

Exercice 1

1) $g = \frac{1}{5}(15 \ 40 \ 65 \ 90)' = (3 \ 8 \ 13 \ 18 \ 23)' = x_{i_3}.$

$$Y = \begin{pmatrix} \dots \\ x_i - g \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \dots & -2 \\ -1 & \dots & -1 \\ 0 & \dots & 0 \\ 1 & \dots & 1 \\ 2 & \dots & 2 \end{pmatrix}$$

2) Toutes les lignes de Y étant égales, le rang de Y est égal à 1, et par conséquent celui de V_Y est aussi 1. Il en résulte qu'il existe un et un seul axe factoriel non trivial. Donc toutes les données sont situées sur cet unique axe factoriel.

On peut aussi calculer $V_Y = Y'D_p Y = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et conclure que V_Y est de

rang égal à 1, donc un seul axe factoriel non trivial.

3) On $V_Y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 10 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, c'est donc un vecteur directeur d'un axe factoriel. Etant

donné qu'il est de norme égale à 5 : $u = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est le premier et unique axe factoriel

associé à la valeur propre $\lambda = 10$.

4) L'inertie totale du nuage étudié $I_T = tr(V_Y) = 10$.

5) La première composante principale de l'individu i_5 :

$$\Psi_1^{i_5} = (y_{i_5})'u = \frac{1}{\sqrt{5}}(2 + 2 + 2 + 2 + 2) = \frac{10}{\sqrt{5}} = 4.472$$

6) Il n'existe qu'un seul "axe factoriel" pour représenter les variables. Les coordonnées des variables sur cet axe sont celles du vecteur $\eta = \sqrt{\lambda}u$. Donc, sur cet unique axe, chaque variable a la même coordonnée qui vaut $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 1.414$.