

## Enunciado

Diseñe un par de engranes que permita realizar una transmisión de un Eje **E<sub>1</sub>** a un eje **E<sub>2</sub>**. El eje de entrada **E<sub>1</sub>** gira a una velocidad constante de 200 RPM. Los ejes se encuentran separados a una distancia **d = 7 in**. Determine el número de dientes,  $P_d$  (Paso diametral) y diámetro de los engranes para que el eje de salida **E<sub>2</sub>** gire a una velocidad constante de 500 RPM. Pruebe el diseño de los engranes con un paso diametral ( $P_d$ ) de 10 y 32, y calcule la relación de contacto.

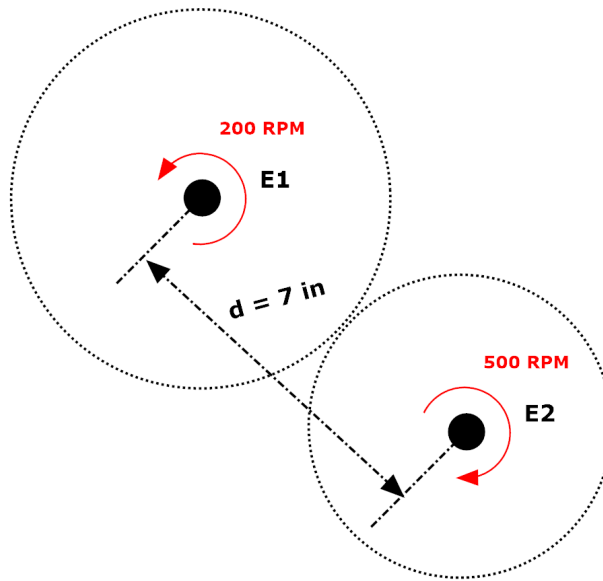


Figura 1: Diagrama del problema

## Solución

Con el diagrama de la figura (1), tenemos que:

$$\frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} = 7$$

Por tanto,

$$d_1 + d_2 = 14 \quad (1)$$

Con la relación de las velocidades angulares y el número de dientes, dadas en la ecuación (2):

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2)$$

De esto, obtenemos que:

$$N_1 \omega_1 - N_2 \omega_2 = 0 \quad (3)$$

Por definición, tenemos que:

$$P_d = \frac{N_1}{d_1} = \frac{N_2}{d_2} \quad (4)$$

Reformulando la ecuación (3), reemplazando en ella la ecuación (4):

$$P_d d_1 \omega_1 - P_d d_2 \omega_2 = 0$$

Entonces,

$$d_1 \omega_1 - d_2 \omega_2 = 0 \quad (5)$$

Por último, resolviendo la ecuación (1) y (5), tenemos que:

$$d_2 = 14 - d_1$$

$$d_1 = \frac{(14) \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = 10 \text{ in}$$

y,

$$d_2 = 4 \text{ in}$$

### - Relación de contacto:

La relación de contacto está dada por la ecuación (6):

$$m_f = \frac{\sqrt{R_{oP}^2 - R_{bP}^2} + \sqrt{R_{oG}^2 - R_{bG}^2} - C \sin \phi}{p \cos \phi} \quad (6)$$

**Nota:**  $m_f > 1,2$ .

Donde:

$\phi$ : Ángulo de presión

$R_{oP}$ : Radio exterior del piñón.

$$R_{oP} = \frac{(N_p + 2)}{2P_d} \quad (7)$$

$R_{bP}$ : Radio del círculo base para el piñón.

$$R_{bP} = \frac{N_p}{2P_d} \cos \phi \quad (8)$$

$R_{oG}$ : Radio exterior del engrane mayor.

$$R_{oG} = \frac{(N_G + 2)}{2P_d} \quad (9)$$

$R_{bP}$ : Radio del círculo base para el engrane mayor.

$$R_{bG} = \frac{N_G}{2P_d} \cos \phi \quad (10)$$

$C$ : Distancia entre centros.

$$C = \frac{(N_p + N_G)}{2P_d} \quad (11)$$

$p$ : Paso circular.

$$p = \frac{\pi}{P_d} \quad (12)$$

Tomando un  $\mathbf{P_d} = \mathbf{10}$ , tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}N_p &= 40 \\N_G &= 100 \\\phi &= 20^\circ \\R_{oP} &= 2,1 \text{ in} \\R_{bP} &= 1,8794 \text{ in} \\R_{oG} &= 5,1 \text{ in} \\R_{bG} &= 4,6985 \text{ in} \\C &= 7 \text{ in} \\p &= 0,31416 \text{ in}\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\mathbf{m_f = 1,782}$$

Cumple la relación de contacto:  $m_f > 1,2$ .

Tomando un  $\mathbf{P_d} = \mathbf{32}$ , tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}N_p &= 128 \\N_G &= 320 \\\phi &= 20^\circ \\R_{oP} &= 2,0313 \text{ in} \\R_{bP} &= 1,8794 \text{ in} \\R_{oG} &= 5,0313 \text{ in} \\R_{bG} &= 4,6985 \text{ in} \\C &= 7 \text{ in} \\p &= 0,09817 \text{ in}\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\mathbf{m_f = 1,9085}$$

Cumple la relación de contacto:  $m_f > 1,2$ .