№ 62 P. 1	б. ц. д. Единственность пр-я ирр. числа в виде бесконечной цепной дроби.

Утв. Представление действительного иррационального α в виде бесконечной цепной дроби всегда является р-ем α с помощью выделения целой части.

Д-во.

Пусть $\alpha = \lim\limits_{k\to\infty} (q_1 \ldots q_k)$.

$(q_k, q_{k+1} \ldots)$ – остаток дроби пор-ка k.

Т.к. $\forall$ беск. ц. др задает число, то

$\exists\ \alpha_k' = (q_k q_{k+1} \ldots)$, т.е. $\alpha_k' = \lim\limits_{r\to\infty} (q_k \ldots q_{k+r})$

$(q_k, q_{k+1} \ldots q_{k+r}) = q_k + \dfrac{1}{(q_{k+1} \ldots q_{k+r})}$

$\Rightarrow \lim\limits_{r\to\infty} (q_k, q_{k+1} \ldots q_{k+r}) = \lim\limits_{r\to\infty} q_k + \lim\limits_{r\to\infty} \dfrac{1}{(q_{k+1} \ldots q_{k+r})}$

$\Rightarrow \alpha_k' = q_k + \dfrac{1}{\alpha_{k+1}'}$ (1).

Т.к. при $k \geq 1$ $q_k \geq 1$, то $\alpha_k' > 1$, а $\dfrac{1}{\alpha_k'} < 1$

$q_k < \alpha_k' < q_k + 1$, т.е. $q_k = [\alpha_k']$ (2)

$\alpha_1' = \alpha \Rightarrow q_1 = [\alpha] \Rightarrow \alpha_2' = \alpha_2$ и т.д.

Т.е. эл-ты данной б. ц. д. получаются с помощью последовательного выделения целой части $\boxtimes$