

## Числа Каталана. Гр-я ф-я для чисел Каталана

Def. Числами Каталана наз-ся посл-ть чисел, заданная след. обр-н:  $T_0 = 1$ ,  $T_n = T_{n-1}T_0 + \dots + T_0T_{n-1} = \sum_{i=0}^{n-1} T_i T_{n-i-1}$

Гр-я ф-я

$$f(x) = T_0 + T_1 x + T_2 x^2 + \dots$$

$$\begin{aligned} (f(x))^2 &= T_0^2 + (T_0 T_1 + T_1 T_0) x + \dots + (T_0 T_n + \dots + T_n T_0) x^n = \\ &= T_1 + T_2 x + T_3 x^2 + \dots \end{aligned}$$

$$x(f(x))^2 = T_1 x + T_2 x^2 + T_3 x^3 + \dots = f(x) - T_0 = f(x) - 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x}}{2x}$$

Подставим  $x=0 \Rightarrow x f(x) = \frac{1 - \sqrt{1-4x}}{2}$