דף עבודה — פרק 4: משפט הקוסינוסים

טריגונומטריה · פרק 4 — משפט הקוסינוסים כהכללת פיתגורס

שם: ..... כיתה: ..... תאריך: .....

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos C$ (הזווית מול הצלע שמשמאל). מציאת זווית משלוש צלעות: $\cos C = (a^2 + b^2 - c^2) / 2ab$. כש-$C = 90°$ מתקבל פיתגורס. אין דו-משמעות — $\cos^{-1}$ מחזיר זווית יחידה בין 0° ל-180°.

שאלה 1 — בדיקת פיתגורס קל

נתונים $a = 3, b = 5, C = 90°$. חשבו את c בעזרת משפט הקוסינוסים וודאו שהתקבל פיתגורס. רמז: $\cos 90° = 0$.

.....

.....

.....

.....

שאלה 2 — צז"צ — מציאת צלע בינוני

נתונים $a = 8, b = 11, C = 40°$. חשבו את c. רמז: $\cos 40° \approx 0.766$.

.....

.....

.....

.....

.....

שאלה 3 — צז"צ נוסף בינוני

נתונים $a = 7, b = 10, C = 60°$. חשבו את c. רמז: $\cos 60° = 0.5$.

.....

.....

.....

.....

שאלה 4 — שלוש צלעות — מציאת זווית בינוני

צלעות משולש 7, 9, 12. מצאו את הזווית שמול הצלע 12 (מ-$\cos\theta = (a^2 + b^2 - c^2)/2ab$).

שאלה 5 — זווית חדה או קהה? בינוני

לכל משולש קבעו (בלי מחשבון) אם הזווית מול הצלע הארוכה חדה, ישרה או קהה, לפי השוואת c^2 ל-$a^2 + b^2$:

a. $a = 3, b = 4, c = 5$
b. $a = 3, b = 4, c = 6$
c. $a = 5, b = 5, c = 6$

שאלה 6 — מציאת הזווית הגדולה מאתגר

צלעות משולש 5, 8, 10. מצאו את הזווית הגדולה ביותר (מול הצלע 10).

שאלה 7 — אלכסון מקבילית מאתגר

במקבילית צלעות 6 ו-9 ס"מ וזווית $70°$ ביניהן. חשבו את שני האלכסונים (האחד מול $70°$, השני מול $110°$). רמז: $\cos 70° \approx 0.342$, $\cos 110° \approx -0.342$.

שאלה 8 — בחירת המשפט קל

לכל נתון סמנו איזה משפט נוח (סינוסים / קוסינוסים):

a. שתי צלעות והזווית ביניהן ← _____
b. שלוש צלעות ← _____
c. זווית, צלע מולה, ועוד זווית ← _____

שאלה 9 — נכון או לא נכון — נמקו בינוני

קבעו נכון/לא נכון ונמקו:

a. משפט הקוסינוסים הוא הכללה של פיתגורס.
b. אם $\cos C < 0$ הזווית C קהה.
c. במציאת זווית משלוש צלעות יש לבדוק שתי אפשרויות.

שאלה 10 — אתגר — משולש שלם מ-3 צלעות מאתגר

צלעות 6, 8, 9. מצאו את הזווית מול הצלע 9, ואז השתמשו במשפט הסינוסים למציאת עוד זווית.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא

🔑 דף פתרונות למורה — פרק 4: משפט הקוסינוסים

לא לחלוקה לתלמידים

שאלה 1. $34 = 0 - 34 = 30\cdot\cos 90° = 9 + 25 \rightarrow c^2 = \sqrt{34} \approx 5.83$. זהו פיתגורס כי $\cos 90° = 0$.

שאלה 2. $50.2 = 134.8 - 185 \approx 176\cdot 0.766 = 64 + 121 \rightarrow c^2 \approx 7.08$.

שאלה 3. $79 = 70 - 149 = 140\cdot 0.5 = 49 + 100 \rightarrow c^2 \approx 8.89$.

שאלה 4. $-0.111 \approx -14/126 = (49 + 81 - 144)/(2\cdot 7\cdot 9) \rightarrow \cos\theta \approx 96.4°$.

שאלה 5. א. $25 = 25 \rightarrow$ ישרה ב. $25 < 36 \rightarrow$ קהה ג. $50 > 36 \rightarrow$ חדה

שאלה 6. $-0.1375 \approx -11/80 = (25 + 64 - 100)/(2\cdot 5\cdot 8) \rightarrow \cos\theta \approx 97.9°$.

שאלה 7. $80.1 \approx 108\cdot 0.342 = 36 + 81 - 108\cdot(-0.342) \approx 153.9 \rightarrow d_1^2 \approx 8.95$; $117 = 108\cdot(-0.342) \rightarrow d_2^2 \approx 12.41$ ס"מ.

שאלה 8. א. קוסינוסים ב. קוסינוסים ג. סינוסים

שאלה 9. א. נכון — כש-$C = 90°$ מתקבל פיתגורס. ב. נכון. ג. לא נכון — $\cos^{-1}$ מחזיר זווית יחידה.

שאלה 10. $0.198 \approx 19/96 = (36 + 64 - 81)/(2\cdot 6\cdot 8) \rightarrow \cos\theta \approx 78.6°$. סינוסים: $\sin\varphi / 6 = \sin 78.6° / 9 \rightarrow \sin\varphi \approx 0.653 \rightarrow \varphi \approx 40.8°$ (מול הצלע 6).

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא