מאגר שאלות — פרק 3: חקירת פונקציות: עלייה, ירידה וקיצון

25 שאלות · חשבון דיפרנציאלי · פרק 3 — סימן הנגזרת, נקודות קריטיות וטבלת סימנים · דף פתרונות בעמוד האחרון

שם: ..... כיתה: ..... תאריך: .....

חלק א' — נקודות קריטיות 🎯 (שאלות 1–5)

1. מצאו את הנקודות הקריטיות של $f(x) = x^2 - 10x$.
2. מצאו את הנקודות הקריטיות של $f(x) = x^3 - 27x$.
3. מצאו את הנקודות הקריטיות של $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.
4. פתרו $f'(x) = 0$ עבור $f(x) = 2x^3 - 6x$.
5. מהי הנקודה הקריטית של $f(x) = x^2 + 4x + 7$?

חלק ב' — עלייה, ירידה וקיצון 📈 (שאלות 6–10)

6. מצאו את נקודת הקיצון של $f(x) = x^2 - 6x$ וקבעו את סוגה.
7. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x) = x^3 - 3x$.
8. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x) = x^3 - 12x$ (כולל ערכי y).
9. באיזה תחום $f(x) = x^3 - 3x^2$ יורדת?
10. מצאו את המקסימום המקומי של $f(x) = -x^2 + 8x$.

חלק ג' — טבלת סימנים 📊 (שאלות 11–15)

11. f' עוברת ב-$x = 2$ מ-− ל-+. איזה קיצון?
12. f' עוברת ב-$x = -1$ מ-+ ל-−. איזה קיצון?
13. $f'(x) = 3x^2$ ב-$x = 0$ — יש קיצון? נמקו.
14. נתון $f'(x) > 0$ בכל x. מה אפשר לומר על f?
15. נתון $f'(x) = (x - 1)(x - 4)$. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

חלק ד' — חקירה מלאה 🔬 (שאלות 16–20)

16. חקרו קיצון של $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

17. חקרו קיצון של $f(x) = x^4 - 8x^2$.

18. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

19. היכן $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ עולה?

20. מצאו את המינימום המקומי של $f(x) = x^4 - 4x^3$.

חלק ה' — אתגר 🔥 (שאלות 21–25)

21. הראו של-$f(x) = x^3$ יש נקודה קריטית שאינה קיצון.

22. עבור $f(x) = x^2 - 2ax + 1$, היכן נקודת הקיצון (כתלות ב-a)?

23. נכון/לא נכון: כל נקודה קריטית היא קיצון. נמקו.

24. פונקציה עולה בכל תחום הגדרתה. מה הסימן של f'?

25. מצאו את שתי נקודות הקיצון של $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$.

מאגר שאלות מקורי · © כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא

🔑 פתרונות מלאים — מאגר שאלות פרק 3

למורה / להורה / לבדיקה עצמית

1. $x = 5 \rightarrow f' = 2x - 10 = 0$.

2. $x = \pm 3 \rightarrow f' = 3x^2 - 27 = 0$.

3. $x = 0, 2 \rightarrow f' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.

4. $x = \pm 1 \rightarrow f' = 6x^2 - 6 = 0$.

5. $x = -2 \rightarrow f' = 2x + 4 = 0$.

6. $x = 3$, f' מ-− ל-+ ← מינימום $(3, -9)$.

7. $x = \pm 1 \rightarrow f' = 3x^2 - 3$. עולה ב-$x < -1$ וב-$x > 1$, יורדת ב-$-1 < x < 1$.

8. מקסימום $(-2, 16)$, מינימום $(2, -16)$.

9. יורדת ב-$0 < x < 2$.

10. $x = 4 \rightarrow f' = -2x + 8 = 0$; מקסימום $(4, 16)$.

11. מינימום.

12. מקסימום.

13. אין קיצון — $3x^2 > 0$ משני הצדדים, אין החלפת סימן (נקודת פיתול).

14. f עולה בכל תחום הגדרתה.

15. עולה ב-$x < 1$ וב-$x > 4$; יורדת ב-$1 < x < 4$.

16. $f' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3) \rightarrow$ מקסימום $(1, 4)$, מינימום $(3, 0)$.

17. $f' = 4x^3 - 16x = 4x(x^2-4) \to x = 0, \pm 2$. מקסימום מקומי $(0, 0)$, מינימומים $(-2, -16)$ ו-$(2, -16)$.

18. $f' = 3x^2 - 3 \to x = \pm 1$. מקסימום $(-1, 4)$, מינימום $(1, 0)$.

19. $f' = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2) \to$ עולה ב-$x < 1$ וב-$x > 2$.

20. $f' = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3) \to$ מינימום ב-$x = 3$: $(3, -27)$ (ב-$x=0$ אין קיצון).

21. $f' = 3x^2 = 0$ ב-$x = 0$, אך $f' > 0$ משני הצדדים $\to$ אין קיצון.

22. $f' = 2x - 2a = 0 \to x = a$ (מינימום).

23. לא נכון — נקודה קריטית ללא החלפת סימן ב-f' אינה קיצון (למשל x^3 ב-0).

24. $f' > 0$ בכל התחום.

25. $f' = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x-2)(x+1) \to$ מקסימום $(-1, 7)$, מינימום $(2, -20)$.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא