

№ 39

Р. 1

Тл о раскраске мн-ва в два цвета.

(Тл) Пусть $A = \{1, \dots, 30\}$, M_1, \dots, M_{15} - подмн-ва A : $|M_i| = 5 \forall i$.

Тогда всегда можно покрасить A в два цвета так, чтобы каждое M_i было не одноцветным

Д-во, число всех раскрасок - 2^{30}

Число раск-к, при которых конкретное M_i одноцветное $= 2^{26} (2 \cdot 2^{25} = 2^{26})$

Число раск-к, при которых хотя бы одно M_i было одноцветным не в. $\leq 15 \cdot 2^{26} < 16 \cdot 2^{26} = 2^{30}$ \square

Задача $m(n) = \min \{ s \in \mathbb{N} : \exists M_1, \dots, M_s; \forall i (|M_i| = n, \dots$

\forall раск-ки $M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_s$ в 2 цвета $\exists i: M_i$ одноцветно $\}$

Имеется неизвестно, но есть оценки

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{n}{\ln n} \right)^{1/2} 2^n \leq m(n) \leq \frac{e \ln 2}{4} (1 + o(1)) n^2 2^n \quad f(n) \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow \infty$$