דף עבודה — פרק 2: כללי גזירה

חשבון דיפרנציאלי · פרק 2 — כלל החזקה, ליניאריות, מכפלה, מנה ושרשרת

שם: ..... כיתה: ..... תאריך: .....

כלל החזקה: $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$. מכפלה: $(f \cdot g)' = f'g + fg'$. מנה: $(f/g)' = (f'g - fg') / g^2$. שרשרת: $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$. הטעות הנפוצה — לשכוח את הנגזרת הפנימית u'.

שאלה 1 — כלל החזקה קל

גזרו:

a. $f(x) = x^5$ ⟵ _____

b. $f(x) = x^8$ ⟵ _____

c. $f(x) = x$ ⟵ _____

d. $f(x) = x^2$ ⟵ _____

שאלה 2 — כפל בקבוע וסכום קל

גזרו איבר-איבר:

a. $f(x) = 5x^3$

b. $f(x) = 7x^3 - 3x + 2$

c. $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 7x - 5$

.....

.....

.....

שאלה 3 — פולינומים בינוני

גזרו:

a. $f(x) = 2x^4 - x^3 + 6x$

b. $f(x) = x^5 - 5x^2 + 9$

c. $f(x) = 3x^4 - 8x + 1$

.....

.....

שאלה 4 — כלל המכפלה בינוני

גזרו בכלל המכפלה $(f\cdot g)' = f'g + fg'$ ובדקו על ידי פתיחת סוגריים:

a. $y = (2x + 1)(x^2 - 3)$

b. $y = (x^2 + 1) \cdot x^3$

שאלה 5 — כלל המנה מאתגר

גזרו בכלל המנה $(f/g)' = (f'g - fg') / g^2$:

a. $y = x^2 / (x + 1)$

b. $y = (3x - 1) / (x^2 + 1)$

שאלה 6 — כלל השרשרת בינוני

גזרו בכלל השרשרת (אל תשכחו את הנגזרת הפנימית):

a. $y = (x^2 + 3)^5$

b. $y = (3x^2 + 1)^4$

c. $y = (2x - 5)^3$

שאלה 7 — לפשט לפני שגוזרים בינוני

פשטו קודם ואז גזרו:

a. $y = (x^3 + x) / x$

b. $y = x^2(x - 4)$

שאלה 8 — זיהוי הכלל המתאים קל

לכל פונקציה כתבו איזה כלל מתאים (חזקה / מכפלה / מנה / שרשרת):

a. $y = (x^4 + 1)^7$ ⟵ _____

b. $y = x^3 \cdot (x + 2)$ ⟵ _____

c. $y = x / (x^2 + 1)$ ⟵ _____

d. $y = 5x^6 - 2x$ ⟵ _____

שאלה 9 — נגזרת בנקודה בינוני

גזרו וחשבו את ערך הנגזרת בנקודה הנתונה:

a. $f(x) = x^3 - 2x$, מצאו $f'(2)$

b. $f(x) = (x^2 + 1)^3$, מצאו $f'(1)$

שאלה 10 — אתגר — משיק בעזרת כללים מאתגר

נתונה $f(x) = x^3 - 3x$. מצאו את שיפוע המשיק בנקודה $x = 2$, ואת משוואת המשיק שם.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא

🔑 דף פתרונות למורה — פרק 2: כללי גזירה

לא לחלוקה לתלמידים

שאלה 1. א. $5x^4$ ב. $8x^7$ ג. 1 ד. $2x$

שאלה 2. א. $15x^2$ ב. $21x^2 - 3$ ג. $12x^2 - 4x + 7$

שאלה 3. א. $8x^3 - 3x^2 + 6$ ב. $5x^4 - 10x$ ג. $12x^3 - 8$

שאלה 4. א. $y' = 2(x^2 - 3) + (2x + 1)\cdot 2x = 6x^2 + 2x - 6$ (בדיקה: $y = 2x^3 + x^2 - 6x - 3$) ב.
$y' = 2x\cdot x^3 + (x^2 + 1)\cdot 3x^2 = 5x^4 + 3x^2$

שאלה 5. א. $y' = (2x(x+1) - x^2\cdot 1) / (x+1)^2 = (x^2 + 2x)/(x+1)^2$ ב.
$y' = (3(x^2+1) - (3x-1)\cdot 2x)/(x^2+1)^2 = (-3x^2 + 2x + 3)/(x^2+1)^2$

שאלה 6. א. $y' = 5(x^2 + 3)^4 \cdot 2x = 10x(x^2 + 3)^4$ ב. $y' = 4(3x^2 + 1)^3 \cdot 6x = 24x(3x^2 + 1)^3$ ג.
$y' = 3(2x - 5)^2 \cdot 2 = 6(2x - 5)^2$

שאלה 7. א. $y' = 2x \rightarrow y = x^2 + 1$ ב. $y' = 3x^2 - 8x \rightarrow y = x^3 - 4x^2$

שאלה 8. א. שרשרת ב. מכפלה ג. מנה ד. חזקה (ליניאריות)

שאלה 9. א. $f'(2) = 10 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2$ ב. $f'(1) = 6 \cdot 4 = 24 \rightarrow f'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \cdot 2x = 6x(x^2 + 1)^2$

שאלה 10. $f'(2) = 9 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$. $f(2) = 8 - 6 = 2$. המשיק: $y - 2 = 9(x - 2) \rightarrow y = 9x - 16$.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא