

# Gestion de Portefeuille

## TP-2: Droite de Marchés des Capitaux

Patrick Hénaff

Février-Mars 2021

### Données

Séries de rendement quotidien pour 11 valeurs:

```
daily.ret.file <- file.path(get.data.folder(), "daily.ret.rda")
load(daily.ret.file)
kable(table.Stats(daily.ret), "latex", booktabs=T) %>% kable_styling(latex_options="scale_down")
```

Rendement annuel moyen:

```
kable(252*100*colMeans(daily.ret), "latex", booktabs=T, digits=1, col.names=c("Rendement (%)"),
      caption="Rendement annuel moyen")
```

Matrice de corrélation des rendements:

```
correl <- cor(daily.ret)
correl[lower.tri(correl)] <- NA
```

|                 | AAPL      | AMZN      | MSFT      | F         | SPY       | QQQ       | XOM       | MMM       | HD        | PG        | KO        |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Observations    | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 | 3308.0000 |
| NAs             | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    | 0.0000    |
| Minimum         | -0.1792   | -0.1278   | -0.1171   | -0.2500   | -0.0984   | -0.0896   | -0.1395   | -0.1295   | -0.0822   | -0.0790   | -0.0867   |
| Quartile 1      | -0.0077   | -0.0094   | -0.0073   | -0.0103   | -0.0038   | -0.0047   | -0.0068   | -0.0055   | -0.0067   | -0.0046   | -0.0047   |
| Median          | 0.0010    | 0.0008    | 0.0005    | 0.0000    | 0.0006    | 0.0010    | 0.0001    | 0.0008    | 0.0006    | 0.0004    | 0.0007    |
| Arithmetic Mean | 0.0012    | 0.0015    | 0.0008    | 0.0005    | 0.0004    | 0.0006    | 0.0001    | 0.0004    | 0.0008    | 0.0004    | 0.0005    |
| Geometric Mean  | 0.0010    | 0.0012    | 0.0006    | 0.0001    | 0.0003    | 0.0005    | 0.0000    | 0.0003    | 0.0006    | 0.0003    | 0.0004    |
| Quartile 3      | 0.0112    | 0.0123    | 0.0088    | 0.0106    | 0.0056    | 0.0070    | 0.0073    | 0.0070    | 0.0082    | 0.0055    | 0.0059    |
| Maximum         | 0.1390    | 0.2695    | 0.1860    | 0.2952    | 0.1452    | 0.1216    | 0.1719    | 0.0988    | 0.1407    | 0.1021    | 0.1388    |
| SE Mean         | 0.0003    | 0.0004    | 0.0003    | 0.0005    | 0.0002    | 0.0002    | 0.0003    | 0.0002    | 0.0003    | 0.0002    | 0.0002    |
| LCL Mean (0.95) | 0.0005    | 0.0006    | 0.0002    | -0.0005   | 0.0000    | 0.0002    | -0.0004   | -0.0001   | 0.0002    | 0.0000    | 0.0001    |
| UCL Mean (0.95) | 0.0019    | 0.0023    | 0.0013    | 0.0014    | 0.0008    | 0.0011    | 0.0006    | 0.0009    | 0.0013    | 0.0007    | 0.0009    |
| Variance        | 0.0004    | 0.0006    | 0.0003    | 0.0007    | 0.0001    | 0.0002    | 0.0002    | 0.0002    | 0.0003    | 0.0001    | 0.0001    |
| Stdev           | 0.0196    | 0.0243    | 0.0170    | 0.0266    | 0.0121    | 0.0130    | 0.0150    | 0.0140    | 0.0162    | 0.0109    | 0.0113    |
| Skewness        | -0.2151   | 1.4889    | 0.4319    | 0.7627    | 0.1379    | -0.0084   | 0.4199    | -0.3815   | 0.5114    | 0.0555    | 0.5004    |
| Kurtosis        | 6.2706    | 16.8872   | 10.2176   | 20.9458   | 15.2824   | 7.3976    | 15.4203   | 7.3856    | 6.4641    | 8.1017    | 14.3236   |

Table 1: Rendement annuel moyen

|      | Rendement (%) |
|------|---------------|
| AAPL | 30.2          |
| AMZN | 37.2          |
| MSFT | 19.0          |
| F    | 11.4          |
| SPY  | 9.9           |
| QQQ  | 15.3          |
| XOM  | 3.5           |
| MMM  | 9.9           |
| HD   | 19.2          |
| PG   | 9.3           |
| KO   | 12.5          |

Table 2: Corrélation des rendements quotidiens

|      | AAPL | AMZN | MSFT | F    | SPY  | QQQ  | XOM  | MMM  | HD   | PG   | KO   |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| AAPL | 1    | 0.46 | 0.49 | 0.37 | 0.61 | 0.75 | 0.40 | 0.45 | 0.42 | 0.32 | 0.32 |
| AMZN |      | 1.00 | 0.50 | 0.33 | 0.56 | 0.66 | 0.39 | 0.41 | 0.44 | 0.27 | 0.30 |
| MSFT |      |      | 1.00 | 0.39 | 0.71 | 0.76 | 0.53 | 0.53 | 0.49 | 0.44 | 0.46 |
| F    |      |      |      | 1.00 | 0.56 | 0.53 | 0.37 | 0.44 | 0.46 | 0.30 | 0.31 |
| SPY  |      |      |      |      | 1.00 | 0.92 | 0.77 | 0.75 | 0.71 | 0.62 | 0.60 |
| QQQ  |      |      |      |      |      | 1.00 | 0.64 | 0.69 | 0.66 | 0.52 | 0.52 |
| XOM  |      |      |      |      |      |      | 1.00 | 0.60 | 0.47 | 0.52 | 0.49 |
| MMM  |      |      |      |      |      |      |      | 1.00 | 0.55 | 0.50 | 0.47 |
| HD   |      |      |      |      |      |      |      |      | 1.00 | 0.45 | 0.44 |
| PG   |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 1.00 | 0.57 |
| KO   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      | 1.00 |

```
options(knitr.kable.NA = '')
kable(correl, "latex", booktabs=T, digits=2, caption="Corrélation des rendements quotidiens") %>%
kable_styling(latex_options="scale_down")
```

## Droite de Marché des Capitaux (Capital Market Line)

- A partir des calculs présentés en cours, mettre en oeuvre une méthode numérique pour déterminer le portefeuille tangent quand les poids des actifs risqués sont contraints à être positifs:  $w_i \geq 0$ .
- Même calcul en ajoutant des contraintes supplémentaires qui vous semblent pertinentes (ex: pas plus de 20% de l'actif risqué alloué à un seul titre, etc.)

### Question 1:

Afin de déterminer le portefeuille tangent, nous allons utiliser une méthode d'optimisation sous contraintes. Notre but est de trouver le pourcentage de notre investissement que nous allons attribuer à chaque actif en minimisant le risque (la volatilité) en fonction d'un objectif de rendement.

En premier lieu, il faut construire la frontière efficiente. En définissant les titres par leur rendement (moyenne) et leur niveau de risque (volatilité), on peut déterminer une frontière efficiente sur laquelle se situent les portefeuilles composés de titres individuels offrant le meilleur rendement pour un certain niveau de risque. Pour ce faire, nous souhaitons minimiser la fonction quadratique  $0.5 \times \text{transpose}(\text{poids}) * \text{matrice de covariance} * \text{poids}$  sous les contraintes suivantes : + avoir la somme des poids égale à 1 pour préserver l'investissement + les poids des actifs risqués doivent être positifs pour adopter une stratégie 100% Long par rapport à tous les actifs détenus dans le portefeuille. + la somme des rendements de chaque actif doit être égal à un rendement cible et arbitraire (comme démontré dans le cours) pour construire la courbe.

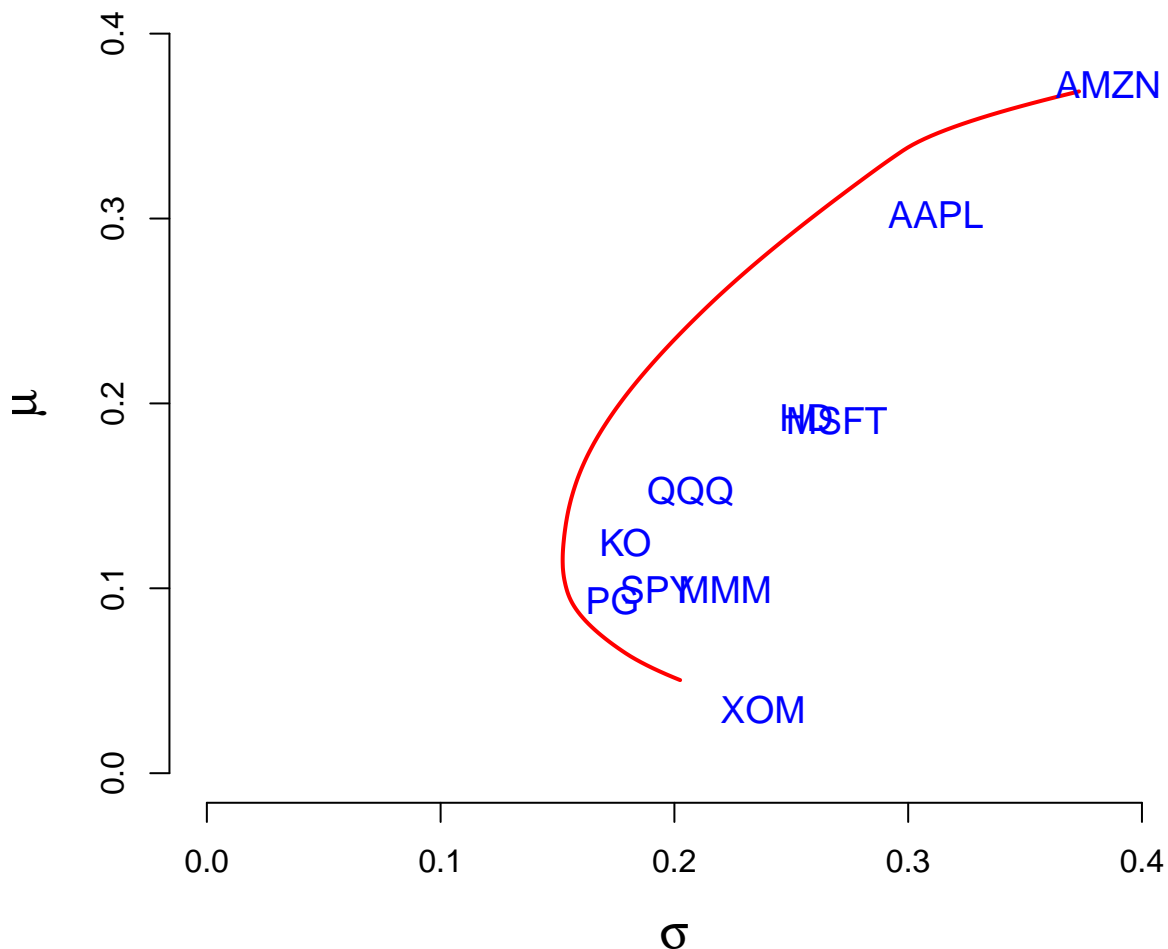


Figure 1: Frontière efficiente pour une stratégie longue sans actif risqué

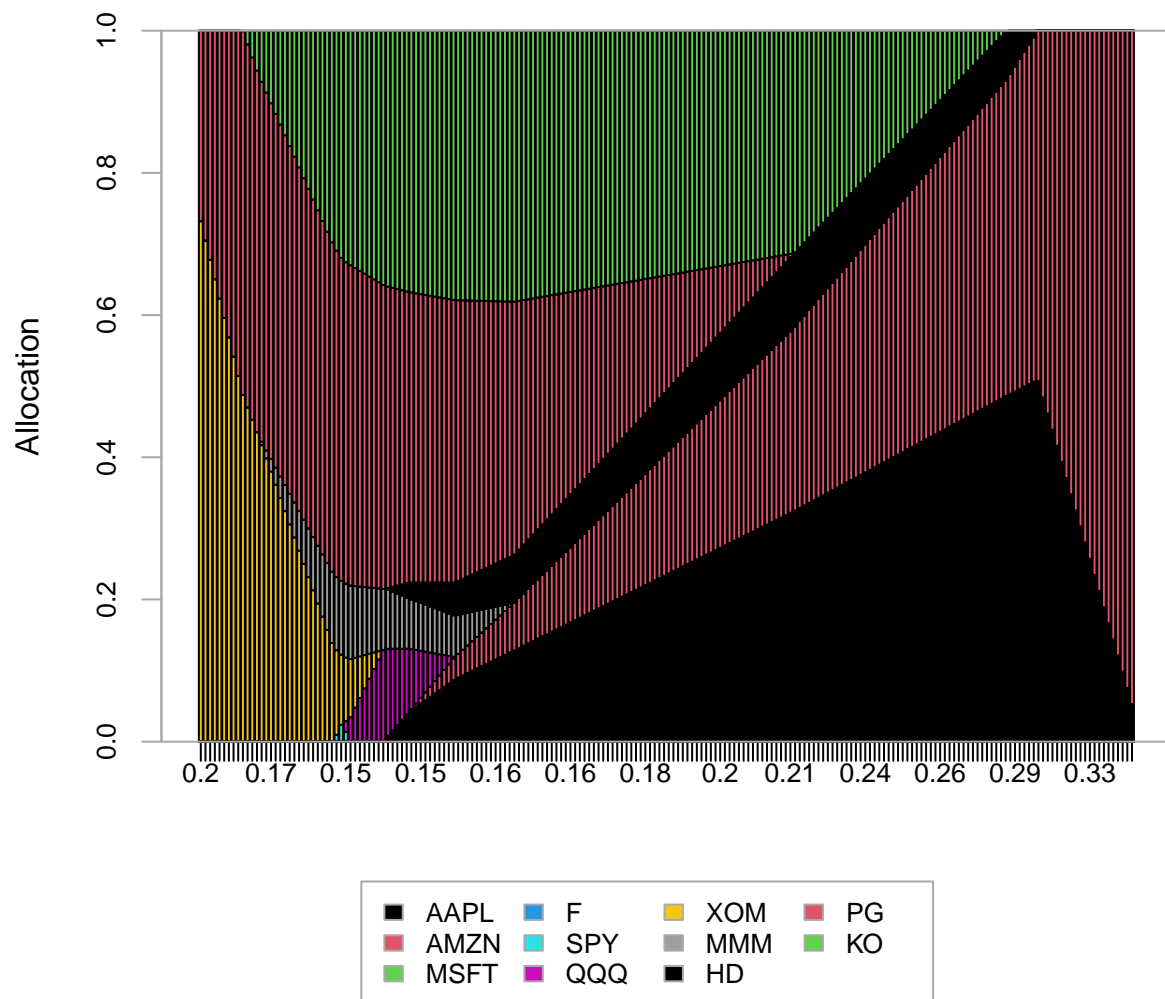


Figure 2: Allocation des actifs en fonction du risque

Ensuite, pour construire le portefeuille tangent, il faut ajouter l'actif sans risque. Cet actif possède une variance (donc une volatilité) égale à 0 (car sans risque) et son rendement n'est pas corrélé à celui des autres actifs. Les différentes combinaisons de l'actif sans risque avec un autre actif donneront donc une différence de rendement linéaire en fonction du risque choisi. Nous fixons le rendement de l'actif sans risque à 0.03.

Nous employons la même méthode que pour tracer la frontière efficiente avec des contraintes différentes: + les poids doivent être supérieurs à 0 et inférieurs à 1. + la somme de la différence des rendements pour chaque actif avec le rendement de l'actif sans risque doit être égal à un rendement cible et arbitraire pour construire la courbe.

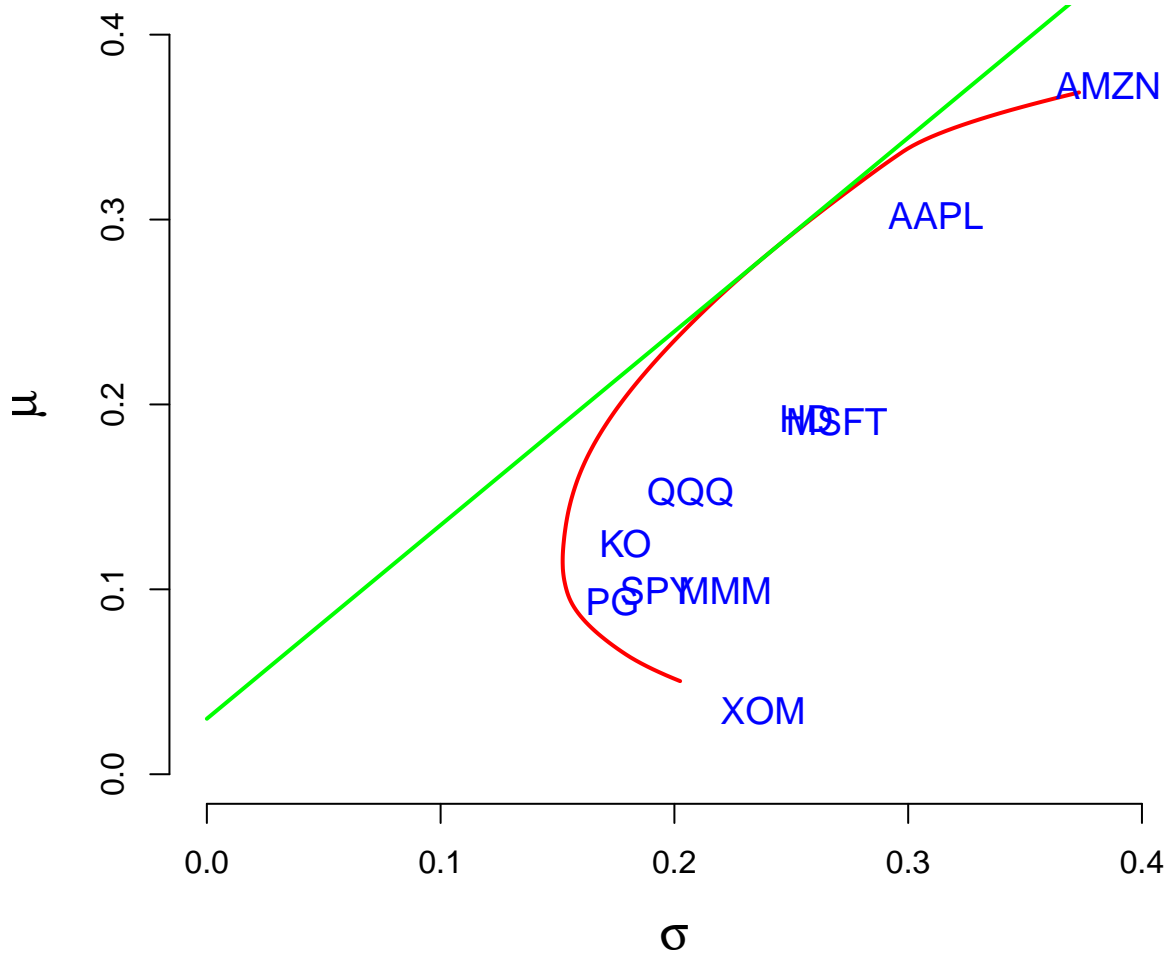


Figure 3: Portefeuille tangent avec stratégie long et ajout d'actif sans risque

```
##          w
## AAPL  3.884526e-01
## AMZN  3.319923e-01
## MSFT  0.000000e+00
```

```
## F      1.520292e-17
## SPY    -1.888232e-16
## QQQ    2.170003e-16
## XOM    -3.333696e-17
## MMM    3.208939e-17
## HD     9.047881e-02
## PG     -4.091586e-17
## KO     1.890763e-01
```

Nous remarquons que pour construire le portefeuille tangent nous avons besoin quasiment que de 4 actifs (AAPL, AMZN, HD, KO), les autres ayant des poids proches de 0.

## Question 2:

Pour diversifier davantage le portefeuille, nous pouvons ajouter des contraintes supplémentaires. Nous avons implémenter différentes contraintes. La première, nous forçons le poids des actifs à être inférieur à 37% de l'investissement total.

```
##          w
## AAPL  2.523837e-01
## AMZN  2.523837e-01
## MSFT  3.751570e-02
## F      1.789018e-17
## SPY   -2.817563e-17
## QQQ    1.628720e-16
## XOM   -7.411449e-17
## MMM    5.602153e-17
## HD     2.053331e-01
## PG    -2.895743e-17
## KO     2.523837e-01
```

Nous remarquons que pour construire le portefeuille tangent nous avons besoin de 5 actifs (AAPL, AMZN, MSFT, HD, KO), les autres étant proches de 0.

La deuxième méthode consiste à majorer et minorer les poids des actifs par, respectivement, (rendement arbitraire - rendement sans risque)/40 et 47%.

```
##          w
## AAPL  0.204579541
## AMZN  0.204579541
## MSFT  0.150994906
## F      0.005114489
## SPY    0.005114489
## QQQ    0.005114489
## XOM    0.005114489
## MMM    0.005114489
## HD     0.204579541
## PG     0.005114489
## KO     0.204579541
```

Nous remarquons que le portefeuille tangent est constitué de la totalité des actifs.

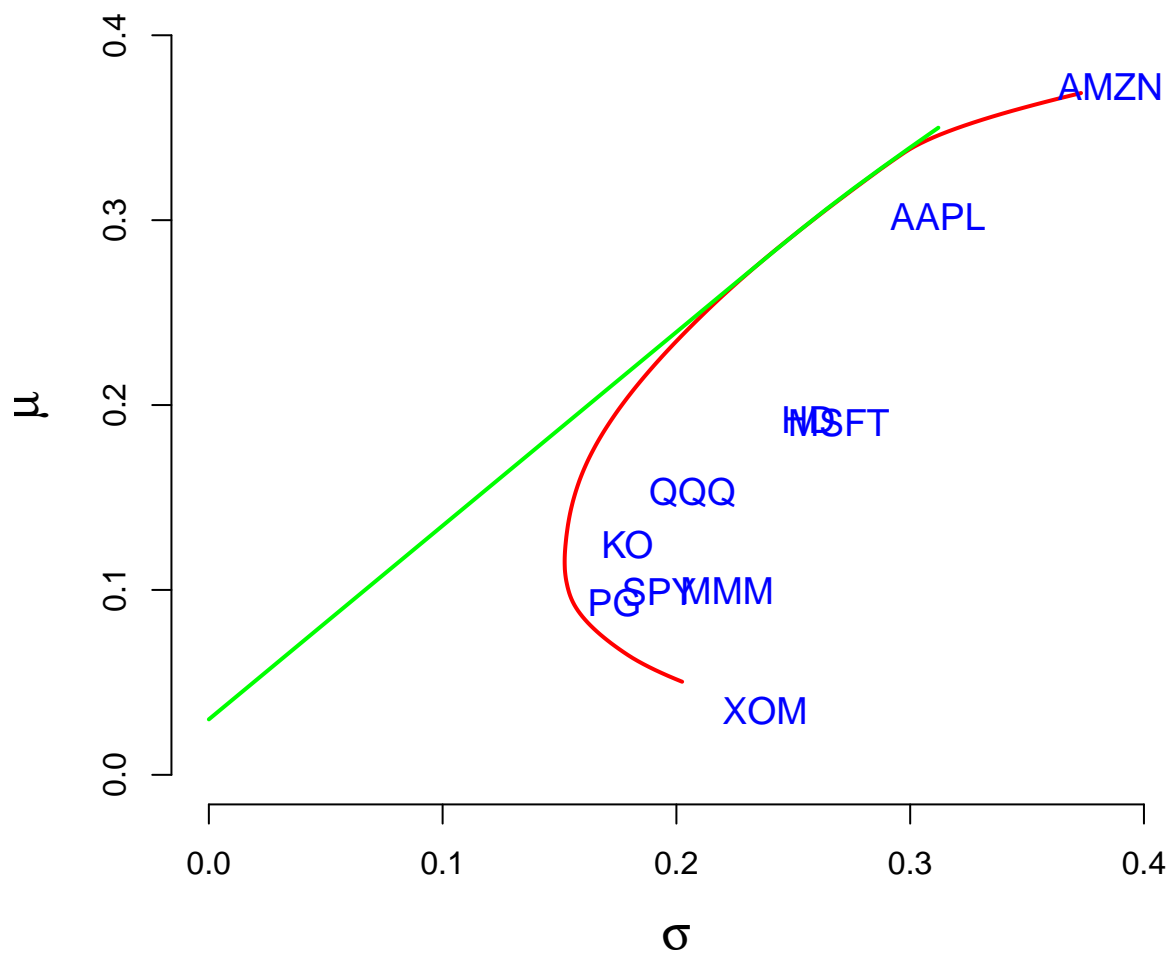


Figure 4: Methode 1 - Portefeuille tangent avec ajout de contraintes

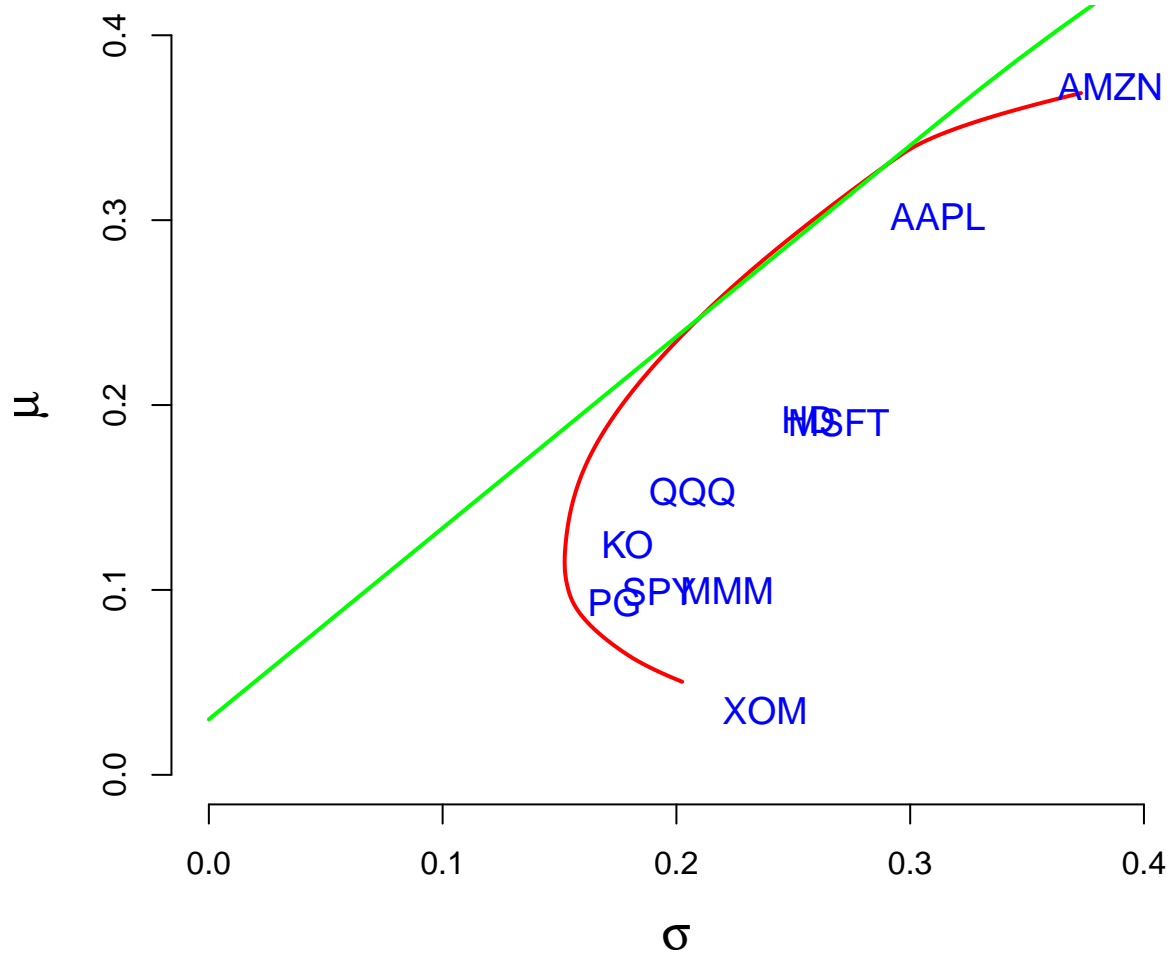


Figure 5: Methode 2 -Portefeuille tangent avec ajout de contraintes