דף עבודה — פרק 6: אי-שוויונות ריבועיים

משוואות ריבועיות · פרק 6 — תחום הפתרון לפי הפרבולה ולפי טבלת סימנים

שם: ..... כיתה: ..... תאריך: .....

שלושת הצעדים: מסדרים הכול מול 0, מוצאים את שורשי המשוואה המתאימה, ובוחרים את התחום. כאשר $a > 0$ הביטוי חיובי מחוץ לשורשים ושלילי ביניהם; כאשר $a < 0$ התמונה מתהפכת — ולכן הדרך הבטוחה היא להכפיל ב-1− ולהפוך את סימן האי-שוויון. סימן חלש (≤ או ≥) כולל את השורשים עצמם, סימן חזק אינו כולל אותם. כשאין שורשים ($\Delta < 0$) הביטוי שומר על סימן קבוע בכל מקום. שני תחומים זרים מחוברים תמיד במילה "או" ולעולם לא בשרשרת אחת.

שאלה 1 — הפרש ריבועים קל

פתרו את האי-שוויונות. רמז: מפרקים להפרש ריבועים.

a. $x^2 - 16 > 0$

b. $x^2 - 25 < 0$

.....

.....

.....

שאלה 2 — השורשים כבר ידועים — בחרו את התחום קל

נתון שהשורשים של $x^2 - 3x - 10$ הם 2− ו-5, והמקדם המוביל חיובי. כתבו את הפתרון של:

a. $x^2 - 3x - 10 > 0$ ⟵ _____

b. $x^2 - 3x - 10 < 0$ ⟵ _____

שאלה 3 — בין השורשים קל

פתרו: $x^2 - 6x + 8 < 0$

.....

.....

.....

שאלה 4 — מחוץ לשורשים קל

פתרו: $x^2 - x - 6 > 0$

שאלה 5 — סימן חלש — כוללים את השורשים קל

פתרו: $x^2 - 8x + 15 \leq 0$

שאלה 6 — גורם משותף בינוני

פתרו בעזרת הוצאת גורם משותף:

a. $x^2 - 5x > 0$

b. $x^2 + 4x \leq 0$

שאלה 7 — מקדם מוביל שלילי בינוני

הכפילו ב--1, הפכו את סימן האי-שוויון ופתרו:

a. $-x^2 + 6x - 8 > 0$

b. $-x^2 - 2x + 15 \geq 0$

שאלה 8 — מסדרים לפני שפותרים בינוני

העבירו הכול לאגף אחד ופתרו:

a. $x^2 > 4x + 5$

b. $x^2 + 12 \leq 7x$

שאלה 9 — טבלת סימנים בינוני

בנו טבלת סימנים לשני הגורמים של $(x + 1)(x - 4)$ בשלושת התחומים, ובעזרתה פתרו את $(x + 1)(x - 4) < 0$. בדקו שורה אחת בהצבת מספר נציג.

שאלה 10 — כשאין שורשים כלל בינוני

חשבו דיסקרימיננט וקבעו את הפתרון:

a. $x^2 + 2x + 6 > 0$

b. $x^2 + 2x + 6 < 0$

c. $-x^2 + x - 3 < 0$

שאלה 11 — כשהדיסקרימיננט מתאפס מאתגר

כתבו כל ביטוי כריבוע וקבעו את הפתרון המדויק:

a. $x^2 - 10x + 25 > 0$

b. $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

c. $x^2 + 6x + 9 \geq 0$

שאלה 12 — מתי הרווח חיובי מאתגר

הרווח של חברה, באלפי שקלים, מתואר על ידי $P = -x^2 + 10x - 16$, כאשר x הוא מספר המוצרים באלפים. עבור אילו ערכי x הרווח חיובי? כתבו את התשובה כתחום.

שאלה 13 — אתגר: פרמטר וסימן קבוע מאתגר

עבור אילו ערכי k מתקיים $x^2 + kx + 4 > 0$ עבור כל x ממשי? הסבירו במה תלוי הדבר.

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא

🔑 דף פתרונות למורה — פרק 6: אי-שוויונות ריבועיים

לא לחלוקה לתלמידים

שאלה 1. א. $(x - 4)(x + 4) = 0$ נותן שורשים ± 4; המקדם המוביל חיובי ומחפשים חיובי — מחוץ לשורשים: $x < -4$ או $x > 4$ ב. שורשים ± 5, ומחפשים שלילי — בין השורשים: $-5 < x < 5$

שאלה 2. א. מחוץ לשורשים: $x < -2$ או $x > 5$ ב. בין השורשים: $-2 < x < 5$

שאלה 3. פירוק: $(x - 2)(x - 4) = 0$, השורשים 2 ו-4. המקדם המוביל חיובי ומחפשים היכן הביטוי שלילי — בין השורשים, בלי לכלול אותם: $2 < x < 4$

שאלה 4. פירוק: $(x - 3)(x + 2) = 0$, השורשים -2 ו-3. מחפשים היכן הביטוי חיובי — מחוץ לשורשים: $x < -2$ או $x > 3$. בדיקה: עבור $x = 0$ מתקבל -6, שלילי — ואכן 0 אינו בתחום ✓

שאלה 5. פירוק: $(x - 3)(x - 5) = 0$, השורשים 3 ו-5. הסימן חלש, ולכן התחום הוא בין השורשים כולל אותם: $3 \le x \le 5$

שאלה 6. א. $x(x - 5) > 0$, השורשים 0 ו-5; מחוץ לשורשים: $x < 0$ או $x > 5$ ב. $x(x + 4) \le 0$, השורשים -4 ו-0; בין השורשים כולל אותם: $-4 \le x \le 0$

שאלה 7. א. מכפילים ב--1 והופכים: $x^2 - 6x + 8 < 0$; השורשים 2 ו-4, והפתרון $2 < x < 4$ ב. מכפילים ב--1 והופכים: $x^2 + 2x - 15 \le 0$; $(x + 5)(x - 3) = 0$ נותן שורשים -5 ו-3, והפתרון $-5 \le x \le 3$

שאלה 8. א. $x^2 - 4x - 5 > 0$; $(x - 5)(x + 1) = 0$ נותן שורשים -1 ו-5, והפתרון $x < -1$ או $x > 5$ ב. $x^2 - 7x + 12 \le 0$; השורשים 3 ו-4, והפתרון $3 \le x \le 4$

שאלה 9. השורשים הם -1 ו-4. בתחום $-1 < x < 4$ שני הגורמים שליליים והמכפלה חיובית; בתחום $x > 4$ הגורם הראשון חיובי והשני שלילי, ולכן המכפלה שלילית; בתחום $x < -1$ שניהם חיוביים והמכפלה חיובית. הפתרון: $-1 < x < 4$. בדיקה עם נציג $x = 0$: $(-4) \cdot 1 = -4$, שלילי ✓

שאלה 10. א. $\Delta = 4 - 24 = -20$, שלילי, והמקדם המוביל חיובי — הביטוי חיובי תמיד, ולכן הפתרון הוא כל x ממשי ב. לאותו ביטוי אין ערכים שליליים — אין פתרון כלל ג. מכפילים ב--1 והופכים: $x^2 - x + 3 > 0$; $\Delta = 1 - 12 = -11$, שלילי, והמקדם המוביל חיובי — מתקיים לכל x ממשי

שאלה 11. א. $(x - 5)^2 > 0$ — ריבוע חיובי בכל מקום פרט לנקודה שבה הוא מתאפס, ולכן הפתרון הוא כל x פרט ל-$x = 5$ ב. $(x - 5)^2 \le 0$ מתקיים רק כאשר הריבוע מתאפס, כלומר רק $x = 5$ ג. $(x + 3)^2 \ge 0$ נכון תמיד

— כל x ממשי

שאלה 12. מחפשים $-x^2 + 10x - 16 > 0$. מכפילים ב-1− והופכים: $x^2 - 10x + 16 < 0$. $\Delta = 100 - 64 = 36$, ולכן $x = (10 \pm 6)/2$ והשורשים הם 2 ו-8. המקדם המוביל חיובי ומחפשים שלילי — בין השורשים: $2 < x < 8$, כלומר בין 2000 ל-8000 מוצרים

שאלה 13. המקדם המוביל 1 חיובי, ולכן הפרבולה פתוחה כלפי מעלה; היא נשארת כולה מעל הציר בדיוק כאשר אין לה שורשים ממשיים, כלומר כאשר $\Delta < 0$. מחשבים $\Delta = k^2 - 16$, ודורשים $k^2 - 16 < 0$, כלומר $k^2 < 16$. התשובה: $-4 < k < 4$

© כל הזכויות שמורות ליאיר כהנא