דף עבודה — פרק 13: אי-שוויונות וישרים

מתי פונקציה אחת גדולה מהשנייה — גרפית ואלגברית

שם: ..... כיתה: ..... תאריך: .....

לשאול מתי $f(x) > g(x)$ זה לשאול איזה גרף מצויר למעלה. נקודת החיתוך של שני הישרים היא הגבול, ומשני צדדיה התשובה הפוכה. אפשר לפתור גם אלגברית — כותבים את האי-שוויון בין שני הביטויים ופותרים כמו משוואה — ושתי הדרכים חייבות לתת אותה תשובה. התשובה נכתבת כתחום, למשל $x > 3$, ומסומנת על ציר המספרים: עיגול ריק כשהסימן הוא $<$ או $>$, עיגול מלא כשהסימן הוא $\geq$ או $\leq$. זכרו: בכפל או בחילוק במספר שלילי הופכים את סימן האי-שוויון.

שאלה 1 — אי-שוויונות בסיסיים — סדרה א

קל

פתרו:

a. $4x - 8 > 0$ ⟵ _____

b. $4x - 8 < 0$ ⟵ _____

שאלה 2 — אי-שוויונות בסיסיים — סדרה ב

קל

פתרו:

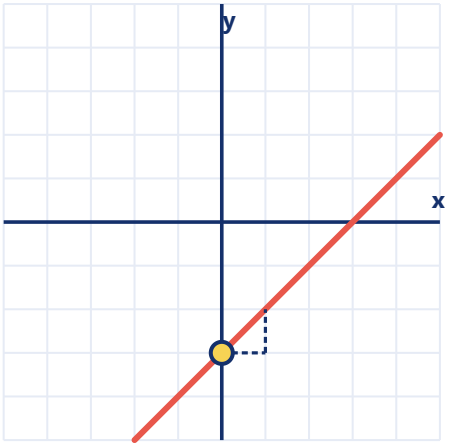
a. $x + 3 > 7$ ⟵ _____

b. $2x \geq 10$ ⟵ _____

שאלה 3 — קריאה מהגרף

קל

לפניכם גרף של פונקציה קווית.



הישר $y = x - 3$

a. עבור אילו ערכי x הגרף מעל ציר ה-x?
b. עבור אילו ערכי x הגרף מתחת לציר ה-x?

.....

.....

.....

שאלה 4 — המספר השלילי הראשון קל

פתרו את האי-שוויון $-x > 5$ והסבירו בשורה אחת מה עשיתם לסימן.

.....

.....

.....

שאלה 5 — מהציור לאי-שוויון קל

על ציר המספרים מסומן עיגול מלא בנקודה 1, ומהעיגול יוצא חץ הפונה ימינה. איזה אי-שוויון מתואר כאן?

התשובה: _____

שאלה 6 — עיגול ריק או עיגול מלא קל

לכל תחום כתבו אם העיגול על ציר המספרים יהיה ריק או מלא, ולאיזה כיוון פונה החץ.

a. $x > 4$ ⟵ _____
b. $x \le 7$ ⟵ _____

שאלה 7 — מי גדולה יותר — סדרה א בינוני

נתונות $f(x) = 3x + 4$ ו-$g(x) = x + 10$. עבור אילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?

שאלה 8 — מי גדולה יותר — סדרה ב בינוני

נתונות $f(x) = 5x - 2$ ו-$g(x) = 2x + 7$. עבור אילו ערכי x מתקיים $f(x) < g(x)$?

שאלה 9 — היפוך הסימן בינוני

פתרו את האי-שוויון $4 - 2x \le 10$ ובדקו את התשובה בהצבה של ערך אחד מתוך התחום וערך אחד מחוצה לו.

שאלה 10 — קוראים מנקודת המפגש בינוני

שני ישרים, f ו-g, נחתכים בנקודה (5, 8). הישר g תלול יותר מהישר f.

a. עבור אילו ערכי x מתקיים $g(x) > f(x)$?
b. עבור אילו ערכי x מתקיים $g(x) < f(x)$?

שאלה 11 — שני ישרים בגרף אחד בינוני

נתונים שני ישרים: $y = 3x - 2$ ו-$y = x + 2$. שרטטו אותם במערכת צירים אחת.

a. קראו מהשרטוט את נקודת המפגש.

b. עבור אילו ערכי x הישר $y = 3x - 2$ נמצא מעל הישר $y = x + 2$?

c. אמתו את תשובתכם בפתרון אלגברי.

שאלה 12 — שתי חבילות סלולר בינוני

חבילה כחולה: $f(x) = 0.5x + 60$. חבילה ירוקה: $g(x) = 1.5x + 20$. עבור אילו מספרי דקות החבילה הירוקה זולה יותר?

שאלה 13 — מרוץ החיסכון בינוני

הסכום של יובל אחרי x שבועות הוא $10x + 80$, והסכום של עומר הוא $4x + 200$. מאיזה שבוע יהיה ליובל יותר כסף?

שאלה 14 — סוגריים והיפוך מאתגר

פתרו את האי-שוויון $-3(x - 2) > 12$ וסמנו את הפתרון על ציר המספרים.

שאלה 15 — מצאו את הטעות מאתגר

תלמיד פתר את $-2x > 8$ וכתב את התשובה $x > -4$. הסבירו מה שגוי, כתבו את התשובה הנכונה, והוכיחו אותה בהצבה.

שאלה 16 — אי-שוויון בלי פתרון מאתגר

נסו לפתור את $2x + 1 > 2x + 5$. מה מתקבל, ומה המסקנה? הסבירו גם מה רואים בגרף של שני הישרים.

שאלה 17 — שתי דרכים לאותה תשובה מאתגר

נתונות $f(x) = 2x - 1$ ו-$g(x) = -x + 5$.

a. מצאו את נקודת המפגש של שני הישרים.
b. פתרו אלגברית $f(x) > g(x)$.
c. הסבירו כיצד אפשר לראות את אותה תשובה בגרף.

שאלה 18 — אתגר: שני מכוני כושר מאתגר

מכון א': דמי הרשמה 100 ש"ח ועוד 10 ש"ח לביקור. מכון ב': דמי הרשמה 40 ש"ח ועוד 20 ש"ח לביקור.

a. כתבו פונקציה לעלות הכוללת בכל מכון.
b. מתי שני המכונים עולים אותו דבר?
c. עבור אילו מספרי ביקורים מכון א' זול יותר? הסבירו במילים למה זה הגיוני.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא

🔑 דף פתרונות למורה — פרק 13: אי-שוויונות וישרים

לא לחלוקה לתלמידים

שאלה 1. א. $4x > 8 \longleftarrow x > 2$ ב. $4x < 8 \longleftarrow x < 2$

שאלה 2. א. $x > 4$ ב. $x \geq 5$

שאלה 3. א. מעל הציר כאשר $x > 3$ ב. מתחת לציר כאשר $x < 3$ (אפס הפונקציה הוא $x = 3$)

שאלה 4. מחלקים ב--1, שהוא מספר שלילי, ולכן הופכים את הסימן: $x < -5$

שאלה 5. $x \geq 1$ — העיגול מלא ולכן המספר 1 עצמו נכלל, והחץ ימינה ולכן כל המספרים הגדולים ממנו

שאלה 6. א. עיגול ריק, החץ ימינה ב. עיגול מלא, החץ שמאלה

שאלה 7. $3x + 4 > x + 10 \longleftarrow 2x > 6 \longleftarrow x > 3$

שאלה 8. $5x - 2 < 2x + 7 \longleftarrow 3x < 9 \longleftarrow x < 3$

שאלה 9. $-2x \leq 6$, מחלקים ב--2 והופכים: $x \geq -3$. בדיקה: עבור $x = 0$ מתקבל $4 \leq 10$ ✓, ועבור $x = -5$ מתקבל $14 \leq 10$ ✗

שאלה 10. א. $x > 5$ ב. $x < 5$ — g תלול יותר, ולכן מימין לנקודת המפגש הוא העליון ומשמאלה התחתון

שאלה 11. א. נקודת המפגש $(2, 4)$ ב. $x > 2$ ג. $3x - 2 > x + 2 \longleftarrow 2x > 4 \longleftarrow x > 2$ — אותה תשובה

שאלה 12. $1.5x + 20 < 0.5x + 60 \longleftarrow x < 40$. הירוקה זולה יותר עד 40 דקות; ב-40 דקות בדיוק שתיהן עולות 80 ש"ח

שאלה 13. $10x + 80 > 4x + 200 \longleftarrow 6x > 120 \longleftarrow x > 20$ — מהשבוע ה-21 ואילך

שאלה 14. $-3x + 6 > 12 \longleftarrow -3x > 6$, מחלקים ב-$-3$ והופכים: $x < -2$. על הציר: עיגול ריק ב--2 וחץ שמאלה

שאלה 15. הטעות: התלמיד חילק ב-2− ולא הפך את הסימן. התשובה הנכונה $x < -4$. בדיקה: עבור $x = -5$ מתקבל $10 > 8$ ✓, ועבור $x = 0$ מתקבל $0 > 8$ ✗

שאלה 16. מבטלים 2x משני האגפים ומקבלים $1 > 5$ — טענה שקרית, ולכן לאי-השוויון אין פתרון כלל. בגרף: שני הישרים מקבילים (אותו שיפוע 2), והישר $y = 2x + 1$ נמצא תמיד מתחת ל-$y = 2x + 5$, ולכן לעולם אינו מעליו

שאלה 17. א. $2x - 1 = -x + 5 \longrightarrow 3x = 6 \longrightarrow x = 2$, ואז $y = 3$: הנקודה $(2, 3)$ ב. $3x > 6 \longrightarrow 2x - 1 > -x + 5$ $\longrightarrow x > 2$ ג. f עולה ו-g יורדת, ולכן מימין לנקודת המפגש f היא העליונה

שאלה 18. א. מכון א': $10x + 100$; מכון ב': $20x + 40$ ב. $10x + 100 = 20x + 40 \longrightarrow 60 = 10x \longrightarrow x = 6$, ואז שניהם 160 ש"ח ג. $10x + 100 < 20x + 40 \longrightarrow x > 6$, כלומר משבעה ביקורים ומעלה. ההרשמה במכון א' יקרה יותר אבל כל ביקור בו זול יותר, ולכן מי שמתאמן הרבה מכסה את ההפרש ההתחלתי

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא