ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

Εργαστηριακή Αναφορά της Πρώτης Εργαστηριακής Άσκησης
Ομάδα 46

ΓΚΑΝΤΖΙΟΣ ΘΩΜΑΣ (2012030146)

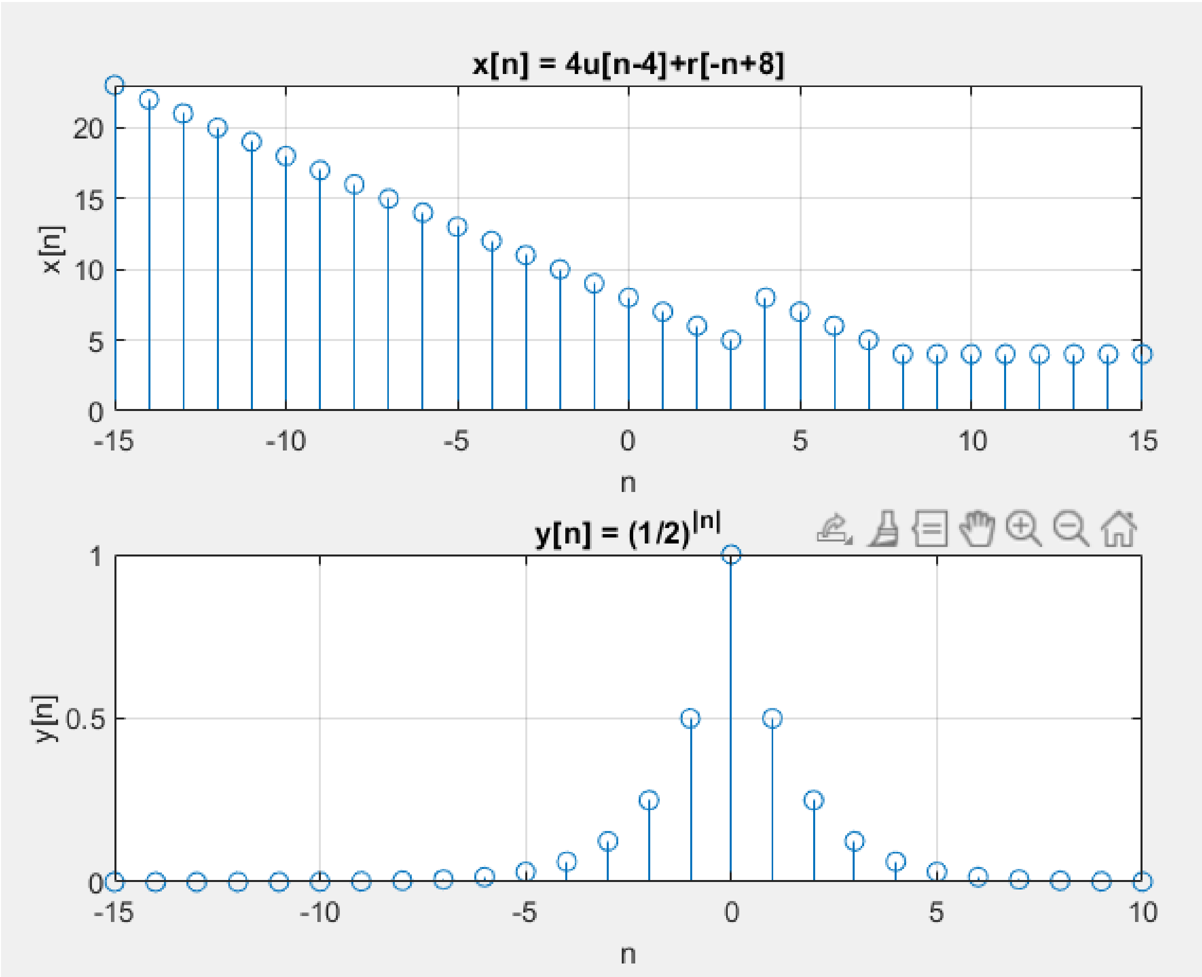
ΓΙΑΛΟΥΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ (2019030063)

ΚΑΡΑΛΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ (2019030117)

Άσκηση 1

A)

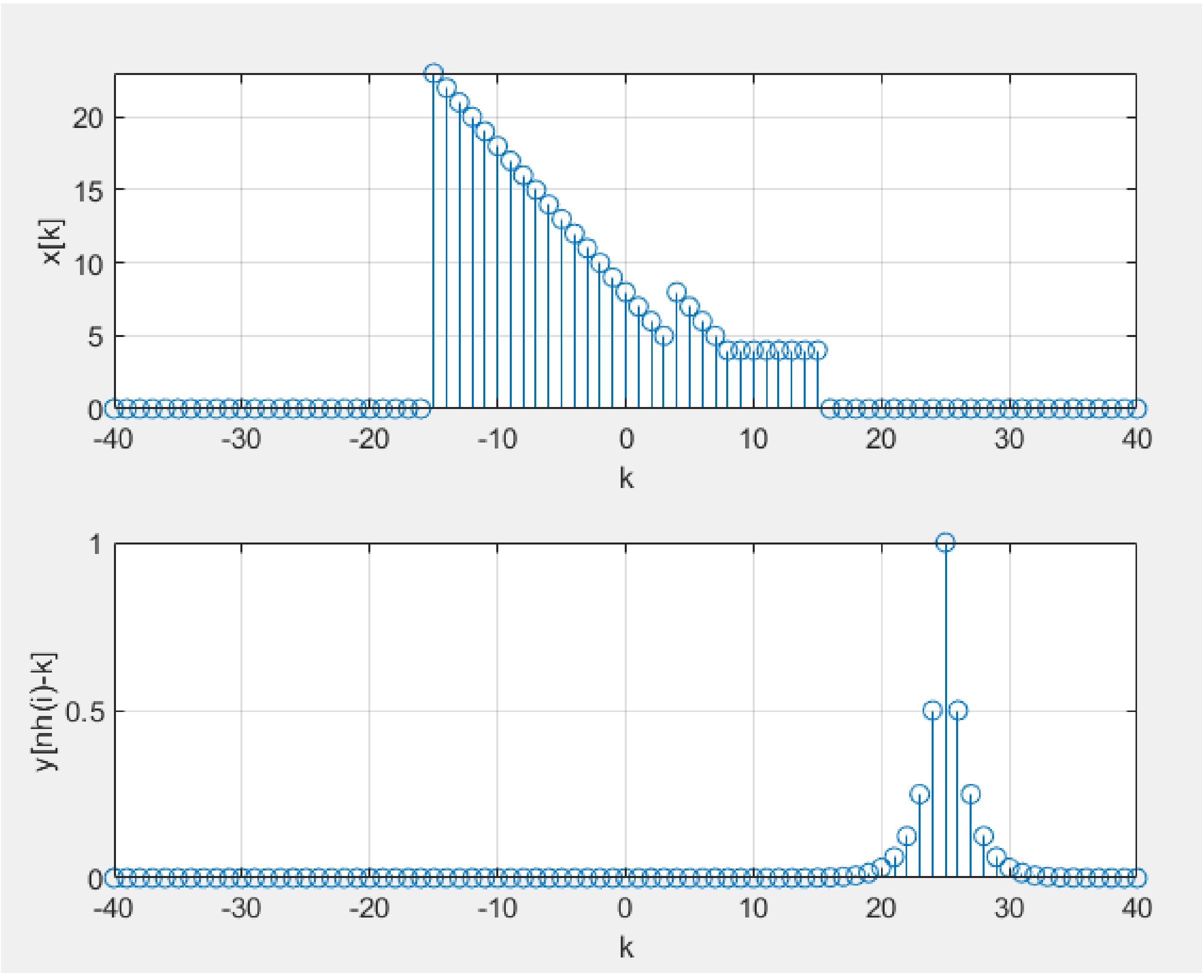
Αρχικά, δημιουργήθηκαν τα διακριτά σηματα x[n] = 4u[n-4]+r[-n+8] και y[n] = (1/2)^|n|

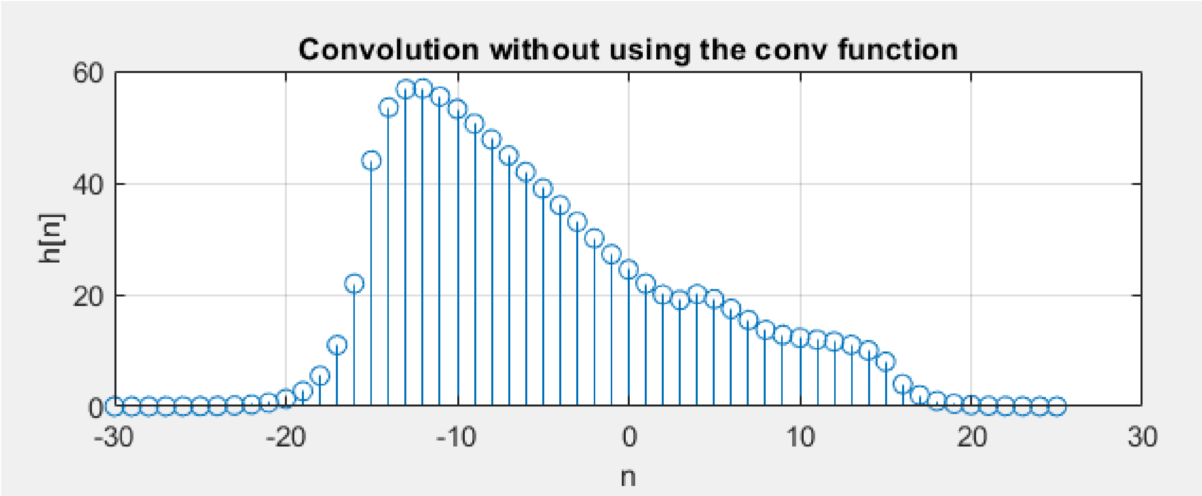


Πραγματοποιήθηκε η γραμμική συνέλιξη των δύο σημάτων χωρίς την χρήση της συνάρτησης conv της Matlab, αλλά βάσει του ορισμού

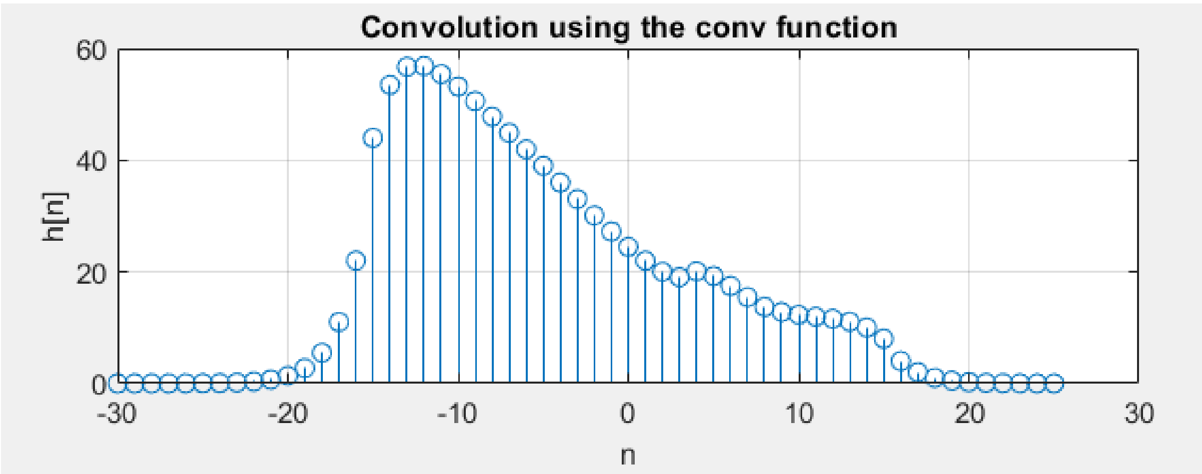
$$h(n) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(k)y(n-k)$$

Ο αρχικός δείκτης του χρόνου της συνέλιξης h ισούται με το άθροισμα των αρχικών δεικτών των χρόνων των x και y και αντίστοιχα ο τελικός δείκτης ισούται με το άθροισμα των τελικών δεικτών των χρόνων των x και y.
Επίσης, χρειάστηκε zero padding έτσι ώστε τα σήματα να έχουν το ίδιο μέγεθος και να μπορούν να πολλαπλασιαστούν.
Στο x συμπληρώθηκαν αριστερά και δεξιά τόσα μηδενικά όσα το μήκος του y μείον 1 σημείο, που είναι η ελάχιστη επικάλυψη.
Το y ανακλάστηκε και στη συνέχεια γέμιζε ανάλογα με μηδενικά όσο ολίσθαινε προς τα δεξιά στον άξονα (λόγω αύξησης του n).



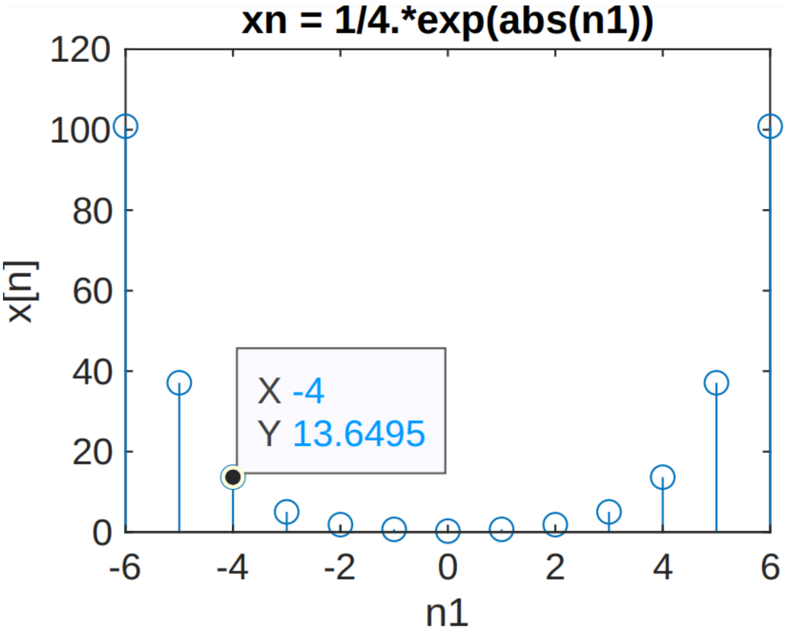


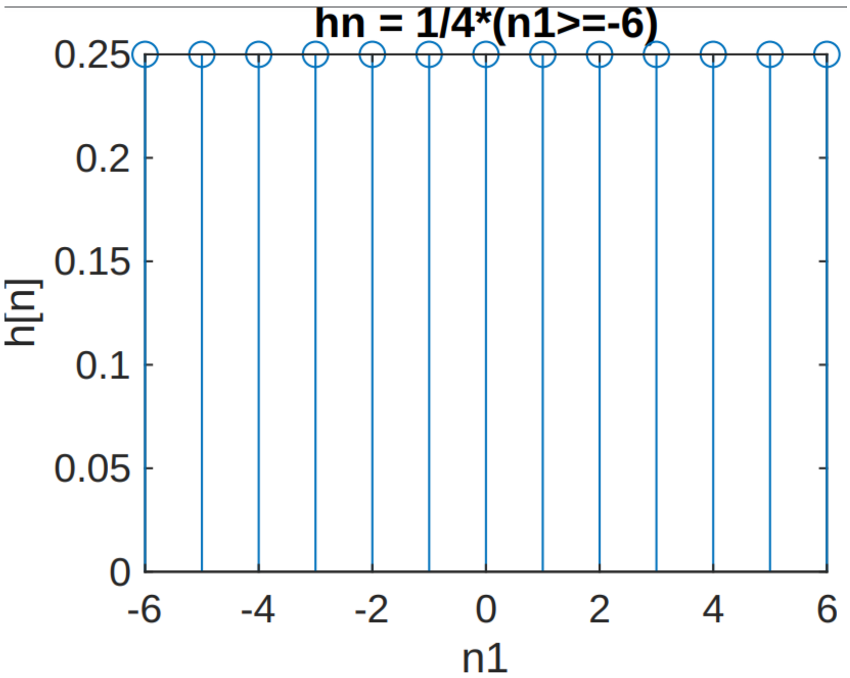
Στη συνέχεια, επιβεβαιώθηκε το αποτέλεσμα με την χρήση της συνάρτησης conv της Matlab



B)

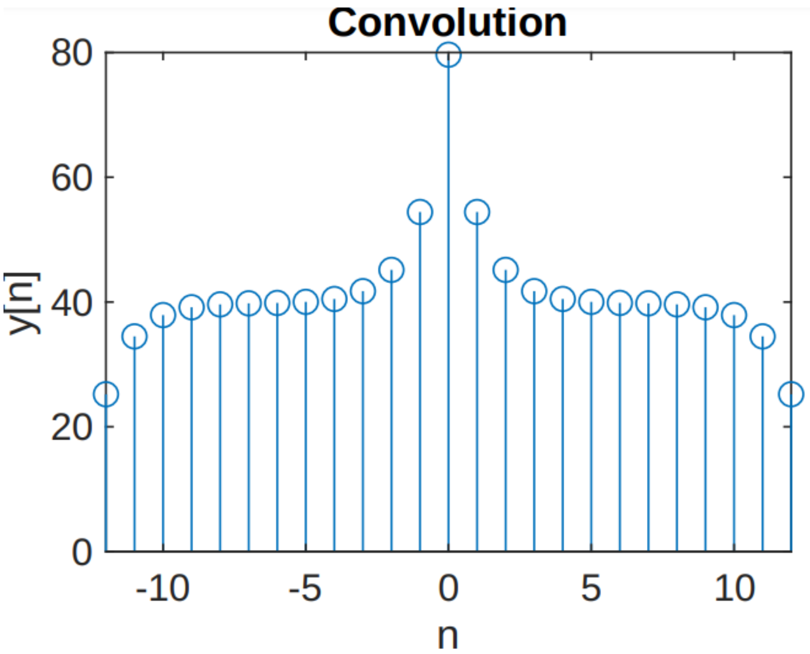
Σκοπός του 2ου ερωτήματος είναι να αποδείξουμε την ιδιότητα (συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου) = (πολλαπλασιασμός στο πεδίο της συχνότητας). Για να το αποδείξουμε, κατασκευάζω δυο σήματα (τυχαία σήματα) xn = 1/4.*exp(abs(n1)) και hn = 1/4.*(n1>=-6):



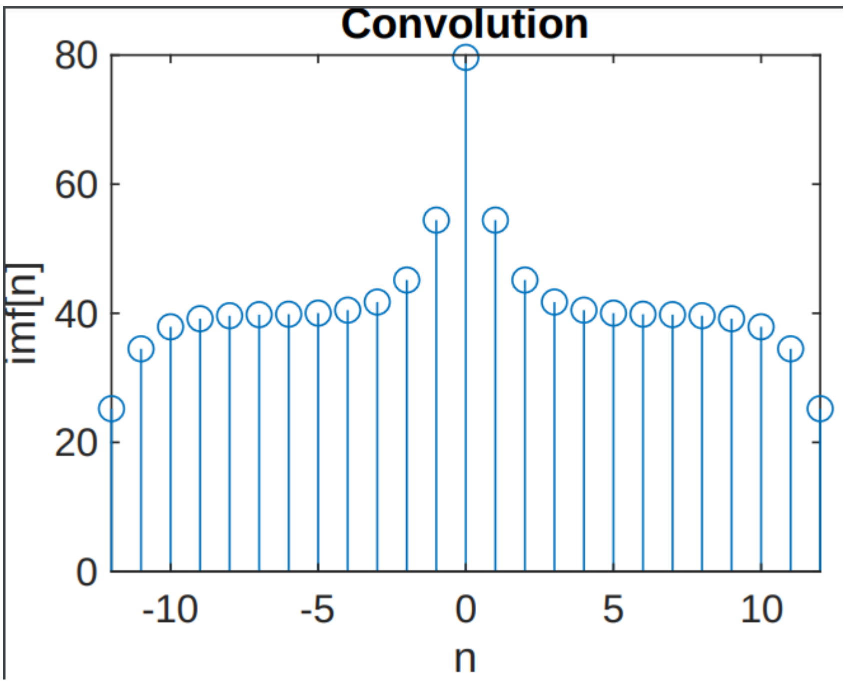


και κάνοντας τη συνέλιξη στο χρόνο και πολλαπλασιασμό στη συχνότητα του ανεστραμμένου Μετασχηματισμού Fourier των σημάτων, προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές:

Από τη συνέλιξη στο χρόνο:



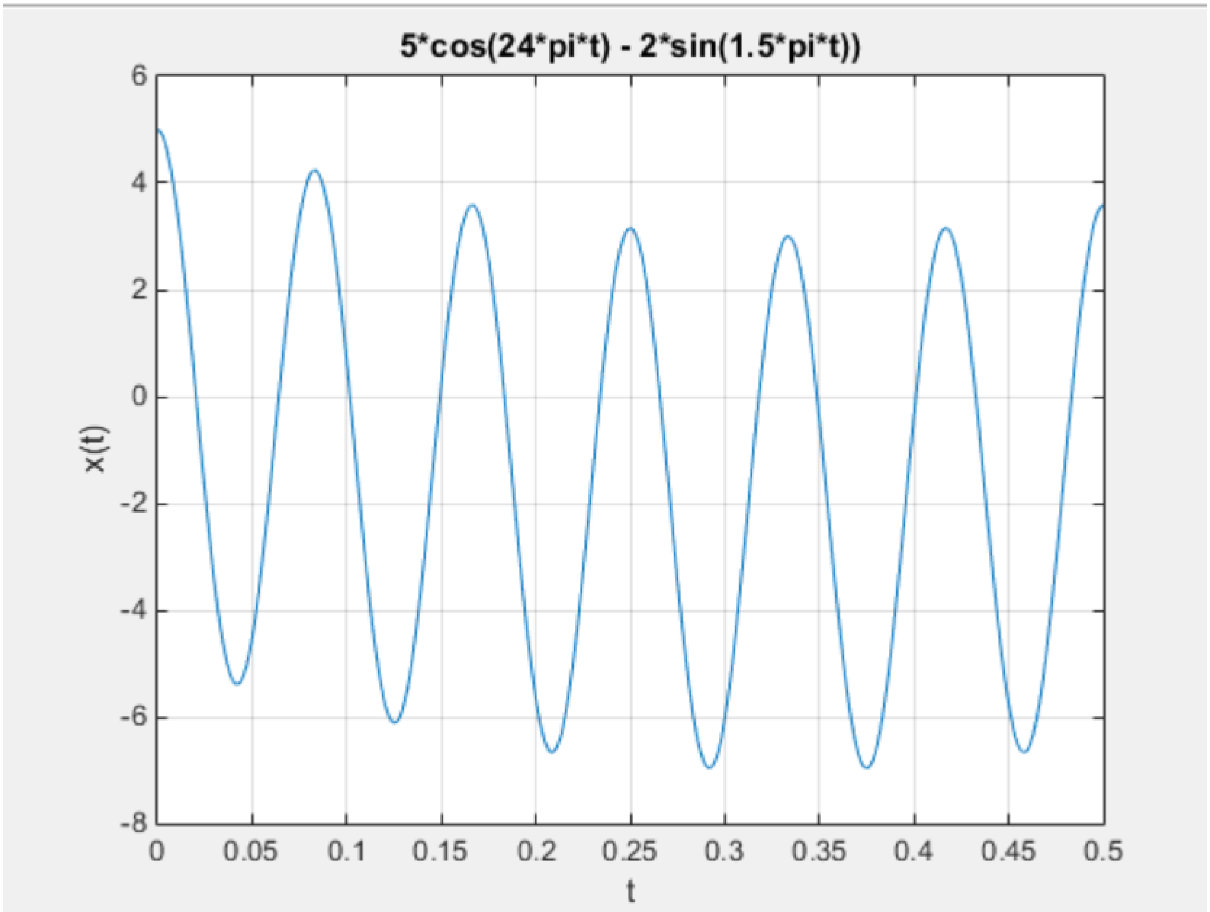
και απ' τον πολλαπλασιασμό στο πεδίο της συχνότητας:



Όπως φάνηκε και παραπάνω, τα δύο διαγράμματα είναι όμοια, συνεπώς και η ιδιότητα αποδείχθηκε.

Άσκηση 2

Με ένα διάνυσμα για το χρόνο με βήμα 0,0001(συνεχές σήμα) και την συνάρτηση plot σχεδιάστηκε το σήμα 5cos(24πt) - 2sin(1.5πt) για 0<t<500 ms.

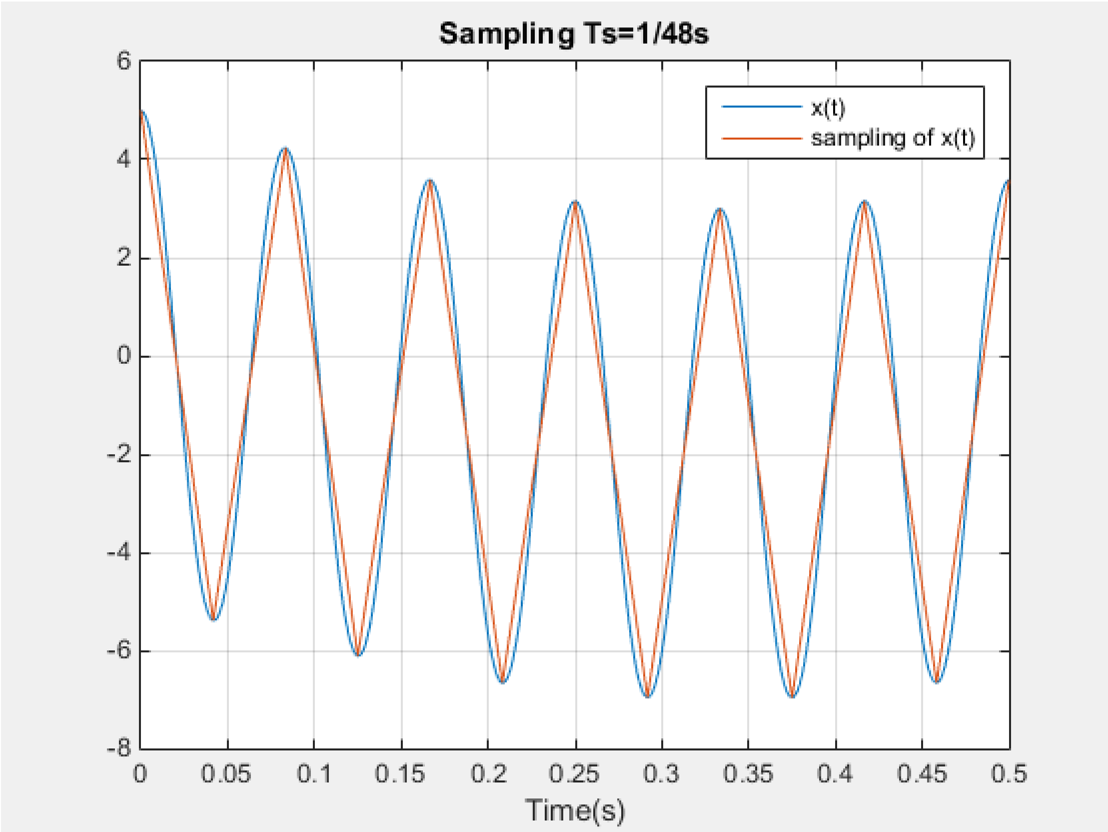


Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της διαμόρφωσης με το x1(t)=1 έχουμε:

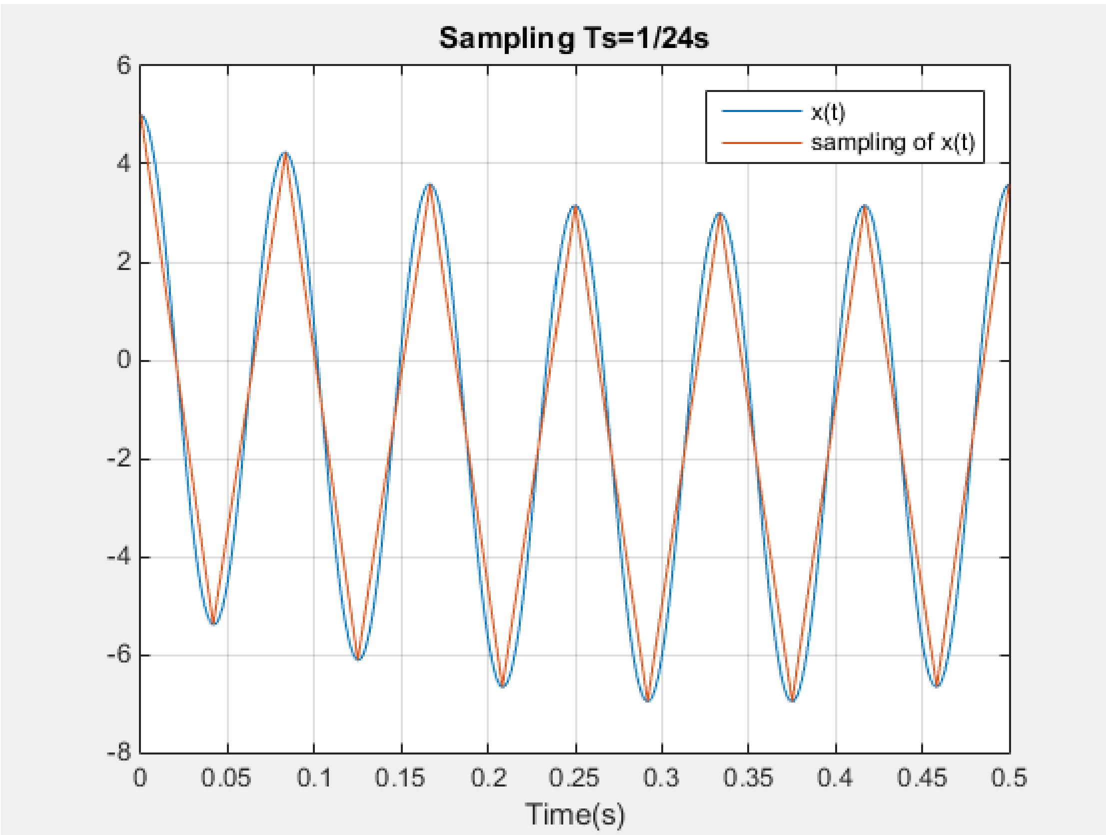
$X(F)=F\{x(t)\}=F\{5\cos(24\pi t) - 2\sin(1.5\pi t)\}=F\{5\cos(2\pi 12t) - 2\sin(2\pi(3/4)t)\}=$
$5/2(\ \delta(F-12) + \delta(F+12)\ ) - 1/j(\ \delta(F-3/4) - \delta(F+3/4)\ )$

Για την δειγματοληψία ισχύει το θεώρημα Nyquist $f_s \geq 2f_{max}$ και f_{max}=12Hz άρα η συχνότητα Nyquist είναι $f_s = 2f_{max}$ =24Hz(T_s=1/24s).

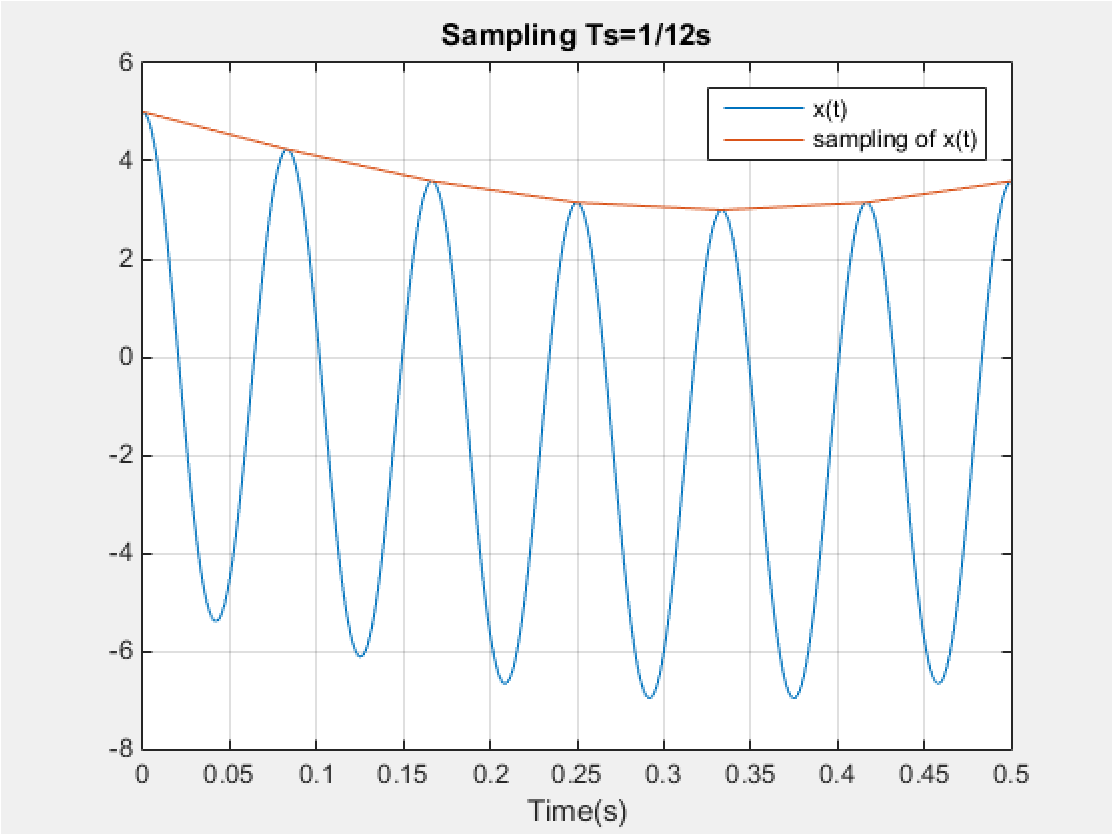
α)Ts=1/48s



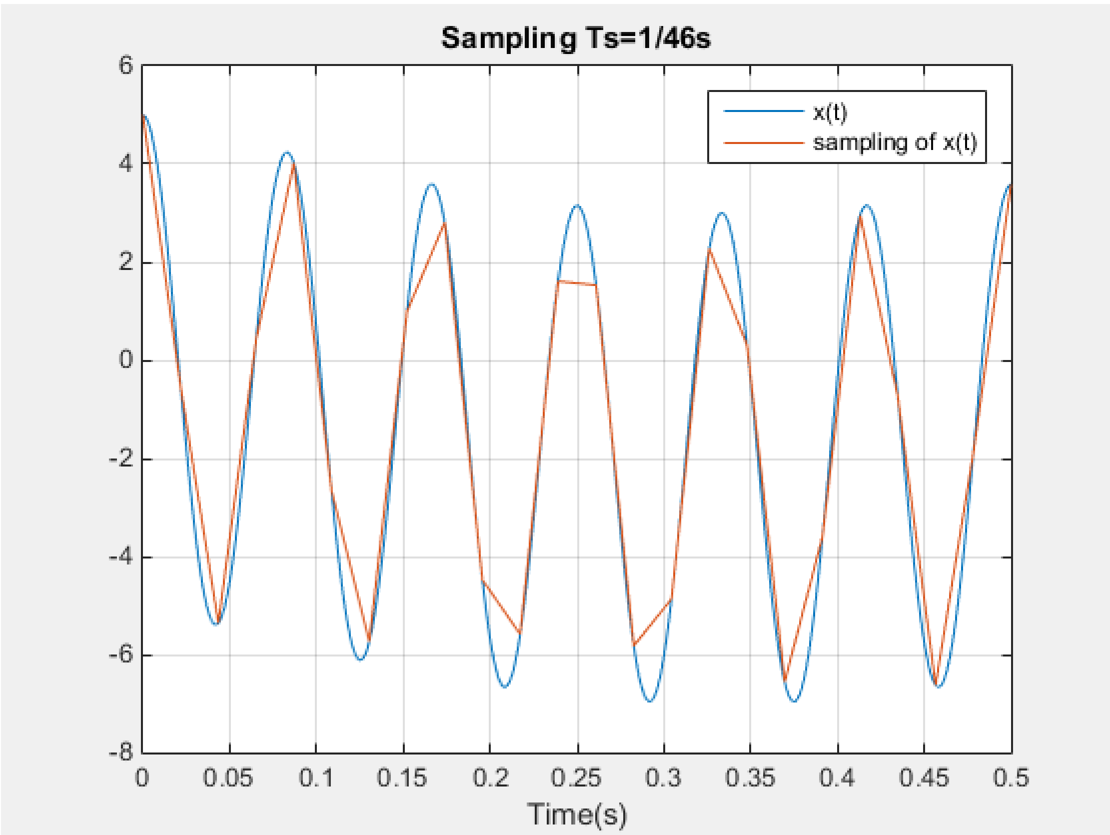
β)Ts=1/24s



γ) Ts=1/12s



δ)Ts=1/46s

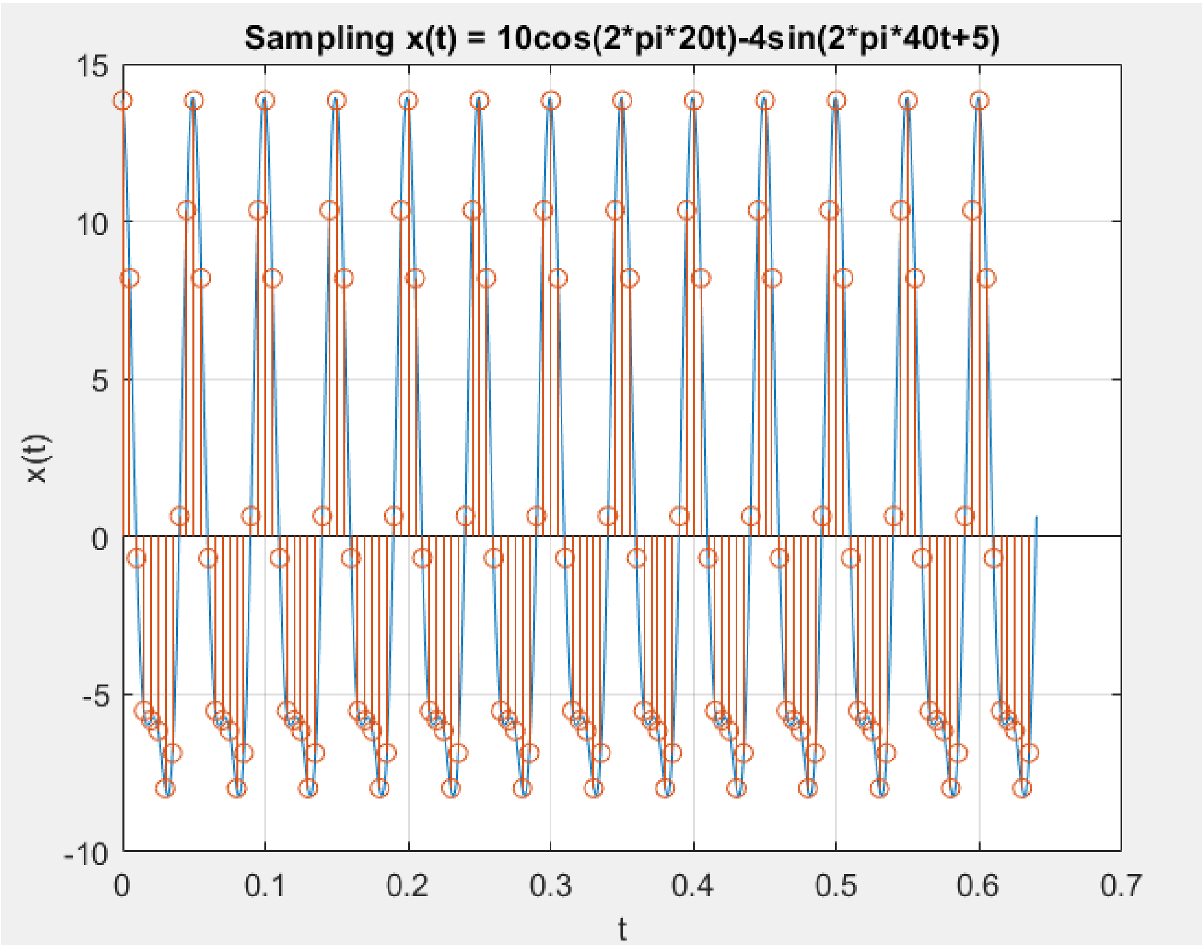


Από τις γραφικές παραστάσεις παρατηρείται οτι οπου η δειγματοληψία γίνεται με $f_s \geq 24$Hz είναι δυνατή η ανάκτηση του σήματος. Από την άλλη στην περίπτωση που η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 12Hz η ανάκτηση του σήματος καθίσταται αδύνατη. Τέλος όταν fs=46 Hz η δειγματοληψία είναι αποδεκτή αφού ικανοποιείται το θεώρημα του Nyquist.

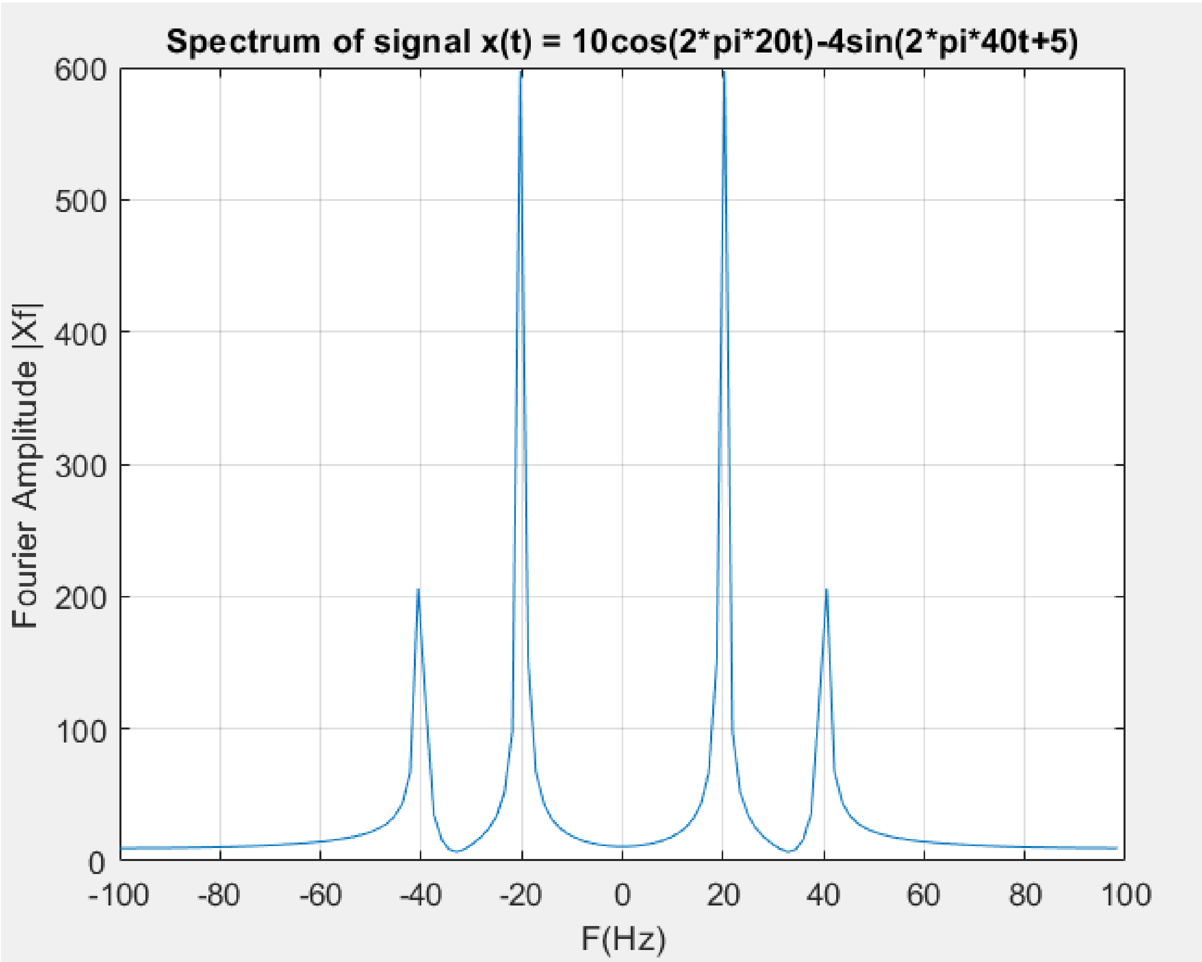
<u>Άσκηση 3</u>

A)

Αρχικά, δημιουργήθηκε το σήμα x(t) = 10cos(2*pi*20t)-4sin(2*pi*40t+5).
Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist, ένα σήμα μπορεί να ανακατασκευαστεί τέλεια από τα δείγματά του εάν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι μεγαλύτερη ή ίση με το διπλάσιο της μέγιστης συχνότητας.
Επομένως, για να αποφευχθεί το φαινόμενο της επικάλυψης (aliasing), πρέπει να ισχύει Fs >= 2Fmax => Fs >= 2*40 = 80Hz (2Fmax: συχνότητα Nyquist).
Η συχνότητα δειγματοληψίας τέθηκε Fs = 200Hz.
Ο χρόνος της δειγματοληψίας προκύπτει από το γινόμενο n*Ts, όπου n: το σύνολο των 128 δειγμάτων και Ts: η περίοδος δειγματοληψίας.
Στη συνέχεια, έγινε δειγματοληψία 128 δειγμάτων στο σήμα x

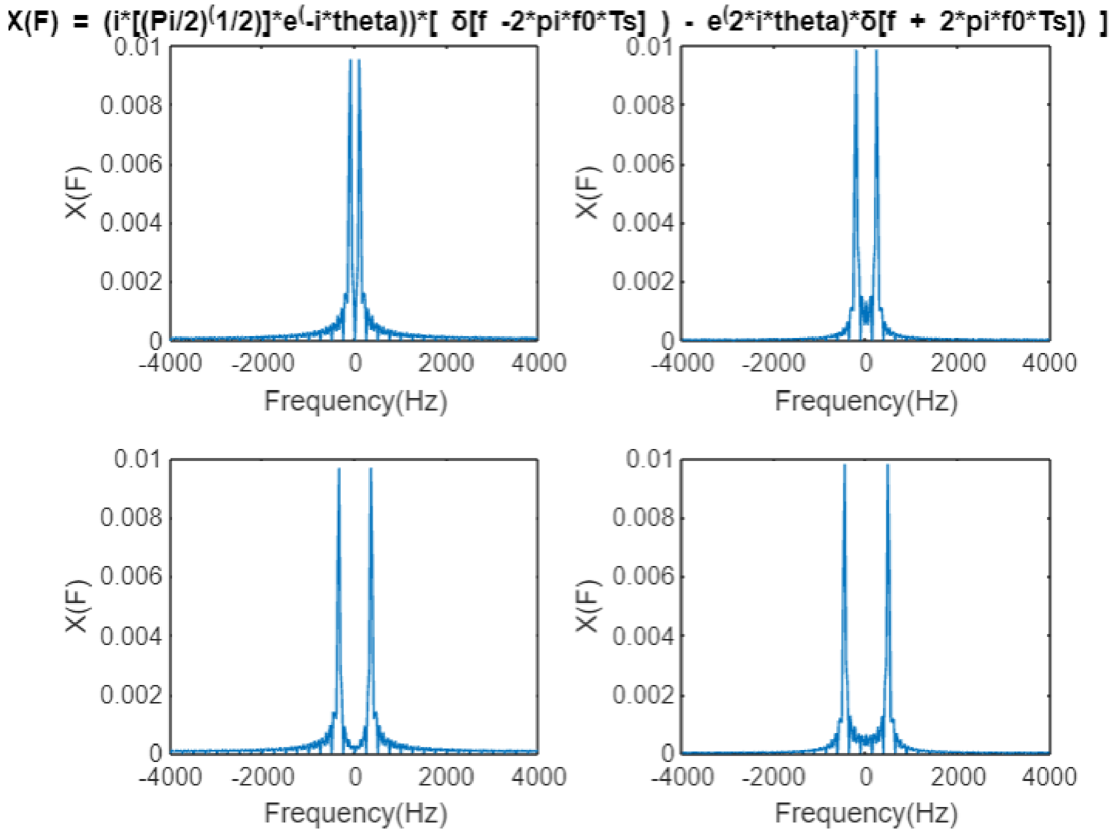


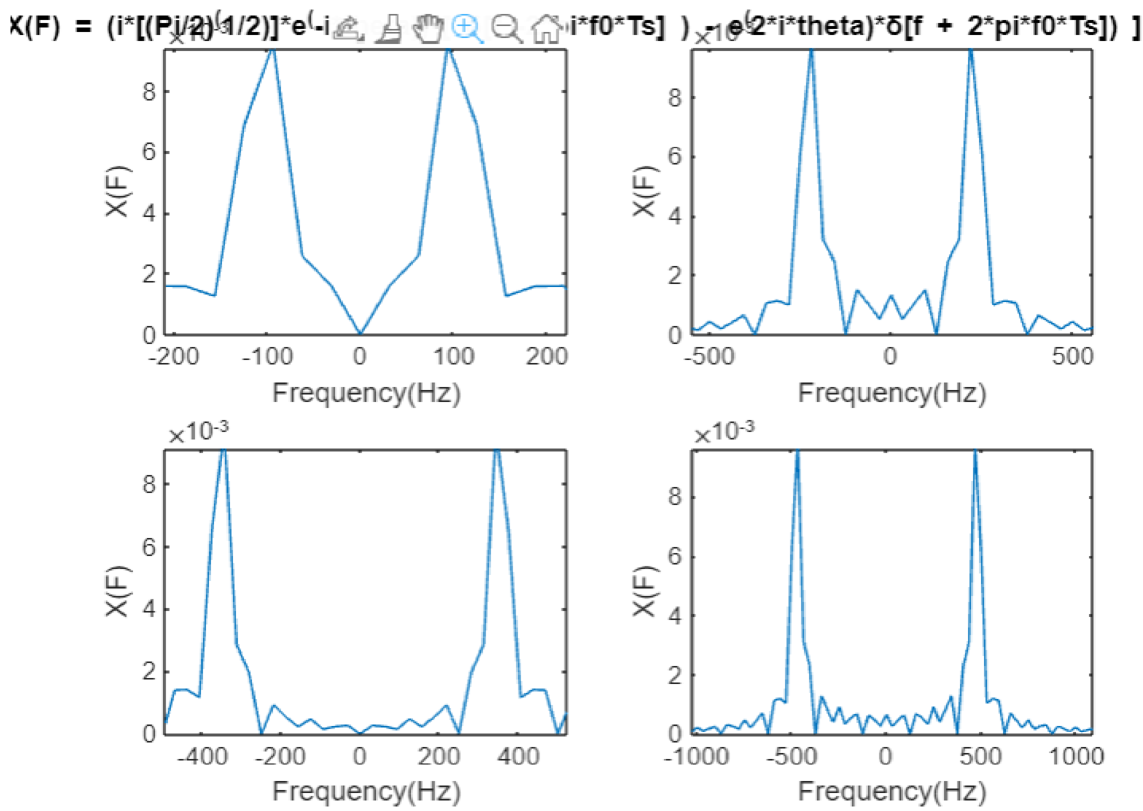
Φάσμα ονομάζουμε την γραφική αναπαράσταση του πλάτους του μετασχηματισμού Fourier του σήματος για μία περίοδο, η οποία εμφανίζεται γύρω από το 0.
Για το φάσμα του σήματος x, το διάνυσμα της συχνότητας τέθηκε
F = [-Fs/2:Fs/N:Fs/2-Fs/N], διότι:
i) μία περίοδος => Fs/2
ii) μείον 1 δείγμα λόγω του 0 => Fs/2-Fs/N
iii) τα 128 δείγματα μοιράζονται σε Fs = 200 συχνότητες => βήμα Fs/N.
Αφού έγινε μετασχηματισμός Fourier στο σήμα x, χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση fftshift, ώστε να εμφανιστεί ολόκληρο το φάσμα [-Fs/2:Fs/2].



B)
Το x[t] = sin(2*pi*f0*t + θ), γίνεται στο διακριτό χρόνο x[n] = sin(2*pi*(f0/fs)*n+θ) <=> x[n] = sin(2*pi*f0*Ts*n+θ), καθώς είναι η διαίρεση της συχνότητας του συνεχούς χρόνου με τη συχνότητα δειγματοληψίας(ή αντίστοιχα ο πολ/σμος με την περίοδο δειγματοληψίας -Ts-). Αντικαθίσταται δηλαδή ο συνεχής χρόνος (t μεταβλητή) με τη "διακριτή" μεταβλητή κTs(Ts = sampling period/περίοδος δειγματοληψίας, κεZ) ή fs αντίστοιχα, με αποτέλεσμα ανά την σταθερή περίοδο Ts, για κάθε έναν ακέραιο αριθμό να παίρνουμε την τιμή του σήματός μας, εκείνη τη στιγμή(= ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου δειγματοληψίας). Τα παραπάνω, προκύπτουν από τον τύπο f0 = N/ Δt = N/ Ts ⇒ N = f0 / fs, με N αριθμός δειγμάτων.

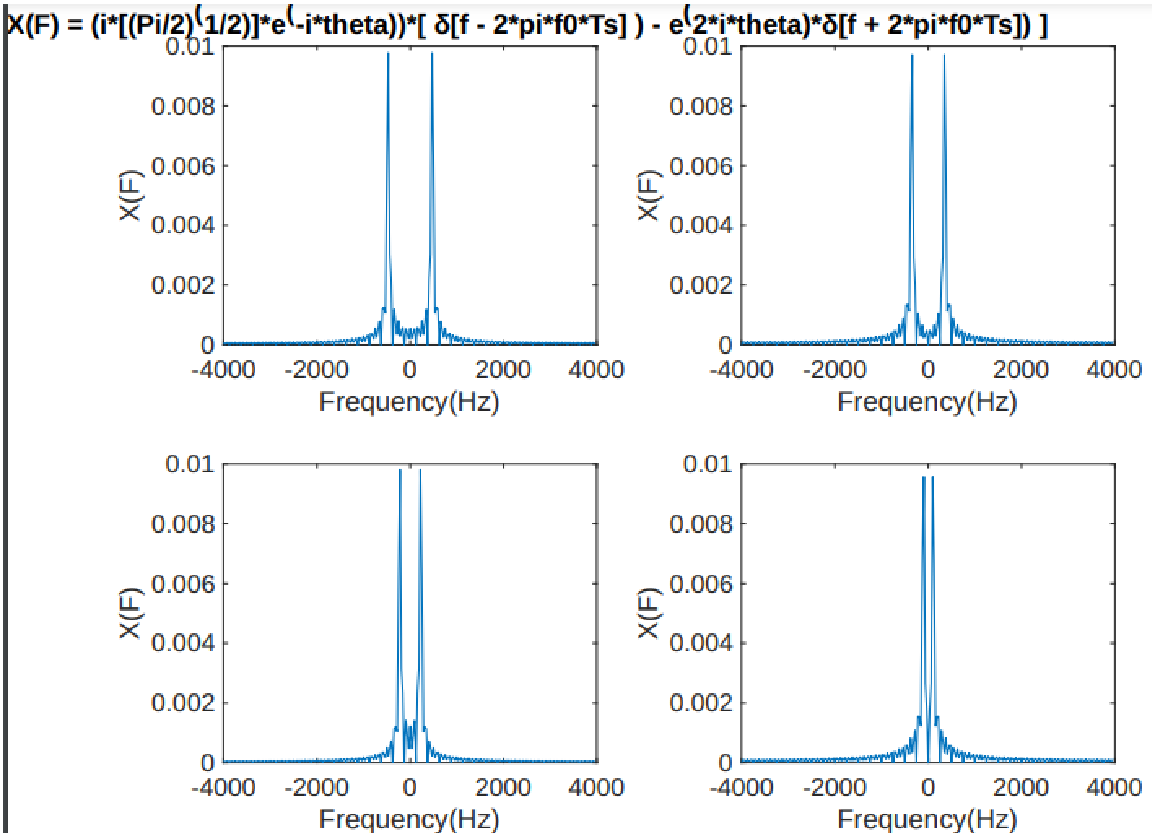
Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης: “xt = sin(2*pi*f0*t + theta)”, στις συχνότητες (από δεξιά προς τα αριστερά) 100, 225, 350, 475 Hz

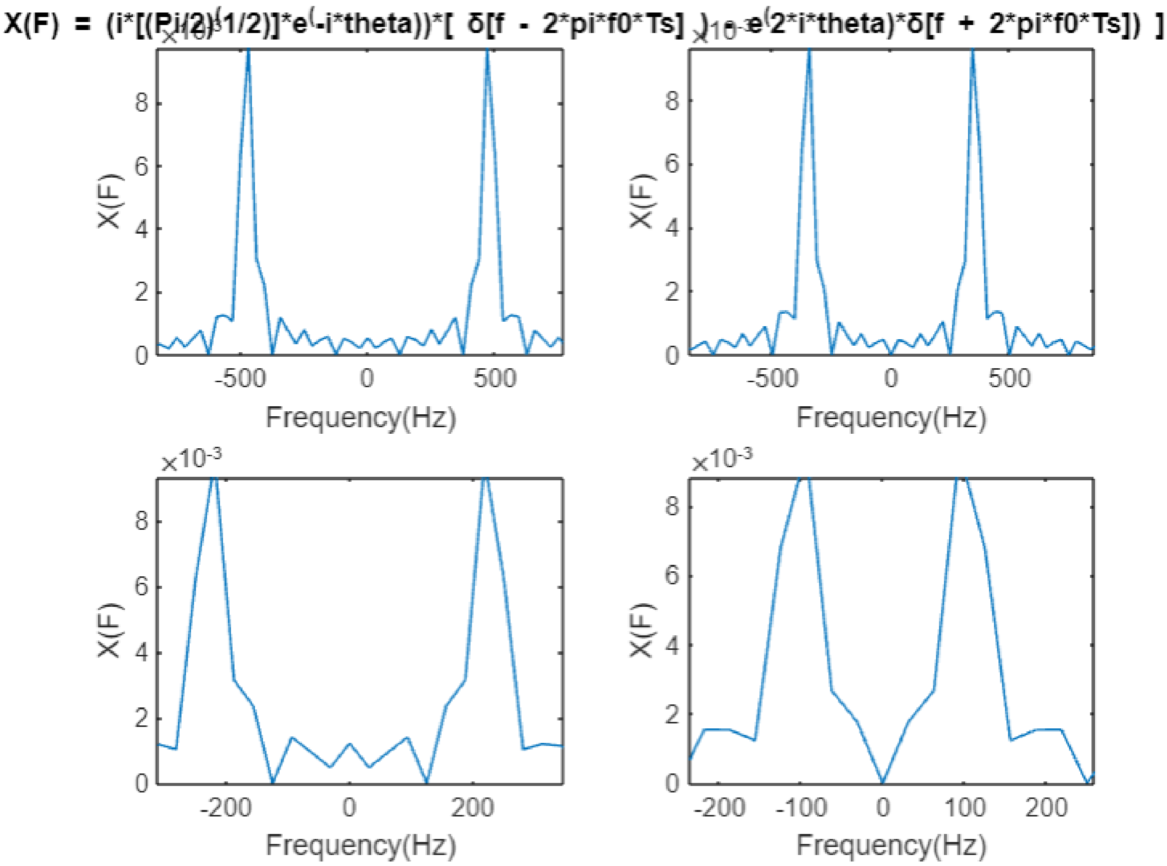




Για τα παραπάνω διαγράμματα, προκύπτουν οι αναμενόμενες τιμές φάσματος.

Παρακάτω παρατίθενται τα διαγράμματα του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης: “xt= sin(2*pi*f0*t + theta)”, στις συχνότητες (από δεξιά προς τα αριστερά) 7525, 7650, 7775, 7900 Hz





Όπως διαφαίνεται απ’ τα παραπάνω διαγράμματα όπου οι συχνότητες είναι κοντά στα 8KHz, παρατηρούμε μία αναληθή αποτύπωση της πραγματικής απεικόνισης του πλάτους. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο της επικάλυψης (aliasing), για το οποίο θα ήταν απαραίτητο να ισχύει Fs >= 2Fmax => Fs >= 2*7,525K ~ 14 KHz (2Fmax: συχνότητα Nyquist, η οποία δεν ικανοποιείται).

Για την αλλαγή του θ(theta), πειραματιστήκαμε με πολλές τιμές και καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι δεν επηρεάζουν το φάσμα του σήματος, καθώς συγκρατούμε μόνο το μέτρο του σήματός μας (πλάτος/το πραγματικό μέρος του), και οχι απ το μιγαδικό

Τύπος Fourier: $\mathcal{F}_t[\sin(t+\theta)](w) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-i\theta}\left(1+e^{2i\theta}\right)(\delta(w-1)-\delta(w+1)) \text{ for } \theta \in \mathbb{R}$

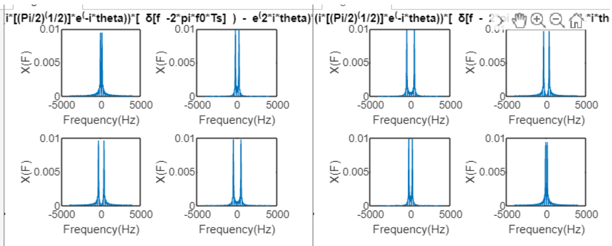
Ενδεικτικά για τιμη theta = 300:

```
%% 100:125:475 ,,, from:step:to

fs = 8000;
Ts = 1/fs;
theta = 300;
t = -0.01: Ts : 0.01-Ts;                        %Vector of time
figure(1);

for f0 = 100:125:475

    xt = sin(2*pi*f0*t + theta);
    NFFT = 2^nextpow2(length(xt));               %Number of Fourier sam
    XF = fftshift(fft(xt, NFFT)*Ts);             %Normalization of Four
    freq = (-fs/2) : fs/NFFT : (fs/2- fs/NFFT) ; %Plot aplitude spectru
    subplot(2,2,(fix(f0/100)));
    plot( freq, abs(XF) )                        %We use abs for keepir
```



*Ts = t, στους τίτλους των διαγραμμάτων