

W1
P1

Задание мн-ва перечислением и определением св-м.
Отношение подмножества и его св-ва: рефлексивность, антисимм., транзитивность. Равенство мн-в. Парадокс Рассела. Операции над мн-ми: объединение, пересечение, разность, симметрическая р-ть, дополнение. Тождества: каноничность, ассоциативность, дистрибутивность, законы де Моргана. Доказательства при помощи диаграмм Эйлера и непосредственные.

Обозначение мн-в

- ① $\{0, 1, 3\}$
- ② $\{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$
- ③ Задание хловием
 $\{x \mid x > 0\}$ или $\{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$

Def А подмножество В

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \rightarrow x \in B$$

Def $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$

Note, $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\} = \{1, 1, 2, 3\}$.

Св-ва

- ① Рефлексивность
 $\forall A \quad A \subset A \quad A = A$
- ② Антисимметричность
 $(A \subset B \text{ и } B \subset A) \Rightarrow A = B$
- ③ Симметричность р-ва
 $A \supset B \Leftrightarrow B \supset A$
- ④ Транзитивность
 $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

TL Парадокс Рассела

$$M = \{x \mid x \notin x\} \Rightarrow M \in M \Leftrightarrow M \notin M ?!$$

Операции над мн-ми

Def Пересечение А и В

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

Def Объединение мн-в

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$$

Def Разность мн-в

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$

Def Симметрическая р-ть

$$A \Delta B = \{x \mid \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \end{cases}\}$$

Def. Domain

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}$$

Def. U - универсальное множество.

Сб-за.

- ① $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
- ② $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
- ③ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- ④ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

D-за.

- ① $\forall x \in \overline{A \cap B} \Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \bar{A} \cup \bar{B}$
- ② $\forall x \in \overline{A \cup B} \Leftrightarrow x \notin A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow x \in \bar{A} \cap \bar{B}$
- ③ $\forall x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cup B \\ x \in A \cup C \end{cases} \Leftrightarrow x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- ④ а) \subseteq
 $\forall x: x \in A \cup (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \cap C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \Rightarrow x \in A \cup B \\ x \in B \cap C \Rightarrow \begin{cases} x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \\ x \in C \Rightarrow x \in A \cup C \end{cases} \Rightarrow x \in \Pi.2. \end{cases}$
б) \supseteq
 $x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cup B \\ x \in A \cup C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \\ \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow x \in A \cup (B \cap C) \quad \square$

Note. очевидно, что все операции являются коммутативными.

Note. D-за при помощи правил де Моргана очевидно.