№21 Р1 Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Хар-е ур-е. Общая формула для соотношения 2-го пор-ка с совп. корнями хар-кого ур-я

См. билет №20

**ТК** Рассмотрим рек. соотношение $a_2 y_{n+2} + a_1 y_{n+1} + a_0 y_n = 0$

Если $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ – корень хар-го ур-я этого соотношения, то

1. $\forall c_1, c_2 \in \mathbb{C}$ пос-ть $y_n = (c_1 n + c_2)\lambda^n$ удовл. этому рек. соотн.
2. Если пос-ть $\{y_n\}$ удовл. этому соот-ю, то $\exists c_1, c_2 \in \mathbb{C}$: $y_n = (c_1 n + c_2)\lambda^n$

**Д-во:**

1. Подставим $y_{n+2}$ $y_{n+1}$ $y_n$ в с-е.

$$a_2(c_1(n+2)+c_2)\lambda^{n+2} + a_1(c_1(n+1)+c_2)\lambda^{n+1} + a_0(c_1 \cdot n + c_2)\cdot\lambda^n =$$

$$= c_1 n \lambda^n \underbrace{(a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0)}_{0} + c_2\lambda_n \underbrace{(a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0)}_{0} + \lambda^{n+1} c_1 (2a_2\lambda + a_1) = 0$$

**Note:** $a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \underset{\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda}{=} a_2(x-\lambda)^2 = a_2 x^2 - 2a_2\lambda x + a_2\lambda^2$

$\Rightarrow a_1 = -2a_2\lambda \Rightarrow \underline{a_1 + 2a_2\lambda = 0}$

2. Пусть $\{y_n\}$ удовл. рек. соот-ю. Составим с-му ур-й

$$\begin{cases} c_2 = y_0 \\ (c_1 + c_2)\lambda = y_1 \end{cases}$$

Пусть $c_1^*, c_2^*$ – ее корни.

Тогда $y_n^* = (c_1^* n + c_2^*)\lambda^n$ удовл. соот-ю по 1 п-ту.

При этом $y_0 = y_0^*$ и $y_1 = y_1^*$ $\Rightarrow \forall n \; y_n = y_n^*$. ∎