Представление иррационального числа в виде
б. ц. д.

см. билет 60

Задача. $\alpha \notin \mathbb{Q}$. Представить α в виде б.ц.д.

Решение.

$$\alpha = [\alpha] + \{\alpha\} = [\alpha] + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\{\alpha\}}} \quad \ldots$$

Докажем, что $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{P_n}{Q_n} = \alpha$, где $\dfrac{P_n}{Q_n}$ — подх. дроби,

полученные по ал-му.

$$\alpha = [\alpha] + \cfrac{1}{[\alpha_1] + \cfrac{1}{\ddots + \cfrac{1}{\alpha_K}}}$$

Если вместо α_K написать $[\alpha_K]$, то дробь $\dfrac{1}{\alpha_K}$ увеличится,

а дробь $\cfrac{1}{[\alpha_{K-1}] + \cfrac{1}{\alpha_K}}$ уменьшится. И т.д.

Получим при n-нечет $\dfrac{P_n}{Q_n} < \alpha$ Тогда $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{P_n}{Q_n} = \alpha$.

n-чет $\dfrac{P_n}{Q_n} > \alpha$.