



## **ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

Otomatik Kontrol ve Kontrol Sistemleri

Vize Ödevi

Bir Kontrol Sistemi Transfer Fonksiyonu

Ödev 5

Yakup Demiryürek  
180711049

(Bahar 2023)

## İçindekiler

Amaç .....	3
Ekipmanlar .....	3
Yöntem ve Veriler .....	3
Kararlılık Testi .....	4
Birim Basamak, Birim Rampa ve Birim Darbe Tepkileri.....	4
Birim Darbe Tepkisi.....	4
Birim Basamak Tepkisi .....	5
Birim Rampa Tepkisi .....	5
Birim Darbe Fonksiyonu İçin Birim Basamak Tepkisi ve Kararlılık .....	6
PI Denetleyici Sistem .....	9
Kp Değerleri İçin Grafikler .....	10
Sonuç .....	12

## Amaç

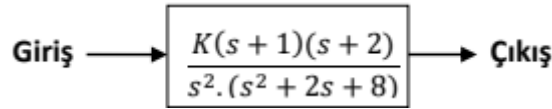
Birim darbe fonksiyonu için Routh- Hurwitz kararlılık testini gerçekleştiriniz. Ve bu koşullar için sistemin birim basamak tepkisi grafiklerini Matlab’da çizdirilmesi, Bode faz çizimleri ve Nyquist çizimlerini de elde ederek denetimsiz sistemin kararlılığını yorumlanması amaçlanmaktadır.

## Ekipmanlar

- Matlab yüklü bilgisayar

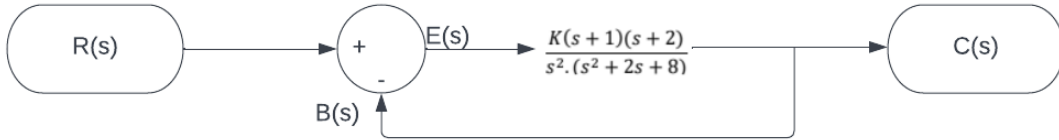
## Yöntem ve Veriler

Bir kontrol sistemi transfer fonksiyonu verilmiştir. Verilen transfer fonksiyonu ile sistem üzerinde incelemeler yapılmıştır. İncelenmesi istenen transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 1: Transfer Fonksiyonu

Bize verilmiş olan transfer fonksiyonunun daha anlaşılır hale getirmek için basite indirgeme formu uygulanır. Aşağıda transfer fonksiyonunun basite indirgenmiş hali verilmektedir.



Şekil 2: Blok Diyagramı

Verilen sistemin indirgenmiş haline bakılarak aşağıdaki diferansiyel denklemler çıkarılmaktadır.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K(s+1)(s+2)}{s^2.(s^2+2s+8)}}{1 + \frac{K(s+1)(s+2)}{s^2.(s^2+2s+8)}}$$

Bu denklemimiz düzenlendiğinde;

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+1)(s+2)}{(s^4 + 2s^3 + (8+K)s^2 + 3Ks + 2K)}$$

Şeklinde olmaktadır.

## Kararlılık Testi

Kazanç değerini ifade eden  $K$ 'nin değer aralığının belirlenmelidir. Routh-Hurwitz ölçütü, doğrusal sistem kararlılığının belirlenmesinde gerek ve yeter şart olmak üzere iki şart ileri sürmektedir;

**Gerek Şart:** Polinom denkleminde katsayılar sıfırdan büyük ve pozitif olmalıdır.

**Yeter Şart:** Routh tablosundan işlem yapılır.

Elde edilen transfer fonksiyonumuzun Routh tablosu ise aşağıda verilmiştir.

Tablo 1.

$S^4$	1	$8+K$	2
$S^3$	2	3	0
$S^2$	$6,5+K$	2	
$S^1$	$3 - \frac{4}{6,5 + K}$		
$S^0$	8		

Sistemimizin kararlı olabilmesi için;

$$3 - \frac{4}{6,5 + K}$$

Denkleminin 0'dan büyük olması gerekmektedir. Ayrıca  $8+K$  ve  $6,5+K$ 'nin de 0'dan büyük olması gerekmektedir.

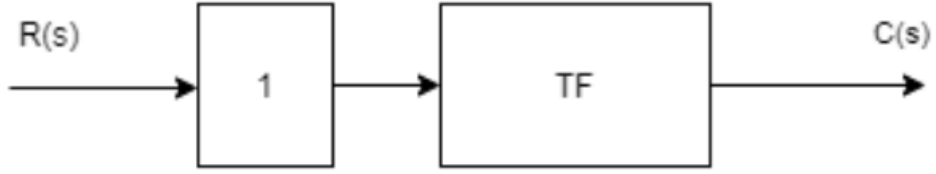
Denkleminize göre  $K > -5,16$  olduğuna göre  **$K$  değerimizi 1 alabiliriz**. Bu yüzden  $K$  değeri bundan sonraki işlemlerde 1 olarak ele alınmaktadır.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+1)(s+2)}{(s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + 2)}$$

## Birim Basamak, Birim Rampa ve Birim Darbe Tepkileri

### Birim Darbe Tepkisi

Birim darbe uygulandığında ( $R(s)=1$ ) oluşan yeni transfer fonksiyonu aşağıda gösterilmiştir.

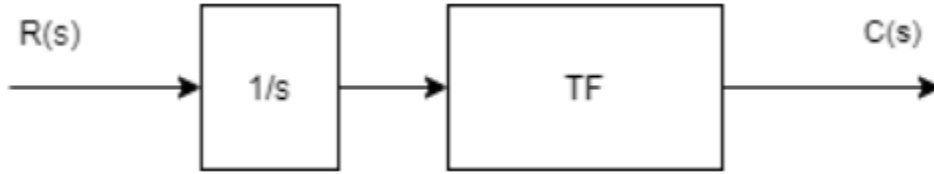


Şekil 3: Birim Darbe Tepkisi

$$TF = \frac{(s + 1)(s + 2)}{(s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + 2)}$$

### Birim Basamak Tepkisi

Birim basamak fonksiyonu ( $R(s)=1/s$ ) uygulandığında yeni transfer fonksiyonu aşağıdaki gösterilmiştir.

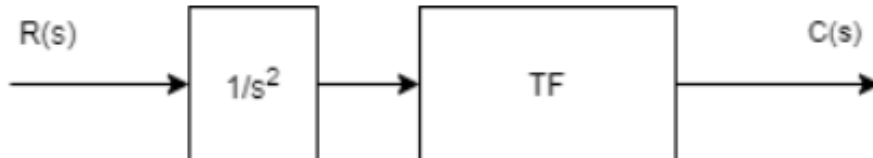


Şekil 4: Birim Basamak Tepkisi

$$TF = \frac{(s + 1)(s + 2)}{(s^5 + 2s^4 + 9s^3 + 3s^2 + 2s)}$$

### Birim Rampa Tepkisi

Birim rampa fonksiyonu ( $R(s)=1/s^2$ ) uygulandığında yeni transfer fonksiyonu aşağıdaki gösterilmiştir.



Şekil 5: Birim Rampa Tepkisi

$$TF = \frac{(s + 1)(s + 2)}{(s^6 + 2s^5 + 9s^4 + 3s^3 + 2s^2)}$$

## Birim Darbe Fonksiyonu İçin Birim Basamak Tepkisi ve Kararlılık

Sistemin birim darbe etkisi kararlılık testi aşağıda verilmektedir.

$S^4$	1	9	2
$S^3$	2	3	0
$S^2$	7,5	2	
$S^1$	2,47		
$S^0$	8		

Elde edilen sistemin ileri kısımda doğruluğunun kanıtlanabilmesi amacıyla  $e_{kd}$  değerlerinin hesaplanması gerekmektedir.

$$C(s)R(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) * H(s)}$$

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - C(s)H(s)$$

$$E(s)R(s) = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

$$e_{kd} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} R(s) \frac{s}{1 + G(s)H(s)}$$

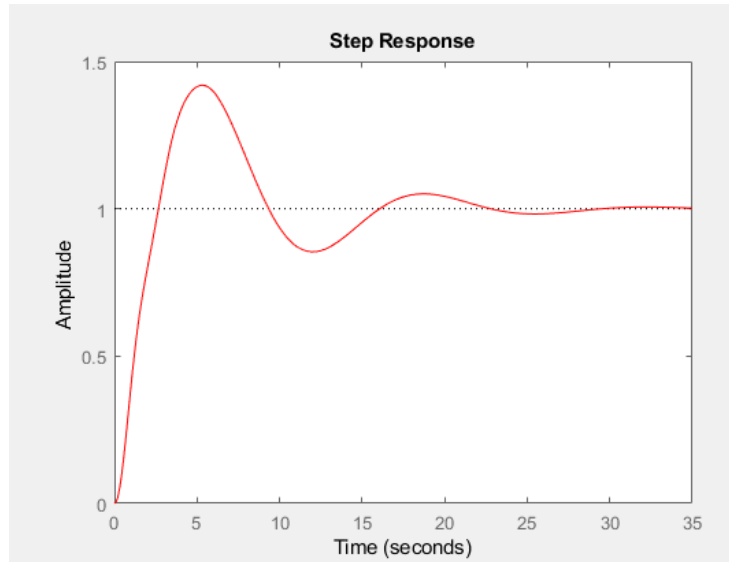
$$e_{kd} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \frac{s}{1 + \frac{(s+1)(s+2)}{(s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + 2)}} = 0,84$$

Transfer fonksiyonumuz ;

$$TF = \frac{(s+1)(s+2)}{(s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + 2)}$$

Bu fonksiyonumuzun birim basamak tepkisi kodu ve grafiği **Şekil 6**'da verilmiştir;

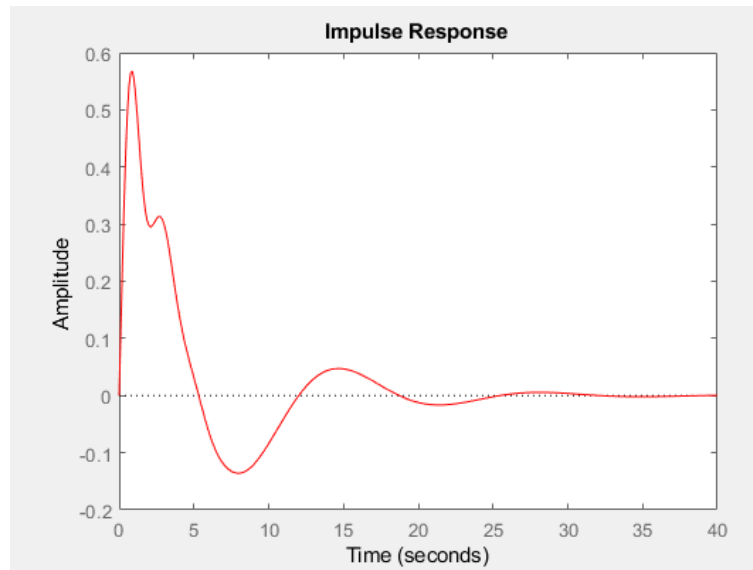
```
%transfer fonksiyonu
transfer_fonk=tf([1 3 2], [1 2 9 3 2])
% birim basamak tepkisi
step(transfer_fonk,"r")
```



Şekil 6: Birim Darbe Fonksiyonu için Birim Basamak Tepkisi

Fonksiyonumuzun birim darbe tepkisi kodu ve grafiği Şekil 7’de verilmiştir;

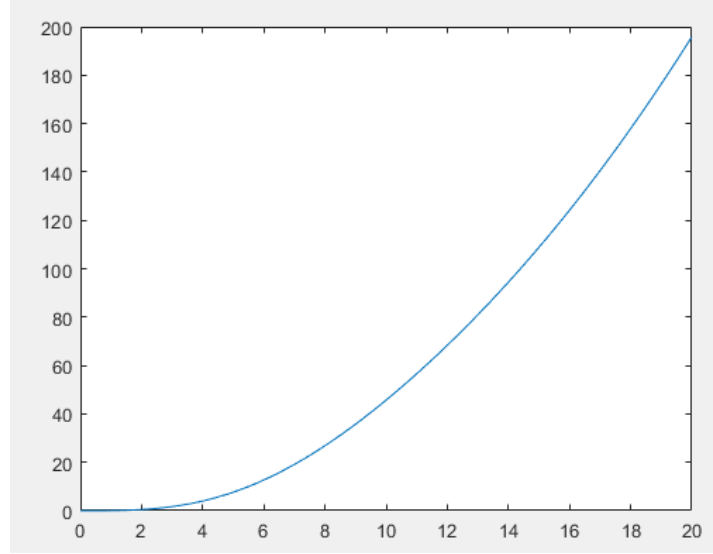
```
%transfer fonksiyonu
transfer_fonk=tf([1 3 2], [1 2 9 3 2])
% birim darbe tepkisi
impulse(transfer_fonk,"r")
```



Şekil 7: Birim Darbe Fonksiyonu için Birim Darbe Tepkisi

Transfer fonksiyonumuzun birim rampa tepkisi kodu ve grafiği Şekil 8’de verilmiştir;

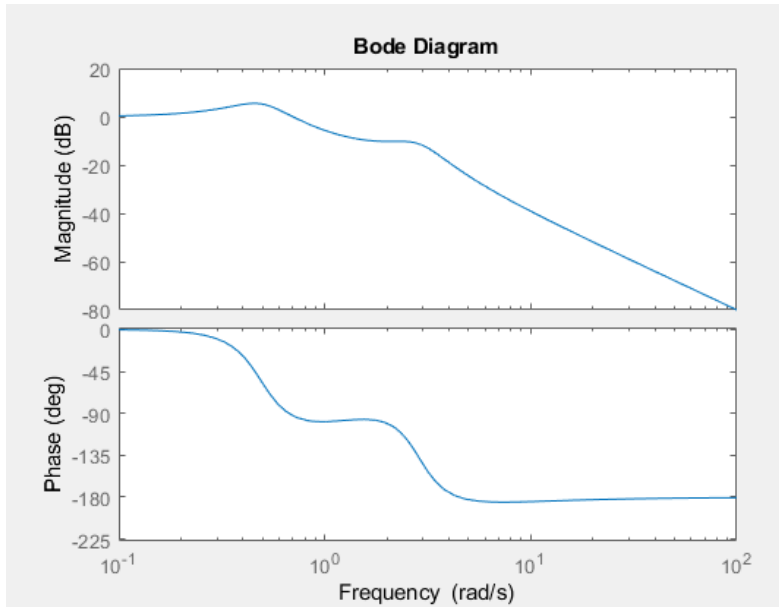
```
t = 0: 0.01 : 20;
s = tf('s');
transfer_fonk=tf([1 3 2], [1 2 9 3 2])
rampa= transfer_fonk.*(1/s^2);
y = step(rampa,t);
plot(t,y)
```



**Şekil 8: Birim Darbe Fonksiyonu için Birim Rampa Tepkisi**

Transfer fonksiyonumuzun bode diyagramı ve grafiği **Şekil 9**'da verilmiştir;

```
%transfer fonksiyonu
transfer_fonk=tf([1 3 2], [1 2 9 3 2])
% bode diyagramı
bode(transfer_fonk)
```

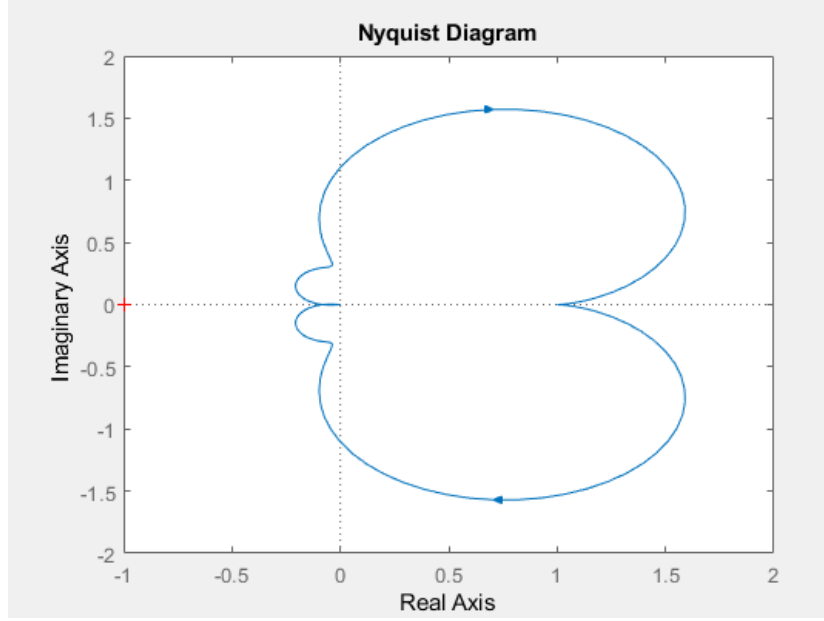


**Şekil 9: Birim Darbe Fonksiyonu için Bode Diyagramı**

Transfer fonksiyonumuzun nyquist çizim kodu ve grafiği **Şekil 10**'da verilmiştir;

```
%transfer fonksiyonu
transfer_fonk=tf([1 3 2], [1 2 9 3 2])
% nyquist çizimi
nyquist(transfer_fonk)
```





Şekil 10: Birim Darbe Fonksiyonu için Nyquist Çizimi

## PI Denetleyici Sistem

P, PI ve PID denetimli sistem için önceki sayfalarda yapılan işlemler tekrar edilmiştir. Birim darbe fonksiyonu için Routh- Hurwitz kararlılık testi yardımı ile değerleri belirlenir. Her bir denetleyici için ve elde edilen KP, KI ve Kd değerleri için ayrı ayrı birim basamak tepkisi grafiklerinin çizimi yapılmıştır.



Şekil 11: Oransal Denetleyici Sistem

Bizden istenilen transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$\begin{aligned}
 T_s = \frac{C_s}{R_s} &= \frac{T(s) * G(s)}{1 + T(s) * G(s)} = \frac{\frac{(s+1)(s+2)}{(s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + 2)} * Kp}{1 + \frac{(s+1)(s+2)}{(s^4 + 2s^3 + 9s^2 + 3s + 2)} * Kp} \\
 &= \frac{(s+1)(s+2) * Kp}{s^4 + 2s^3 + (9 + Kp)s^2 + (3Kp + 3)s + 2Kp + 2}
 \end{aligned}$$

Kararlılık testi de aşağıda verilmiştir.

$S^4$	1	$9+K_p$	$2K_p+2$
$S^3$	2	$3K_p+3$	0
$S^2$	$7,5 - \frac{K_p}{2}$	$2K_p+2$	
$S^1$			
$S^0$	$2K_p+2$		

Sistemin kararlı olabilmesi için  $K_p$  eşliğimiz aşağıda verilmiştir.

$15 > K_p > 0$  olması gerekmektedir.

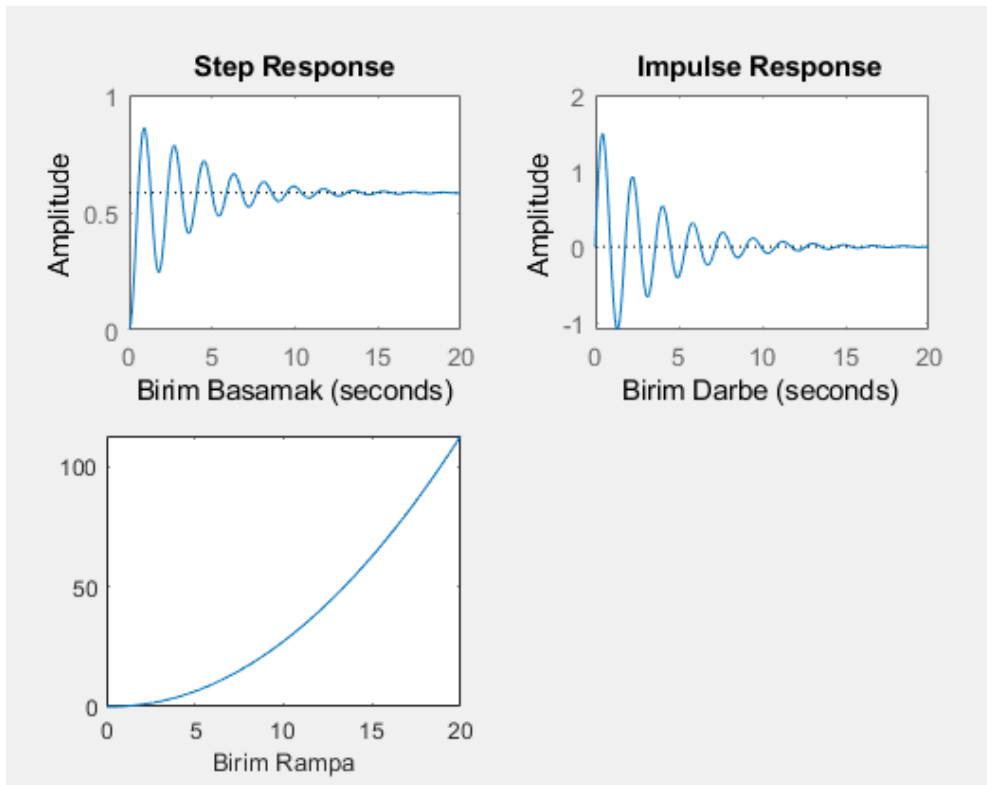
### K<sub>p</sub> Değerleri İçin Grafikler

$K_p=5$  değeri için oluşturduğumuz kod ve grafikler Şekil 12’de verilmiştir.

```

kp=5;
t = 0: 0.01 : 20;
s = tf('s');
transfer_fonk=tf([1+kp 3+kp 2+kp], [1 2 9+kp 3*kp+3 2*kp+2]);
rampa= transfer_fonk.*(1/s^2);
y = step(rampa,t);
subplot(2,2,1), step(transfer_fonk),xlabel('Birim Basamak')
subplot(2,2,2), impulse(transfer_fonk),xlabel('Birim Darbe')
subplot(2,2,3), plot(t,y),xlabel('Birim Rampa')

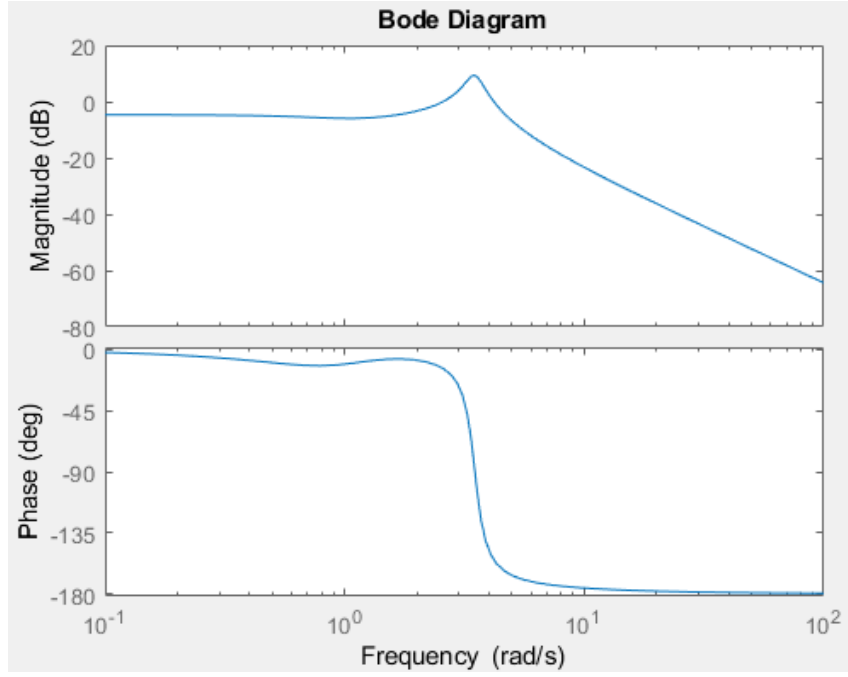
```



Şekil 12:  $K_p=5$  Değeri

K<sub>p</sub>=5 değeri için bode kodu ve grafiği **Şekil 13**'de verilmiştir;

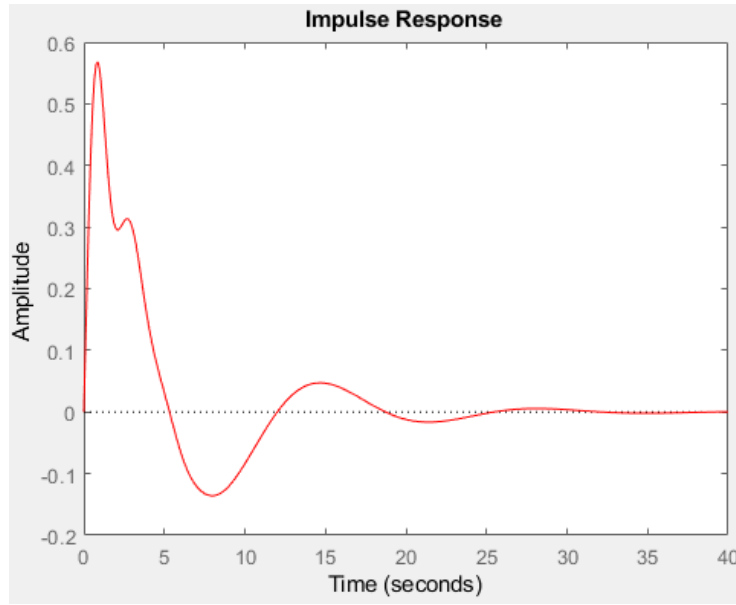
```
kp=5;  
transfer_fonk=tf([1+kp 3+kp 2+kp], [1 2 9+kp 3*kp+3 2*kp+2])  
bode(transfer_fonk)
```



**Şekil 13: K<sub>p</sub>=5 İçin Bode Diyagramı**

## Sonuç

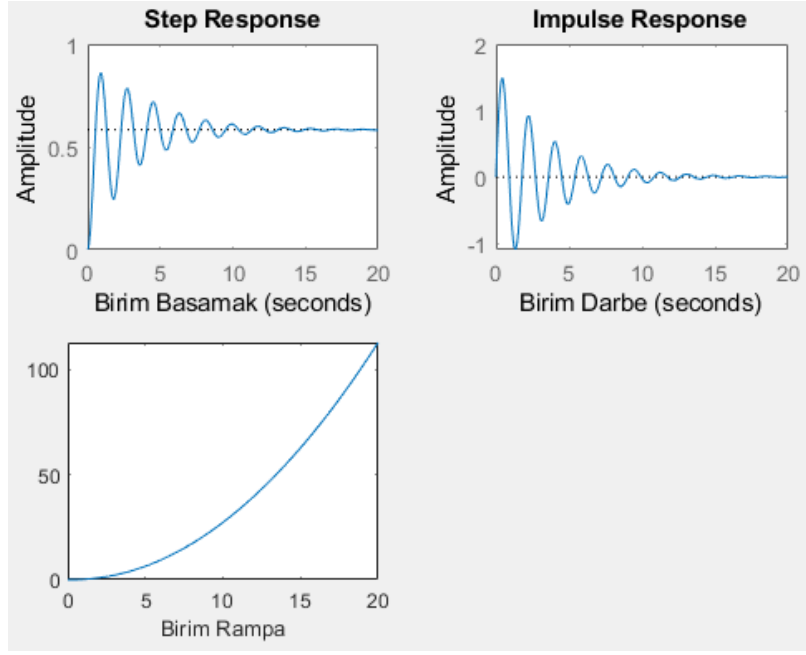
Bize verilen bu fonksiyon birinci iş olarak detaylıca tanıtılan transfer fonksiyonu, blok diyagramı, diferansiyel formu, Routh – Hurwitz kararlılık testi işlemleri ayrıntılı bir biçimde gerçekleştirilmiştir. Kararlılık testinde sistemimizin kararlı durumda olabilmesi için verilebilecek en küçük K değerini hesapladık. K değişkenimize 1 değerini verdikten sonra işlemlerimize devam ederek oluşan transfer fonksiyonumuzu birim dürtü, birim basamak ve birim rampa transfer fonksiyonlarını oluşturduk. Daha sonra birim dürtü fonksiyonu ile oluşan transfer fonksiyonumuzun sırasıyla birim dürtü tepkisini, birim basamak tepkisini ve birim rampa tepki grafiklerini oluşturduk.



Şekil 14: Birim Darbe Fonksiyonu için Birim Darbe Tepkisi

Bu grafikten anlamaktayız ki fonksiyonumuzun gerçek tarafı (-) olan kompleks köklere sahiptir.

Grafiklerin çizdirilme işlemlerinin hemen peşinden kalıcı durum hatası ifade edilmiştir. Kalıcı durum hatasının ifade edilmesinin sonrasında ise hesaplanan birim basamak, birim darbe ve birim rampa fonksiyonları matlab üzerinden çizdirilmiştir. Her çizdirilen grafiğin altında gerekli Matlab kaynak kodları görsel olarak paylaşılmıştır. Çıkış fonksiyonlarının yanı sıra transfer fonksiyonunun bode ve nyquist grafikleri de çizdirilmiştir. Daha sonra sistemimizi PI denetleyici sistem şeklinde tasarladık. Bu sistemin de  $K_p$  değer aralığını yaklaşık olarak bulduktan belirli  $K_p$  değerlerinde çıkış grafiklerimizi inceledik.



Şekil 15:  $K_p=5$  Değeri

**Şekil 15-**İmpulse Response grafiğine baktığımız zaman ise bu fonksiyonumuzun gerçekte (-) olan kompleks köklere sahiptir ve bu sistemimiz kararlı olmaktadır.