas conclure, avec très peu d'incertitude, une absence d'indépendance.

### Corrigé de l'exercice 3 :

$$1. I_{2010/2005}(I) = \frac{I_{2010/2000}(I)}{I_{2005/2000}(I)} = \frac{158}{123.6} * 100 = 127.83$$

$$I_{2010/2005}(II) = \frac{I_{2010/2000}(II)}{I_{2005/2000}(II)} = \frac{174.8}{129.3} * 100 = 135.19$$

$$I_{2010/2005}(III) = \frac{I_{2010/2000}(III)}{I_{2005/2000}(III)} = \frac{146}{122} * 100 = 119.67$$

$$I_{2010/2005}(IV) = \frac{I_{2010/2000}(IV)}{I_{2005/2000}(IV)} = \frac{182.4}{134.5} * 100 = 135.61$$

$$2. L_{2010/2005}(PM) = \sum_{i=1}^4 \omega_{2005}^i I_{2010/2005}(I)$$

$$L_{2010/2005}(PM) = 0.36 * 127.83 + 0.15 * 135.19 + 0.32 * 119.67 + 0.17 * 135.61$$

$$L_{2010/2005}(PM) = 127.65$$

$$3. P_{2010/2005}(PM) = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 \frac{\omega_{2010}^i}{I_{2010/2005}(I)}}$$

$$P_{2010/2005}(PM) = \frac{1}{\frac{0.32}{127.83} + \frac{0.14}{135.19} + \frac{0.36}{119.67} + \frac{0.18}{135.61}} = 126.99$$

4. *Pour construire un indice synthétique chaîne pour l'année 2010, base 100 en 2000, il faudrait disposer des indices synthétiques correspondant à toutes les sous-périodes. Soit dans notre cas les périodes 2010-2005 et 2005-2000. Il est par conséquent nécessaire de disposer des pondérations de 2000 et 2005 pour calculer l'indice de Laspeyres et des pondérations de 2010 et 2005 pour calculer l'indice de Paasches. On ne pourra donc calculer que l'indice chaîne de Paasches.*

$$5. P_{2010/2005}(PM) = 126.99$$

$$P_{2005/2000}(PM) = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 \frac{\omega_{2005}^i}{I_{2005/2000}(I)}}$$

$$P_{2010/2005}(PM) = \frac{1}{\frac{0.36}{123.6} + \frac{0.15}{129.3} + \frac{0.32}{122} + \frac{0.17}{134.5}} = 125.63$$

$$CP_{2010/2000}(PM) = P_{2010/2005}(PM) * P_{2010/2005}(PM)$$

$$CP_{2010/2000}(PM) = \frac{126.99 * 125.63}{100} = 159.54$$