

## Université de Carthage

### Ecole Supérieure de la Statistique et de l'Analyse de l'Information

#### Examen

Module: Théories de sondage	Enseignant: Mokhtar KOUKI & Selma JELASSI
Classe: 2 <sup>ème</sup> Année	Nombre de pages: 02
Date : 3 janvier 2024	Durée: 1h30
Session: Principale	Documents: non autorisés

#### Exercice 1: (6 points=2+1+2+1)

On considère le nombre de clients qui fréquentent des magasins dans une journée ; classées selon la taille : Petite, Moyenne et Grande. On sait qu'il y a 1200 de petite taille, 800 de taille moyenne et 400 de grande taille. On prélève un échantillon, par sondage aléatoire simple, de 100 magasins de chaque classe et on enregistre le nombre de clients (noté  $Y$ ) par magasin par jour. Les données sont résumées dans le tableau suivant :

Classe de magasin	Petite	Moyenne	Grande
$\sum_{i \in s_h} Y_{ih}$	6000	10000	6000
$\sum_{i \in s_h} (Y_{ih} - \bar{Y}_h)^2$	3600	5200	4800

1. Calculer un estimateur du nombre moyen de clients par magasin
2. Construire un intervalle de confiance à 95% du nombre moyen de clients par magasin
3. Calculer la variance correspondant à une allocation proportionnelle et par rapport à une allocation au sens de Neyman de l'échantillon total.
4. Quels sont les gains de précision par rapport à l'allocation initiale.

**Exercice 2 (3 points)** Quelle taille d'échantillon est nécessaire pour estimer la proportion de personnes ayant du sang du groupe O dans une

population de 2000 personnes pour être à 0,04 près de la vraie proportion et avec 95% de niveau de confiance ?

**Exercice 3 (7 points : 2+3+2)** On considère une population de taille  $N = 3$  ( $i=1, 2$  et  $3$ ). Et on considère un tirage avec remise de 2 unités. Les données sont résumées dans le tableau suivant :

Unité	Y	$P_i$ =Probabilité de tirage
1	20	0.4
2	15	0.2
3	30	0.4

- déterminer les échantillons possibles et les probabilités de tirage de chaque échantillon. En déduire les probabilités d'inclusion de chaque unité statistique
- Pour chaque échantillon, calculer les estimateurs du Total, de Horvitz-Thompson et de Hajek.
- Calculer l'espérance de l'estimateur de chaque estimateur. Conclure.

**Exercice 4 (4 points : 1+1+2)** Sur un campus universitaire de 1765 étudiants, un échantillon de 250 étudiants est prélevé suivant un plan de sondage aléatoire simple et sans remise. Parmi ces 250 étudiants, 189 admettent regarder la télévision plus de 1 heure par jour. On note  $p_u$  la proportion des 1765 étudiants qui admettent cela.

- Calculer le taux de sondage ;
- Donner une estimation ponctuelle de  $p_u$  ;
- Déterminer la taille d'échantillon à choisir pour avoir une incertitude relative sur  $p_u$  inférieure ou égale à 5% au niveau de confiance 95%.

**Indication :**  $P(N(0, 1) > 1.96) = 0.025$