

$$K = 3980 \text{ Ag}$$



$$m_1 = \dots = m_K = 10$$

$$\sum m_k = 39800$$

UNIVERSITÉ DE CARTHAGE
ECOLE SUPÉRIEURE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE DE L'INFORMATION À TUNIS

ANNÉE UNIVERSITAIRE
2022-2023
DEUXIÈME ANNÉE

Théorie des sondages

Série 4 : Sondage à 2 degrés

Exercice 1 Une banque a 39800 clients dans ses fichiers répartis en 3980 agences gérant chacune exactement 10 clients. On désire estimer la proportion de clients ayant octroyé un crédit auprès de la banque. On sélectionne par sondage aléatoire simple 40 agences et on dénombre dans chaque agence h , A_h clients bénéficiaires d'un prêt. On alors

40 Ag
8
400 Cpt

$$\sum_{h \in E} A_h = 185 \quad \sum_{h \in E} A_h^2 = 1263$$

$$1 \leq h \leq 40$$

$$0 \leq A_h \leq 10$$

sur
total

1. Quelle est la nature de ce sondage?
Pau Grappi
2. Donner l'expression du paramètre à estimer et de son estimateur.
3. Estimer sans biais la variance de cet estimateur et en déduire un intervalle de confiance de niveau asymptotique 95%

Exercice 2 Le ministère de l'éducation souhaite évaluer le niveau des élèves lors de leur entrée en collège. A ce titre, il met à l'essai une enquête par sondage sur un seul gouvernorat. Dans un premier temps, on tire 5 collèges parmi les 50 collèges du gouvernorat désigné, selon un sondage aléatoire simple à probabilités égales sans remise. Ensuite, dans chacun des 5 collèges sélectionnés, on effectue un test de niveau sur un échantillon de 10 élèves (On suppose qu'il y a 1 seule classe de 7ème par collège).

A l'issue du sondage, on a calculé pour chaque collège la note moyenne des 10 élèves évalués ainsi que la variance corrigée dans l'échantillon:

Collège	1	2	3	4	5
Effectif des classes de 7ème	40	20	60	40	48
Note moyenne	12	8	10	12	11
Variance corrigée des notes	1,5	1,2	1,6	1,3	2,0

pour Pechantillon
des 10 élèves

Rappels :

- Dans le cas d'un SAS, on a $\text{Var}(\hat{Y}) = (1 - f) \frac{\sigma_c^2}{n}$.
- $\text{Var}(U_p) = \sum_{h=1}^M \frac{T_h^2}{\pi_{1h}} (1 - \pi_{1h}) + \sum_{h=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq h}}^M \frac{T_h}{\pi_{1h}} \frac{T_k}{\pi_{1k}} (\pi_{1hk} - \pi_{1h} \pi_{1k})$

- $$Var(U_s) = \sum_{h=1}^M \frac{1}{\pi_{1h}} Var(\hat{T}_h)$$

1. Quelle est la nature de ce sondage aléatoire? Expliquer.
2. Donner une estimation du total des notes sur tout le gouvernorat.
3. Estimer le nombre total d'élèves inscrits en 7ème dans le gouvernorat.
4. En supposant qu'il y a exactement 2000 élèves en 7ème dans le gouvernorat, donner une estimation de la note moyenne. Comparer avec la moyenne observée sur l'échantillon.
5. Exprimer la variance de l'estimateur du total des notes en fonction des totaux $Var(\hat{T})$ et de la dispersion des notes par collège.
6. L'estimation de la variance de \hat{T} donne $\widehat{Var}(\hat{T}) = 12\,891\,408$
En déduire un intervalle de confiance de niveau 95% pour le niveau moyen des élèves de 7ème.