17 р.1 Задача о разбиениях чисел на слагаемые. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения. Рекуррентные ф-лы.

Def Разбиением $n \in \mathbb{N}$ на слагаемые наз-ся представление n в виде суммы $n = x_1 + \dots + x_t$, $x_t \in \mathbb{N}_+$

Упорядоченные р-я (задача о лопатке)

Формулировка: Найти кол-во уп. разбиений числа n на слагаемые, которые могут принимать значения из мн-ва $\{n_1 \dots n_k\}$

Обозначим $f(n, n_1 \dots n_k)$

Утв $f(n; n_1 \dots n_k) = \sum_{i=1}^{k} f(n - n_i; n_1 \dots n_k)$

Д-во

Пусть V - мн-во всех уп р-ний числа n на сл-е.

V_i - мн-во р-ий, где первое сл-е равно n_i

$V = V_1 \cup V_2 \dots \cup V_k \Rightarrow |V| = |V_1| + \dots + |V_k|$.

$|V_i| = f(n - n_i; n_1 \dots n_k)$ ч.т.д.

Неуп. р-я (задача о кошельке)

Формулировка: Найти кол-во неупорядоченных р-й числа n на сл-е, которые могут принимать зн-я из $\{n_1 \dots n_k\}$. Об-м как $F(n; n_1 \dots n_k)$.

Утв $F(n; n_1 \dots n_k) = F(n; n_2 \dots n_k) + (n - n_1; n_1 \dots n_k)$

Д-во

$V = V_1 \cup V_2$, где V_2 содержат n_1, а V_1 не содержат. ч.т.д.