№14 Р.1 | Простые числа. Бесконечность мн-ва пр-х. Основная теорема арифметики.

Опр. Простое число – нат. число ≥ 1, которое делится только на 1 и на себя.

Т2 Пусть $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$. Тогда $\exists!$ набор $\alpha_1 \dots \alpha_s \geq 1$ такой, что $n = p_1^{\alpha_1} \dots p_s^{\alpha_s}$ (*)

Утв. Пр-х чисел бесконечно много

Д-во.

Пусть $p_1 \dots p_s$ – пр-е числа

Тогда рассмотрим $a = p_1 \cdot p_2 \cdots p_s + 1$.

Если a-пр-е, то g-но.

Пусть a-непростое. Тогда $\exists q$ простое : $q \mid a$.

Если $q \in \{p_1 \dots p_s\}$, то $\left.\begin{matrix} q \mid p_1 \cdots p_s \\ q \mid a \end{matrix}\right\} \Rightarrow q \mid a - p_1 \cdots p_s \Rightarrow q \mid 1$?!

$\Rightarrow q$ – пр-е и $q \notin \{p_1 \dots p_s\}$. ▨

(*)-Д-во $\exists$ и р-ть.

Д-м по индукции.

База: n-простое $\Rightarrow n = n$-кол-во-е.

Переход: Пусть для чисел больших 1, но меньших n g-но.

Если n-простое, то g-но

Если n-составное, то $n = p \cdot q$, где p и q имеют р-е по предп. инд-ии

Перемножим р-я $\Rightarrow$ р-е для n. ▨