

33

р.1

Контингенты четные графы. Каноническая запись. Подкоряющие графы.
Рекуррентные соотношения для числителей и знаменателей
графов (d/g) . У-э: несомкнутость подкоряющих графов,
возрастание подкоряющих графов с четными номерами
и убывание подкоряющих графов с нечетными номерами

см. пункт 32.

Тк Для числителей и знаменателей подкоряющих графов верны
следующие соотношения:

$$\begin{cases} p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2} \\ q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2} \end{cases}$$

Умножим первое р-во на q_{k-1} , второе на p_{k-1} и вычтем
второе из первого

$$p_k q_{k-1} - q_k p_{k-1} = p_{k-2} q_{k-1} - p_{k-1} q_{k-2} \quad (1)$$

$$\text{При } k=1 \quad p_1 q_0 - q_1 p_0 = (a_0 a_1 + 1) - a_1 a_0 = 1$$

Т.е. если об-ть $\Gamma_k = p_k q_{k-1} - q_k p_{k-1}$, то $\Gamma_1 = 1$

$$\text{т.к. } (1) \Rightarrow \Gamma_k = \Gamma_{k-1}, \text{ то } p_k q_{k-1} - q_k p_{k-1} = (-1)^{k+1} \quad (2)$$

$$\text{Умножим (2) на } \frac{1}{q_k q_{k-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_k}{q_k} - \frac{p_{k-1}}{q_{k-1}} = \frac{(-1)^{k+1}}{q_k q_{k-1}} \quad (3)$$

Из это следует два утв-я.

Утв1, Из (2) следует, что $(p_k, q_k) = 1$ (т.к. правая часть делится
только на 1)

Утв2, Из (3) следует, что графы с нечетными номерами

больше чем графы с четными
(т.е. каждый нечетный больше чем пред и след четный)

Утв3, В условии Тк умножим первое р-во на q_{k-2} , второе на p_{k-2}
и найдем р-то:

$$p_k q_{k-2} - q_k p_{k-2} = a_k (p_{k-1} q_{k-2} - q_{k-1} p_{k-2}) =$$

$$= -a_k (p_{k-2} q_{k-1} - p_{k-1} q_{k-2}) \xrightarrow{\text{из (1) и (2)}} a_k (-1)^k$$

$$\text{Умножим на } \frac{1}{q_{k-2} q_k} \Rightarrow \frac{p_k}{q_k} - \frac{p_{k-2}}{q_{k-2}} = \frac{(-1)^k a_k}{q_{k-2} q_k}$$

Тогда четные возрастают, а нечетные убывают.

А-е из упр 2,3 Все перенные графы 2-х ретных графов