On considère une ville linéaire de longueur 1 et dont la population est constituée d'un grand nombre N de consommateurs qui se répartissent uniformément sur le territoire. Une position générique sur cet espace sera notée x. Un consommateur, quelle que soit sa position dans la ville, accorde la valeur brute $\bar{s}$ au bien. Le coût de transport pour un consommateur est de la forme : t × (distance parcourue).

Dans un premier temps, une entreprise E1 se trouve seule sur ce territoire à la position 0. Son coût marginal de production est c.

1. Calculer la demande pour le bien en fonction du prix $p1 \in R+$.
2. Calculer le prix choisi par l'entreprise E1. Discuter selon la valeur de $\bar{s}$

1. Le consommateur en x achète ssi

$$\bar{s} - p_1 - tx \geq 0$$

i.e. ssi $x \leq (\bar{s} - p_1)/t$. La demande est donc

$$D(p) = \max\{\frac{1}{t}(\bar{s} - p_1) \ ; \ 1\}$$

2. Le prix de monopole sachant que $P = \bar{s} - tQ$ est alors

$$p_1^* = \max\{\frac{\bar{s} + c}{2} \ ; \ \bar{s} - t\}$$

et la quantité est

$$Q^* = \min\{\frac{\bar{s} - c}{2t} \ ; \ 1\}$$

En effet, soit la solution est intérieure, et c'est le premier terme, classique, qui porte, soit on a une solution en coin (tout le monde achète) et le prix est le plus haut qui permet la participation totale.

Dans un second temps, une entreprise concurrente, E2, s'installe sur ce territoire à la position 2/3. Son coût marginal de production est également c et elle produit exactement le même bien.

3. Dans le duopole formé, calculer la demande de chaque entreprise pour des prix p_1, p_2 tels que le marché soit intégralement couvert (tout habitant achète le bien quelque part).

3. Le consommateur préfère $E1$ ssi

$$\bar{s} - p_1 - tx \geq \bar{s} - p_2 - t(2/3 - x)$$

D'où la position du consommateur indifférent

$$\tilde{x} = \frac{1}{3} + \frac{p_2 - p_1}{2t}$$

La demande de $E1$ est du type

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{1}{3} + \frac{p_2 - p_1}{2t}$$

La demande de $E2$ est du type

$$D_2(p_1, p_2) = \frac{2}{3} + \frac{p_1 - p_2}{2t}$$

4. Supposons une concurrence simultanée en prix (les entreprises choisissent simultanément leurs prix). En utilisant le profit de chaque firme, calculer sa fonction de réaction (meilleure réponse) en prix.

4. Réaction des entreprises

$$p_1 = c/2 + p_2/2 + t/3$$

et

$$p_2 = c/2 + p_1/2 + 2t/3$$

5. Calculer l'équilibre en prix et commenter.

5. Equilibre

$$p_1 = c + (8/9)t$$

et

$$p_2 = c + (10/9)t$$

Les demandes sont alors $D_1 = 4/9$ et $D_2 = 5/9$.
Comme $E2$ utilise son pouvoir de marché pour faire des profits sur la clientèle captive à droite, elle cède un peu de terrain sur la partie concurrentielle.
Il y a un biais qui fait que le consommateur indifférent à l'équilibre est plutôt à droite de $1/3$ (=milieu du segment entre $E1$ et $E2$).

Supposer maintenant que le bien vendu par E1 est moins désirable que le bien vendu par E2 : sa valeur brute pour le consommateur est $\bar{s}_1$ pour E1, elle vaut $\bar{s}_2$ pour E2. On suppose que $\bar{s}_1 < \bar{s}_2$

6. Que devient l'équilibre ? commenter.

6. Remarquer qu'en général on a :

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{1}{3} + \frac{p_2 - \bar{s}_2 - p_1 + \bar{s}_1}{2t}$$

et

$$D_2(p_1, p_2) = \frac{2}{3} + \frac{p_1 - \bar{s}_1 - p_2 + \bar{s}_2}{2t}$$

Les prix d'équilibre :

$$p_1 = c + (8/9)t + (1/3)(\bar{s}_1 - \bar{s}_2)$$

et

$$p_2 = c + (10/9)t + (1/3)(\bar{s}_2 - \bar{s}_1)$$

La demande à $E1$ d'équilibre est

$$D_1 = \frac{3\bar{s}_1 - 3\bar{s}_2 + 8t}{18}$$

On trouve que $D_1 = 1/2$ si $\bar{s}_1 = \bar{s}_2 + t/3$, donc si la qualité du bien 1 est supérieure à celle du bien 2 d'un montant $t/3$.

Exercice 2 : Modèle de différenciation verticale

On considère le modèle de différenciation verticale. Il y a deux firmes 1 et 2. La firme i (i=1, 2) produit un bien de qualité k_i.

Le coût de **<u>chaque unité</u>** produite est $\mathbf{k_i^2}$.

On suppose que $k_2 > k_1$

On suppose que les préférences des consommateurs sont décrites par **U= θk-p** (si le consommateur consomme une unité du bien et **0**, sinon. Le paramètre de goût pour la qualité (θ) est uniformément distribué dans un intervalle **unitaire** ($\underline{\theta} = 0$ *et* $\overline{\theta} = 1$). La densité est égale à un (autrement dit, à chaque position on a un seul consommateur ou encore N=1). Chaque consommateur achète au maximum une unité du bien.

1- Sachant que le marché est couvert (tous les consommateurs peuvent acquérir le produit), déterminer les expressions des fonctions de demande.

Les préférences des consommateurs sont données par :

U= θk_1-p_1 s'il achète un bien de qualité k_1 au prix p_1 (chez la firme 1);

U= θk_2-p_2 s'il achète un bien de qualité k_2 au prix p_2 (chez la firme 2);

(u = 0 s'il **n'achète** pas)

Le consommateur préfère acheter chez la firme 1 plutôt que chez la firme 2 si

$\theta k_1 - p_1 > \theta k_2 - p_2$ c-à-d **$\theta(k_2-k_1) < p_2-p_1$**

Ou encore $\theta < (p_2-p_1)/(k_2-k_1)$

On trouve alors les fonctions de demande suivantes :

$$D_1(p_1,p_2) = \frac{p_2-p_1}{k_2-k_1} - \underline{\theta} = \frac{p_2-p_1}{k_2-k_1}$$

$$D_2(p_1,p_2) = \bar{\theta} - \frac{p_2-p_1}{k_2-k_1} = 1 - \frac{p_2-p_1}{k_2-k_1}$$

2- Supposons une concurrence simultanée en prix. Déterminer à l'équilibre de Nash et les profits des deux firmes.

On peut alors déduire les fonctions de profit des deux firmes :

$$\Pi_1(p_1,p_2) = p_1 D_1 - k_1^2 D_1 = (p_1 - k_1^2)\frac{p_2-p_1}{k_2-k_1}$$

$$\Pi_2(p_1,p_2) = p_2 D_2 - k_2^2 D_2 = (p_2 - k_2^2)(1 - \frac{p_2-p_1}{k_2-k_1})$$

Pour déterminer l'équilibre en prix, on dérive chaque fonction de profit par rapport au prix correspondant. On obtient ainsi :

$$\partial\Pi_1(p_1,p_2)/\partial p_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{p_2 - p_1 - p_1 + k_1^2}{k_2-k_1} = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{p_2+k_1^2}{2}$$

$$\partial\Pi_2(p_1,p_2)/\partial p_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{k_2 - k_1 - p_2 + p_1 - p_2 + k_2^2}{k_2-k_1} \Leftrightarrow p_2 = \frac{p_1 + k_2^2 + k_2 - k_1}{2}$$

Il s'agit de résoudre ce système des deux équations à des inconnues pour obtenir :

$$p_1 = \frac{2k_1^2 + k_2^2 + k_2 - k_1}{3}$$

$$p_2 = \frac{k_1^2 + 2k_2^2 + 2k_2 - 2k_1}{3}$$

Souvent les prix peuvent être plus vite ajustés que les caractéristiques ou la qualité du produit. Ainsi, on suppose que les entreprises choisissent d'abord ces caractéristiques et ensuite, lorsqu'elles se font concurrence en prix, elles prennent ces qualités comme données. Par conséquent, les entreprises choisiront leurs qualités en anticipant l'effet de cette différenciation sur l'intensité de la concurrence en prix.

3. On suppose maintenant que la qualité de la firme 1 est définie de manière exogène au niveau $k_1 = 0$. Déterminer la qualité optimale choisie par la firme 2.

Pour $k_1=0$, les prix deviennent

$$p_1 = \frac{k_2^2 + k_2}{3}$$

$$p_2 = \frac{2k_2^2 + 2k_2}{3}$$

On peut alors déduire la fonction de demande de la firme 2 ainsi que son profit qui s'écrit :

$$\Pi_2(p_1, p_2) = (\frac{2k_2 - k_2^2}{3})(1 - \frac{k_2^2 + k_2}{3k_2})$$

$$\Pi_2 = \frac{k_2(2 - k_2)^2}{9}$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial k_2} = ((2 - k_2)^2 - 2(2 - k_2)\, k_2)\frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{(2 - 2k_2 - k_2)(2 - k_2)}{9} = 0$$

Deux candidats sont possibles $k_2=2$ ou $k_2=2/3$

$$\frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial {k_2}^2} = (3k_2 - 4)\frac{2}{9}$$

En passant à la dérivée seconde, on constate que le profit est convexe en $k_2=2$ et concave en $k_2=2/3$. Le second candidat est bien un maximum local.