

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ &
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ



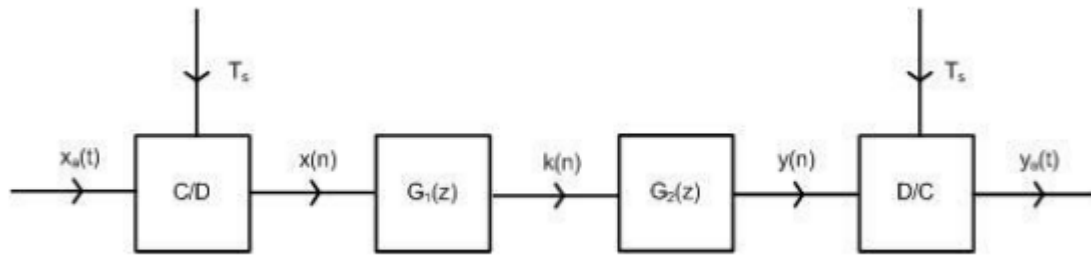
Εργαστηριακή Αναφορά της Δεύτερης Εργαστηριακής Άσκησης
Ομάδα 46

ΓΚΑΝΤΖΙΟΣ ΘΩΜΑΣ (2012030146)

ΓΙΑΛΟΥΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ (2019030063)

ΚΑΡΑΛΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ (2019030117)

Άσκηση 1η



α)

Το σύστημα είναι σε σειρά οπότε ισχύει $H(z) = G_1(z) \cdot G_2(z)$. (1)

Επίσης είναι ΓΧΑ:

$$k(n) = G_1 * x(n) \Leftrightarrow K(z) = G_1(z) \cdot X(z) \Leftrightarrow G_1(z) = \frac{K(z)}{X(z)} \quad (2)$$

Μετασχηματισμός Z της $k(n) = 0.9k(n-1) + 0.2x(n)$ χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της μετατόπισης χρόνου:

$$k(n) = 0.9k(n-1) + 0.2x(n) \Leftrightarrow K(z) = 0.9z^{-1}K(z) + 0.2X(z)$$

$$K(z) - 0.9z^{-1}K(z) = 0.2X(z) \Leftrightarrow K(z) = \frac{0.2X(z)}{1-0.9z^{-1}} \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow G_1(z) = \frac{0.2X(z)}{(1-0.9z^{-1})X(z)} \Rightarrow G_1(z) = \frac{0.2}{1-0.9z^{-1}} \quad (4)$$

Με αντικατάσταση από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς:

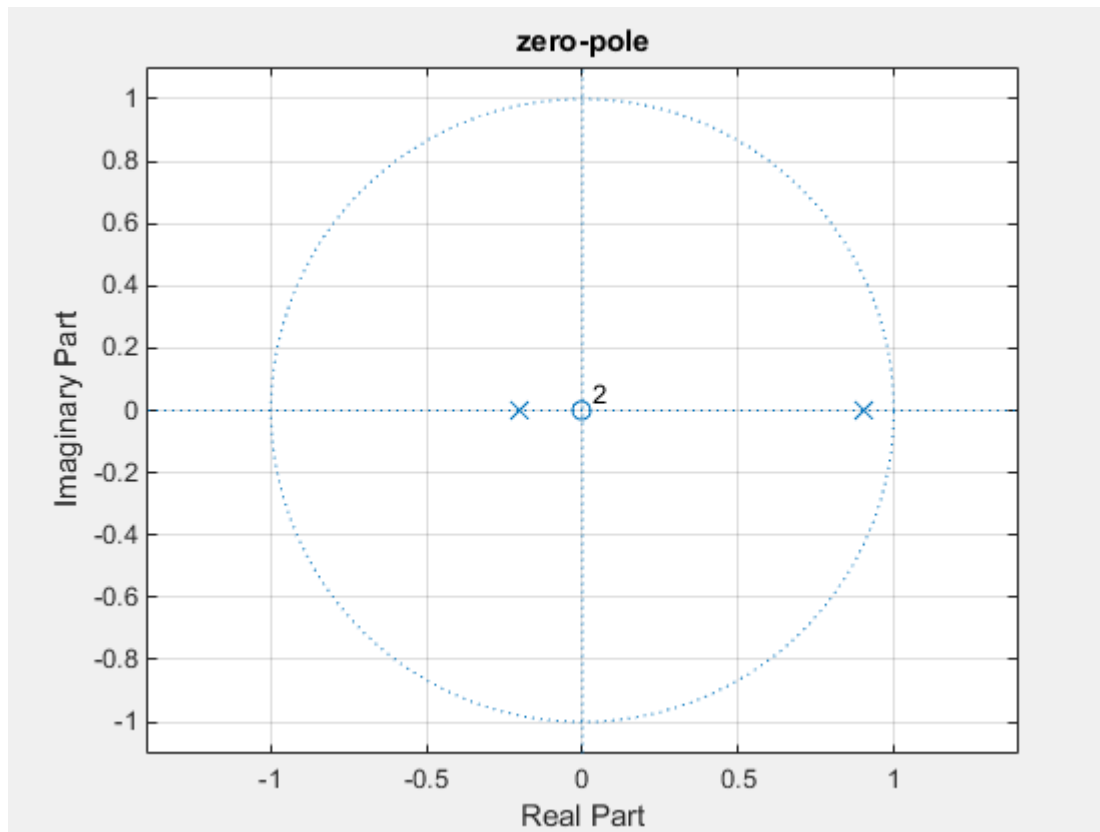
$$(1), (4) \Rightarrow H(z) = \frac{0.2}{1-0.9z^{-1}} \cdot \frac{1}{z+0.2} = \frac{0.2}{z-0.7-0.18z^{-1}} \Rightarrow H(z) = \frac{0.2z}{z^2-0.7z-0.18} \quad (5)$$

Για να προκύψει η γραμμική εξίσωση διαφορών χρησιμοποιείται η συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ σχέση (5) και εφαρμόζεται αντίστροφος μετασχηματισμός Z :

$$H(z) = \frac{0.2z}{z^2-0.7z-0.18} = \frac{Y(z)}{X(z)} \Leftrightarrow 0.2zX(z) = z^2Y(z) - 0.7zY(z) - 0.18Y(z) \Leftrightarrow$$

$$0.2x(n+1) = y(n+2) - 0.7y(n+1) - 0.18y(n)$$

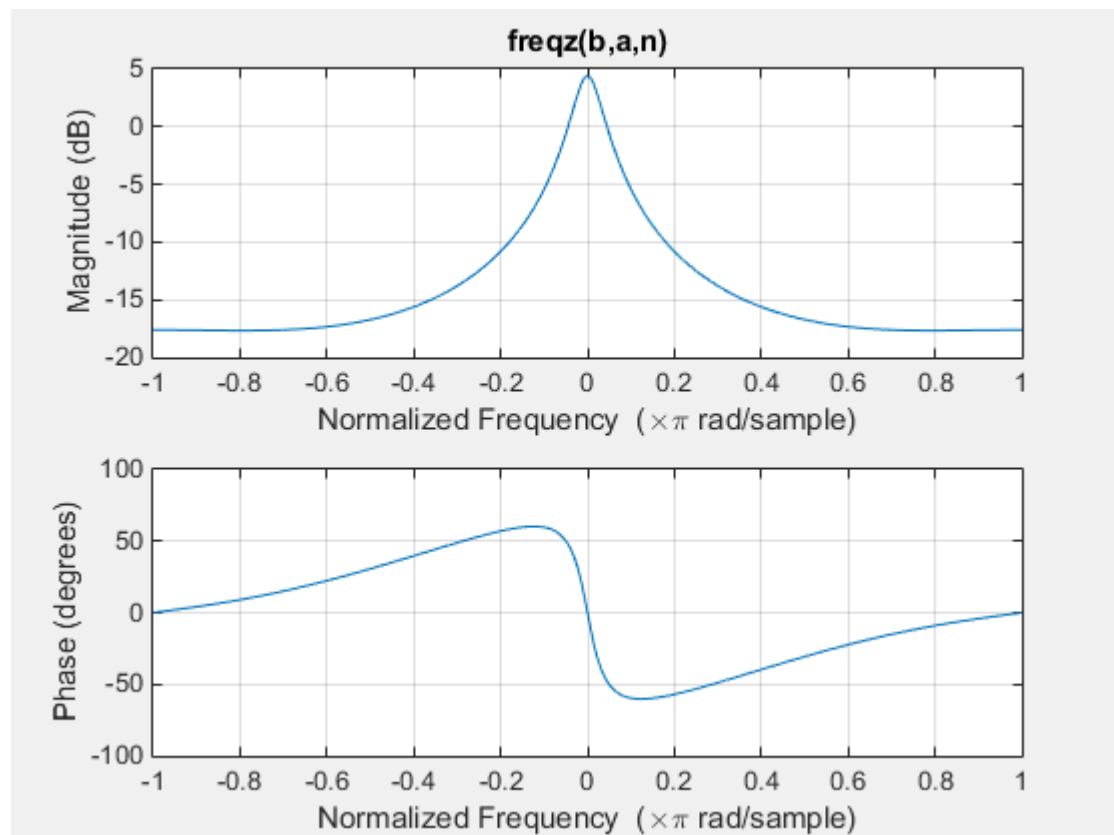
β) Για τη συνάρτηση μεταφοράς δημιουργούνται δύο διανύσματα, ένα για τον αριθμητή και ένα για τον παρονομαστή. Έπειτα χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις tf και zplane όπως υποδεικνύονται στην εκφώνηση.



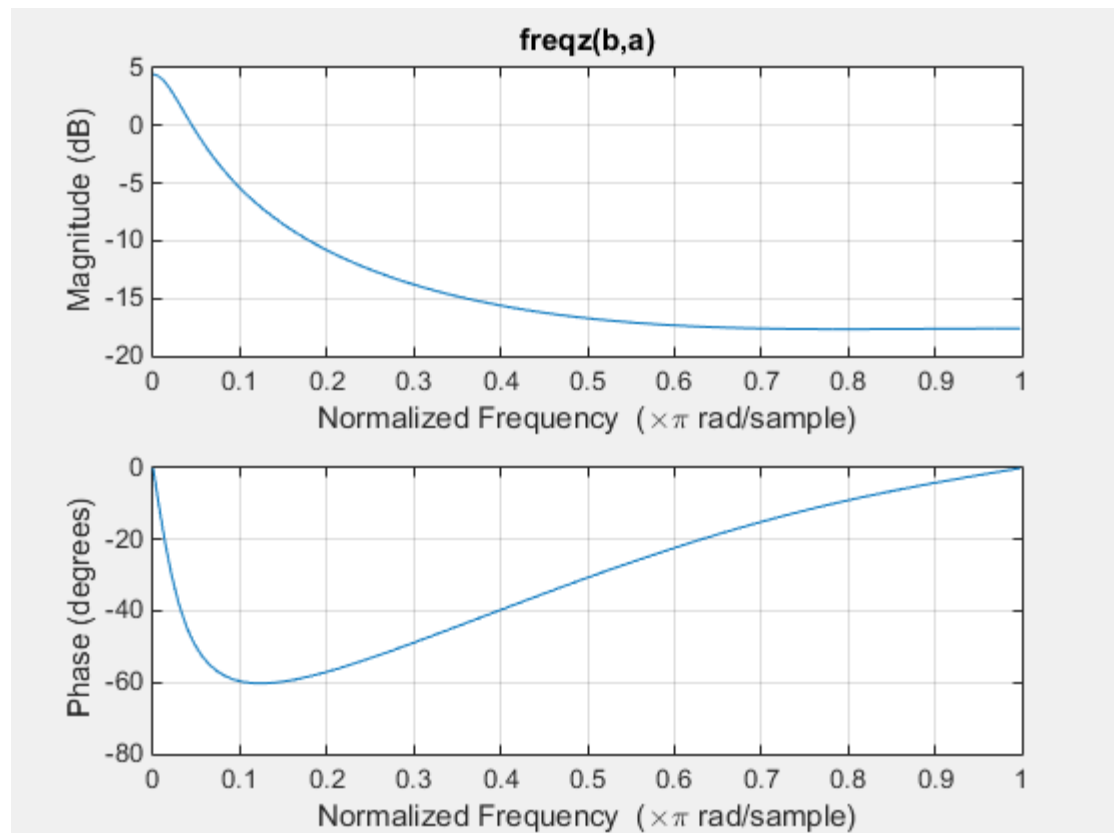
γ) Από τις ιδιότητες του ROC για να είναι το σύστημα ευσταθές αρκεί ο ROC να περιλαμβάνει το μοναδιαίο κύκλο. Επίσης από την εκφώνηση ισχύει ότι το σύστημα είναι αιτιατό άρα είναι δεξιόπλευρο. Αφού είναι δεξιόπλευρο από θεωρία ο ROC επεκτείνεται εξωτερικά του μεγαλύτερου πόλου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση από το διάγραμμα πόλων-μηδενικών προκύπτει $|z| > 0.9$ το οποίο περιλαμβάνει το μοναδιαίο κύκλο. Άρα το σύστημα είναι ευσταθές.

δ) Δημιουργήθηκε ένα διάνυσμα από $-\pi$ έως π με βήμα $\frac{\pi}{128}$ και στη συνέχεια με τη συνάρτηση freqz σχεδιάστηκαν τα παρακάτω διαγράμματα.

- $[-\pi \pi]$



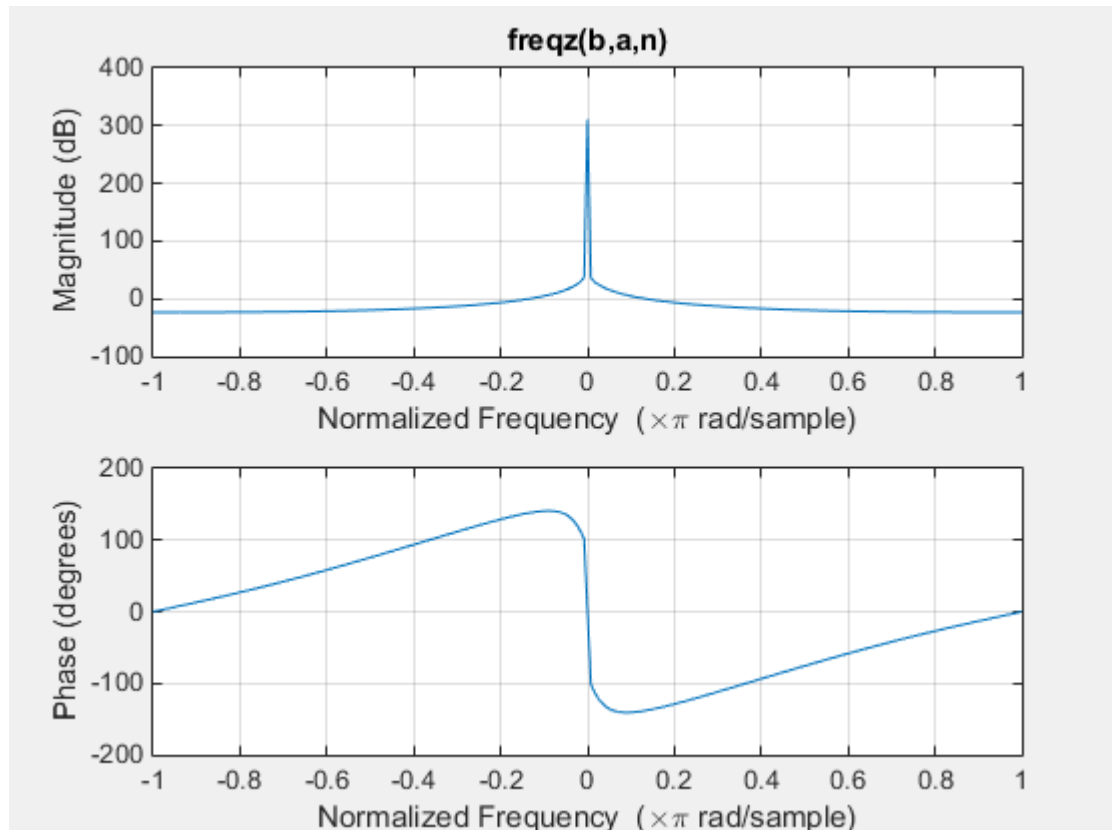
- χωρίς διάστημα απεικόνισης



Αν δεν δοθεί διάστημα απεικόνισης στο διάγραμμα εμφανίζονται μόνο οι θετικές συχνότητες. Οι πόλοι αυξάνουν την απόκριση πλάτους της συχνότητας ενώ τα μηδενικά την μειώνουν.

δ) Η συνάρτηση μεταφοράς γίνεται ως εξής:

$$H(z) = \frac{0.2z}{(z^2 - 0.7z - 0.18)(z-1)} = \frac{0.2z}{z^3 - 1.7z^2 + 0.52z + 0.18}$$



Ο πόλος είναι πάνω στο μοναδιαίο κύκλο αυτό έχει ως αποτέλεσμα το σύστημα να αυξάνει το πλάτος ειδικά στο 0. Η φάση στο 0 κάνει μια απότομη μεταβολή.

Άσκηση 2η

α)

Από την δοθείσα συνάρτηση μεταφοράς $H(z) = \frac{4-3.5z^{-1}}{1-2.5z^{-1}+z^{-2}}$ με $|z| > 2$, προκύπτει η

αναλυτική έκφρασή της : $H(z) = \frac{-3}{-1+2z^{-1}} + \frac{-1}{-1+0.5z^{-1}}$. Η παραπάνω σχέση

προέκυψε απ' τη χρήση των συναρτήσεων:

- numerator/denominator, για αριθμητή και παρονομαστή αντίστοιχα του μετασχηματισμού
- tf, για τη δημιουργία του μοντέλου συνάρτησης μεταφοράς συνεχούς χρόνου
- syms, για τον ορισμό του z, του μετασχηματισμού μας
- residuez, η οποία μας βοήθησε στην εύρεση των πόλων και των συντελεστών των κλασμάτων
- pretty, η οποία μας βοήθησε να τυπώσουμε τη συγκεκριμένη συνάρτηση command window

Το αποτέλεσμα:

$$\begin{array}{r} 3 1 \\ - - - - - \\ 2 1 \\ - - 1 - - 1 \\ z 2 z \end{array}$$

β)

Για τον αντίστροφο μετασχηματισμό z, της συνάρτησης μεταφοράς $H(z) =$

$\frac{-3}{-1+2z^{-1}} + \frac{-1}{-1+0.5z^{-1}}$, αλλάζοντας τα πρόσημα στα κλάσματα(αριθμητές με

παρονομαστές), προκύπτει η $H(z) = \frac{3}{+1-2z^{-1}} + \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$, που είναι της μορφής

$\frac{k}{1-\alpha z^{-1}}$ το οποίο αν $|z| \geq |\alpha|$, μετατρέπεται σε $k \cdot \alpha^n \cdot u(n)$, οπότε, στη δική μας

περίπτωση γίνεται : $H(n) = 3 \cdot 2^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$, με $u(n) = 1$, αφού $|z| > 2$. Αυτά όσον

αφορά το θεωρητικό επίπεδο. Για να δούμε και στη γλώσσα Matlab, τον αντίστροφο μετασχηματισμό, χρησιμοποιήσαμε την συνάρτηση iztrans, και όπως διαφαίνεται παρακάτω, οι συναρτήσεις είναι ίδιες άρα και το αποτέλεσμα μας επιβεβαιώθηκε.

```
inv_T_Hz = iztrans(T_Hz)
```

```
inv_T_Hz =
```

```
3*2^n + (1/2)^n
```