

Série Temporelle

Exercices Corrigés CH3-CH4

Josephson Junior R.

February 25, 2024

Table des matières

1 Test de racines unitaires

- Exercice 1
- Solution 1
- Exercice 2 (Examen 2022-2023)
- Solution 2

2 Box et Jenkins

- Exercice 3
- Solution 3
- Q°5 Examen 2022-2023
- Réponse à Q°5

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on INVEST

Null Hypothesis: INVEST has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-0.730833	0.9647	
Test critical values:	1% level	-4.161144		
	5% level	-3.506374		
	10% level	-3.183002		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(INVEST)				
Method: Least Squares				
Date: 02/16/23 Time: 17:28				
Sample (adjusted): 1966 2013				
Included observations: 48 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INVEST(-1)	-0.053683	0.073454	-0.730833	0.4687
C	13223883	2.38E+08	0.055599	0.9559
@TREND("1965")	27963928	19362694	1.444217	0.1556
R-squared	0.090652	Mean dependent var	2.99E+08	
Adjusted R-squared	0.050237	S.D. dependent var	7.39E+08	
S.E. of regression	7.20E+08	Akaike info criterion	43.68873	
Sum squared resid	2.33E+19	Schwarz criterion	43.80568	
Log likelihood	-1045.529	Hannan-Quinn criter.	43.73292	
F-statistic	2.243003	Durbin-Watson stat	2.053789	
Prob(F-statistic)	0.117877			

Null Hypothesis: INVEST has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 5 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	2.433190	1.0000
Test critical values: 1% level	-3.592462	
5% level	-2.931404	
10% level	-2.603944	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(INVEST)
 Method: Least Squares
 Date: 02/16/23 Time: 17:29
 Sample (adjusted): 1971 2013
 Included observations: 43 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INVEST(-1)	0.118500	0.048701	2.433190	0.0201
D(INVEST(-1))	-0.238766	0.178918	-1.334502	0.1904
D(INVEST(-2))	-0.140547	0.159240	-0.882615	0.3833
D(INVEST(-3))	0.070949	0.186700	0.380013	0.7062
D(INVEST(-4))	-0.502944	0.186734	-2.693369	0.0107
D(INVEST(-5))	-0.360534	0.204426	-1.763642	0.0863
C	-2.84E+08	3.09E+08	-0.920453	0.3635
R-squared	0.259728	Mean dependent var	3.36E+08	
Adjusted R-squared	0.136349	S.D. dependent var	7.73E+08	
S.E. of regression	7.18E+08	Akaike info criterion	43.76962	
Sum squared resid	1.86E+19	Schwarz criterion	44.05633	
Log likelihood	-934.0468	Hannan-Quinn criter.	43.87535	
F-statistic	2.105129	Durbin-Watson stat	1.954584	
Prob(F-statistic)	0.076708			

Null Hypothesis: INVEST has a unit root Exogenous: None Lag Length: 0 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			3.259445	0.9996
Test critical values:	1% level		-2.614029	
	5% level		-1.947816	
	10% level		-1.612492	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(INVEST) Method: Least Squares Date: 02/16/23 Time: 17:30 Sample (adjusted): 1966 2013 Included observations: 48 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INVEST(-1)	0.040924	0.012556	3.259445	0.0021
R-squared	0.048190	Mean dependent var		2.99E+08
Adjusted R-squared	0.048190	S.D. dependent var		7.39E+08
S.E. of regression	7.21E+08	Akaike info criterion		43.65103
Sum squared resid	2.44E+19	Schwarz criterion		43.69001
Log likelihood	-1046.625	Hannan-Quinn criter.		43.66576
Durbin-Watson stat	2.155361			

Null Hypothesis: D(INVEST) has a unit root

Exogenous: None

Lag Length: 3 (Automatic - based on AIC, maxlag=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.595557	0.0106
Test critical values:		
1% level	-2.618579	
5% level	-1.948495	
10% level	-1.612135	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(INVEST,2)

Method: Least Squares

Date: 02/16/23 Time: 17:31

Sample (adjusted): 1970 2013

Included observations: 44 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(INVEST(-1))	-0.642859	0.247677	-2.595557	0.0131
D(INVEST(-1),2)	-0.232731	0.243306	-0.956537	0.3445
D(INVEST(-2),2)	-0.136483	0.216520	-0.630350	0.5321
D(INVEST(-3),2)	0.248333	0.183234	1.355281	0.1829

R-squared	0.499729	Mean dependent var	23599225
Adjusted R-squared	0.462209	S.D. dependent var	1.08E+09
S.E. of regression	7.95E+08	Akaike info criterion	43.91134
Sum squared resid	2.53E+19	Schwarz criterion	44.07354
Log likelihood	-962.0495	Hannan-Quinn criter.	43.97149
Durbin-Watson stat	1.980355		

Interpretation du test ADF

Pour rappel le test ADF permet de trouver la forme de non-stationnarité d'une série chronologique donnée à travers trois équations (**voir cours**).

- **Tableau 1** : Ce que vous devez voir dans le tableau 1 est que si le coefficient lié au terme de **trend** est significatif ou pas. Le tableau 1 concerne test de significativité de β . En regardant la valeur du **t-Statistic** qui est de **1.444217** on remarque que $|\mathbf{t_Stat}| < |\mathbf{t_critical}|$ donc le coefficient β est non-significatif c-à-d $\beta = 0$.
- **Tableau 2** : On passe maintenant au test de significativité de la **constante** contenu dans le modèle. La valeur du **t-Statistic** est de **-0.920453**. On remarque que $|\mathbf{t_Stat}| < |\mathbf{t_critical}|$ ce qui veut dire que la constante n'est pas significatif (**c = 0**).

- **Tableau 3** : Ici on test $\phi = 1$ contre $\phi \neq 1$. Il faut attention dans la prise de décision ici si $t_{(ADF)} > t^c$ on accepte H_0 . On voit que la valeur du $t_{(ADF)} = 3.259445$ qui est $> t^c$ alors on accepte H_0 c-à-d **il existe une racine unitaire**. Il s'agit d'un modèle DS **sans dérive** : $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$.
- **Tableau 4** : Ici c'est pour savoir si notre méthode de stationnarisation a bien marché ou pas. En regardant la valeur du **t – Statistic** = **-2.5955757** on remarque qu'elle est $< t - \text{critical}(5\%)$ donc on peut rejter H_0 . **La série est stationnaire par différenciation d'ordre 1.**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on CHOMAGE

Null Hypothesis: CHOMAGE has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=7)

	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.113249	0.2411
Test critical values: 1% level	-3.670170	
5% level	-2.963972	
10% level	-2.621007	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
 Dependent Variable: D(CHOMAGE)
 Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1992 2021
 Included observations: 30 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHOMAGE(-1)	-0.296913	0.140501	-2.113249	0.0436
C	4.500548	2.120385	2.122514	0.0428

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(CHOMAGE)

Null Hypothesis: D(CHOMAGE) has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=7)

	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.426297	0.0001
Test critical values: 1% level	-3.679322	
5% level	-2.967767	
10% level	-2.622989	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Réponse à Q°2

Une série intégrée d'ordre d est une série chronologique stationnaire après **d différenciation**. Elle s'écrit comme suite :

$$\Delta^d Y_t \text{ ou } (1 - L)^d Y_t \text{ où } Y_t \sim \text{ARIMA}(p, d, q)$$

Réponse à Q°3

Le modèle retenu pour effectuer le test ADF est :

$$\text{CHOMAGE}_t = \phi \text{CHOMAGE}_{t-1} + c + \varepsilon_t$$

Il s'agit d'un processus DS. En regardant de près les résultats du test ADF on conclut que le modèle admet une racine unitaire ($\phi = 1$) car **$t - \text{Statistic} > t - \text{Critical}$** pour CHOMAGE(-1). De plus en raisonnant sur la valeur du Prob (**P-value**) qui est égale à 0.0428 ($< 5\%$) donc on accepte H_0 pour le test de significativité de la constante.

Le modèle est de type **DS sans dérive** :

$$\text{CHOMAGE}_t = \text{CHOMAGE}_{t-1} + \varepsilon_t$$

Réponse à Q°4

	Statistique cal- culée	Statistique tabulée	Ordre
Chômage	-2.113249	-2.963972	0
Δ Chômage	-5.426297	-2.967767	1

On donne les corrélogrammes de deux série chronique. Identifier les modèles correspondants.

Sample: 1 5000
Included observations: 5000

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.718	-0.718	2577.6	0.000
		2 0.661	0.302	4766.6	0.000
		3 -0.555	-0.015	6305.7	0.000
		4 0.478	-0.006	7450.1	0.000
		5 -0.415	-0.014	8314.1	0.000
		6 0.345	-0.028	8909.1	0.000
		7 -0.298	-0.003	9353.9	0.000
		8 0.247	-0.010	9659.3	0.000
		9 -0.208	0.004	9876.5	0.000
		10 0.178	0.008	10036.	0.000
		11 -0.144	0.012	10140.	0.000
		12 0.115	-0.017	10206.	0.000
		13 -0.092	0.003	10248.	0.000
		14 0.064	-0.020	10269.	0.000
		15 -0.039	0.022	10276.	0.000
		16 0.024	0.003	10279.	0.000
		17 -0.010	0.000	10280.	0.000
		18 0.002	0.002	10280.	0.000
		19 0.009	0.007	10280.	0.000
		20 -0.020	-0.014	10282.	0.000
		21 0.019	-0.012	10284.	0.000
		22 -0.023	0.003	10287.	0.000

Sample: 1 5000
Included observations: 4995

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.394	-0.394	776.33	0.000
		2 0.277	0.144	1159.8	0.000
		3 0.348	0.602	1764.0	0.000
		4 -0.207	0.154	1979.2	0.000
		5 0.268	-0.127	2338.3	0.000
		6 0.005	-0.203	2338.4	0.000
		7 0.005	0.006	2338.5	0.000
		8 0.012	-0.090	2339.2	0.000
		9 -0.005	-0.106	2339.3	0.000
		10 0.015	0.046	2340.4	0.000
		11 -0.012	0.211	2341.1	0.000
		12 -0.002	0.079	2341.1	0.000
		13 0.007	-0.081	2341.4	0.000
		14 -0.019	-0.105	2343.1	0.000
		15 -0.001	-0.033	2343.1	0.000
		16 -0.001	-0.027	2343.1	0.000
		17 -0.024	-0.045	2346.0	0.000
		18 0.021	0.065	2348.2	0.000
		19 -0.017	0.133	2349.5	0.000
		20 0.001	0.055	2349.5	0.000
		21 0.011	-0.063	2350.2	0.000
		22 -0.021	-0.098	2352.4	0.000

Identification

- **Tableau Gauche** : On remarque que l'autocorrélation partielle est nulle à partir 3 et que l'autocorrélation simple diminue lentement. Il s'agit donc d'un processus **AR(2)**.
- **Tableau Droite** : On remarque que la valeur de la fonction d'autocorrélation est nulle à partir de 6 et que l'autocorrélation partielle diminue lentement. Il s'agit donc d'un processus **MA(5)**.

Remarque

Un processus $AR(p)$ est déterminé par **sa fonction d'autocorrélation partielle**.

Un processus $MA(q)$ est déterminé par **sa fonction d'autocorrélation simple**.

Correlogram of D(CHOMAGE)

Sample (adjusted): 1992 2021

Included observations: 30 after adjustments

Included observations: 30 after adjustments		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
Autocorrelation	Partial Correlation					
		1	-0.044	-0.044	0.0631	0.802
		2	-0.093	-0.095	0.3600	0.835
		3	-0.147	-0.158	1.1335	0.769
		4	-0.037	-0.066	1.1853	0.881
		5	0.015	-0.022	1.1944	0.945
		6	-0.210	-0.255	2.9631	0.813
		7	-0.013	-0.072	2.9697	0.888
		8	-0.036	-0.113	3.0260	0.933
		9	0.264	0.179	6.2119	0.719
		10	-0.075	-0.117	6.4838	0.773
		11	-0.023	-0.013	6.5102	0.837
		12	-0.020	-0.041	6.5307	0.887
		13	-0.021	-0.044	6.5565	0.924
		14	0.044	-0.012	6.6706	0.947
		15	-0.052	0.027	6.8421	0.962
		16	0.001	-0.045	6.8422	0.976
		17	-0.011	0.002	6.8506	0.985
		18	0.039	-0.047	6.9742	0.990
		19	-0.035	-0.022	7.0791	0.994
		20	-0.020	-0.036	7.1179	0.996
		21	-0.013	-0.030	7.1356	0.998
		22	-0.015	-0.039	7.1616	0.999
		23	0.004	-0.044	7.1639	0.999
		24	-0.008	-0.034	7.1739	1.000

Identification

On remarque que la valeur de la fonction d'autocorrélation partielle diminue lentement et que la fonction d'autocorrélation simple s'annule à partir de 23 (on peut dire).

C'est un processus de type **MA(23)**.