

W1  
P1

Задание мн-ва перечислением и определением св-м.  
Отношение подмножества и его св-ва: рефлексивность, антисимм., транзитивность. Равенство мн-в. Парадокс Рассела. Операции над мн-ми: объединение, пересечение, разность, симметрическая р-ть, дополнение. Тождества: каноничность, ассоциативность, дистрибутивность, законы де Моргана. Доказательства при помощи диаграмм Эйлера и непосредственные.

### Обозначение мн-в

- ①  $\{0, 1, 3\}$
- ②  $\{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$
- ③ Задание хловием  
 $\{x \mid x > 0\}$  или  $\{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$

### Def. А подмножество В

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \rightarrow x \in B$$

### Def. $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$

Note,  $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\} = \{1, 1, 2, 3\}$ .

### Св-ва

- ① Рефлексивность  
 $\forall A \quad A \subset A \quad A = A$
- ② Антисимметричность  
 $(A \subset B \text{ и } B \subset A) \Rightarrow A = B$
- ③ Симметричность р-ва  
 $A \supset B \Leftrightarrow B \supset A$
- ④ Транзитивность  
 $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$

### TL Парадокс Рассела

$$M = \{x \mid x \notin x\} \Rightarrow M \in M \Leftrightarrow M \notin M ?!$$

### Операции над мн-ми

#### Def. Пересечение $A \cap B$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

#### Def. Объединение мн-в

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$$

#### Def. Разность мн-в

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$

#### Def. Симметрическая р-ть

$$A \Delta B = \{x \mid \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x \notin A \\ x \in B \end{cases}\}$$



### Def. Domains

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}$$

Def.  $U$  - универсальный м.б.

### Сб-ба

$$① \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$② \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$③ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$④ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

### D-ба

$$① \forall x \in \overline{A \cap B} \Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \bar{A} \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$② \forall x \in \overline{A \cup B} \Leftrightarrow x \notin A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow x \in \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$③ \forall x \in A \cap (B \cup C) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \cap B \\ x \in A \cap C \end{cases} \Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$④ \text{ a) } \subseteq$$

$$\forall x: x \in A \cup (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \Rightarrow x \in A \cup B \\ x \in B \cap C \Rightarrow \begin{cases} x \in B \Rightarrow x \in A \cup B \\ x \in C \Rightarrow x \in A \cup C \end{cases} \Rightarrow x \in \pi_2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \supseteq$$

$$x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cup B \\ x \in A \cup C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in A \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow x \in A \cup (B \cap C) \quad \square$$

Note, очевидно, что все операции корректно коммутируются.

Note. D-ба при помощи операций Де Моргана очевидно.