

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ



Εργαστηριακή Αναφορά της Τρίτης Εργαστηριακής Άσκησης
Ομάδα 46

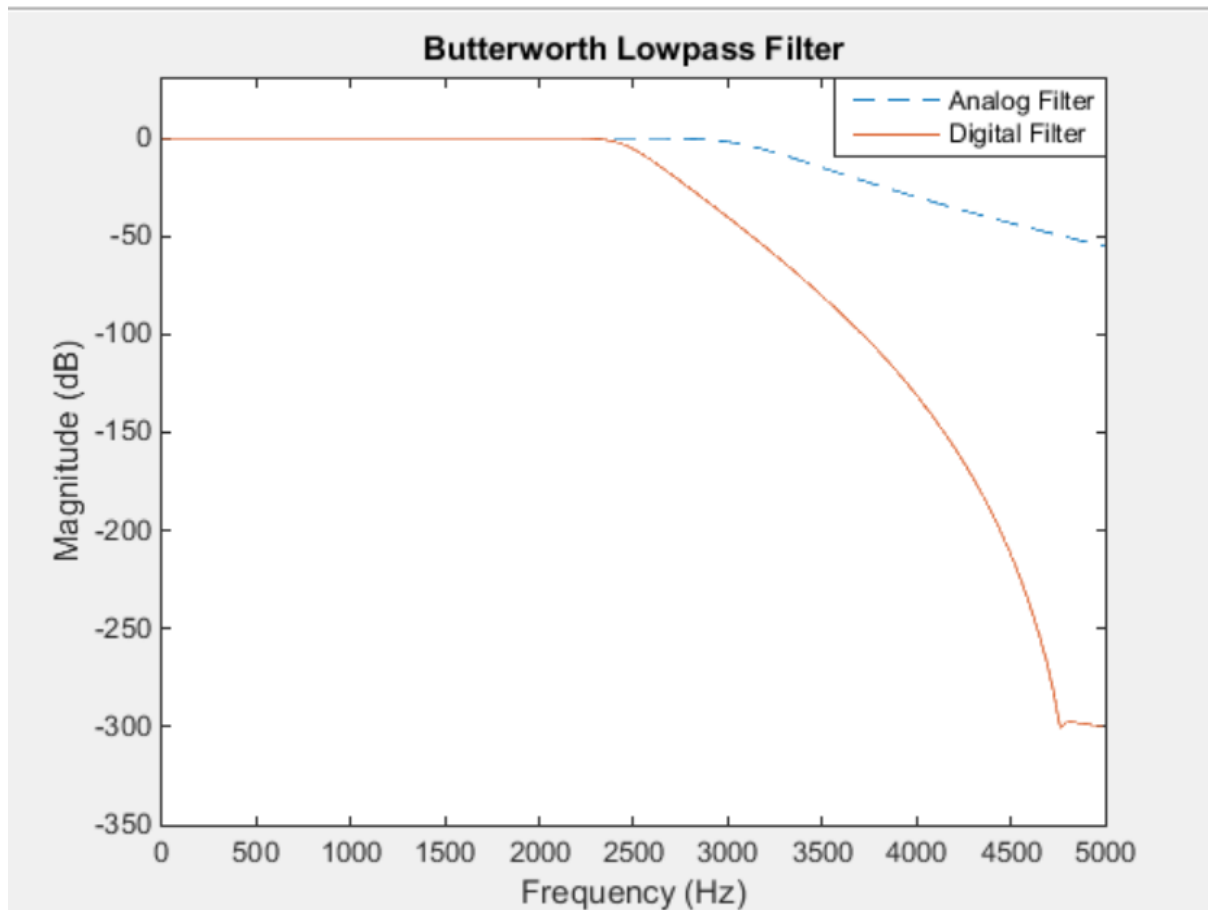
ΓΚΑΝΤΖΙΟΣ ΘΩΜΑΣ (2012030146)

ΓΙΑΛΟΥΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ (2019030063)

ΚΑΡΑΛΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ (2019030117)

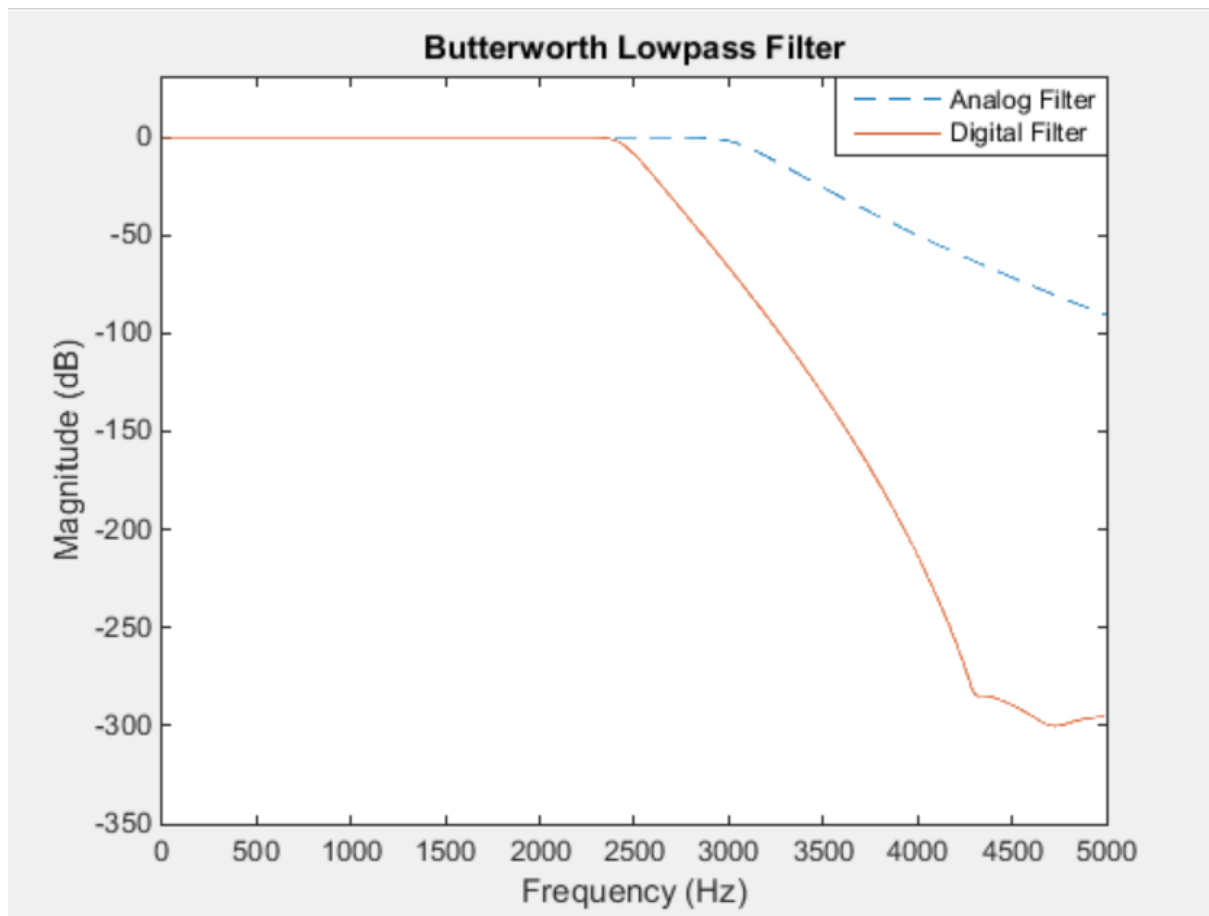
Άσκηση 1η

Αρχικά κανονικοποιήθηκε το όριο ζώνης μετάβασης και το όριο στη ζώνη stopband πολλαπλασιάζοντας με 2π. Έπειτα βρέθηκε η τάξη $n=13$ του φίλτρου από τη συνάρτηση `buttord` με ορίσματα τις γωνιακές συχνότητες W_s και W_p , το ripple στη ζώνη passband, την εξασθένηση στη ζώνη stopband και το s για αναλογική μορφή. Η συνάρτηση `buttap` επιστρέφει τους πόλους και το κέρδος του φίλτρου. Η συνάρτηση `zp2tf` μετατρέπει τις παραμέτρους του φίλτρου (πόλοι, μηδενικά, κέρδος) σε συνάρτηση μεταφοράς. Στη συνέχεια η `lp2lp` μετατρέπει ένα αναλογικό χαμηλοπερατό φίλτρο σε φίλτρο με συχνότητα cutoff W_n και με την `freqs` σχεδιάζεται η απόκριση συχνότητας του αναλογικού φίλτρου. Επίσης εκτελείται διγραμμικός μετασχηματισμός και μετατρέπεται η συνάρτηση μεταφοράς σε μετασχηματισμό Z . Σχεδιάζεται η απόκριση συχνότητας του ψηφιακού φίλτρου με την συνάρτηση `freqz`. Τέλος, η σχεδίαση των αποκρίσεων του αναλογικού και του ψηφιακού φίλτρου έγινε με $N=2048$ δείγματα, ο άξονας των συχνοτήτων έχει τιμές από 0 έως $f_s/2$ και η απόκριση είναι σε dB με την εφαρμογή της συνάρτησης `mag2db`.



Από την παραπάνω γραφική συμπεραίνεται ότι στις χαμηλές συχνότητες το φίλτρο ενεργοποιείται και μετά τη συχνότητα αποκοπής αρχίζει να εξασθενεί το πλάτος του. Το ψηφιακό φίλτρο έχει πιο ομαλή κλίση από το αναλογικό γεγονός που το κάνει να προσεγγίζει ένα ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο.

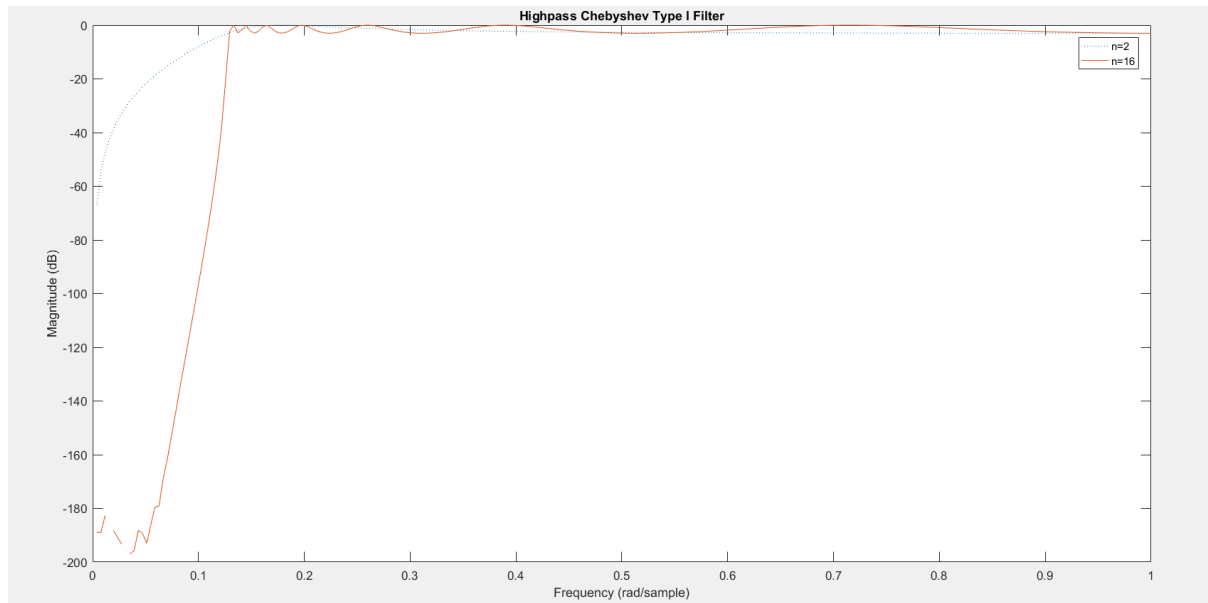
Παρακάτω εκτελείται η ίδια διαδικασία αλλάζοντας μόνο την εξασθένηση της ζώνης stopband από 30 σε 50dB.



Η αύξηση της εξασθένησης στην ζώνη stopband μειώνει τη συχνότητα αποκοπής και παρατηρείται απότομη εξασθένιση του φίλτρου σε σχέση με το προηγούμενο.

Άσκηση 2η

Για την παρούσα άσκηση, ζητήθηκε ο σχεδιασμός ενός Chebyshev (συγκεκριμένα Type I highpass) φίλτρου δύο τάξεων(2 & 16). Με τον αριθμό των δειγμάτων να είναι ο ίδιος και για τα δύο φίλτρα($N=256$) ,καθώς και τα χαρακτηριστικά των δύο φίλτρων εξίσου όμοια (αναλογική cutoff συχνότητα $\omega_c = 2 \text{ rad/sec}$, περίοδο δειγματοληψίας $T_s=0.2 \text{ sec}$, passband ripple 3db και $F_{\text{cheby1}} = (\omega_c / (2\pi)) / (2 / T_s)$ -συχνότητα ακμών ζώνης διέλευσης-) σχεδιάστηκαν, στο ίδιο σύστημα αξόνων, με τον οριζόντιο άξονα να παρουσιάζει δείγματα της συχνότητας, στο εύρος $[0 \ 1]$, με τη χρήση των συναρτήσεων “cheby1” & “mag2db”, τα πλάτη των αποκρίσεων συχνότητας (σε dB):



Απ' το τύπο της θεωρίας για τα φίλτρα τύπου “Chebyshev τύπου Ι” :

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_N^2(\Omega/\Omega_p)}$$

παρατηρούμε ότι η συνάρτηση παρουσιάζει περιοδικότητα μιας και είναι η μεταβλητή του τυπου του euler του πλάτους της απόκρισης συχνότητας, οπότε κανονικοποιούμε τον άξονα, έτσι ώστε να πάρουμε σε έναν κύκλο, τα ανάλογα δείγματα. Τελικά, για τις διαφορές των δύο αποκρίσεων παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η τάξη το φίλτρου αφενός αυξάνονται τα ripples αφετέρου στενεύει η ζώνη μετάβασης, τα παραπάνω παρατηρούνται καθώς απ τον ίδιο παραπάνω τύπο, παρατηρούμε ότι όσο ανεβαίνει η τάξη τόσο αυξάνεται ο αριθμός των πόλων, γεγονός που δημιουργεί στην έξοδο μια συνιστώσα η οποία μπορεί να είναι εκτός ορίων, και συνεπώς να προκαλεί αστάθεια.

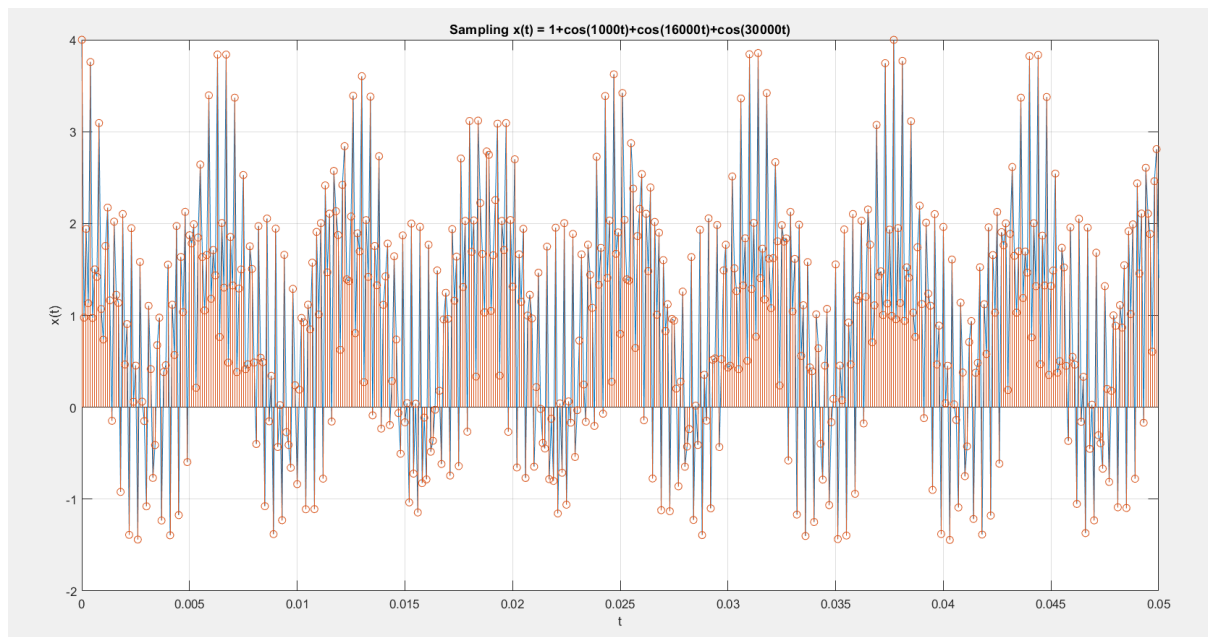
Άσκηση 3η

Αρχικά, δημιουργήθηκε το σήμα $x(t) = 1 + \cos(1000t) + \cos(16000t) + \cos(30000t)$. Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist, ένα σήμα μπορεί να ανακατασκευαστεί τέλεια από τα δείγματά του εάν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι μεγαλύτερη ή ίση με το διπλάσιο της μέγιστης συχνότητας. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, το σήμα μπορεί να γραφτεί ως $x(t) = 1 + \cos(2\pi \cdot 159t) + \cos(2\pi \cdot 2547t) + \cos(2\pi \cdot 4775t)$.

$F_s = 10000\text{Hz} \geq 2F_{\max} = 2 \cdot 4775 = 9550\text{Hz}$ ($2F_{\max}$: Nyquist frequency).

Επομένως, δεν παρατηρείται το φαινόμενο της επικάλυψης (aliasing).

Ο χρόνος της δειγματοληψίας προκύπτει από το γινόμενο $n \cdot T_s$, όπου n : το σύνολο των 500 δειγμάτων και T_s : η περίοδος δειγματοληψίας. Στη συνέχεια, έγινε δειγματοληψία 500 δειγμάτων στο σήμα x .



Για το φάσμα του σήματος x , το διάνυσμα της συχνότητας τέθηκε

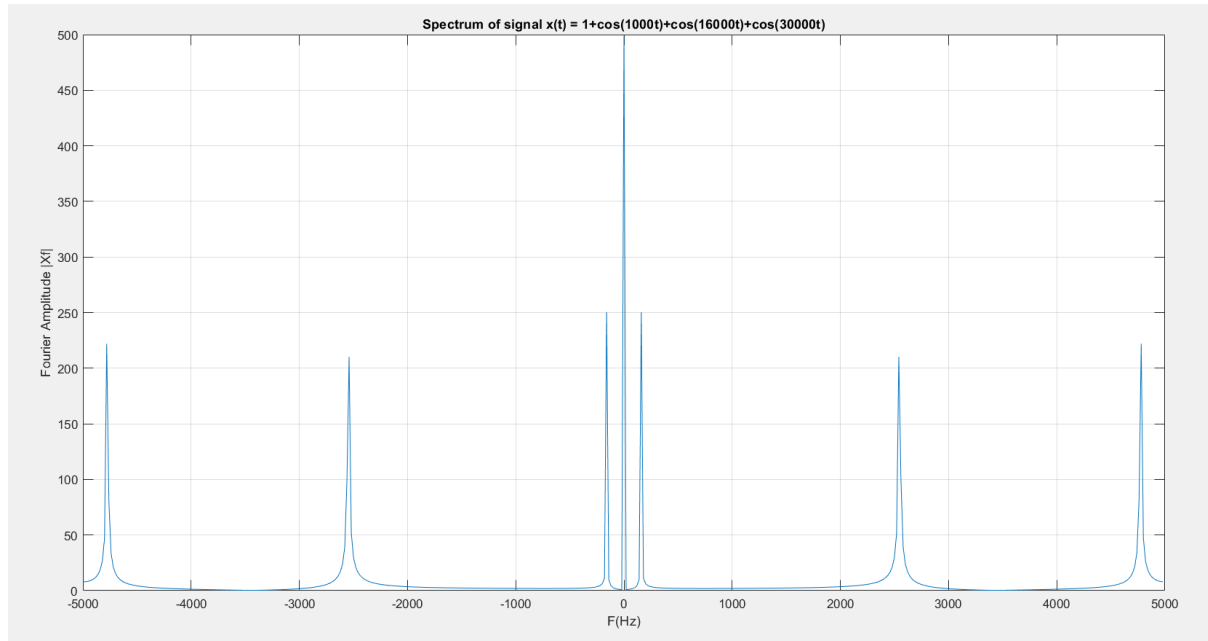
$F = [-Fs/2:Fs/N:Fs/2-Fs/N]$, διότι:

i) μία περίοδος $\Rightarrow Fs/2$

ii) μείον 1 δείγμα λόγω του 0 $\Rightarrow Fs/2-Fs/N$

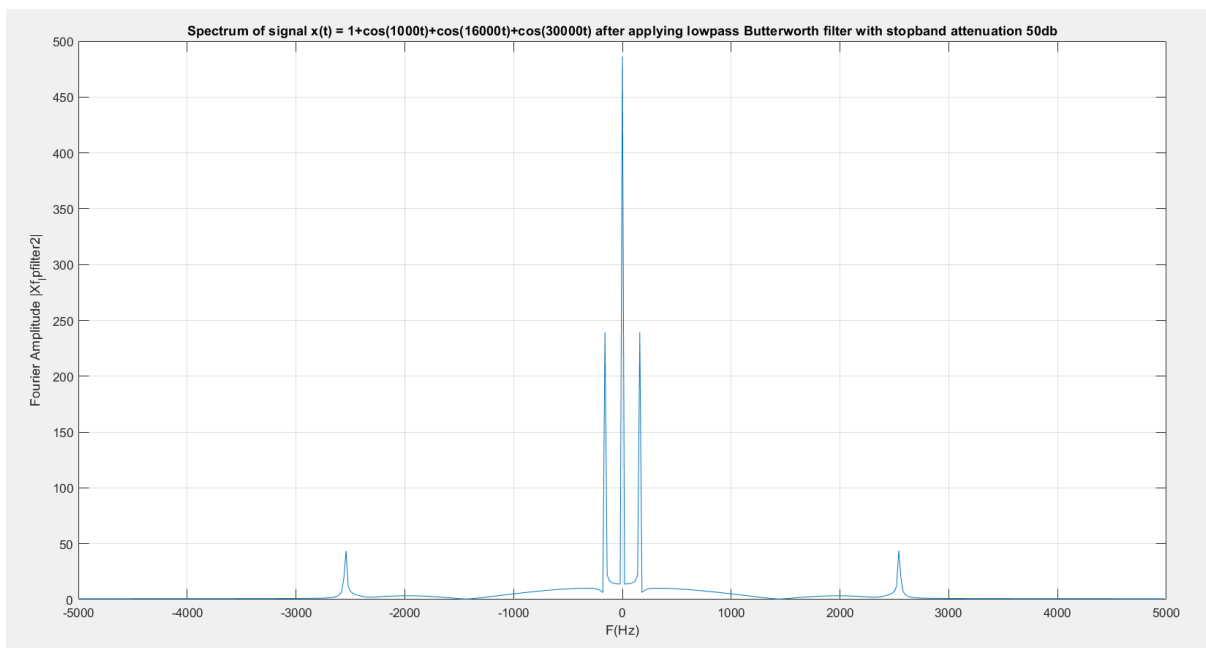
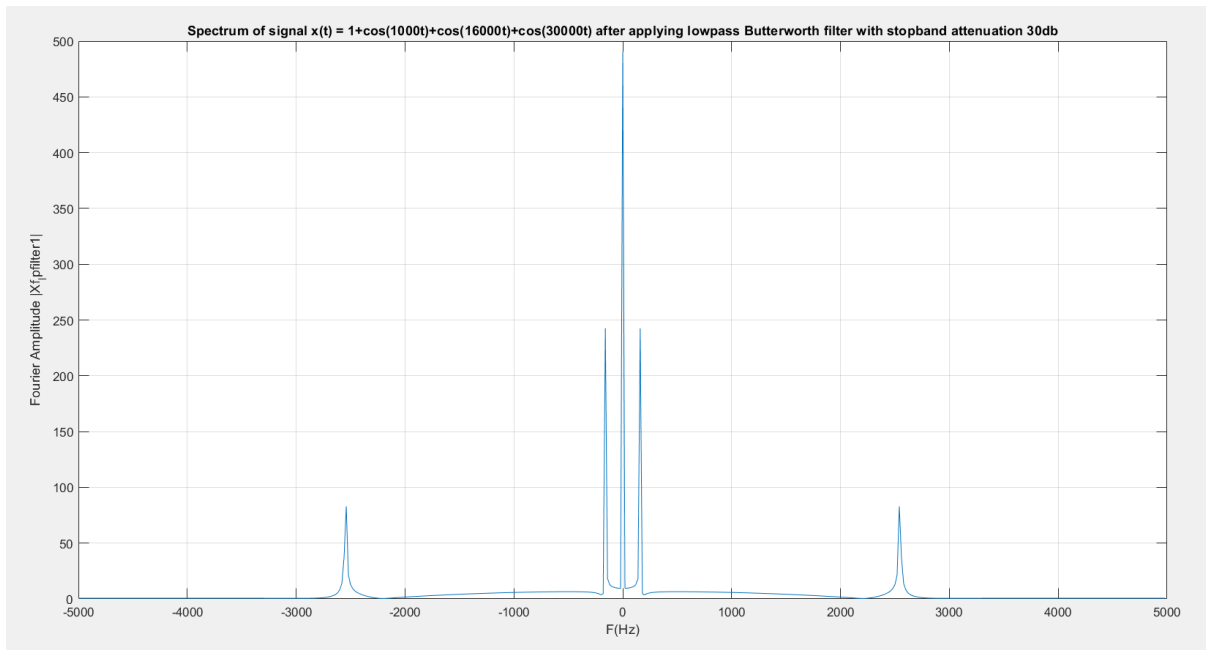
iii) τα 500 δείγματα μοιράζονται σε $Fs = 10000$ συχνότητες \Rightarrow βήμα Fs/N .

Αφού έγινε μετασχηματισμός Fourier στο σήμα x , χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `fftshift`, ώστε να εμφανιστεί ολόκληρο το φάσμα $[-Fs/2:Fs/2]$.



Μετά, έγινε εισαγωγή στη συνάρτηση `filter` των διανυσμάτων του ψηφιακού φίλτρου που φτιάχτηκε στην άσκηση 1. Έτσι, εφαρμόστηκε στο σήμα x το lowpass Butterworth φίλτρο, αρχικά με stopband attenuation 30db και στη συνέχεια με 50db.

Αφού έγινε μετασχηματισμός Fourier στο φιλτραρισμένο σήμα x , δόθηκε το φάσμα του και στις δύο περιπτώσεις.

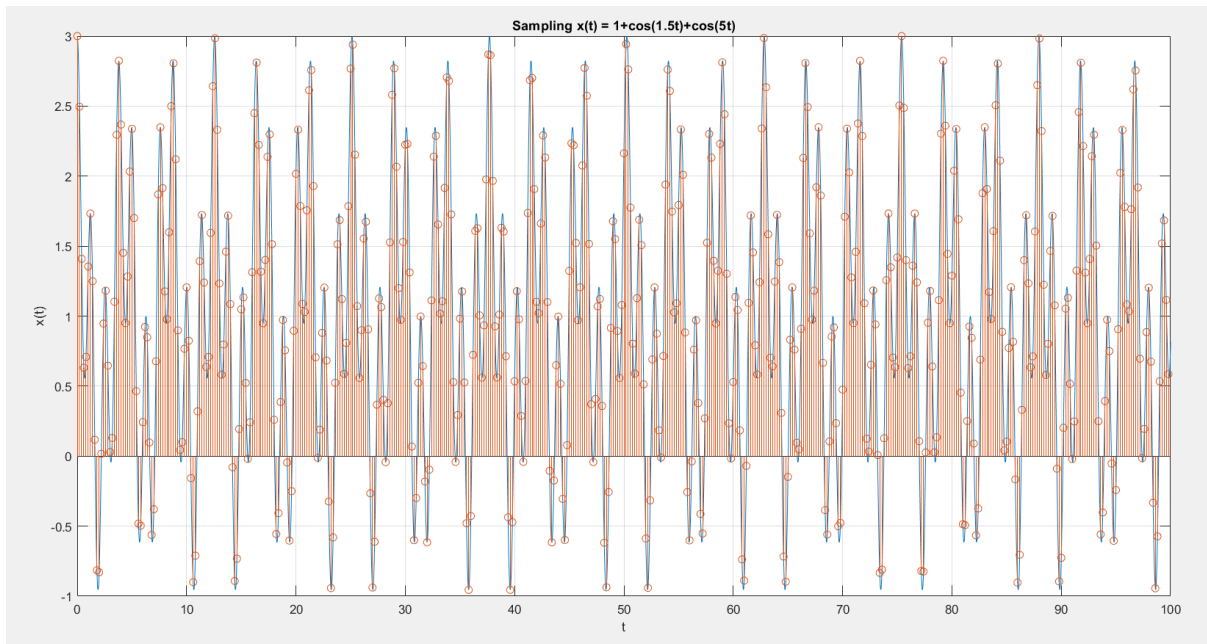


Χαμηλοπερατό φίλτρο είναι ένα φίλτρο που επιτρέπει τη διέλευση σημάτων χαμηλής συχνότητας, αλλά εξασθενεί σήματα (μειώνει το πλάτος τους), τα οποία έχουν συχνότητες υψηλότερες από την συχνότητα αποκοπής.

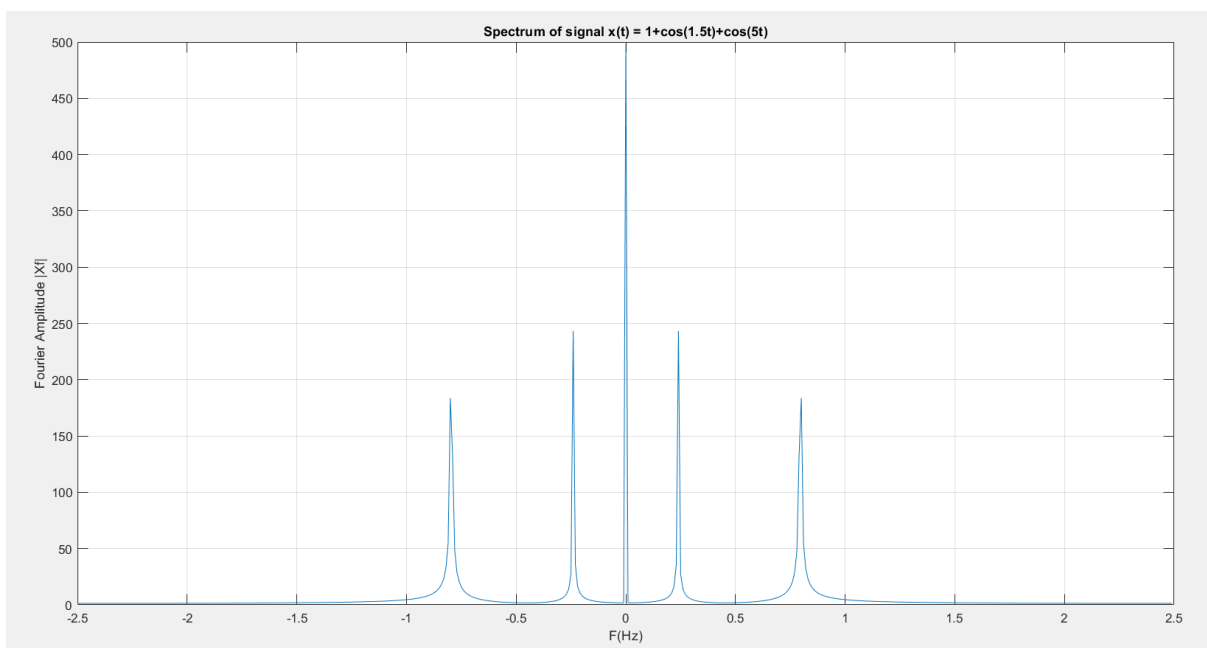
Έτσι, με την εφαρμογή των δύο φίλτρων παρατηρείται ότι το πλάτος για συχνότητες 4-5kHz έχει μηδενιστεί, γεγονός που οφείλεται στο ότι η ζώνη stopband του lowpass Butterworth φίλτρου είναι 4-5kHz.

Με την αύξηση του stopband attenuation παρατηρείται εξασθένηση του πλάτους στην ζώνη passband.

Στη συνέχεια, δημιουργήθηκε το σήμα $x(t) = 1 + \cos(1.5t) + \cos(5t)$ και έγινε δειγματοληψία 500 δειγμάτων με συχνότητα $F_s = 5\text{Hz}$.

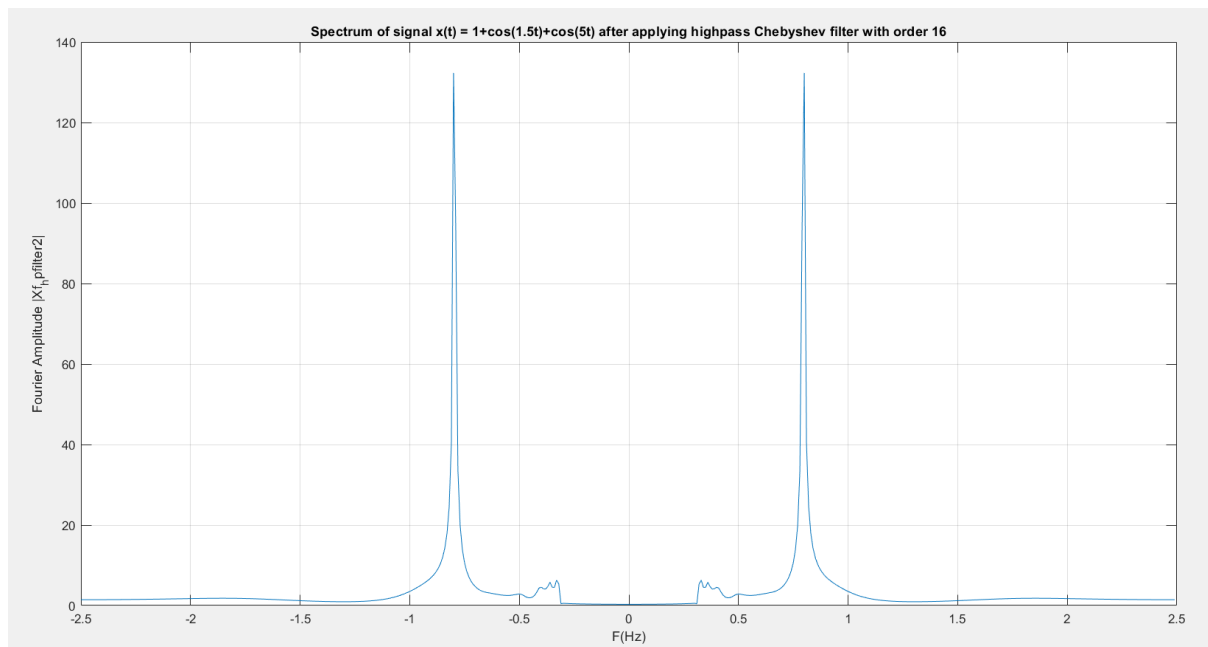
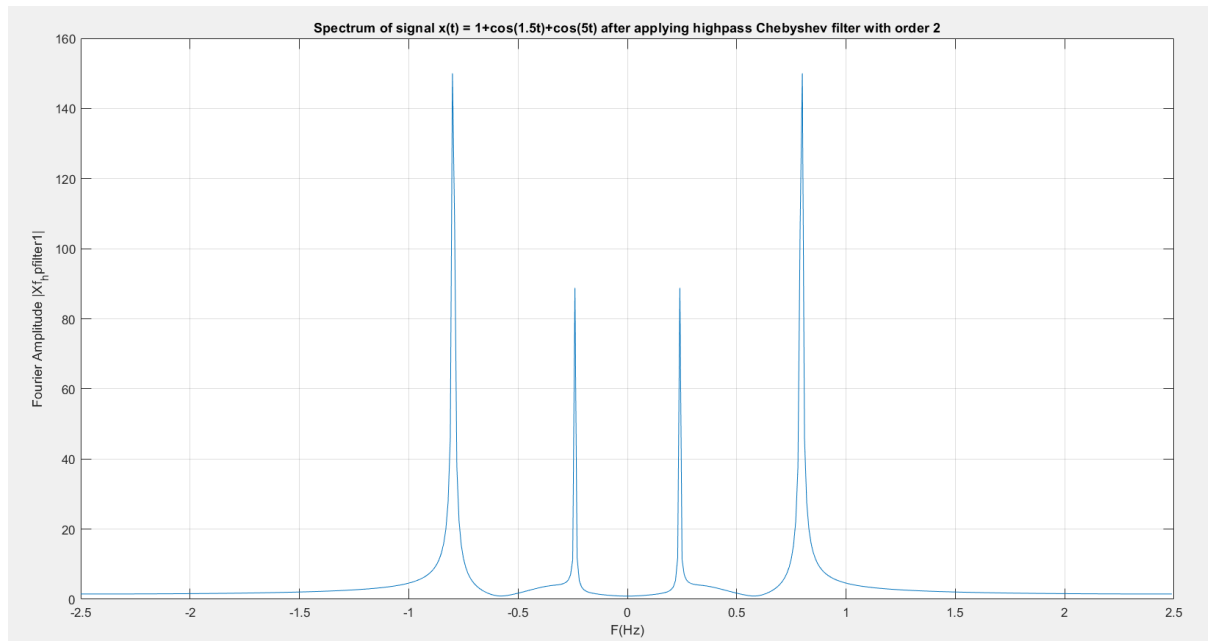


Ακολούθησε το φάσμα του σήματος x .



Έπειτα, έγινε εισαγωγή στη συνάρτηση filter των διανυσμάτων του ψηφιακού φίλτρου που φτιάχτηκε στην άσκηση 2. Έτσι, εφαρμόστηκε στο σήμα x το highpass Chebyshev φίλτρο, αρχικά με τάξη 2 και στη συνέχεια με τάξη 16.

Αφού έγινε μετασχηματισμός Fourier στο φιλτραρισμένο σήμα x, δόθηκε το φάσμα του και στις δύο περιπτώσεις.



Υψιπερατό φίλτρο είναι ένα φίλτρο που επιτρέπει τη διέλευση σημάτων υψηλής συχνότητας, αλλά εξασθενεί σήματα (μειώνει το πλάτος τους), τα οποία έχουν συχνότητες χαμηλότερες από την συχνότητα αποκοπής.

Έτσι, με την εφαρμογή των δύο φίλτρων Chebyshev παρατηρείται ότι το πλάτος για συχνότητες μικρότερες από τη συχνότητα αποκοπής έχει εξασθενήσει και κοντά στο 0 έχει μηδενιστεί.

Επίσης, με την αύξηση της τάξης του φίλτρου από 2 σε 16 παρατηρείται ότι αυξάνονται τα ripples και μειώνεται ακόμα περισσότερο το πλάτος.