№25

Приведение квадратичной формы к главным осям. Одновременное приведение пары квадратичных форм к диагональному виду.

T1 V – эвкл (эрм) пр-во

$q(x)$ – кв ф-ма над V

Тогда $\exists$ ОНБ $\mathcal{E}$ в V, в к-ром м-ца ф-мы

q диагональна

Д-во

$f(x,y)$ – полярная к q симм бил. (1,5-лин) ф-я

$\exists \ell: f(x,y) = (\ell(x), y)$

Эвкл. сл-й

$(\ell(x), y) = f(x,y) = f(y,x) = (\ell(y), x) = (x, \ell(y)) \Rightarrow \ell$ самосопр

Эрм сл-й

$(\ell(x), y) = f(x,y) = \overline{f(y,x)} = \overline{(\ell(y), x)} = (x, \ell(y)) \Rightarrow \ell$ самосопр

$\exists$ ОНБ в к-ром ℓ имеет диаг вид

с действ с. зн. на диаг.

$A_f = A_q = \ell_{\mathcal{E}}^T$ ☒

T2 Пусть V – действ. лин. пр-во

q_1, q_2 – две квадр ф-ии (ф-мы) над V

Причем хоть одна из них пол опр-на

Тогда $\exists \mathcal{E}$ – ОНБ: q_1 и q_2 од-но диаг

Д-во

Пусть q_2 – пол. опр на $V \Leftrightarrow f_2(x,y)$ пол опр симм бил ф-я

(V, f_2) – эвкл пр-во

Приведем q_1 к диаг виду. (т.к. $\exists$ ОНБ с отн f_2)

$f_2|_\varepsilon \Longleftrightarrow E$ кан гл. пр-е

Утв. две отр опр кв ф-ии не всегда можно привести одн к диаг виду

Пример.

$\dim V = 2$

$B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $B_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ – обе отр опр.

Пусть можно привести од-но

$\Rightarrow B_1 \Rightarrow \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ $B_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \exists\ \alpha B_1' + \beta B_2'$ – вырожд

$\Rightarrow \exists\ \alpha, \beta : \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix} = -\alpha^2 - \beta^2 < 0$?!