

№ 63

Р. 1

б. ч. г. ТЛ о периодичности гради для квадратичной
и рациональности г-во в одно строку

Умение находить п. ч. г. по ее значению, и наоборот,
как-е ченной гради по ее периоду

Умв, Если ченная гради периодическая, то ее значение
-квадратичная рациональность.

Д-во

Пусть дана д. ч. г. $[a_0; a_1, \dots, a_k, \overline{a_{k+1}, \dots, a_n}]$.

Обозначим $x = [\overline{a_{k+1}, \dots, a_n}]$.

$$\text{Тогда } \frac{1}{a_n + x} + a_{n-1} = \frac{a_n a_{n-1} + x a_{n-1} + 1}{a_n + x} = \frac{c_1 x + c_2}{c_3 x + c_4}$$

Придавая a_{n-2}, a_{n-3}, \dots найдем

$$x = \frac{c_3' x + c_4'}{c_1' x + c_2'}. \text{ Тогда } x - \text{кв. ченн. умб. Отсюда}$$

найдем, что искомая гради - кв. ченн. умб. □

ТЛ (д. ч. г-ва) 2-кв. ченн. \Leftrightarrow соотв. ч. г. периодична.

Примеры

$$\textcircled{1} \sqrt{11} = 3 + \sqrt{11} - 3 = 3 + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{11} - 3}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{\sqrt{11} - 3}{2}} = 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\sqrt{11} + 3}} =$$

$$= 3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\sqrt{11} - 3}}}$$

$$\text{т.е. } \sqrt{11} = [3; \overline{3, 6}]$$

$$\textcircled{2} d = [1; \overline{1, 1, \dots}]$$

$$\text{Тогда } d = 1 + \frac{1}{d} \Rightarrow d = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$