Université de Carthage ESSAI Année Universitaire 2023-2024

Examen Micro-Econométrie, 3ème Année, 04 Janv. 2024

(Documents Non Autorisés)

Cette épreuve contient 05 pages Durée, 01h30.

Exercice 1:

1. Déterminer les caractéristiques[1] d'une variable $N(0,1)$ censurée inférieurement, définie par

$$y = y^* I(y^* \geq \alpha) + \alpha I(y^* < \alpha) = Max(y^*, \alpha) \text{ où } y^* \rightsquigarrow N(0,1)$$
$$\Leftrightarrow$$
$$y = \begin{cases} y^* \text{ pour } y^* \geq \alpha \\ \alpha \text{ pour } y^* < \alpha \end{cases}$$
$$avec$$
$$f(.) et\ F(.)\ sont\ resp.\ la\ ddp\ et\ la\ fonction\ de\ répartition\ de\ la\ N(0,1).$$

2. Déterminer la densité de probabilité et l'espérance mathématique[2] d'une variable $N(m, \sigma^2)$ censurée inférieurement, définie par

$$y = y^* I(y^* \geq \alpha) + \alpha I(y^* < \alpha) = Max(y^*, \alpha) \text{ où } y^* \rightsquigarrow N(m, \sigma^2)$$
$$\Leftrightarrow y = \begin{cases} y^* \text{ pour } y^* \geq \alpha \\ \alpha \text{ pour } y^* < \alpha \end{cases}$$
$$avec$$
$$f(.) et\ F(.)\ sont\ resp.\ la\ ddp\ et\ la\ fonction\ de\ répartition\ de\ la\ N(0,1)$$

3. En déduire l'espérance mathématique d'une variable $N(m, \sigma^2)$ censurée inférieurement en zéro.

4.

i. Déterminer la densité de probabilité et l'espérance mathématique d'une variable $N(m, \sigma^2)$ tronquée inférieurement, définie par

$$y = y^* \text{ pour } y^* > \alpha$$
$$\text{et y non observable pour } y^* \leq \alpha$$
$$avec$$
$$f(.) et\ F(.)\ sont\ resp.\ la\ ddp\ et\ la\ fonction\ de\ répartition\ de\ la\ N(0,1)$$

---

[1] Moments d'ordre 1 et 2 de la variable ainsi que sa densité de probabilité.

[2] Aide : Où $y^{**} = \frac{y^* - m}{\sigma} \rightsquigarrow N(0,1) \Rightarrow$ on écrit $y^* = m + \sigma y^{**}$ pour le calcul.

Chargée du Cours : Selma JELASSI.

ii. En déduire la densité de probabilité et l'espérance mathématique d'une variable $N(m, \sigma^2)$ tronquée inférieurement en zéro.

iii. Pour une variable $N(0,1)$ tronquée inférieurement au point α, calculer

$$E(y^2/y > 0) \; et \; V(y/y > 0).$$

Exercice 2:

On cherche à étudier la relation entre une variable binaire y définie par un caractère qualitatif à deux modalités et une variable exogène quantitative x. On dispose de la base de données de 10 observations:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	3	5	2	-5	-5	4	-1	-4	3	-2
y_i	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0

1. Etude du modèle linéaire, MPL (voir graphiques et estimation MCO).
2. Est-ce que le traitement par le modèle linéaire, MPL, se manifeste adéquate pour étudier la relation entre la variable binaire y et la variable exogène quantitative x ? Justifier votre réponse.
3. Econométriquement, définir la spécification retenue pour le caractère discret de la variable expliquée binaire y.
4. Au niveau de l'estimation d'une spécification Probit :

i. Calculer l'accroissement de la probabilité $P(y_i = 1)$ lorsque la variable x augmente d'une unité ;

ii. Pour les 10 observations, calculer[3] :

--Les valeurs ajustées de la variable latente, $\hat{y}_i^*$, et de la probabilité de succès, $F(.)$;

--Les résidus estimés, $\hat{\varepsilon}_i$, ainsi que les résidus standardisés $\widehat{\tilde{\varepsilon}_i}$.

5. Avec une spécification Logit :

i. Définir une approximation du coefficient de la variable x dans le modèle Probit par rapport au coefficient dans le modèle Logit.

ii. Est-ce que les résultats de calcul effectué en 4.ii) restent les mêmes[4] dans le modèle Logit, en dépit des valeurs numériques différentes des paramètres dans les deux modélisations? justifier votre réponse.

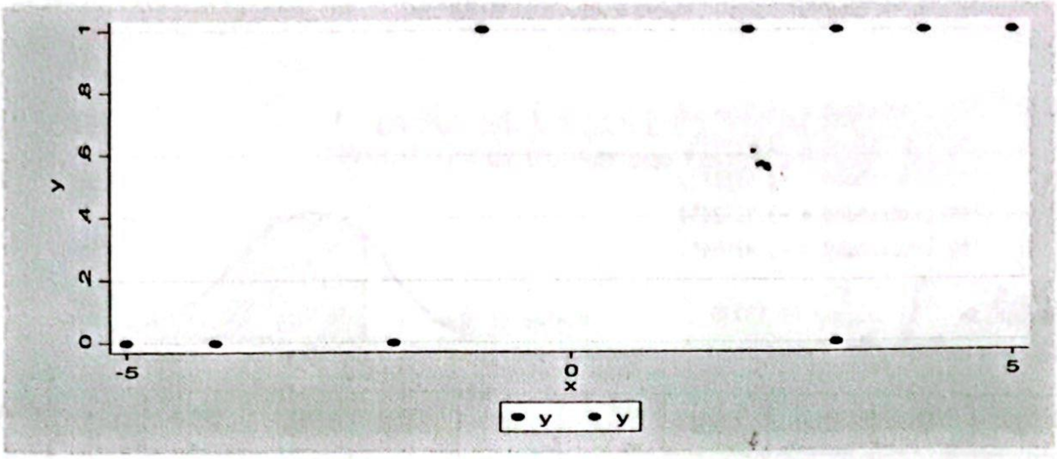
iii. Calculer l'accroissement de la probabilité $P(y_i = 1)$ lorsque la variable x augmente d'une unité ;

iv. Interprétation des résultats d'accroissement de la probabilité $P(y_i = 1)$ trouvés en 4.i) et 5.iii).

---

[3] SVP, mettre le calcul dans un tableau à 10 observations.

[4] Répondre sans faire de calculs.



Graphique 1

```
. summarize y x
```

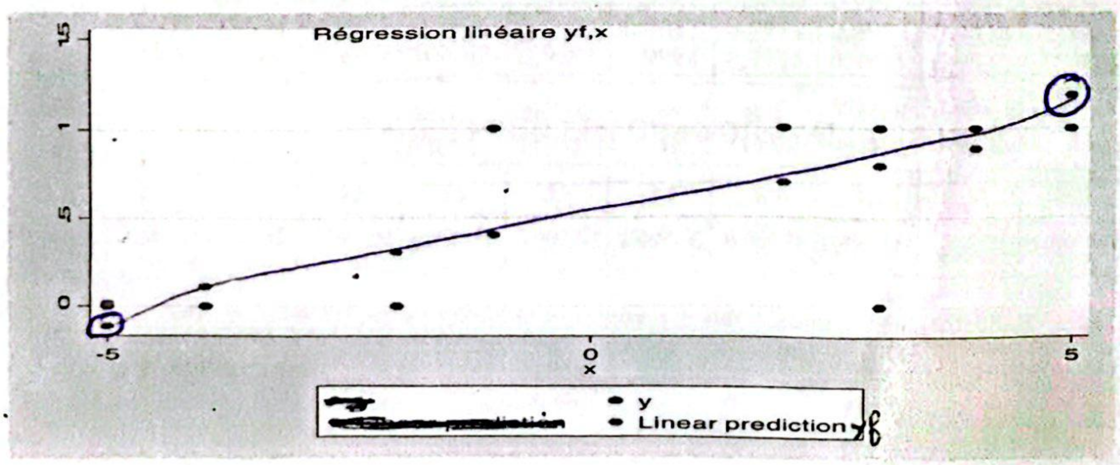
Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
y	10	.5	.5270463	0	1
x	10	0	3.858612	-5	5

```
. regress y x
```

Source	SS	df	MS
Model	1,26119403	1	1.26119403
Residual	1.23880597	8	.154850746
Total	2.5	9	.277777778

Number of obs =	10
F(1, 8) =	8.14
Prob > F =	0.0214
R-squared =	0.5045
Adj R-squared =	0.4425
Root MSE =	.39351

y	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
x	.0970149	.0339942	2.85	0.021	.0186243	.1754056
_cons	.5	.124439	4.02	0.004	.2130431	.7869569



```
. probit y x

Iteration 0:   log likelihood = -6.9314718
Iteration 1:   log likelihood = -3.9297907
Iteration 2:   log likelihood = -3.9162609
Iteration 3:   log likelihood = -3.9162494
Iteration 4:   log likelihood = -3.9162494

Probit regression                           Number of obs   =        10
                                            LR chi2(1)      =      6.03
                                            Prob > chi2     =    0.0141
Log likelihood = -3.9162494                 Pseudo R2       =    0.4350
```

y	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
x	.3380009	.1689658	2.00	0.045	.0068341	.6691678
_cons	-.0848442	.5188846	-0.16	0.870	-1.101839	.9321509

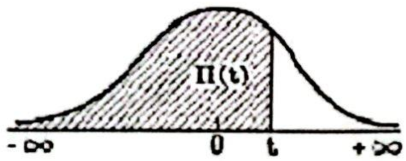
```
logit y x

Iteration 0:   log likelihood = -6.9314718
Iteration 1:   log likelihood = -3.9796317
Iteration 2:   log likelihood = -3.9730331
Iteration 3:   log likelihood = -3.9730152
Iteration 4:   log likelihood = -3.9730152

Logistic regression                         Number of obs   =        10
                                            LR chi2(1)      =      5.92
                                            Prob > chi2     =    0.0150
Log likelihood = -3.9730152                 Pseudo R2       =    0.4268
```

y	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
x	.5558088	.3025633	1.84	0.066	-.0372045	1.148822
_cons	-.0867208	.9138199	-0.09	0.924	-1.877775	1.704333

1. TABLE DE LA LOI DE LAPLACE-GAUSS
(Probabilité de trouver une valeur inférieure à x)



$$\pi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-t^2/2}\, dt\ .$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE X

x	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$F(x)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota. — La table donne les valeurs de $F(x)$ pour x positif. Lorsque x est négatif, il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemples : pour $x = \ \ 1,37 \quad F(x) = 0,9147$
pour $x = -1,37 \quad F(x) = 0,0853$