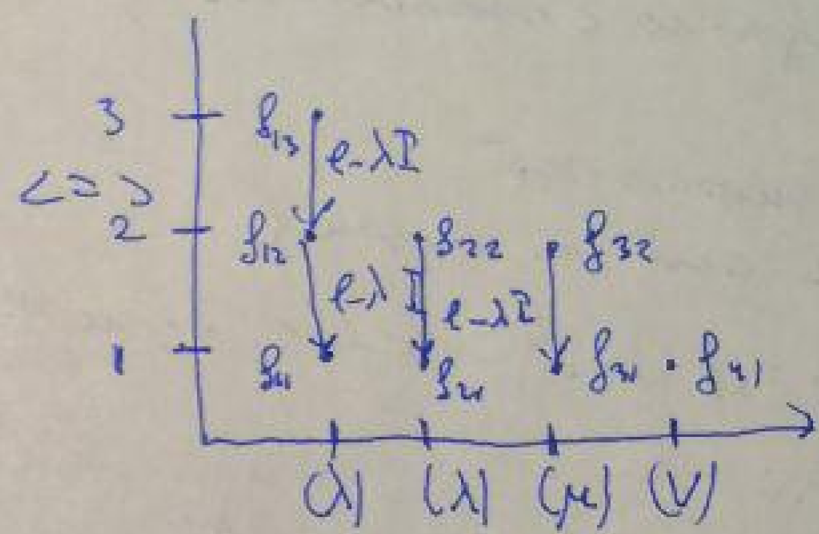
№10 p1	Жорд. диаг. Метод ее постр. без поиска ж.б. Th о ед-ти ж. н. ф. с точн. до пер-ки клеток

Жорд. диаг.

$$J = \begin{pmatrix} \begin{matrix}\lambda & 1 & 0\\ 0 & \lambda & 1\\ 0 & 0 & \lambda\end{matrix} & & & \\ & \begin{matrix}\lambda & 1\\ 0 & \lambda\end{matrix} & & \\ & & \begin{matrix}\mu & 1\\ 0 & \mu\end{matrix} & \\ & & & \boxed{\nu} \end{pmatrix} \begin{matrix} f_{11}\\ f_{12}\\ f_{13}\\ f_{21}\\ f_{22}\\ f_{31}\\ f_{32}\\ f_{41}\end{matrix} \iff$$



Def. Ж.д. наз-ся набор точек на пл-ти, в которой (i,j) соотв. в-ру f_{ij} ж.б.

Под каждым ст-цом ЖД стоит соотв-е соб. зн.

Св-ва ЖД

① $\exists$ вз. одн. соотв. между ж.м-ми и ж.д-ми

② Каждый столбец ЖД содержит в-ры ж.б., отвеч. данной ж.кл.

③ В-ры f_{ij}, р-е. на в-те j ЖД — это векторы цикл. пр-в, имеющие высоту j, т.е. $(\varphi-\lambda I)^j f_{ij} = 0$ ($j = \min$)

В ч-ти в-ра на в-те 1 $\{f_{i1}\}$ — соб. в-ры оп-ра φ.

④ Объед. ст. в ЖД, отвеч. с. зн. λ_i, дает базис в корневом пр-ве V^{λ_i}

⑤ Действуя $(\varphi-\lambda I)$ на вышележ. в-р, получим в-р, расп. непоср. под ним.

Note. Если λ — с. зн. опер. φ, то

$$\{0\} \subset \operatorname{Ker}(\varphi-\lambda I) \subset \operatorname{Ker}(\varphi-\lambda I)^2 \subset \ldots \subset \underbrace{\operatorname{Ker}(\varphi-\lambda I)^l}_{V^{\lambda}}$$

Пусть $n_i := \dim \operatorname{Ker}(\varphi-\lambda I)^i$

$\Rightarrow n_1 < n_2 < \ldots < n_l = n_{l+1} \ldots$

$\forall \lambda$ посл-ть n_i — строго возр. и стаб. с нек. момента

Если d_i - длина i-й строки, то $d_i = n_i - n_{i-1}$ ($n_0 = n_0$)

Тh (о ед-ти)

ЖНФ линейного оператора ℓ (ℓ - лин. факт.)

опр-на одн-но с точностью до пер-ки ж. клеток

Д-во,

Пусть зафик-н ЖБ

λ_i - пр-е соб. зн. оп-ра ℓ

Пусть $\{ f_{ij}(\lambda_i) \}$ - все с. в-ра ЖБ, отвеч. соб. зн λ_i.

$f_{ij}(\lambda_i)$ - корневые, отвеч λ_i

$\langle f_{ij}(\lambda_i) \rangle \subseteq V^{\lambda_i}$

$V = \langle f_{ij}(\lambda_1) \rangle \oplus \ldots \oplus \langle f_{ij}(\lambda_k) \rangle$

$V = V^{\lambda_1} \oplus - - - - \oplus V^{\lambda_s}$

Тогда $\forall s$ $\langle f_{ij}(\lambda_s) \rangle = V^{\lambda_s}$

$\Rightarrow$ сумма ~~всех~~ длин всех ст-в ЖФ, отв $\lambda_s =$

$= \dim V^{\lambda_s}$ и не зависит от в-ра ЖБ.

Осталось д-ть Тh о ед-ти для сл-я, когда оп-р имеет одно с. зн $\Rightarrow$ р-ры клеток не зависят от выбора б-за.

λ - фикс-р собств зн.

$\ell \to \ell - \lambda I$. можем считать, что ℓ - нильпот и имеет с. зн $\lambda = 0$.

Ту часть ЖФ, которая отвеч. выбр. му с. зн. р-м так, чтобы длины ст-в не возр. - ли.

Если столбцы расположить в порядке не возр их длин, то ЖФ полностью опр р-ми строк d_i, которые не з-ят от базиса