

10 Размещение, перестановки и сочетания. Д-во формулы для чисел p -я и сочетания с повт-ми и без.

$\{a_1, \dots, a_n\}$ - мн-во

Def Размещение - посл-й видор n -в

Def Сочетание - „приморочення“ (порядок не важен)
Бывают с повторениями и без.

Note Формально

Размещение без повторений - любой набор p -х объектов v_1, \dots, v_k расположенных друг за другом в отн. пор-ке.

Размещение с повторениями - любой набор объектов (могут повторяться) v_1, \dots, v_k расположенных в отн. пор-ке.

Сочетание без повторений - как p -е, только порядок не важен

Сочетание с повторениями - // —

Def A_n^k - число k p -й из n объектов без повт-й

Def C_n^k - число k сочетаний из n объектов без повт-й

Def \bar{A}_n^k - — // — с пов-ми

Def \bar{C}_n^k - — // — с пов-ми

TL $\bar{A}_n^k = n^k$

Д-во

число способов выбрать k объект - n .

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ раз}} = n^k. \quad \square$$

TL $A_n^k = n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Д-во **очев.** \square

TL $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Д-во

каждому сочетанию соответствует $k!$ его перестановок, являющихся размещениями \square

TL $\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$

Д-во Установим биекцию между мн-м k -сочет. с повторениями

из n объектов и мн. всех k -сочетаний без пов-й из $n+k-1$ объектов.

Пусть $\{a_1, \dots, a_n\}$.

Пусть p -е k сочет. с повт-й. Напишем 1 столько раз, сколько

a_1 встречается в сочет. Затем 0 и т.д.

$$\underbrace{1 \dots 1}_{\text{столько } a_1} \underbrace{0 \dots 0}_{a_2} \dots \underbrace{0 \dots 0}_{a_n} \quad \begin{array}{l} \text{Единиц} - k \\ \text{Нулей} - n-1 \end{array} \quad \text{Число всех таких посл-й} = C_{n-1+k}^k \quad \square$$