Chapitre 2:
Microéconomie en marché parfait: la théorie de l'offre

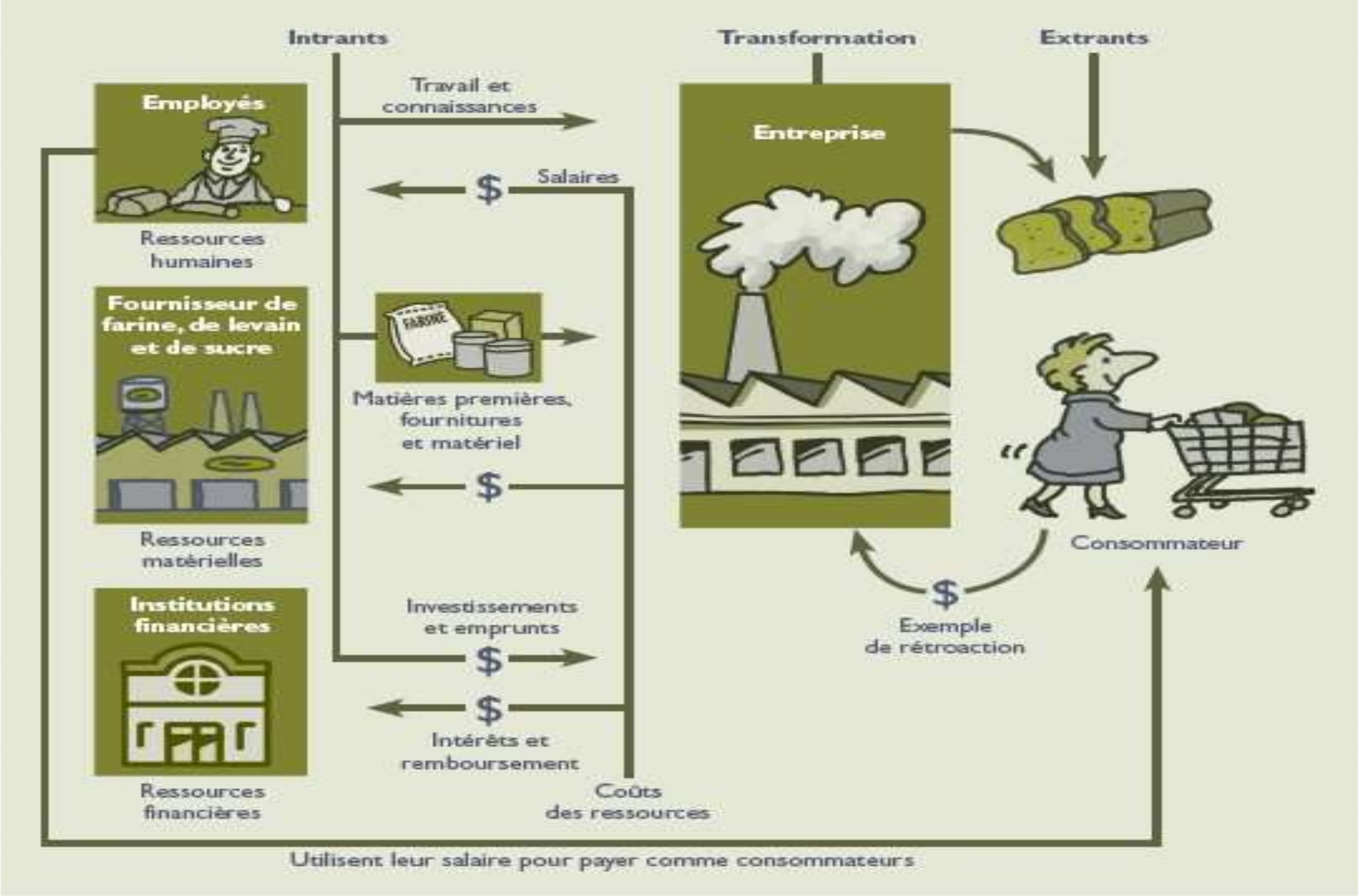
1. La fonction de production:

1.1. Définition

Une fonction de production résume toutes les caractéristiques technologiques et organisationnelles de la firme. L'approche de la firme comme une boîte noire considère seulement les entrées et les sorties.

Inputs = Intrants = facteurs de production	→	Production = Transformation des facteurs de production en biens et services	→	**Outputs=** biens et services produits

1. La fonction de production:



1.2. Facteurs de production

- Matières premières (gaz , pétrole, bois, …) : les facteurs qui sont directement extrait de la nature/Consommations intermédiaires (papier, acier, …): qui sont produit par d'autres firmes.

- Facteur fixe : si on ne peut pas changer la quantité du facteur pendant la période d'étude (les bâtiments ou les machines d'une usine = capital)/ Facteur variable: si la quantité utilisée peut être modifié (matières premières, mains d'œuvre = travail).

1.3. fonction et ensemble de production

- Si on considère le maximum d'output ***y*** que la firme peut produire à partir d'une combinaison d'inputs $(x_1, x_2, ..., x_n)$, alors on a la fonction de production :

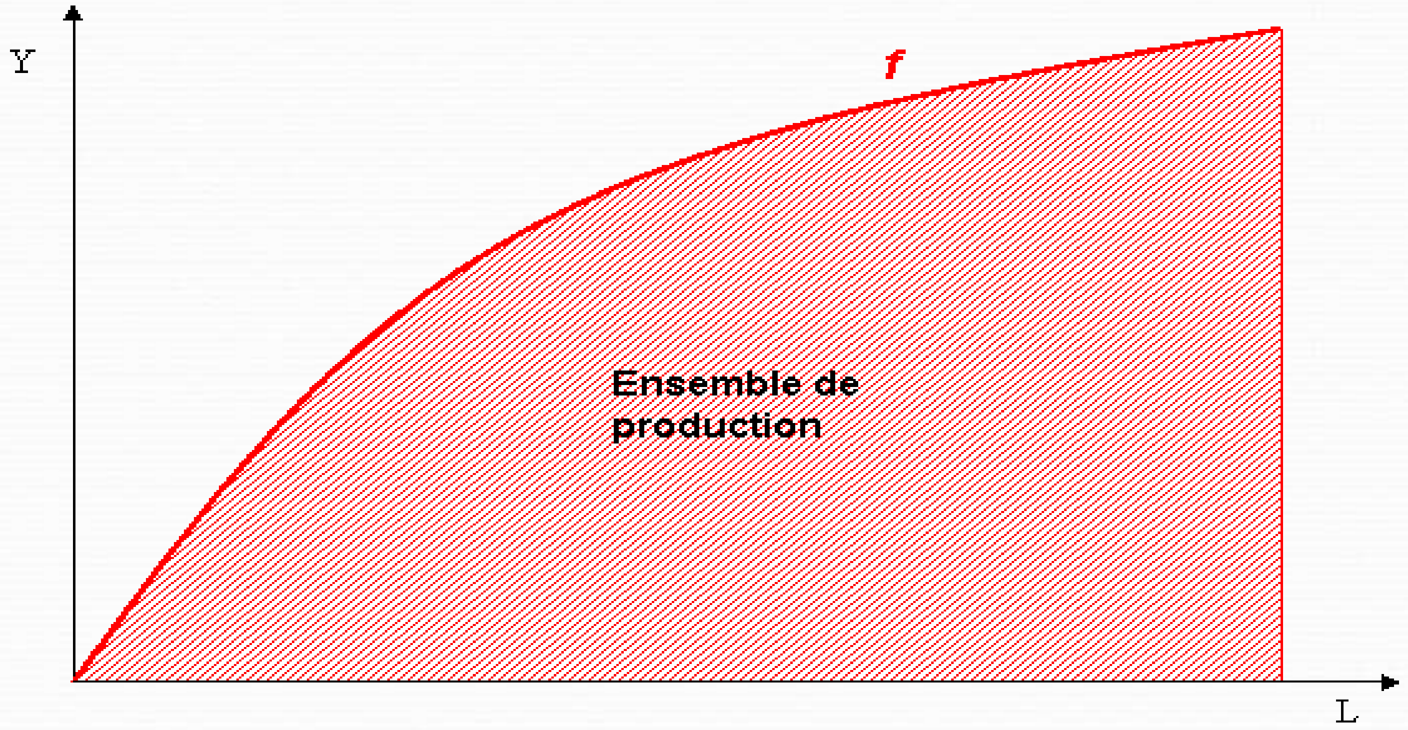
$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

➡ **<u>Contrainte technologique</u>**

Exemple : Un bien peut s'obtenir à partir du facteur travail (L) et facteur capital (K) : $Y = F(L, K)$

$$y \leq f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

- L'ensemble **<u>des productions techniquement possible</u>** est alors représenté par :



Fonction et ensemble de production dans le cas d'un seul facteur (travail)

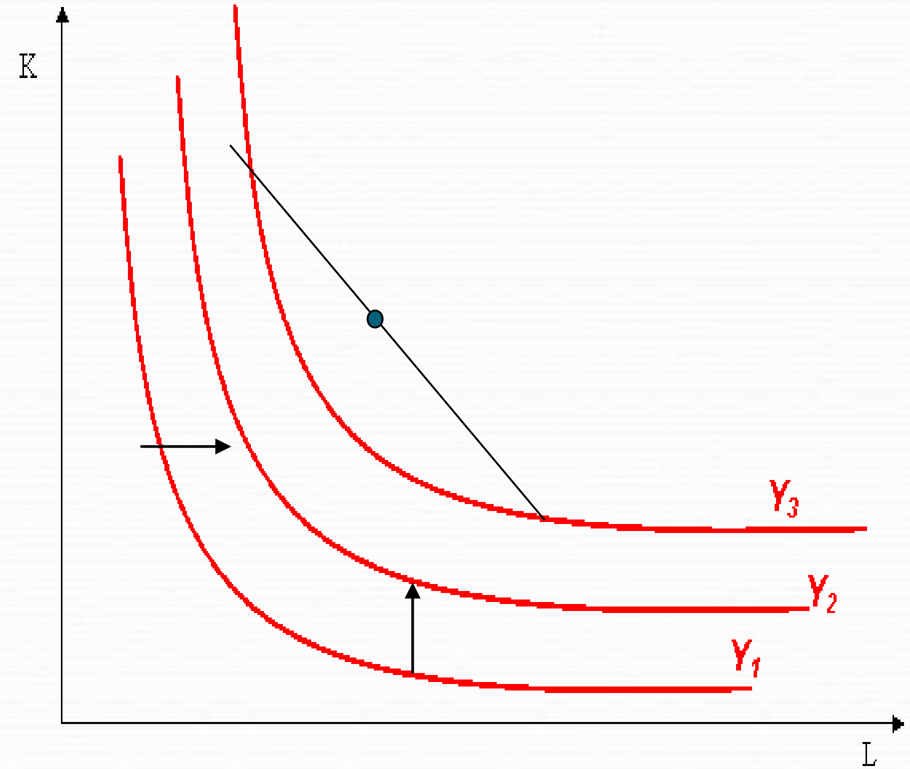
La production totale est croissante avec la quantité des facteurs de production utilisés.

1.4. Isoquant et combinaisons de facteurs

- **Définition d'isoquant :**
  lieu géométrique de l'ensemble des combinaisons d'inputs (k,L) donnant le même niveau de production.

- **Les propriétés de ces courbes** :
  monotonie
  convexité

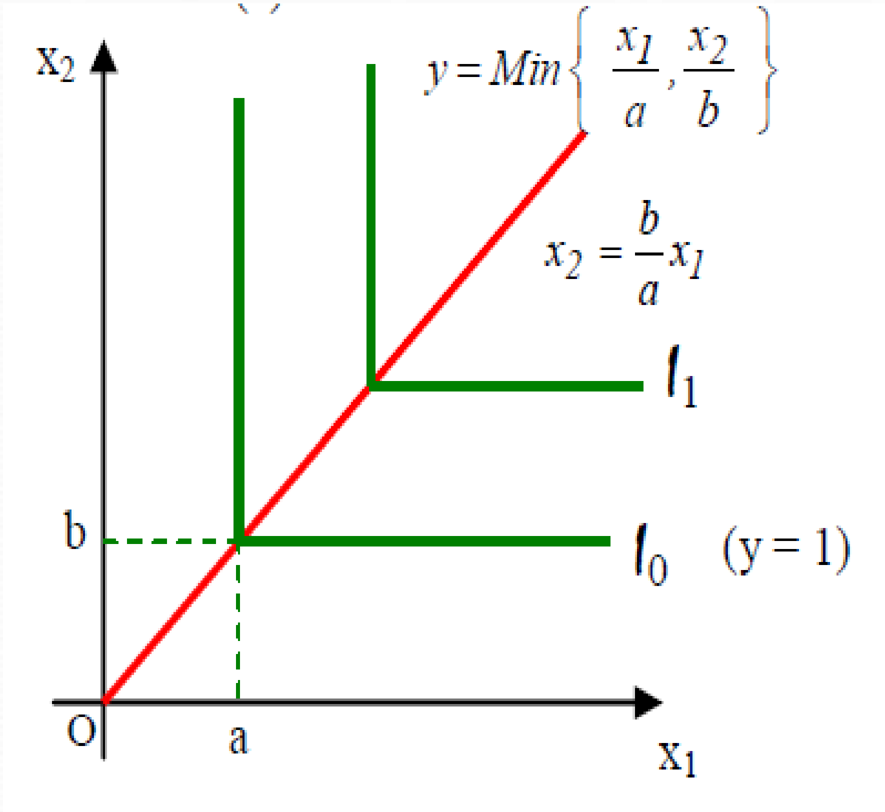
Exemple du capital et du travail



La forme de l'isoquant dépend des caractéristiques de la technique de production utilisée. On distingue deux cas :

a) **Fonction de production à facteurs complémentaires :**

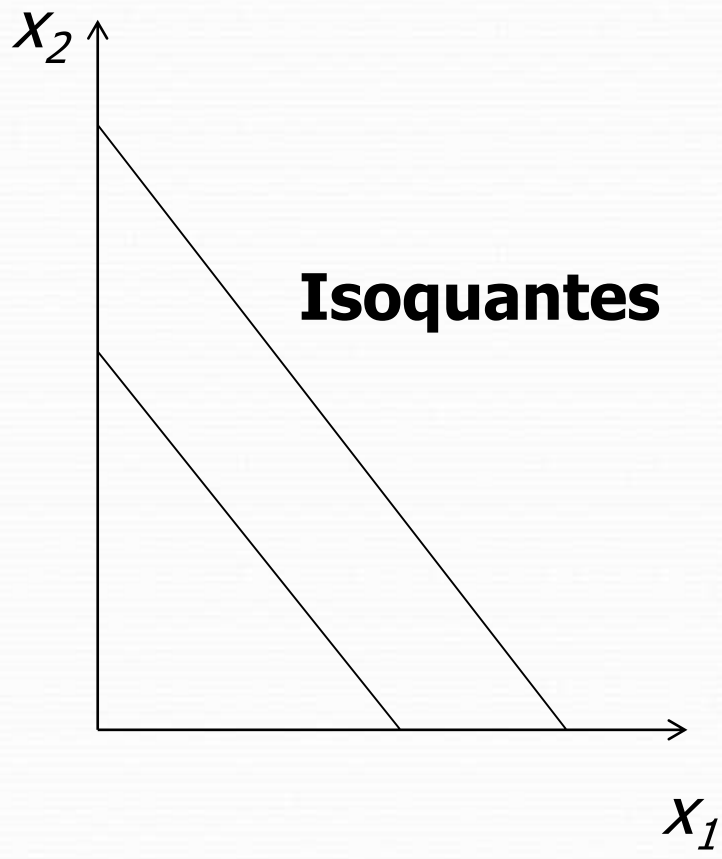
Pour produire un output, il faut combiner les inputs dans **des proportions fixes**.



Exemple : Pour produire 1 vélo, il faut 2 roues et 1 cadre.

b) Fonction de production à facteurs parfaitement substituables :

Deux facteurs sont des **substituts parfaits** si lors de la production on peut substituer un facteur à l'autre à taux constant



Exemple : Une heure de travail par un homme ou par une femme

2. Caractérisation de la fonction de production

2.1. Productivité moyenne d'un facteur

- La productivité moyenne est la quantité d’output qu’on peut produire en moyenne par unité d’input. La productivité moyenne d'un facteur (L) est définie en fixant l'autre ou les autres facteurs (K) :

$$PM = \overline{Y} = \frac{f(L)}{L}$$

2.2. Productivité marginale

- La productivité marginale d'un facteur est le supplément d'output entraîné par une unité supplémentaire de ce facteur (L), en fixant les autres facteurs de production (K):

$$\frac{\Delta f}{\Delta L} = \frac{\Delta f = f(L + \Delta L, \overline{K}) - f(L, \overline{K})}{\Delta L}$$

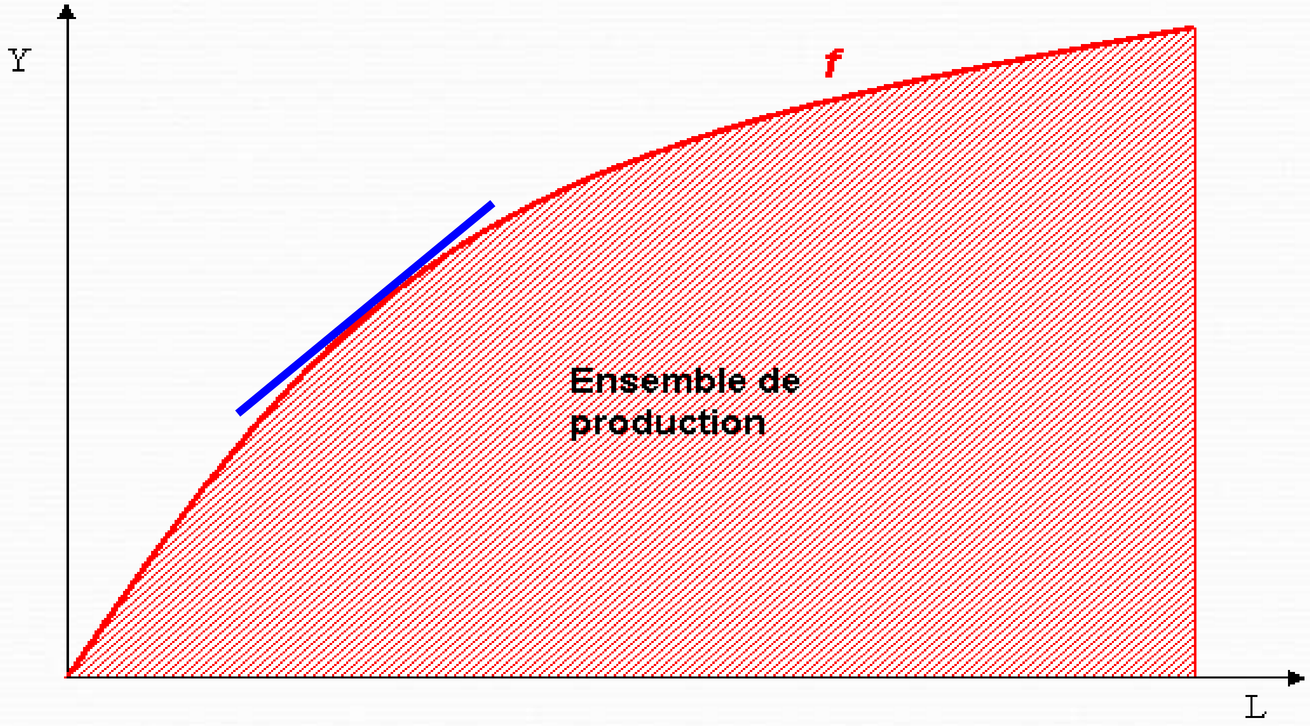
- Pour des variations très petites (infinitésimales) de ce facteur:

$$\lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta L} = \frac{\partial f}{\partial L} \quad \Leftrightarrow \quad Pm_L = \frac{\partial f}{\partial L}$$

- la productivité marginale est décroissante uniformément : chaque supplément du facteur L contribue de plus en plus faiblement à la production : $\dfrac{\partial^2 f}{\partial^2 L} < 0$

La loi de la productivité marginale décroissante

La production totale augmente mais à un rythme décroissant



Pm_1 = pente de la tangente de la fonction de production en un point.

2.3. Taux Marginal de Substitution Technique

- Le Taux Marginal de Substitution Technique ($TMST_{KL}$) est la quantité de facteur K nécessaire pour compenser la diminution d'une unité du facteur L (même niveau de production) : $\frac{\Delta K}{\Delta L}$

Si l'on considère des variations infinitésimales, alors le TMST est :

$$TMST_{KL} = -\frac{dK}{dL} = \frac{PmL}{PmK}$$

TMS_{KL} est décroissant % à L ⟺ Isoquant convexe

TMS_{KL} correspond à la valeur absolue de la pente de la tangente à l'isoquant au point considéré

2.4. Rendement d'échelle (RE)

RE: traite la manière d'évolution de la production quand les facteurs K et L varient dans la même proportion -c'est le degré d'homogénéité de la fonction de production

2.4. Rendement d’échelle

- Les rendements d’échelle sont *croissants* si la production augmente plus que proportionnellement que l’augmentation des K et L : $f(\lambda X_1, \lambda X_2, \lambda X_3, \dots \dots, \lambda X_l) > \lambda f(X_1, X_2, X_3, \dots \dots, X_l)$
- Les rendements d’échelle sont constants si la production augmente exactement dans la même proportion que l’augmentation des K et L :

$$f(\lambda X_1, \lambda X_2, \lambda X_3, \dots \dots, \lambda X_l) = \lambda f(X_1, X_2, X_3, \dots \dots, X_l)$$

- Les rendements d’échelle sont décroissants si la production augmente alors moins que proportionnellement que l’augmentation des K et L :

$$f(\lambda X_1, \lambda X_2, \lambda X_3, \dots \dots, \lambda X_l) < \lambda f(X_1, X_2, X_3, \dots \dots, X_l)$$

Une classe particulière de fonctions de production permet de déterminer facilement la nature de rendements d'échelle. Il s'agit des fonctions homogènes. Une fonction est homogène de degré k, k ∈ R+ si:

$$f(\lambda X_1, \lambda X_2, \lambda X_3, \dots \dots, \lambda X_l) = \lambda^k f(X_1, X_2, X_3, \dots \dots, X_l)$$

Pour $\lambda > 1$:

si k>1 donc $\lambda^k > \lambda$ d'où les rendements d'échelle sont croissants ;

si k=1 donc $\lambda^k = \lambda$ d'où les rendements d'échelle sont constants ;

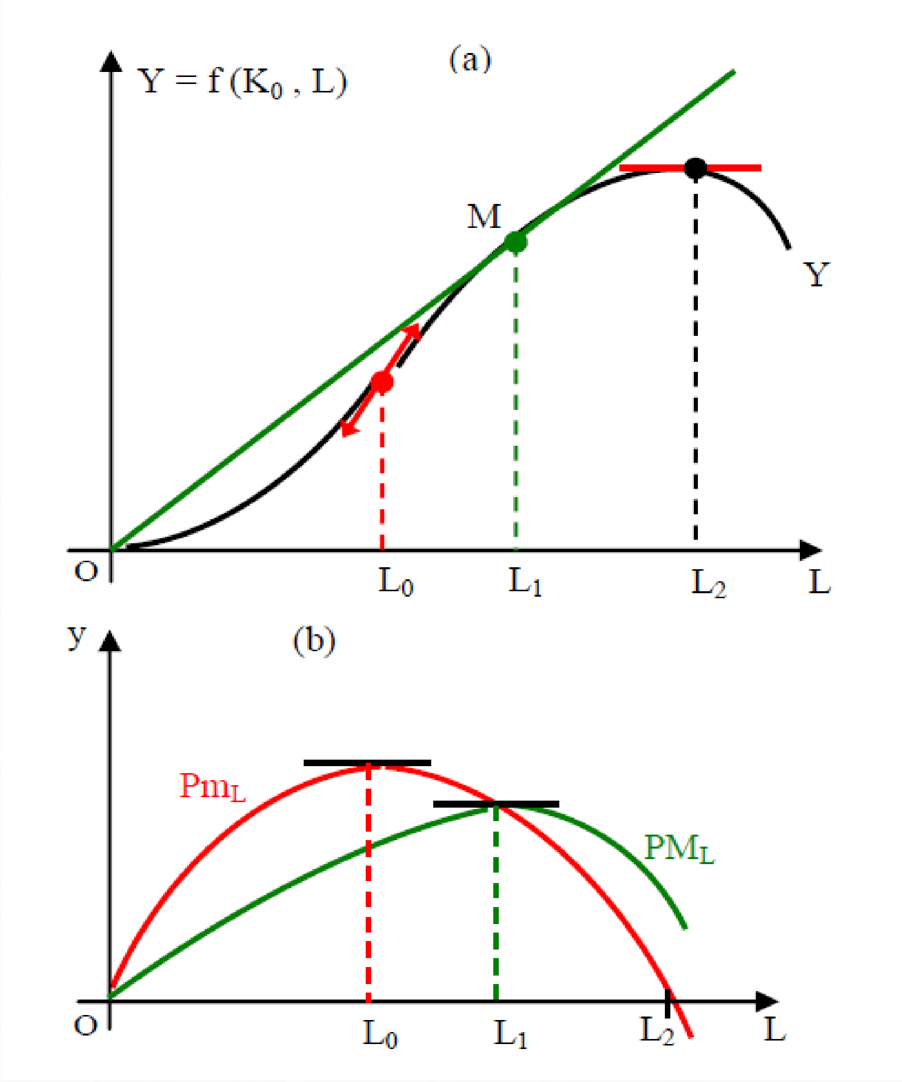
si k<1 donc $\lambda^k < \lambda$ d'où les rendements d'échelle sont décroissants.

2.5. L’´elasticit´e de substitution technique entre facteurs de production

- on définit **l’élasticité de substitution technique entre les facteurs de production,** notée σ , comme le rapport de la variation relative des quantités de facteurs utilisés dans le processus de production sur la variation relative du TMST (en un point donné).

$$\sigma_{K,L} = \frac{\dfrac{d\,K/L}{K/L}}{\dfrac{dTMST}{TMST}}$$

2.6. Fonction de production à cour terme



- Cas des secteurs où des économies d'échelle croissantes existent au début de l'intervalle de production mais elles sont épuisées au-delà d'un certain niveau de production, laissant la place à des économies d'échelle décroissantes.

- *La fonction de production à court terme traduit la relation entre le niveau de la* production et celui du facteur variable **(L)**, pour un niveau donné du facteur fixe **(K_0).**

- **Phase 1 : $L \leq L_o$** (la Pm atteint son maximum)

  La production augmente plus que proportionnellement par rapport au travail.

  Pm croît, PM croît et Pm > PM

- **Phase 2 : $L_o \leq L \leq L_1$** (la Pm atteint son maximum)

  La production augmente moins rapidement que le travail, donc les rendements marginaux de travail sont décroissant.

  Pm décroît , PM croît et Pm $\geq$ PM

- **Phase 3 : $L_1 \leq L \leq L_2$** (la PM atteint son maximum)

  Pm décroît , PM décroît et PM $\geq$ Pm

- **Phase 4 : $L \geq L_2$** **(au pt L_2** Pm = 0 et Y à son max PM > 0)

  Pm $\leq$ 0 et PM $\geq$ Pm

3.Coût de production

3.1. Définition

- On appelle **fonction de coût,** la fonction *C(.)* qui, pour un vecteur *des prix des facteurs, associe le coût des inputs* utilisés dans la production d'une quantité d'output donnée **Y**.

  Le coût de production s'écrit:

$$\boldsymbol{C(L,K) = w\,L + r\,K}$$

Ou

$$\boldsymbol{C(Y) = w\,L(Y) + r\,K\,(Y)} \text{ (à LT tous les coûts sont variables)}$$

Avec:

w : le salaire (le coût du travail)

r : la rémunération du capital (le taux d'intérêt).

3.2. Droites d'isocoûts

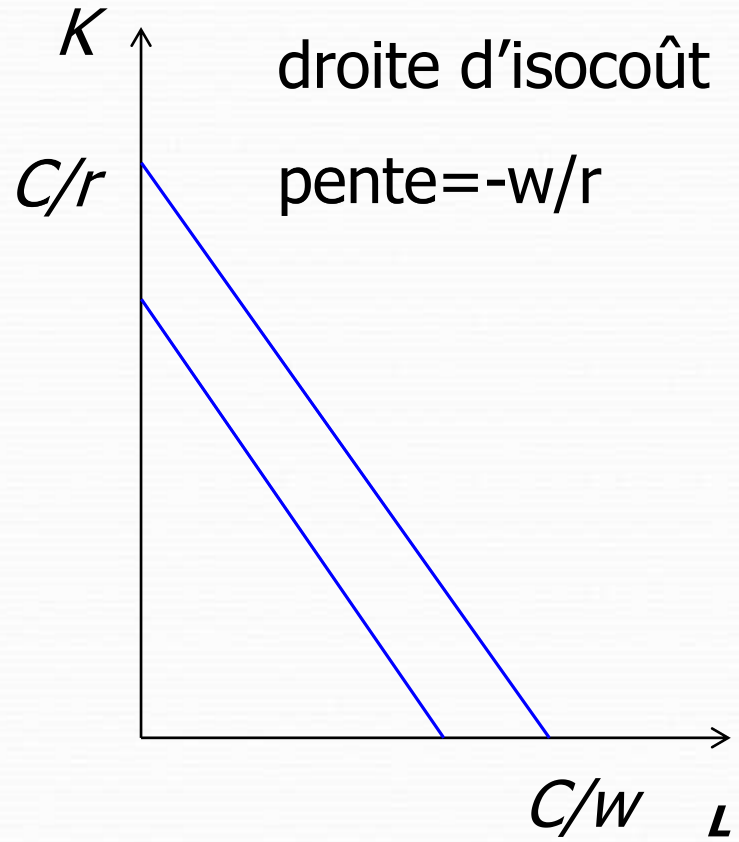
La droite d'isocoût représente toutes les combinaisons d'inputs qui correspondent à un certain niveau de coût C :

L'équation de la droite d'isocoût:

$$w\,L + r\,K = C$$

Ou

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r}L$$



3.3. Fonctions de coûts de court terme vs coûts de long terme

- Les fonctions de coûts peuvent représenter:

- des coûts **de court terme** : évolution des coûts quand l**e(s) facteur(s) variable(s) augmente(nt)** mais que la quantité d'un facteur au moins reste constante ;

$$CT(Y) = CF + CV(Y)$$

- des coûts **de long terme** : évolution des coûts quand la quantité de tous les facteurs augmente.

$$CT(Y) = CV(Y)$$

- En général on considère que le capital est le facteur fixe à court terme (nécessite des investissements), et le travail le facteur variable (la réalisation d'heures supplémentaires):

3.2. Coût moyen et coût marginal

- **Le coût moyen CM** représente le coût par unité produite :

$$CM(Y) = \frac{CT(Y)}{Y}$$

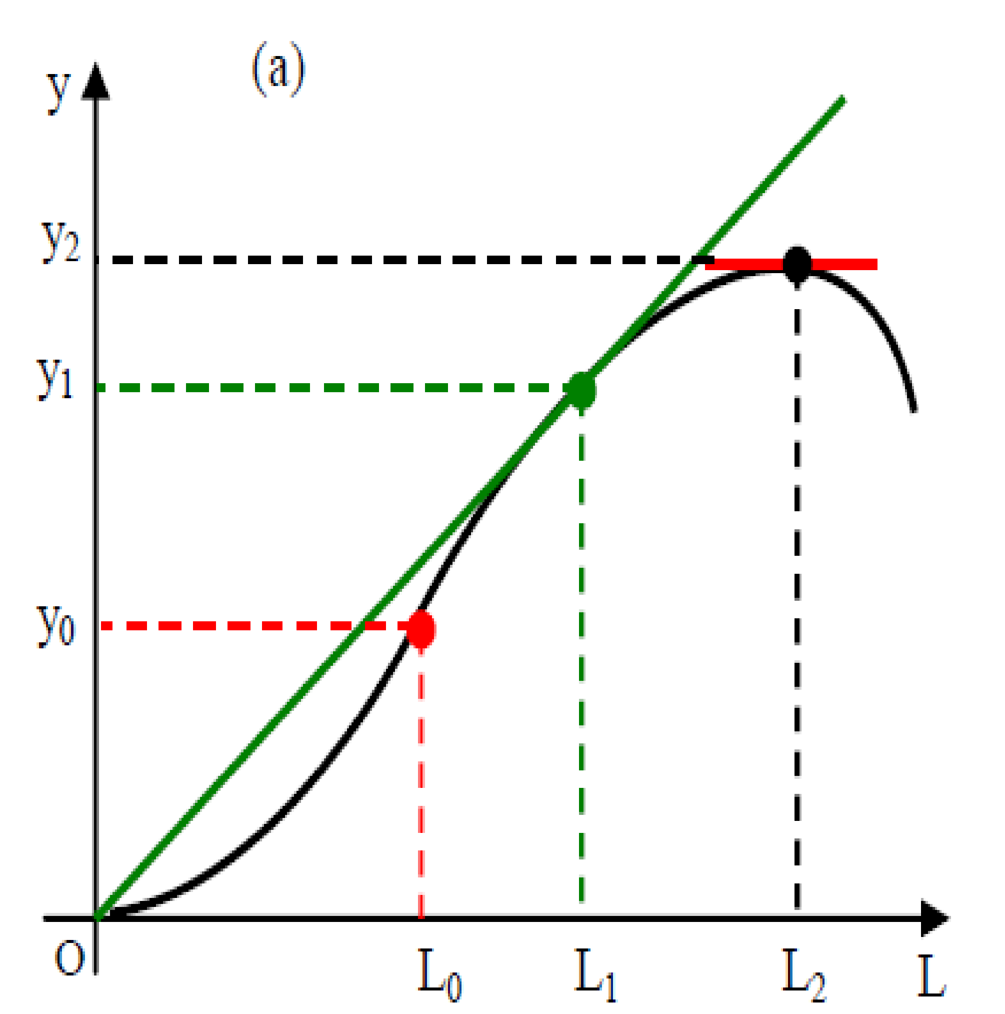
A court terme : $CM(Y) = \frac{CF}{Y} + \frac{CV(Y)}{Y} = CFM + CVM$

A long terme : $CM(Y) = CVM$

- **Le coût marginal Cm** est l'accroissement du coût induit par la production d'une unité d'output supplémentaire :

$$Cm = \frac{\partial C(Y)}{\partial Y}$$

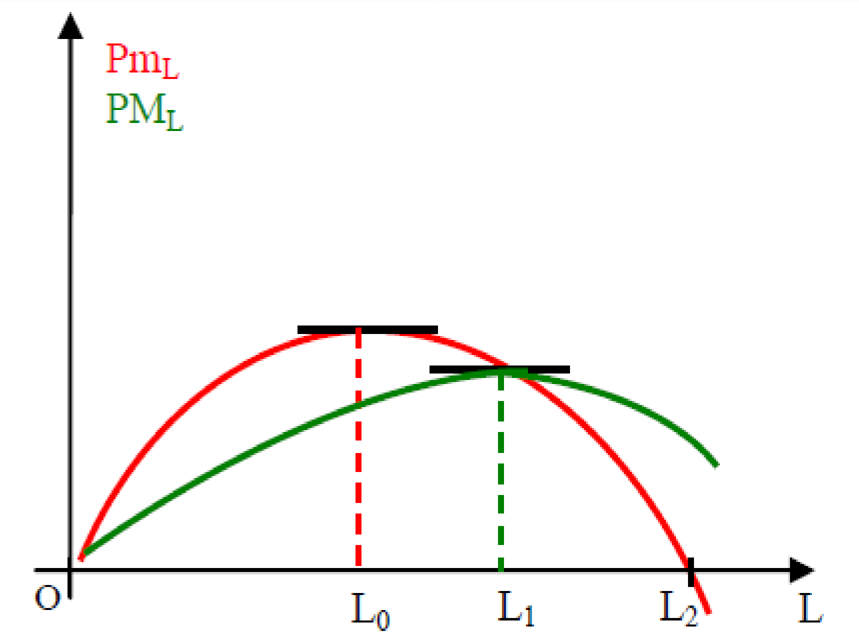
3.3. Lien entre fonction de coût et fonction de production à court terme

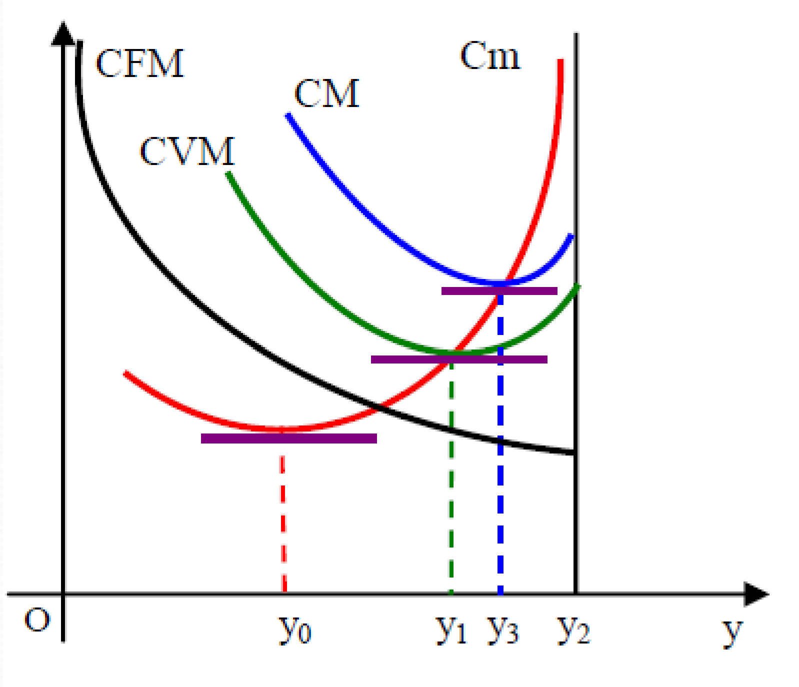


La fonction de production est croissante sur les 3 premières phases est décroissante sur la 4[ième] phase.

➡ On se limite seulement au trois premières phases.

Les CVM et Cm sont inversement proportionnels, respectivement aux PML et PmL .



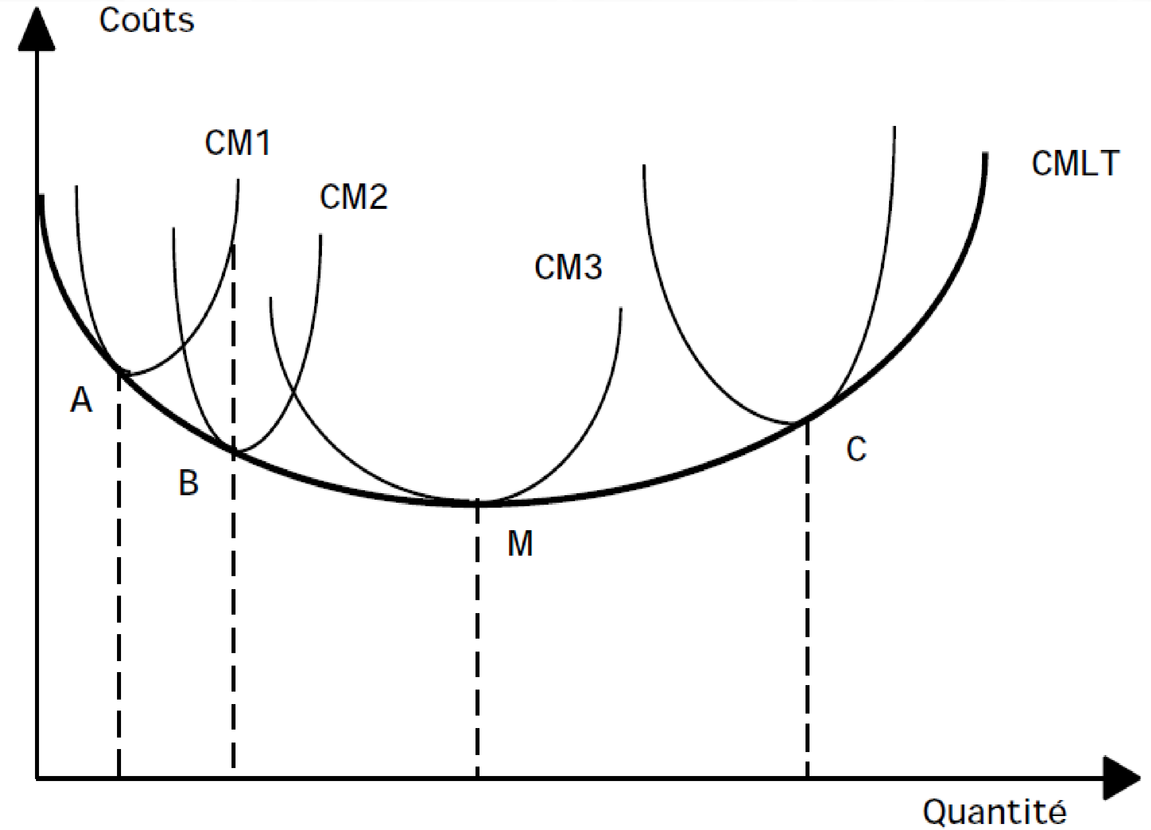


La courbe du CFM est une branche d'hyperbole, elle est toujours décroissante.

La courbe du CM est la somme des courbes du CFM et CVM, qui sont décroissantes, donc la courbe du CM est décroissante.

3.4. Lien entre fonction du coût à CT et fonction du coût à LT

À LT, l'augmentation de la quantité produite s'accompagne d'une augmentation des coûts fixes. Pour chaque niveau d'équipement (de coûts fixes) donnés, correspond une courbe de CM de CT.



La courbe de coût moyen de long terme se définit comme le lieu des coûts moyens de court terme les plus avantageux pour une production donnée, correspondant aux minimums des CM de CT. **On parle alors de « courbe enveloppe »**

4. Choix optimal du producteur

- L’entreprise doit décider de la quantité qu’elle voudrait produire et de la meilleure combinaison des facteurs qui lui permet d’atteindre le niveau désiré de production.

- Fonctions Objectif
  - Maximiser son profit
  - Minimiser son coût de production

4.1. Maximisation de profit: équilibre du producteur à LT

- La recherche de l'optimum du producteur consiste à déterminer la quantité d'output **Y***, qui maximise son profit, noté π , et la combinaison optimale d'input **L*** et **K***, qui lui permet de le produire, compte tenant des prix des facteurs w et r, et de sa technologie de production (fonction de production).

- Le profit est défini comme la différence entre les recettes de la firme (ou chiffre d'affaires) et ses coûts de production. Les recettes de la firme proviennent de la vente de sa production au prix unitaire p.
- Le profit de la firme s'écrit alors :

$$\pi = Recette\ totale - Coût\ total$$

$$\pi = PY - (wL + rK)$$

Maximisation de la production

- Le producteur cherche toujours à maximiser son profit selon la contrainte qui lui est imposée il va soit max sa production soit min ses coûts:
- À long terme, le programme de maximisation du profit π s'écrit:

$$\begin{cases} Max\, Y = F(K, L) \\ S/C \\ C = wL + rK \end{cases}$$

Tous les facteurs de production sont variables, à l'équilibre Max π

$\Rightarrow$ **Fonctions de demandes des facteurs de production**

Combinaison optimale : **(L*,K*)** $\Rightarrow$ Quantité optimal **Y***

Minimisation du coût

- Etant donné le niveau de production qu'elle veut réaliser $\mathbf{Y_o}$, la firme cherche à utiliser le panier d'input le moins cher possible qui lui permet d'atteindre ce niveau de production avec la technologie de la firme.

- Le programme de minimisation du coût s'écrit:

$$\begin{cases} Min\ C = wL + rK \\ S/C \\ Y_0 = F(K, L) \end{cases}$$

Ou bien on peut Max π = p Y- wL-rK

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d\pi}{dk} = 0 = \text{p}\,\frac{dy}{dk} - \text{r} = 0 \\ \frac{d\pi}{dL} = 0 = \text{p}\,\frac{dy}{dL} - \text{w} = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{cases} \text{Pmk} = \frac{r}{p} \\ \text{pmL} = \frac{w}{p} \end{cases} \begin{cases} \text{le producteur remunère les facteurs de} \\ \text{production à leur productivité marg.} \end{cases}$$

4.2.1. Résolution géométrique

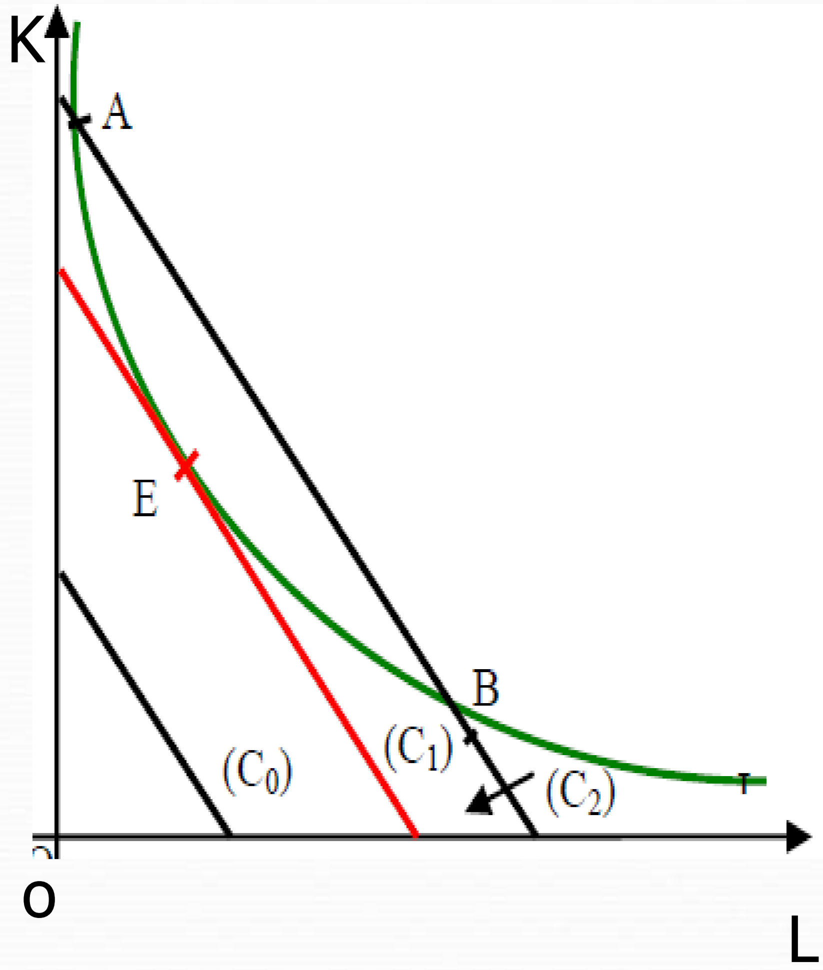
Le choix optimal du producteur (K*, L*) se situe au point de tangence entre l'isoquant d'équation $\mathbf{F(K,L) = Y_o}$ et la droite d'isocoût la plus proche de l'origine:

⇒La pente de l'isoquant = pente de la droite d'isocoût

- La pente de l'isoquant en un point particulier = TMST
- La pente de l'isocoût = w/r

⇒ **Au point d'équilibre:**

⇒ **TMST=** $\frac{PmL}{PmK}$ **= w/r**



4.2.2. Méthode de Lagrange

- La combinaison optimale (K*,L*) minimise la dépense totale C(K,L) = w L+r K sous la contrainte F(K,L) = $\mathbf{Y_o}$.

1/Ecrire la fonction «***fonction de Lagrange***»:

$$L(\lambda, K, L) = C(K, L) + \lambda\,(Y_0 - F(K, L))$$

2/ Les conditions nécessaires de minimisation de L sont :

Les dérivées partielles par rapport aux variables **K, L** et λ sont nulles.

La résolution de ce système conduit à la combinaison d'équilibre => E(K*, L*)

4.2.3. Fonction du coût total

- En faisant varier le volume de production, les quantités optimales de facteurs varient, à ces quantités de facteurs, on fait correspondre par une relation linéaire le coût total :

A l'équilibre: $\begin{cases} L = L(Y) \\ K = K(Y) \end{cases}$

Donc : C(K,L)= w L + r k $\Leftrightarrow$ C(Y) = w L(Y)+r K(Y)

- Les fonctions de demandes des facteurs expriment les quantités optimales des facteurs L* = $f(Y,W,r)$ K* = $f(Y,W,r)$ en remplaçant w et r par leur valeur $\Rightarrow$ L = $f(Y)$, K = $f(Y)$
- Coût total à LT : la fonction du coût total du long terme est obtenu en remplaçant les quantités L et K par leur fonctions de demande

5.Détermination de la courbe d'offre

- L'objectif de la firme est de maximiser son profit, qui s'écrit à CT:

$$\pi = PY - CT(Y)$$

Ce profit est maximum lorsque :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Y} = 0 \Longrightarrow P = Cm(Y)$$: C'est la Fonction d'offre

- A CT, la fonction de coût de l'entreprise est: CT(Y) = CF+ CV(Y)

Si l'entreprise décide de ne pas produire Y= 0, donc CT(0)= CF

$\Rightarrow$ π = -CF, donc l'entreprise perdra son coût fixe

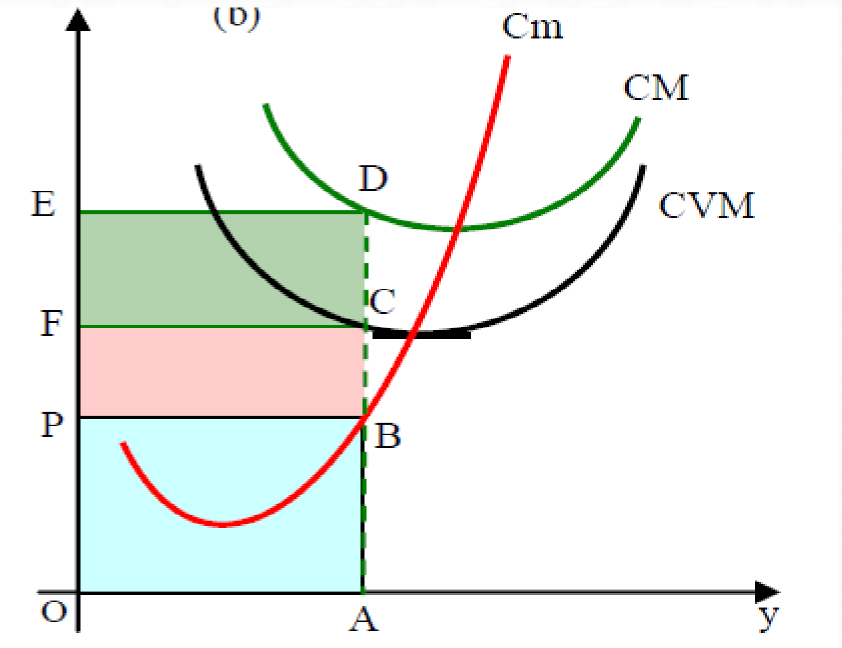
$\Rightarrow$Alors l'entreprise ne décidera de produire que si :P > CVM

$$\pi(Y) \geq \pi(0) \Longrightarrow pY - CV(Y) - CF \geq -CF \Longrightarrow p \geq \frac{CV(Y)}{Y} = CM(Y)$$

⇒L'entreprise ne commence à produire que si le prix est supérieur au minimum du CVM, ce niveau de prix est appelé **le seuil de fermeture.**

- Au seuil de fermeture tout les coûts variables sont couverts.

- A partir du minimum du CM, la firme commence à faire des profits positifs, ce prix est appelé le **seuil de rentabilité.**



- À la différence du CT, à long terme, il n'y a plus de coûts fixes, donc si Y= 0, alors π =0

- Donc à long terme, si le prix du marché est supérieur au minimum du CM, l'entreprise choisit le niveau de production qui égalise le Cm au prix. Si au contraire le prix du marché est inférieur au minimum du CM à long terme, elle préférerait sortir de l'industrie.