

**Test**

---

Soit  $X$  une variable aléatoire de loi de Cauchy  $\mathcal{C}(0, 1)$ . On s'intéresse au calcul de

$$p = \mathbb{P}(X \geq 5) = \int_5^{+\infty} \frac{1}{\pi(1+x^2)} dx.$$

1. En utilisant R, donner la valeur de  $p$ .

Pour les différentes méthodes d'estimation ci-dessous, on tracera sur un même graphique l'évolution de l'estimateur et l'évolution de l'intervalle de confiance au niveau 0.95 associé en fonction du nombre de simulation. On prendra  $n = 2000$ .

2. En considérant  $x_1, \dots, x_n$  des réalisations de variables aléatoires i.i.d. suivant la loi de Cauchy  $\mathcal{C}(0, 1)$ , donner l'estimateur Monte Carlo classique de  $p$ .
3. Justifier que l'on peut écrire  $p$  sous la forme :

$$p = \int_0^{1/5} \frac{1}{\pi(1+x^2)} dx,$$

et en déduire une estimation de  $p$  par la méthode d'échantillonnage préférentiel.

4. Comparer la précision des différents estimateurs obtenus. Que pouvez-vous en conclure ?