Распределение простых чисел в натуральном ряде. ф-ии $\pi(x)$, $\Theta(x)$, $\psi(x)$. Tр о р-ве нижних и верхних пределах (ф-ка) Ассимптотический закон распр-я простых (без д.). "Дырки" между соседними простыми числами.

Def ф-я $\pi(x): \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ — кол-во пр-х чисел, меньше либо равных x.

Тр (постулат бертрана)
$$\forall x \, \exists p - пр-е : p \in [x, 2x]$$

Задача Как быстро должна расти ф-я $f(x)$, чтобы на отрезке $[x, x+f(x)] \, \forall x \, \exists p$.

Утв $\exists c \in \mathbb{R}$: при $f(x) = cx^{0.525} \, \forall x \, \exists p \in [x, x+f(x)]$

Гипотеза $f(x) = c\ln^2 x$.

Тр $\pi(x) \sim \dfrac{x}{\ln(x)}$ при $x \to \infty$

Тр (Чебышева)
$$\exists a, b \in \mathbb{R}, \, 0 < a < b : \quad \frac{ax}{\ln(x)} \le \pi(x) \le \frac{bx}{\ln x}.$$

Def $\Theta(x) = \sum\limits_{p \le x} \ln p$

$$\psi(x) = \sum\limits_{\substack{p \in \mathbb{P} \\ a \in \mathbb{N} \\ p^a \le x}} \ln p$$

Об-я

$$\lambda_1 = \varlimsup_{x \to \infty} \frac{\Theta(x)}{x} \qquad \lambda_2 = \varlimsup_{x \to \infty} \frac{\psi(x)}{x} \qquad \lambda_3 = \varlimsup_{x \to \infty} \frac{\pi(x)}{x/\ln x}$$

$$\mu_1 = \varliminf_{x \to \infty} \frac{\Theta(x)}{x} \qquad \mu_2 = \varliminf_{x \to \infty} \frac{\psi(x)}{x} \qquad \mu_3 = \varliminf_{x \to \infty} \frac{\pi(x)}{x/\ln x}$$

github.com/yaishenka

1. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ и $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$