TP-TD 4_Modèles linéaires

On considère une fonction de demande,

$$(1)\ \ q_i = \alpha + \beta\, p_i + \varepsilon_i$$
$$i = 1, \cdots, n$$
$$q_i : demande\ en\ bien\ i;$$
$$p_i : prix\ du\ bien\ i;$$
$$\varepsilon_i \leadsto N(0, \sigma^2)$$

p_i	18	16	17	12	15	15	4	13	11	6	8	10	7	7	7
q_i	3	3	7	6	10	15	16	13	9	15	9	15	12	18	21

1. Estimation du modèle par MCO. Interprétation économique et signe plausible des coefficients ;
2. Estimation des variances du modèle, σ^2, $V(\alpha)\ et\ V(\beta)$;
3. Sous l'hypothèse de normalité, étudiez la significativité des coefficients du modèle. Seuil de signification $\alpha = 5\%$;
4. Construire $IC_{\sigma^2}^{(1-\alpha)\%}$;
5. Calcul du coefficient de d'ajustement du modèleR^2. Test de significativité de R^2. Définir le lien statistique de R^2 avec le test de significativité de la pente β ;
6. Estimation de l'élasticité-prix de la demande au point moyen $(\bar{q}, \bar{p}\ )$;
7. Test de l'hypothèse d'élasticité-prix unitaire ;
8. On suppose qu'un producteur agissant selon le principe de maximisation de profit est affronté à cette demande. Sachant que son coût marginal s'élève à 10 unités, chercher le niveau d'output lorsque le profit est maximum ;
9. On se propose d'estimer la fonction de demande inverse,

$$(2)\ \ \mathrm{p_i = a + b\ q_i + \varepsilon_i\ \forall\ i = 1, \cdots, n}$$

   i. Sans faire de calcul, montrer qu'en général on a la relation

$$(3)\ \ \hat{\mathrm{b}} \neq \frac{1}{\hat{\beta}}\ \ \text{où } \hat{\mathrm{b}} \text{ estimateur MCO de l'équation(2)}$$

   ii. Montrer, toutefois, que la relation (3) est valable dans le cas particulier où le coefficient d'ajustement $R^2 = 1$;
   iii. Montrer que

Enseignante_Selma JELASSI.

$$(4)\ R_1^2 = \frac{t_{\hat{\beta}}^2}{t_{\hat{\beta}}^2 + (n-2)}$$

$$R_1^2 \text{coefficient d'ajustementdu modèle (1)}$$

$$t_{\hat{\beta}} \text{ Statistique de Student} - \text{Test de } \beta$$

iv. Montrer $t_{\hat{\beta}} = t_{\hat{b}}$

Bon travail !

Enseignante_Selma JELASSI.