דף עבודה — פרק 3: משפטי וייטה ובעיות מילוליות

משוואות ריבועיות · פרק 3 — סכום ומכפלת השורשים, בניית משוואה, ובעיות מילוליות

שם: ..... כיתה: ..... תאריך: .....

משפטי וייטה עבור $ax^2 + bx + c = 0$: סכום השורשים $x_1 + x_2 = -b/a$, מכפלת השורשים $x_1 \cdot x_2 = c/a$. כש-$a = 1$: הסכום הוא $-b$ והמכפלה היא c. בבעיות מילוליות — בסוף פוסלים פתרון לא הגיוני (אורך/זמן שליליים).

שאלה 1 — סכום ומכפלה — בלי לפתור קל

בעזרת וייטה כתבו את סכום ומכפלת השורשים (בלי לפתור):

a. $x^2 - 7x + 10 = 0$ ⟵ סכום=_____ מכפלה=_____

b. $x^2 + 3x - 4 = 0$ ⟵ סכום=_____ מכפלה=_____

c. $x^2 - 8x + 15 = 0$ ⟵ סכום=_____ מכפלה=_____

שאלה 2 — מנחשים את השורשים קל

בעזרת "איזה זוג נותן סכום ומכפלה כאלה" מצאו את השורשים:

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$

b. $x^2 - 6x + 8 = 0$

c. $x^2 + x - 12 = 0$

.....

.....

.....

שאלה 3 — וייטה כשמקדם מוביל שונה מ-1 בינוני

כתבו את סכום ומכפלת השורשים לפי $-b/a$ ו-c/a:

a. $2x^2 - 6x + 4 = 0$

b. $3x^2 + 6x - 9 = 0$

.....

.....

.....

שאלה 4 — בניית משוואה משורשים בינוני

בנו משוואה ריבועית (מקדם מוביל 1) בעזרת $x^2 - (\text{סכום})x + (\text{מכפלה}) = 0$:

a. שורשים 4 ו-2−
b. שורשים 3 ו-5
c. שורשים 1− ו-6−

שאלה 5 — מציאת שורש שני ומקדם מאתגר

אחד השורשים של $x^2 + bx + 12 = 0$ הוא 3. מצאו את b ואת השורש השני (השתמשו בוייטה).

שאלה 6 — וייטה כבודק בינוני

תלמיד פתר $x^2 - 9x + 20 = 0$ וקיבל $x = 4$ ו-$x = 6$. בדקו בעזרת סכום ומכפלה אם הפתרון נכון, ותקנו אם צריך.

שאלה 7 — בעיית מלבן בינוני

שטח מלבן 40 סמ"ר, והאורך גדול מהרוחב ב-3 ס"מ. סמנו את הרוחב ב-w, כתבו משוואה, פתרו, ופסלו פתרון לא הגיוני.

שאלה 8 — בעיית מספרים בינוני

מכפלת שני מספרים עוקבים (שלמים) היא 56. סמנו את המספר הקטן ב-n, כתבו משוואה ומצאו את המספרים (שתי אפשרויות).

שאלה 9 — בעיית שטח עם ריבוע מאתגר

לגן ריבועי מוסיפים שביל ברוחב 2 מטר לאורך צלע אחת, כך שהשטח הכולל (מלבן) הוא 35 מ"ר. סמנו את צלע הריבוע ב-x, כתבו משוואה $x(x + 2) = 35$ ופתרו.

שאלה 10 — בעיית תנועה — כדור מאתגר

גובה כדור: $h = -5t^2 + 20t$ (מטרים, שניות).

a. מתי הכדור חוזר לקרקע? (רמז: $h = 0$)
b. מהו הגובה המרבי? (רמז: הפרבולה סימטרית — השיא באמצע בין האפסים)

שאלה 11 — נכון או לא נכון — נמקו בינוני

קבעו נכון/לא נכון ונמקו:

a. אם סכום השורשים 0, אז השורשים הפוכים בסימנם.

b. אם מכפלת השורשים שלילית, לשורשים סימנים שונים.
c. בבעיה על אורך גינה מותר לקבל פתרון שלילי.

שאלה 12 — אתגר — סכום ריבועי השורשים מאתגר

עבור $x^2 - 5x + 6 = 0$ מצאו את $x_1^2 + x_2^2$ בלי לפתור, בעזרת הזהות $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא

🔑 דף פתרונות למורה — פרק 3: משפטי וייטה ובעיות מילוליות

לא לחלוקה לתלמידים

שאלה 1. א. סכום 7, מכפלה 10 ב. סכום −3, מכפלה −4 ג. סכום 8, מכפלה 15

שאלה 2. א. $x = 2, 3$ ב. $x = 2, 4$ ג. $x = 3, -4$

שאלה 3. א. סכום $-(-6)/2 = 3$, מכפלה $4/2 = 2$ (שורשים 1 ו-2) ב. סכום $-6/3 = -2$, מכפלה $-9/3 = -3$ (שורשים 1 ו-−3)

שאלה 4. א. $x^2 - 2x - 8 = 0$ ב. $x^2 - 8x + 15 = 0$ ג. $x^2 + 7x + 6 = 0$

שאלה 5. מציבים $x = 3$: $9 + 3b + 12 = 0 \to b = -7$. מכפלת השורשים 12, אז $3 \cdot x_2 = 12 \to x_2 = 4$.

שאלה 6. סכום צריך להיות 9, מכפלה 20. $4 + 6 = 10 \neq 9$ — שגוי. השורשים הנכונים: 4 ו-5 ($4 + 5 = 9$, $4 \cdot 5 = 20$).

שאלה 7. $w(w + 3) = 40 \to w^2 + 3w - 40 = 0$; $w = (-3 \pm 13)/2$, $\Delta = 169 \to w = 5$ או $w = -8$. פוסלים −8: רוחב 5, אורך 8.

שאלה 8. $n(n + 1) = 56 \to n^2 + n - 56 = 0 \to (n + 8)(n - 7) = 0$. $n = 7$ (המספרים 7 ו-8) או $n = -8$ (המספרים −8 ו-−7).

שאלה 9. $x^2 + 2x - 35 = 0 \to (x + 7)(x - 5) = 0 \to x = 5$ או $x = -7$. פוסלים −7: צלע הריבוע 5 מטר.

שאלה 10. א. $-5t(t - 4) = 0 \to t = 0$ או $t = 4$; חוזר לקרקע אחרי 4 שניות. ב. השיא ב-$t = 2$: $h = -20 + 40 = 20$ מטר.

שאלה 11. א. נכון — סכום 0 פירושו $x_2 = -x_1$. ב. נכון — מכפלה שלילית = סימנים שונים. ג. לא נכון — אורך לא יכול להיות שלילי, פוסלים.

שאלה 12. $x_1 + x_2 = 5$, $x_1x_2 = 6$. $x_1^2 + x_2^2 = 5^2 - 2 \cdot 6 = 25 - 12 = 13$.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא