

11 | Бинам Ньютона. Полиномиальный коэффициент и бином. ф-ла.
 p.1 Задача про дебришек и цветки (5.12)

Def. Бинам Ньютона

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k y^{n-k}$$

Задача

Пусть есть n_1 объектов a_1

— // — n_2 — // — a_2

⋮

— // — n_k — // — a_k

Пусть всего $n = n_1 + \dots + n_k$ объектов.

Сколько р-х, слов, длинны n из a_1, \dots, a_k ? ($P(n_1, \dots, n_k)$)

⊕ $P(n_1, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$

Д-во. Есть n позиций

Выбираем n_1 позиций для a_1 : $C_n^{n_1}$

Потом из $n - n_1$ выбираем n_2 для a_2 $C_{n-n_1}^{n_2}$
 и т.д.

В итоге

$$\begin{aligned} P(n_1, \dots, n_k) &= C_n^{n_1} \cdot C_{n-n_1}^{n_2} \cdot \dots \cdot C_{n-n_1-\dots-n_{k-1}}^{n_k} = \\ &= \frac{n!}{n_1! (n-n_1)!} \cdot \frac{(n-n_1)!}{n_2! (n-n_1-n_2)!} \cdot \dots \cdot \frac{(n-n_1-\dots-n_{k-1})!}{n_k! \cdot 0!} = \\ &= \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!} \quad \square \end{aligned}$$

⊕ (полиномиальная ф-ла)

$$(x_1 + \dots + x_k)^n = \sum_{n_1 + \dots + n_k = n} P(n_1, \dots, n_k) x_1^{n_1} \cdot \dots \cdot x_k^{n_k}$$

Д-во,

$$(x_1 + \dots + x_k)^n = \underbrace{(x_1 + \dots + x_k)}_{\text{из каждой с-ки выбираем одну пер-ю}} \underbrace{(x_1 + \dots + x_k)}_{\text{объекты } n_1\text{-кач. во скобок из которых взяли } x_1} \dots (x_1 + \dots + x_k)$$

из каждой с-ки выбираем одну пер-ю.

Объекты n_1 -кач. во скобок из которых взяли x_1

— // — n_k — // — x_k

$$n_1 + \dots + n_k = n$$

монан $x_1^{n_1} \cdot \dots \cdot x_k^{n_k}$ с коэф $P(n_1, \dots, n_k)$ \square

Задача Сколько имеется способов раздать 11 разных цветов,
трех девушкам: какой-то 5, остальным по 3 цвета

Решение,

$$n_1 = 5$$

$$n_2 = 3$$

$$n_3 = 3.$$

$$n = n_1 + n_2 + n_3 = 11$$

$$\text{Ответ: } P(5, 3, 3) = \frac{11!}{5! 3! 3!}$$

(составим 11-ти „буквенные слова“ из девушек, где
каждое место по „букве“ - цветок). \square