Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Produção e Sistemas
Prof. Ana Cristina Braga

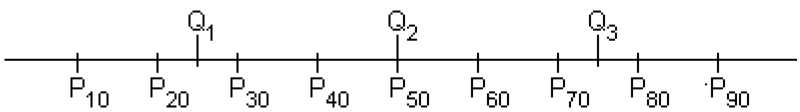
ESTATÍSTICA BIOMÉDICA

FORMULÁRIO

2º semestre

LEBIOM (1º ano)

MEDIDAS DE LOCALIZAÇÃO	MEDIDAS DE DISPERSÃO
Média $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i \qquad \bar{x} \approx \sum_k f_{r_k} M_k = \frac{1}{n}\sum_k f_k M_k$	**Erro Quadrático Médio** $EQM = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$
Mediana $Med = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}$ com n par $Med = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$ com n ímpar $Med = LI + \frac{0.5 - F_{r_A}^{-}}{F_{r_{Med}} - F_{r_A}^{-}}\Delta$	**Variância** $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ $s^2 \approx \frac{n}{n-1}\sum_k f_{r_k}(M_k - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\sum_k f_k(M_k - \bar{x})^2$ **Desvio padrão** $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
Moda $Mod = LI + \frac{d_1}{d_1 + d_2}\Delta$ com $d_1 = f_{Mod} - f_A^{-} \qquad d_2 = f_{Mod} - f_D^{+}$	**Amplitude** $A = X_{(n)} - X_{(1)}$



PROBABILIDADES

$0 \le P(A) \le 1$; $P(S) = 1$; $P(A) + P(\bar{A}) = 1$; $P(\varnothing) = 0$; $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$	
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	
$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(A \cap B) = P(A \mid B) \times P(B)$
$P(B_r \mid A) = \frac{P(B_r).P(A \mid B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i).P(A \mid B_i)}$	

FUNÇÕES DE PROBABILIDADE

DISCRETAS

Distribuição de Bernoulli

$$f(x) = \pi^x (1-\pi)^{1-x} \qquad x = 0 \text{ ou } 1$$

$$\mu = \pi \qquad \sigma^2 = \pi(1-\pi)$$

Distribuição Binomial *B(n,π)*

$$f(x) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

$$\mu = n\pi \qquad \sigma^2 = n\pi(1-\pi)$$

Distribuição Poisson *P(λ)*

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \qquad x = 0,1,2,\ldots,n$$

$$\mu = \lambda \qquad \sigma^2 = \lambda$$

Aproximação da Binomial à Poisson

n grande e *π* muito pequeno

$$\lambda = n\pi$$

CONTÍNUAS

Distribuição Uniforme *U(α,β)*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta - \alpha} & \alpha < x < \beta \\ 0 & outros \end{cases}$$

$$\mu = \frac{\alpha + \beta}{2} \qquad \sigma^2 = \frac{1}{12}(\beta - \alpha)^2$$

Distribuição Exponencial *EN(1/θ)*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0 \\ 0 & outros \end{cases}$$

$$\mu = \theta \qquad \sigma^2 = \theta^2$$

Distribuição Normal *N(μ,σ²)*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\mu = \mu \qquad \sigma^2 = \sigma^2$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Aproximação da Binomial à Normal

Condições $\begin{cases} n\pi > 5 \\ n(1-\pi) > 5 \end{cases}$

$$\mu = n\pi$$

$$\sigma^2 = n\pi(1-\pi)$$

<u>Correção de Yates</u>

$$P(X \le x) \approx P(X < x + 0.5)$$

$$P(Y \ge y) \approx P(Y > y - 0.5)$$

INTERVALOS DE CONFIANÇA E TESTES DE HIPÓTESES PARA UMA AMOSTRA

Parâmetro a estimar	Tipo de População	Dimensão da amostra	Conhece σ ?	E.T ~ Distribuição	Intervalo de Confiança	Notas
Média μ	Normal	Qualquer	Sim	$Z=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$\bar{x}-z_{(1-\alpha/2)}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+z_{(1-\alpha/2)}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$z_{(1-\alpha/2)}$: quantil da tabela acumulada da Normal padrão à esquerda
	Qualquer	$n \geq 30$	Não	$Z=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$\bar{x}-z_{(1-\alpha/2)}\frac{s}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+z_{(1-\alpha/2)}\frac{s}{\sqrt{n}}$	Estimador do desvio padrão: $\sigma \approx s$ **(1)**
	Normal	$n < 30$	Não	$T=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$	$\bar{x}-t_{(\alpha/2),n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+t_{(\alpha/2),n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$	
Proporção binomial π	Binomial	$n > 30$ **(2)**	-	$Z=\frac{p-\pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0,1)$	$p-z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}<\pi<p+z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	Estimador da proporção binomial $\pi \approx p=\frac{x}{n}$
Variância σ^2	População Normal			$Q=\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(\alpha/2),n-1}}<\sigma^2<\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{(1-\alpha/2),n-1}}$	

INTERVALOS DE CONFIANÇA E TESTES DE HIPÓTESES PARA DUAS AMOSTRAS

Parâmetro a estimar	Tipo de População	Dimensão da amostra	Conhece σ ?	E.T ~ Distribuição	Intervalo de Confiança	Notas
Diferença entre as médias $\mu_1-\mu_2$	Normais	Quaisquer	σ_1 e σ_2 Sim	$Z=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	
	Quaisquer	$n_1 \geq 30$ e $n_2 \geq 30$	σ_1 e σ_2 Não	$Z=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$	Estimadores dos desvios padrão: $\sigma_1 \approx s_1$, $\sigma_2 \approx s_2$
	Normais	$n_1 < 30$ e $n_2 < 30$	σ_1 e σ_2 Não e $\sigma_1^2=\sigma_2^2$	$T=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \sim t_{GL}$	$(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\pm t_{(\alpha/2),GL}\, s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$	$GL=n_1+n_2-2$ $s_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$
	Normais Amostras dependentes	$n_1 < 30$ e $n_2 < 30$	σ_1 e σ_2 Não	$T=\frac{\bar{D}_i-(\mu_1-\mu_2)}{\frac{s_{D_i}}{\sqrt{n}}} \sim t_{(n-1)}$	$\bar{D}_i-t_{(n-1),\alpha/2}\cdot\frac{s_{D_i}}{\sqrt{n}}<\mu_1-\mu_2<\bar{D}_i+t_{(n-1),\alpha/2}\cdot\frac{s_{D_i}}{\sqrt{n}}$	$S_{D_i}=S_{n-1}$ para $D_i=X_{1i}-X_{2i}$
Diferença de proporções $\pi_1-\pi_2$	Binomial	$n_1 \geq 30$ e $n_2 \geq 30$	-	$Z=\frac{(p_1-p_2)-(\pi_1-\pi_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$ **(3)**	$(p_1-p_2)\pm z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$	Estimadores das proporções binomiais **(4)** $p_1=\frac{x_1}{n_1}$ e $p_2=\frac{x_2}{n_2}$

(1) O desvio padrão σ , sendo desconhecido, é estimado através de $s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$; **(2)** Proporção para amostras de pequena dimensão necessário recorrer à solução exata através da distribuição binomial;

(3) e **(4)** No teste à diferença de proporções se $H_0: \pi_1-\pi_2=0$, a E.T. passa a ser:

$$Z=\frac{(p_1-p_2)}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \sim N(0,1), \text{ com } p=\frac{x_1+x_2}{n_1+n_2}.$$

PLANEAMENTO COMPLETAMENTE ALEATÓRIO

H_0: Não existem diferenças significativas na variável resposta devido aos diferentes tratamentos

$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$ ou $\alpha_j = 0$ com $j = 1,2, \ldots, k$

H_1: Pelo menos 2 tratamentos são diferentes ($\alpha_j \neq 0$ para pelo menos um valor de j).

R.R: F > c

Tabela ANOVA

Fonte de variação	Soma dos Quadrados	Graus de liberdade	Média dos Quadrados	Estatística de teste, F
Tratamentos (Entre grupos)	SQT	k-1	MQT	F = MQT/MQR
Resíduos (dentro dos grupos)	SQR	Σn_j - k	MQR	
Total	STQ	N - 1		

$$SQT = \sum_{j=1}^{k} \frac{T_{.j}^2}{n_j} - \frac{T_{..}^2}{N} \qquad STQ = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{N} \qquad STQ = SQT + SQR \qquad N = \sum_{j=1}^{k} n_j$$

TESTES DO "BOM AJUSTE" DO QUI-QUADRADO

Probabilidades completamente especificadas na hipótese nula

H_0: $p_1 = p_{10}$, $p_2 = p_{20}$, ..., $p_k = p_{k0}$ e $p_{10} + p_{20} + \ldots + p_{k0} = 1$

R.R: Q > c com $c = \chi^2_{k-1,\alpha}$

Probabilidades não estão completamente especificadas na hipótese nula

H_0: As probabilidades correspondentes das classes provêm de uma distribuição da família.....

R.R: Q > c com c = $\chi^2_{g.l.,\alpha}$

g.l. = nº de celas – 1 – nº de parâmetros estimados

$$Q = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} \text{ com } e_i = n.p_i$$

TABELAS DE CONTINGÊNCIA rxc

Teste da Independência

H_0: $p_{ij} = p_{i.} * p_{.j}$ (as variáveis são independentes) i = 1, 2, ..., a e j = 1, 2, ...b

R.R: Q > c com c = $\chi^2_{(a-1).(b-1).,\alpha}$

Teste da Homogeneidade

H_0: $w_{1j} = w_{2j} = \ldots = w_{aj}$ = (as subpopulações A, são equivalentes) i = 1, 2, ..., a e j = 1, 2, ...b

R.R: Q > c com c = $\chi^2_{(a-1).(b-1).,\alpha}$

$$Q = \sum_{j=1}^{b}\sum_{i=1}^{a} \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \qquad e_{ij} = \frac{n_{i.}.n_{.j}}{n}$$

TABELA 2x2 do tipo $\boxed{\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}}$

Qui- Quadrado: $Q = \dfrac{n(ad - bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$ Correcção de Yates $Q = \dfrac{n(|ad - bc| - 0.5n)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$ ($|ad - bc| > 0.5n$)

McNemar: $Q = \dfrac{(|b-c|-1)^2}{b+c}$ odds ratio: $\hat{\theta} = \dfrac{a.d}{b.c}$ com $SE_{\ln(\hat{\theta})} = \sqrt{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{d}}$