

(ТЛ) (Кантора - Бернштейна)

Если  $A \preceq B$  и  $B \preceq A$ , то  $A \equiv B$

до-во,

$A \preceq B \Rightarrow \exists$  функция  $f: A \rightarrow B, \subset B$

$B \preceq A \Rightarrow \exists$  функция  $g: B \rightarrow A, \subset A$ .

Пусть  $A_0 = A, B_0 = B$ .

Определим по инд-ции  $A_{i+1} = g(B_i) \quad B_{i+1} = f(A_i)$

$C_i = A_i \setminus A_{i+1}, D_i = B_i \setminus B_{i+1}, C = \bigcap A_i, D = \bigcap B_i$ .

Заметим, что мн-ва  $C_i$  и  $C, D_i$  и  $D$  попарно не пересекаются

Более того,  $A = C \cup C_0 \cup C_1 \dots, B = D \cup D_0 \cup D_1 \dots$

Построим функцию  $h: A \rightarrow B$

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \in C \cup x \in C_{2k+1}, k \in \mathbb{N} \\ g^{-1}(x), & x \in C_{2k+2}, k \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \square$$