W14 P1	Симм бил. кв формы. Метод Л-жа приведения формы к канон виду

см билет 13

Утв $f \in B(V)$

f явл симм $\Leftrightarrow A = A^T$ $\forall e \in$ в V

Д-во

$\Rightarrow$ $a_{ij} = f(e_i, e_j) = f(e_j, e_i) = a_{ji}$

$\Leftarrow$ Пусть $A = A^T$

$f(x, y) = x^T A y$

$f(y, x)^T = f(y, x) = (y^T A x)^T = (y^T A x)^T = x^T A^T y$ ■

Пусть $f \in B^+(V)$

$f: V \times V \to F$

Расссм подмн-во пар $\{(x, x) \mid x \in V\} = \Delta_V$ – диагональ декартового пр-я

Опр Кв ф-ей на пр-ве V наз-ся сужение

симм билин ф-ии f на Δ_V

$f|_{\Delta_V}$ т.е. $q(x) \overset{def}{=} f(x, x)$.

Т2 (Лагранжа)

В пр-ве V сущ-ет базис $\mathcal{E}$, в

котором всякая симм бил ф-ма (кв)

имеет диаг вид*

(*) $f = \lambda_1 x_1 y_1 + \lambda_2 x_2 y_2 + \ldots + \lambda_n x_n y_n$

$q = \lambda_1 x_1^2 + \ldots + \lambda_n x_n^2$

Д-во

Индукция по $\dim V$

База $\dim V = 1 \Rightarrow$ д-но

Переход $\dim V = n$

Если $f = 0$ очев

Если $f \neq 0 \Rightarrow q \neq 0$

$\Rightarrow \exists e_1 \in V: q(e_1) \neq 0$

$q(e_1) = f(e_1, e_1)$ $U = \langle e_1 \rangle$ и $f|_U$ не выр.

Тогда $\exists$ $V = \underset{U}{\langle e_1 \rangle} + \underset{U^\perp}{\langle e_1 \rangle^\perp}$

В $u^{\perp}$ $\exists$ орт базис $e_2 \ldots e_n$ (по предп инд-ии)

$E = e_1, e_2 \ldots e_n$ – орт базис

Утв. $Q(V) \cong B^{+}(V)$

$f(x,y) = \frac{1}{4}\left(q(x+y) - q(x-y)\right)$ – пол. т-во

Метод Лагранжа

$q(x) = \sum\limits_i \sum\limits_j a_{ij}\, x_i x_j$

Выбираем сл-е с x_1 и собираем полный кв-т

и т.д.