$z = x + yi$ を複素数とする。領域 D は次の不等式:

$$D = \{z = x + yi | |z| \leq 1, |z - 1| \geq 1, |z + 1| \geq 1, y > 0\}$$

で定義されているとする。この時 D の頂点を求めたい。$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ なので、D の境界は

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 & (1) \\ (x-1)^2 + y^2 &= 1 & (2) \\ (x+1)^2 + y^2 &= 1 & (3) \end{aligned}$$

で与えられる。(1) から (2) を引くことにより、

$$2x + 1 = 0$$

を得る。すなわち $x = \frac{1}{2}$ となる。これを (1) に代入すると

$$(\frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4} + y^2 = 1$$

すなわち $y^2 = \frac{3}{4}$ となる。$y > 0$ なので、$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を得る。同様に、(1) から (3) を引くことにより、

$$2x + 1 = 0$$

を得る。すなわち $x = -\frac{1}{2}$ となる。これを (1) に代入して $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ を得る。同様に、(2) から (3) を引くことにより、

$$4x = 0$$

を得る。これを (2) に代入することにより、$(x, y) = (0, 0)$ となる。以上により、図１で与えられる D の各頂点は $x = 0, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ の三点で与えられる。

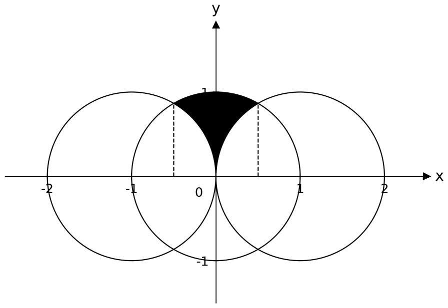

図 1: D の領域