

№ 41

Р. 1

Сумма степеней n -го числа, знаменательные
множества (2 условия)

Умб $C_{n+m}^n = C_{n+m-1}^{n-1} + C_{n+m-2}^{n-1} + \dots + C_{n-1}^{n-1}$

Д-во

Рассмотрим м.в., состоящее из $n+1$ объектов.
 $\{a_1, \dots, a_{n+1}\}$

Возьмем все m -соед. с повторениями

$$C_{n+1+m-1}^m = C_{n+m}^m = C_{n+m}^n$$

Посчитаем по-другому

Для каждого $i \in \{0, \dots, m\}$ возьмем те m -соед. с повтор.,
в которых ровно i раз встречается a_1 .

$$C_{n+m}^n = C_{n+m-1}^m + C_{n+m-2}^{m-1} + \dots + C_{n-1}^0$$

м.к. $C_n^k = C_n^{n-k}$

$$C_{n+m}^n = C_{n+m-1}^{n-1} + C_{n+m-2}^{n-1} + \dots + C_{n-1}^{n-1}$$

А-я

① $n=1$

$$C_{m+1}^1 = C_m^0 + C_{m-1}^0 + \dots + C_0^0 = m+1$$

② $n=2$

$$C_{m+2}^2 = C_{m+1}^1 + C_m^1 + \dots + C_1^1$$

$$\frac{(m+1)(m+2)}{2} = 1 + 2 + \dots + (m+1)$$

③ $n=3$

$$C_{m+3}^3 = C_{m+2}^2 + C_{m+1}^2 + \dots + C_2^2 = \frac{(m+1)(m+2)}{2} + \frac{m(m+1)}{2} + \dots + \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$\frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{6} = \frac{(m+1)^2}{2} + \frac{m^2}{2} + \dots + \frac{1^2}{2} + \frac{(m+1)}{2} + \frac{m}{2}$$

$$\oplus \dots + \frac{1}{2}$$

$$1^2 + \dots + (m+1)^2 = \frac{(m+1)(m+2)(m+3)}{6} - \frac{(m+1)(m+2)}{2} = \frac{(m+1)(m+2)(2m+3)}{6}$$

$$1^2 + \dots + m^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6}$$

Note, Размещение n различных φ -м для системы $(n-1)$ элементов.

Ymb, $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = \begin{cases} n=0, 1 \\ n>0, 0 \end{cases}$

D-60

$$n=0: C_0^0 = 1$$

$$n>0: (-1)^n = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n \quad \textcircled{D}$$

Ymb, $\sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k (n-k)^m = 0, m < n$

D-60, Рассмотрим $\{a_1, \dots, a_n\}$ и выделим все \bar{A}_n^m - p -я из n по m с повторениями.

Объекты - p -я.

$$N = n^m$$

d_i : p -е различаем об-м $d_i \Leftrightarrow$ оно не совпадает с d_i

$$N(d_i) = (n-1)^m \quad N(d_i, d_j) = (n-2)^m$$

$$N(\bar{d}_1, \dots, \bar{d}_m) = 0, \text{ м. к. } m < n.$$

Привнесем φ -м вкл. или

$$0 = n^m - C_n^2 (n-1)^m + C_n^3 (n-2)^m - \dots + (-1)^n (n-n)^m \cdot C_n^n \quad \textcircled{D}$$