

12.4 Числа Каталана (они-е пере пере с-к пере-и). Рекуррентное
р.1 соотношение для чисел Каталана

Def. n -е число Каталана - кол-во ПСП из $2n$ символов.

Ymb. $C_n = C_0 C_{n-1} + C_1 C_{n-2} + \dots + C_{n-1} C_0 = \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-1-i}$, где $C_0 = 1$

D-во. (по инд-ции)

База, 0 символов $C_0 = 1$

Переход. Пусть X - ПСП длиной $2n$.

$X = CA|B$, где A - ПСП длиной $2k$

B - ПСП длиной $2(n-k-1)$

Но k может меняться от 0 до $n-1$

Т.к. для $< n$ выполняется предп. индукции \Rightarrow

$$C_n = C_0 C_{n-1} + C_1 C_{n-2} + \dots + C_{n-1} C_0 = \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-1-i} \quad \square$$