№22
р.1

Линейные рекуррентные с-я с п-ми коэ-ми. хар-е ур-е. Общая ф-ла для с-я n-го пор-ка (формулировка, частный сл-й n=2)

См. билет №20.

Рассмотрим с-е $a_k y_{n+k} + a_{k-1} y_{n+k-1} + \dots + a_1 y_{n+1} + a_0 y_n = 0$ (*)

$a_k; a_0 \neq 0$ $y_0, y_1 \dots y_{k-1}$ – нач. усл-я.

$a_k x^k + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ – хар-е ур-е.

$\lambda_1 \dots \lambda_k$ – корни ур-я.

$\mu_1 \dots \mu_r$ – р-е корни

$m_1 \dots m_r$ – кратности

$P_i(n)$ – пр-й многочлен i-й степени от пер-й n.

Т2 ① $\forall\ P_{m_1-1}(n) \dots P_{m_r-1}(n)$

п-сть $y_n = P_{m_1-1}(n)\mu_1^n + \dots + P_{m_r-1}(n)\mu_r^n$ удовл (*)

② Если посл-ть $\{y_n\}$ удовл (*), то

$\exists\ P_{m_1-1}(n) \dots P_{m_r-1}(n)$:

$y_n = P_{m_1-1}(n)\mu_1^n + \dots + P_{m_r-1}(n)\mu_r^n$

$$\begin{cases} P_{m_1-1}(0) + \dots + P_{m_r-1}(0) = y_0 \\ P_{m_1-1}(k-1) + \dots + P_{m_r-1}(k-1) = y_{k-1} \end{cases}$$

Пример. (n=2)

$\underline{\lambda_1 \neq \lambda_2}$

$r=2$ $\mu_1 = \lambda_1$ $\mu_2 = \lambda_2$

$y_n = P_0(n)\mu_1^n + P_0(n)\mu_2^n = c_1\lambda_1^n + c_2\lambda_2^n$

$\underline{\lambda_1 = \lambda_2}$ $\mu_1 = \lambda$ $m_1 = 2$

$y_n = P_1(n)\lambda^n = (c_1 n + c_2)\lambda_1^n$