

---

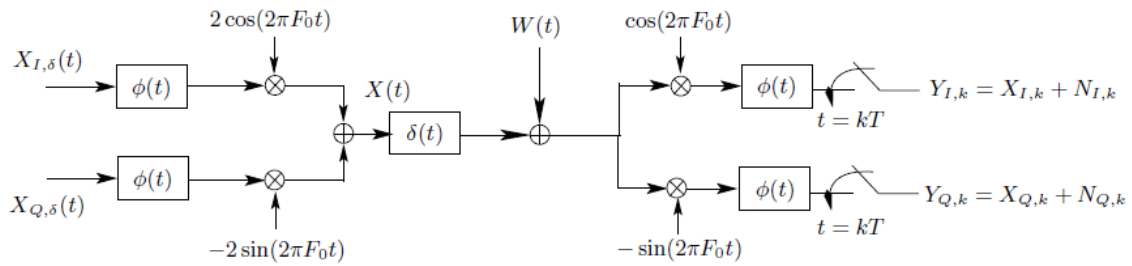
**Πολυτεχνείο Κρήτης**  
**Σχολή ΗΜΜΥ**  
**Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι**  
Παράδοση 3ης εργασίας  
Ημερομηνία Παράδοσης: 12 Ιουνίου 2023  
Μονάδες 130/1000

---

Ομάδα 68

	Φοιτητής 1	Φοιτητής 2
Επώνυμο	Καραλής	Γιαλούρης
Όνομα	Κωνσταντίνος	Γεώργιος
A.M.	2019030117	2019030063

Πλήθος ωρών που απαιτήθηκαν για την υλοποίηση της άσκησης: 15



Σε αυτή την άσκηση, θα προσομοιώσουμε το τηλεπικοινωνιακό σύστημα του Σχήματος, υποθέτοντας ότι χρησιμοποιείται διαμόρφωση 16-PSK, και θα μελετήσουμε την απόδοσή του.

1. Για δεδομένο  $N$  (ενδεικτικά,  $N = 100$ ), να δημιουργήσετε δυαδική ακολουθία `bit_seq` με στοιχεία  $4N$  ισοπίθανα bits.

#### Απάντηση/Κώδικας:

Δημιουργούμε την ακολουθία  $4N$  ισοπίθανων bits με την εξής εντολή στο πρόγραμμα matlab.

```
N = 100;
bit_seq = (sign(randn(N,4))+1)/2;
```

2. (15) Να γράψετε συνάρτηση

```
function X = bits_to_PSK_16(bit_seq)
```

η οποία, χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση Gray (δείτε τις σημειώσεις), απεικονίζει τη δυαδική ακολουθία εισόδου `bit_seq` σε ακολουθία 16-PSK συμβόλων  $X$ , μήκους  $N$ , με στοιχεία τα δισδιάστατα διανύσματα

$$\mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} X_{I,n} \\ X_{Q,n} \end{bmatrix}, \quad \text{για } n = 0, \dots, N-1.$$

Κάθε διάνυσμα  $\mathbf{X}_n$ , για  $n = 0, \dots, N-1$ , παίρνει τιμές από το αλφάβητο 16-PSK  $\{\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{15}\}$  με

$$\mathbf{x}_m = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{2\pi m}{16}\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi m}{16}\right) \end{bmatrix}, \quad \text{για } m = 0, \dots, 15.$$

### **Απάντηση:**

Για το συγκεκριμένο ερώτημα, δημιουργήσαμε τη συνάρτηση `bits_to_PSK_16(bit_seq)` η οποία μετατρέπει τις 4αδες πληροφορίας, σε έναν δεκαδικό αριθμό( $m$ ) και στη συνέχεια, με τη δημιουργία ενός πίνακα  $N \times 2$ , θέτουμε ως  $N \times 1$ ,  $\cos(2 \cdot \pi \cdot m/16)$  και ως  $N \times 2$  τις τιμές των  $\sin(2 \cdot \pi \cdot m/16)$  αντίστοιχα. Τέλος, ορίζουμε ως  $XI$  την στήλη των  $\cos()$  και  $XQ$  ως  $\sin()$ .

### **Κώδικας:**

- Συνάρτηση:

```
function X = bits_to_PSK_16(bit_seq)

dec_seq = bi2de(bit_seq,'left-msb');
X = zeros(length(dec_seq),2);

for i = 1:length(dec_seq)
    theta = (2*pi*dec_seq(i))/16;
    X(i,1) = cos(theta);
    X(i,2) = sin(theta);
end

end
```

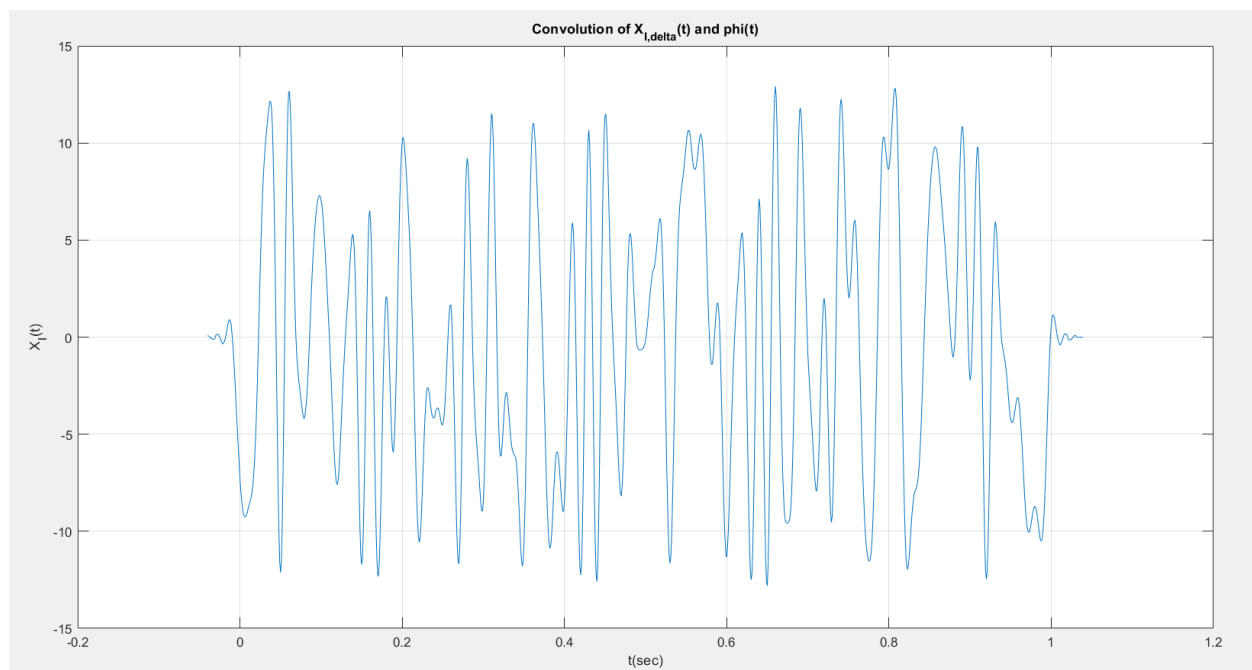
- Lab 3:

```
X = bits_to_PSK16(bit_seq);
XI = X(:,1)';
XQ = X(:,2)';
```

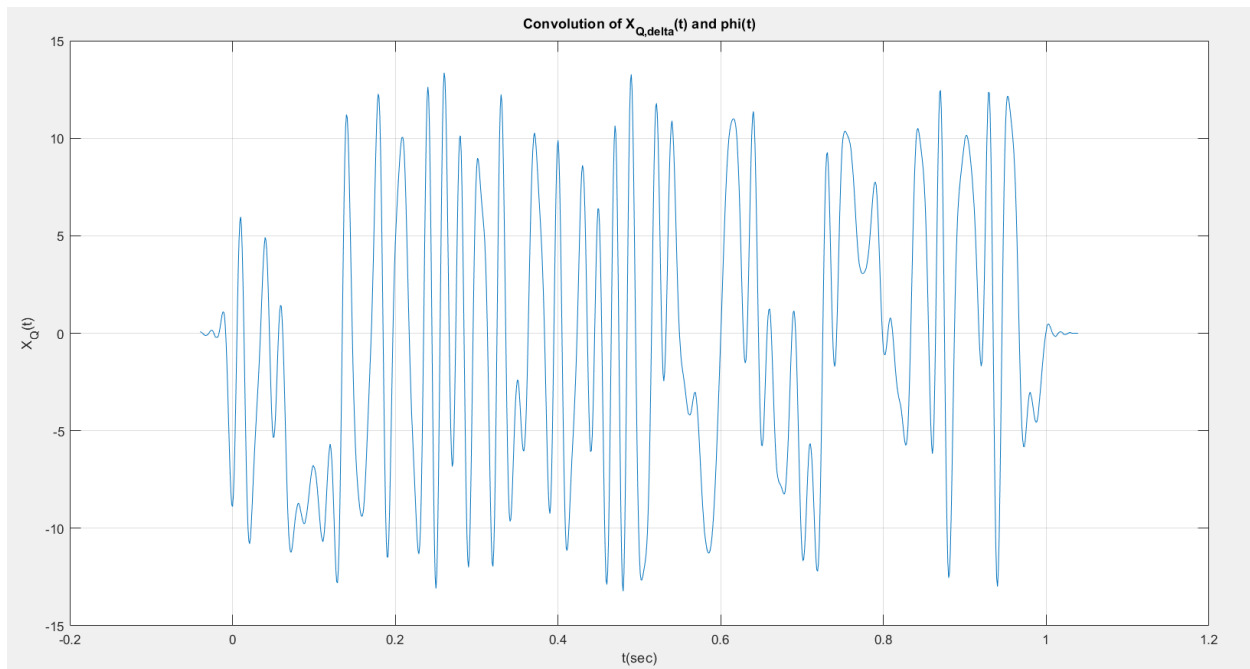
3. (5) Να περάσετε τις ακολουθίες  $\{X_{i,n}\}$  και  $\{X_{Q,n}\}$  από τα SRRC φίλτρα μορφοποίησης και υποθέτοντας περίοδο συμβόλου  $T = 10^{-2}$  sec,  $\text{over} = 10$ ,  $T_s = \frac{T}{\text{over}}$ , να σχηματίσετε και να σχεδιάσετε τις κυματομορφές εξόδου (να θέσετε το σωστό άξονα χρόνου), και τα περιοδογράμμά τους.

**Απάντηση:**

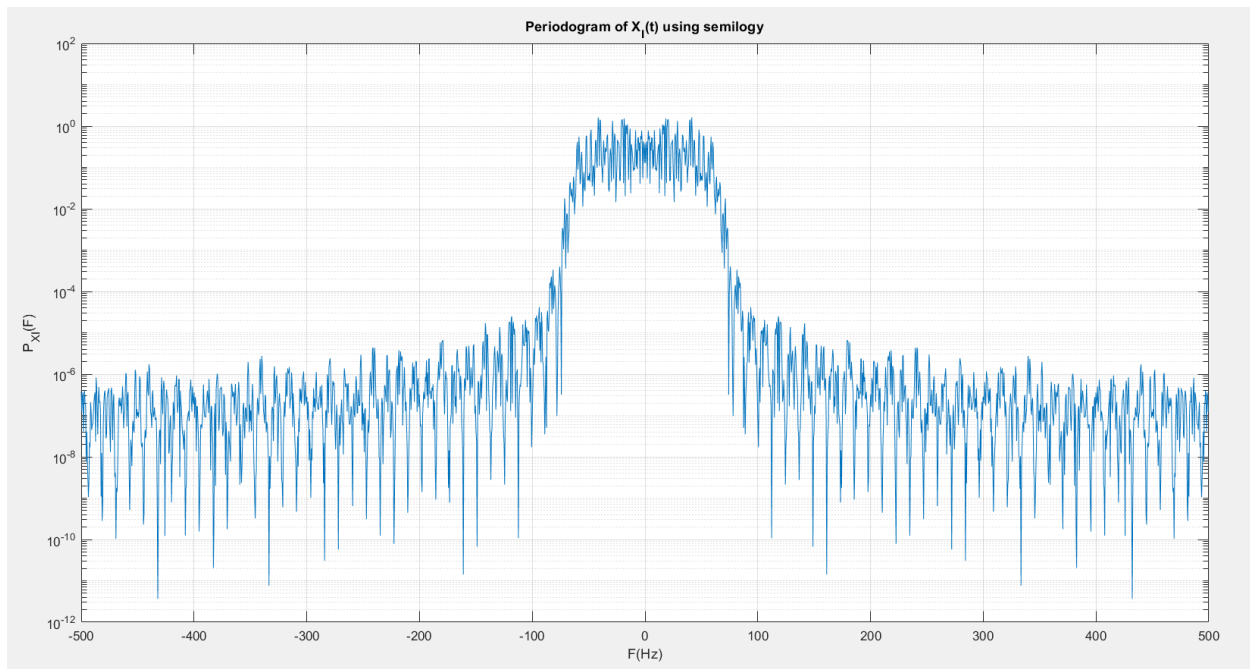
Έχοντας ως δεδομένα τα XI, XQ απο παραπάνω, με τη γνωστή συνάρτηση του SRRC παλμού, και με τη χρήση του `upsample()`-η οποία εισήγαγε  $\text{over} - 1 = 10 - 1 = 9$  μηδενικά ανάμεσα από κάθε δύο διαδοχικά δείγματα- σχεδιάστηκαν οι κυματομορφές εξόδου και τα περιοδογράμμά τους στο σωστό άξονα χρόνου, και προέκυψαν αυτά τα διαγράμματα:



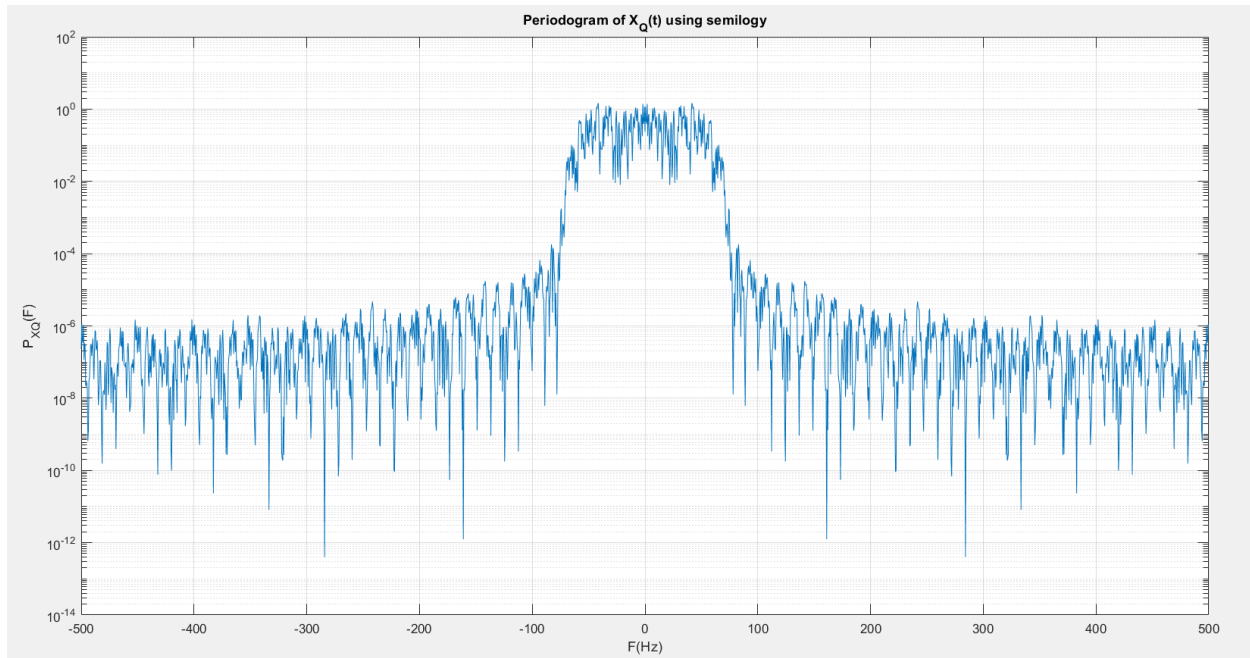
Σχήμα 1: Συνέλιξη των  $X_{\{I,\delta\}}(t)$  και  $\phi(t)$



Σχήμα 2: Συνέλιξη των  $X_{Q,delta}(t)$  και  $\phi(t)$ .



Σχήμα 3: Περιοδόγραμμα του  $X_{I}(t)$  με χρήση semilogy.



Σχήμα 4: Περιοδόγραμμα του  $X_{\{Q\}}(t)$  με χρήση semilogy.

#### **Κώδικας:**

```

T = 10^-2;
over = 10;
A = 4;
a = 0.5;
[phi,t] = srsrc_pulse(T,over,A,a);

Ts = T/over;
Fs = 1/Ts;
Nf = 2048;
F = -Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-Fs/Nf;
XI_delta = Fs*upsample(XI,over);
XQ_delta = Fs*upsample(XQ,over);
t_delta = 0:Ts:N*T-Ts;

XI_t = conv(XI_delta,phi)*Ts;
XQ_t = conv(XQ_delta,phi)*Ts;
t_conv = t_delta(1)+t(1):Ts:t_delta(end)+t(end);

figure;

```

```

plot(t_conv,XI_t);
title("Convolution of  $X_{\{I,\delta\}}(t)$  and  $\phi(t)$ ");
xlabel('t(sec)');
ylabel('X_{I}(t)');
grid on;

```

```

figure;
plot(t_conv,XQ_t);
title("Convolution of  $X_{\{Q,\delta\}}(t)$  and  $\phi(t)$ ");
xlabel('t(sec)');
ylabel('X_{Q}(t)');
grid on;

```

```

XI_f = fftshift(fft(XI_t,Nf));
XI_F = XI_f*Ts;
XQ_f = fftshift(fft(XQ_t,Nf));
XQ_F = XQ_f*Ts;
Ttotal = length(t_conv)*Ts;
PxiF = (abs(XI_F).^2)/Ttotal;
PxqF = (abs(XQ_F).^2)/Ttotal;

```

```

figure;
semilogy(F,PxiF);
title("Periodogram of  $X_{\{I\}}(t)$  using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{XI}(F)');
grid on;

```

```

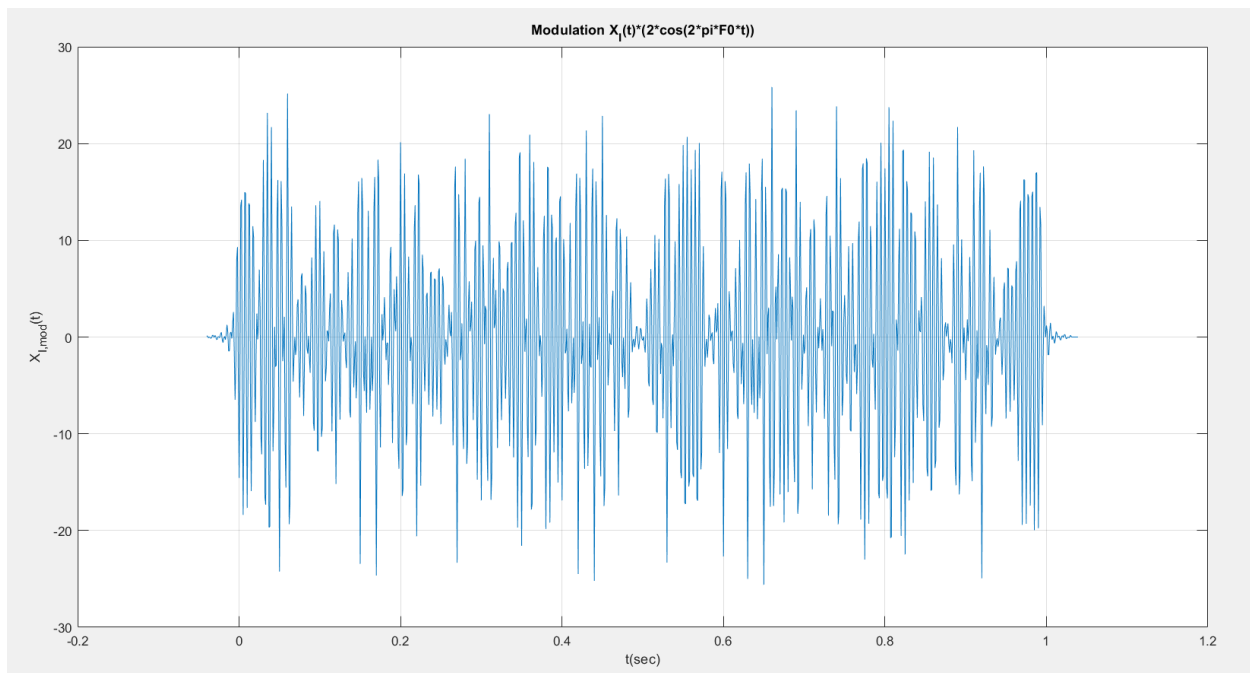
figure;
semilogy(F,PxqF);
title("Periodogram of  $X_{\{Q\}}(t)$  using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{XQ}(F)');
grid on;

```

4. (5) Να πολλαπλασιάσετε κατάλληλα τις εξόδους των φίλτρων με φορείς συχνότητας  $F_0 = 200 \text{ Hz}$  και να σχεδιάσετε τις κυματομορφές που προκύπτουν,  $X_I(t)$  και  $X_Q(t)$ , καθώς και τα αντίστοιχα περιοδογράμματα. Τι παρατηρείτε;

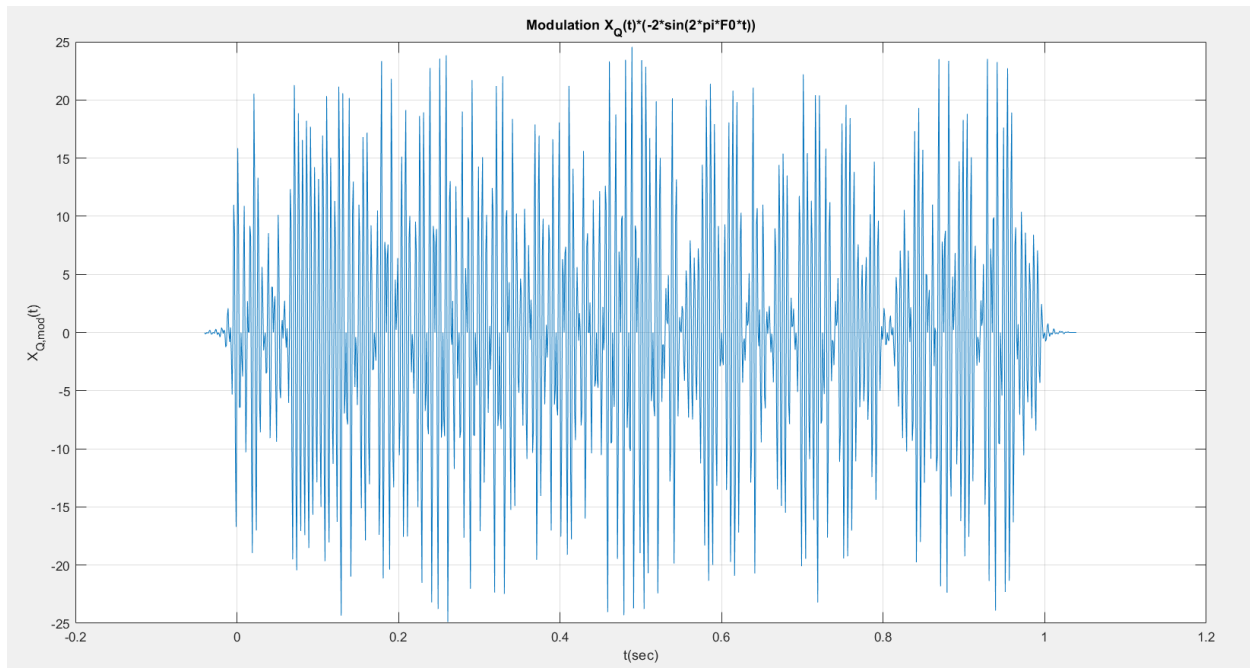
**Απάντηση:**

Απ' το ήδη ολοκληρωμένο 3ο ερώτημα, καθώς και απ' το σύστημα του σχήματος, πολλαπλασιάστηκαν οι έξοδοι των φίλτρων με τους κατάλληλους φορείς, και προέκυψαν τα παρακάτω σχήματα:

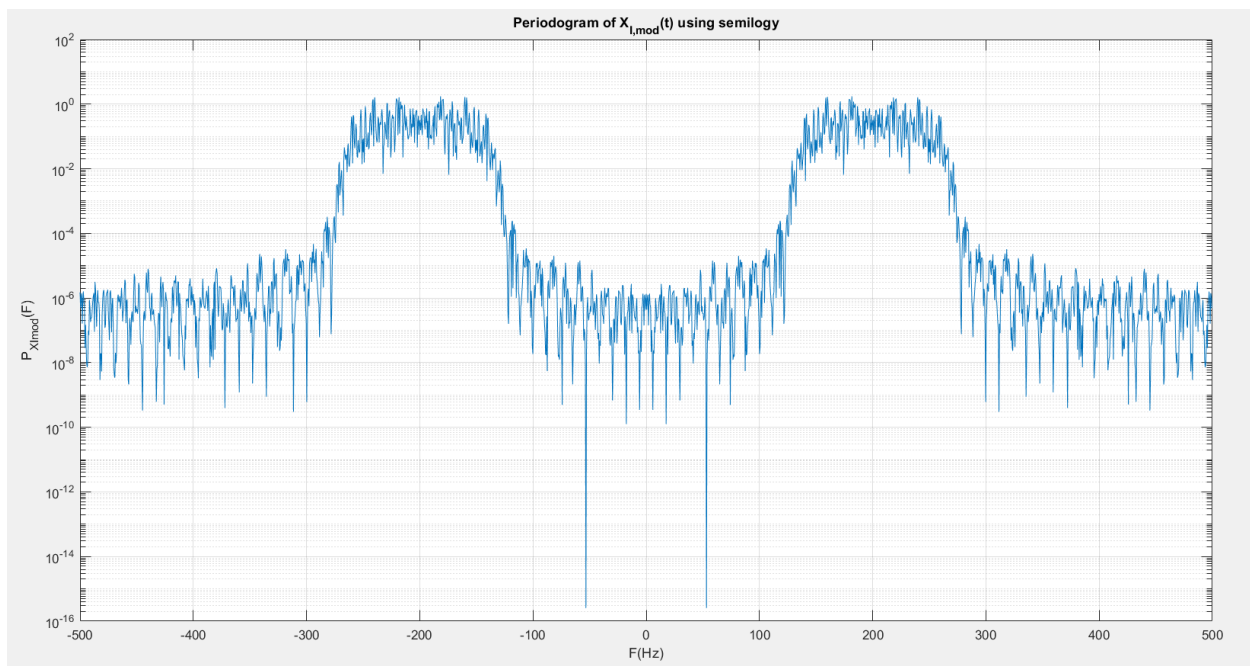


Σχήμα 5: Διαμόρφωση του  $X_{\{I\}}(t) \cdot (2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F_0 \cdot t))$ .

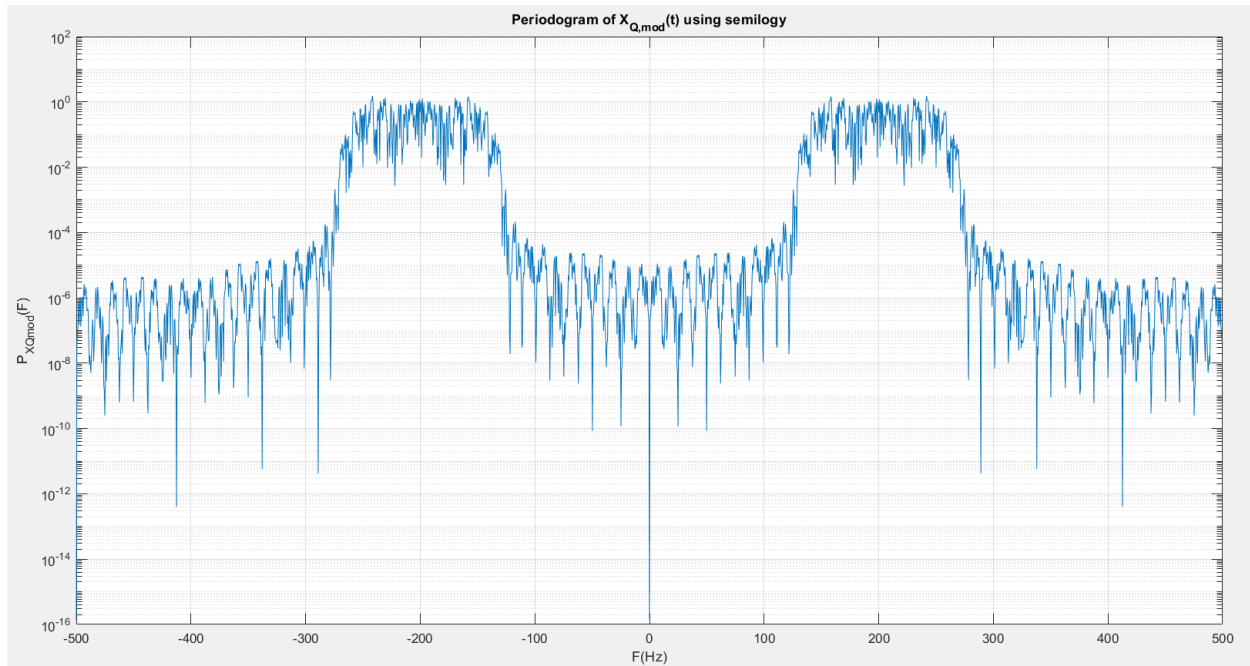




Σχήμα 6: Διαμόρφωση του  $X_{\{Q\}}(t)*(-2*\sin(2*\pi*F_0*t))$ .



Σχήμα 7: Περιοδόγραμμα του  $X_{\{I,mod\}}(t)$  με χρήση semilogy.



Σχήμα 8: Περιοδόγραμμα του  $X_{Q,mod}(t)$  με χρήση semilogy.

Παρατηρούμε ότι η διαμόρφωση των κυματομορφών στη συχνότητα  $F = 200$  Hz ήταν επιτυχημένη.

### Κώδικας:

```
F0 = 200;
XImod_t = XI_t.*(2*cos(2*pi*F0*t_conv));
XQmod_t = XQ_t.*(-2*sin(2*pi*F0*t_conv));

figure;
plot(t_conv,XImod_t);
title("Modulation X_{I}(t)*(2*cos(2*pi*F0*t))");
xlabel('t(sec)');
ylabel('X_{I,mod}(t)');
grid on;

figure;
plot(t_conv,XQmod_t);
title("Modulation X_{Q}(t)*(-2*sin(2*pi*F0*t))");
xlabel('t(sec)');
ylabel('X_{Q,mod}(t)');
grid on;

XImod_f = fftshift(fft(XImod_t,Nf));
XImod_F = XImod_f*Ts;
XQmod_f = fftshift(fft(XQmod_t,Nf));
```

```

XQmod_F = XQmod_f*Ts;
PximodF = (abs(XImod_F).^2)/Ttotal;
PxqmodF = (abs(XQmod_F).^2)/Ttotal;

figure;
semilogy(F,PximodF);
title("Periodogram of X_{I,mod}(t) using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{XImod}(F)');
grid on;

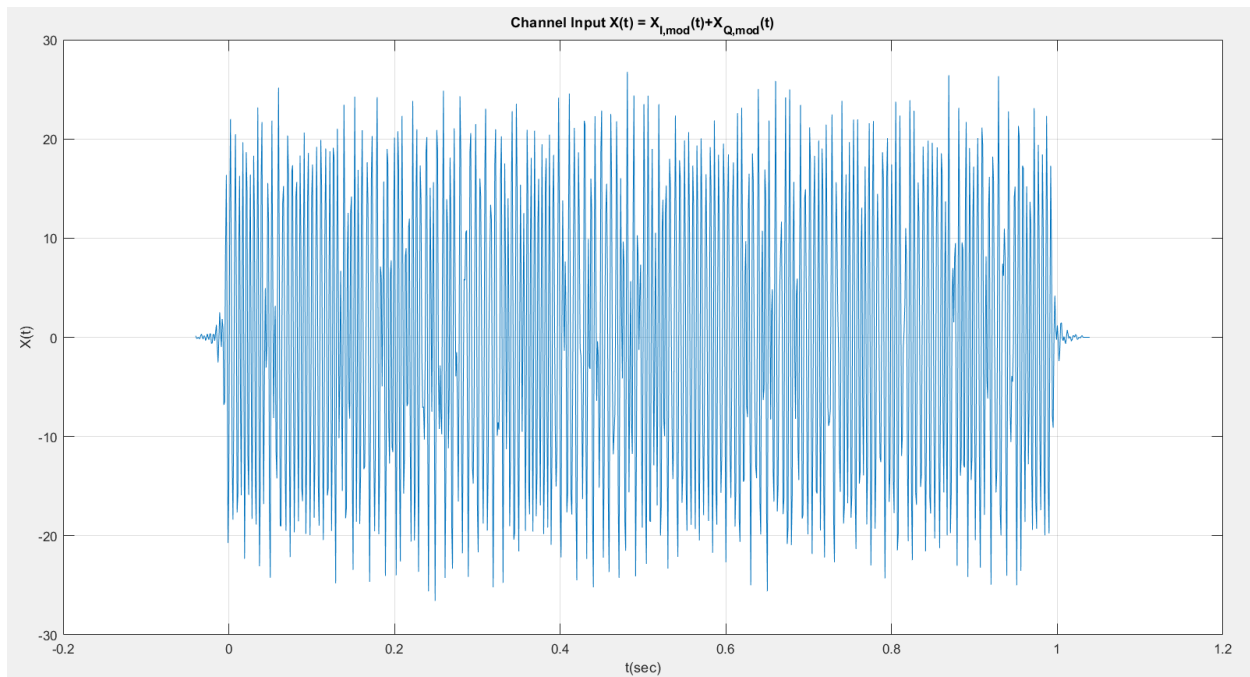
figure;
semilogy(F,PxqmodF);
title("Periodogram of X_{Q,mod}(t) using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{XQmod}(F)');
grid on;

```

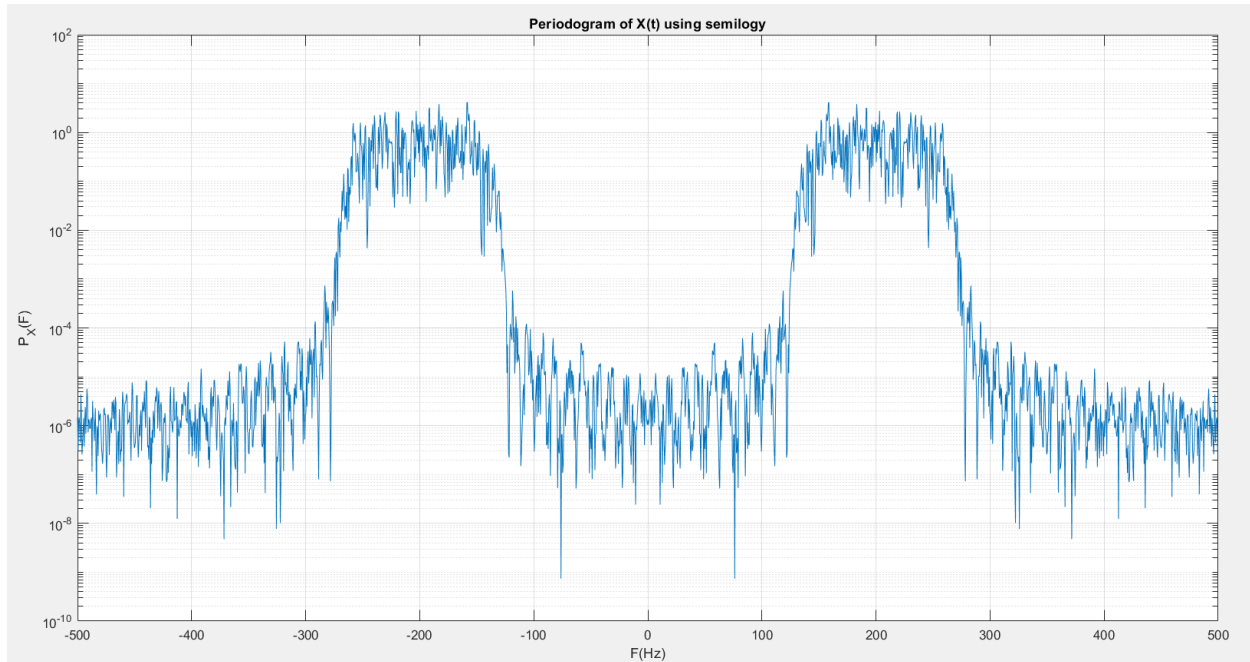
5. (5) Να σχηματίσετε και να σχεδιάσετε την είσοδο του καναλιού,  $X(t)$ , και το περιοδόγραμμά της. Τι παρατηρείτε;

**Απάντηση:**

Για το προαναφερθέν ερώτημα, υπολογίσαμε την είσοδο του καναλιού  $X(t)$ , αθροίζοντας ουσιαστικά τα διανύσματα “ $X_{I,mod\_t}$ ” και “ $X_{Q,mod\_t}$ ”, υπολογίσαμε το περιοδόγραμμά του και προέκυψαν τα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 9: Είσοδος του καναλιού  $X(t) = X_{\{I,mod\}}(t) + X_{\{Q,mod\}}(t)$ .



Σχήμα 10: Περιοδόγραμμα του  $X(t)$  με χρήση semilogy.

Παρατηρούμε ότι το σήμα εισόδου του καναλιού είναι πιο πυκνό και έχει μεγαλύτερο πλάτος από τις επιμέρους κυματομορφές  $X_{I\text{mod\_t}}$  και  $X_{Q\text{mod\_t}}$ , καθώς προέκυψε από την πρόσθεση αυτών. Επίσης, το περιοδόγραμμα του σήματος εισόδου του καναλιού διατηρεί τις επιθυμητές συχνότητες (συγκεντρωμένες στην συχνότητα  $\pm 200$  Hz).

### **Κώδικας:**

```
X_t = XImod_t+XQmod_t;

figure;
plot(t_conv,X_t);
title("Channel Input X(t) = X_{I,mod}(t)+X_{Q,mod}(t)");
xlabel('t(sec)');
ylabel('X(t)');
grid on;

X_f = fftshift(fft(X_t,Nf));
X_F = X_f*Ts;
Px_F = (abs(X_F).^2)/Ttotal;

figure;
semilogy(F,Px_F);
title("Periodogram of X(t) using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{X}(F)');
grid on;
```

6. Να υποθέσετε ότι το κανάλι είναι ιδανικό.
7. (5) Στην έξοδο του καναλιού, να προσθέσετε λευκό Gaussian θόρυβο  $W(t)$  με διασπορά ίση με

$$\sigma_W^2 = \frac{1}{T_s \cdot 10^{\frac{\text{SNR}_{\text{dB}}}{10}}},$$

λαμβάνοντας την ενθόρυβη κυματομορφή

$$Y(t) = X(t) + W(t).$$

Σημείωση: μπορεί να αποδειχθεί ότι, σε αυτή την περίπτωση, οι  $N_{I,n}, N_{Q,n}$   $n = 0, \dots, N-1$ , είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με

$$N_{I,n}, N_{Q,n} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_N^2), \quad \text{όπου } \sigma_N^2 = \frac{T_s \sigma_W^2}{2}.$$

Με αυτό τον τρόπο, διασφαλίζετε ότι το SNR στην έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου, μετρημένο σε dB, είναι  $\text{SNR}_{\text{dB}}$  (ενδεικτικά,  $\text{SNR}_{\text{dB}} = 10, 20$ ), διότι

$$10 \log_{10} \frac{P_X}{P_N} = 10 \log_{10} \frac{1}{2\sigma_N^2} = \text{SNR}_{\text{dB}}.$$

### **Απάντηση:**

Για το ερώτημα 7, απλά προστέθηκε-όπως αναφέρθηκε στην εκφώνηση-ένας λευκός Gaussian-ος λευκός θόρυβος στην είσοδο, και πήραμε την έξοδο  $Y(t)$ .

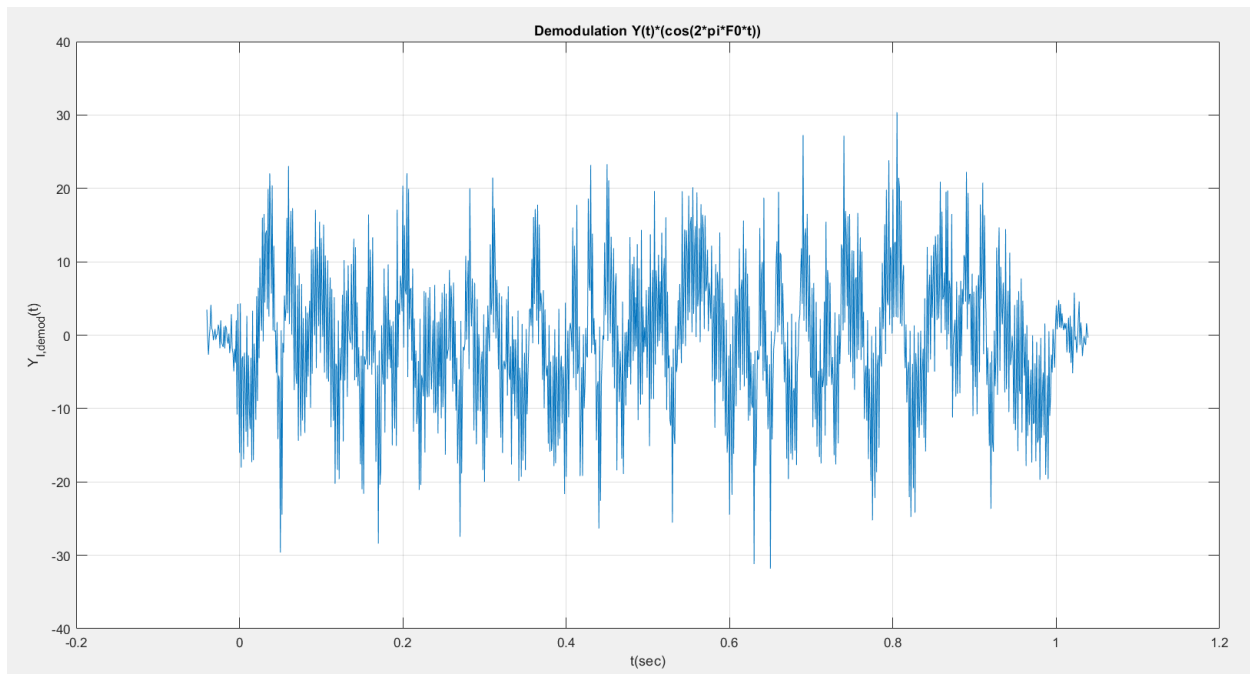
### **Κώδικας:**

```
SNR = 20;
varW = 1/(Ts*(10^(SNR/10)));
W_t = sqrt(varW)*randn(1,length(X_t));
Y_t = X_t+W_t;
```

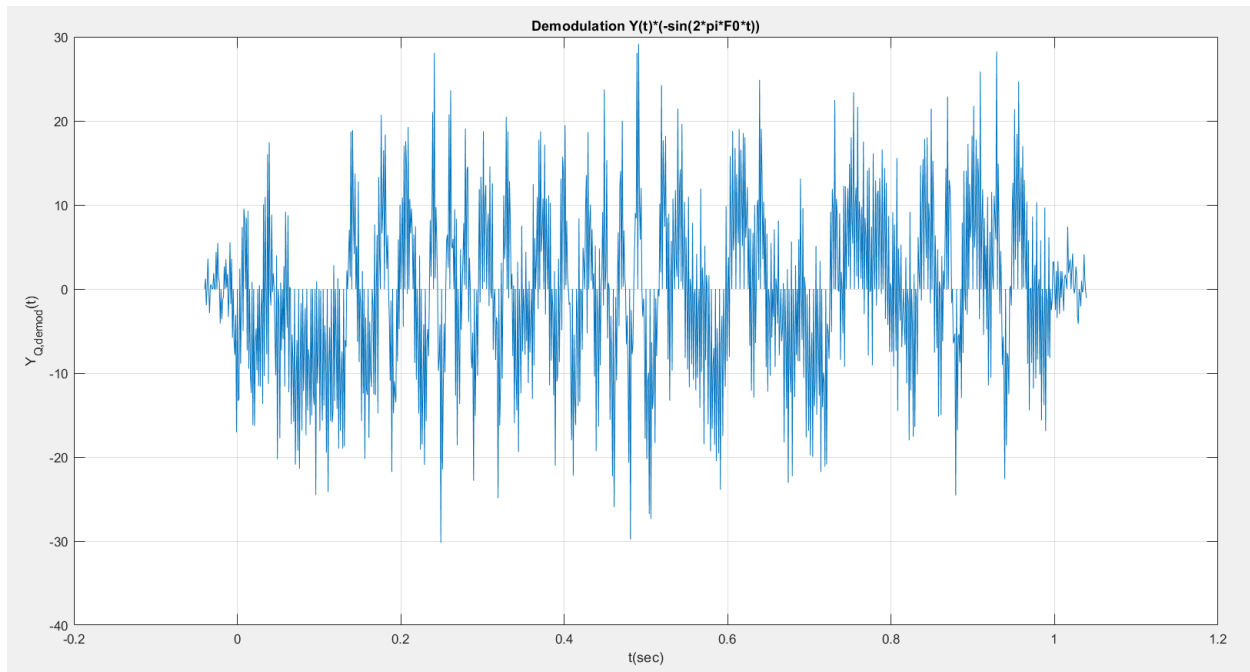
8. (5) Να πολλαπλασιάσετε την ενθόρυβη κυματομορφή  $Y(t)$  στο δέκτη με τους κατάλληλους φορείς και να σχεδιάσετε τις κυματομορφές που προκύπτουν και τα περιοδογράμματά τους. Τι παρατηρείτε;

**Απάντηση:**

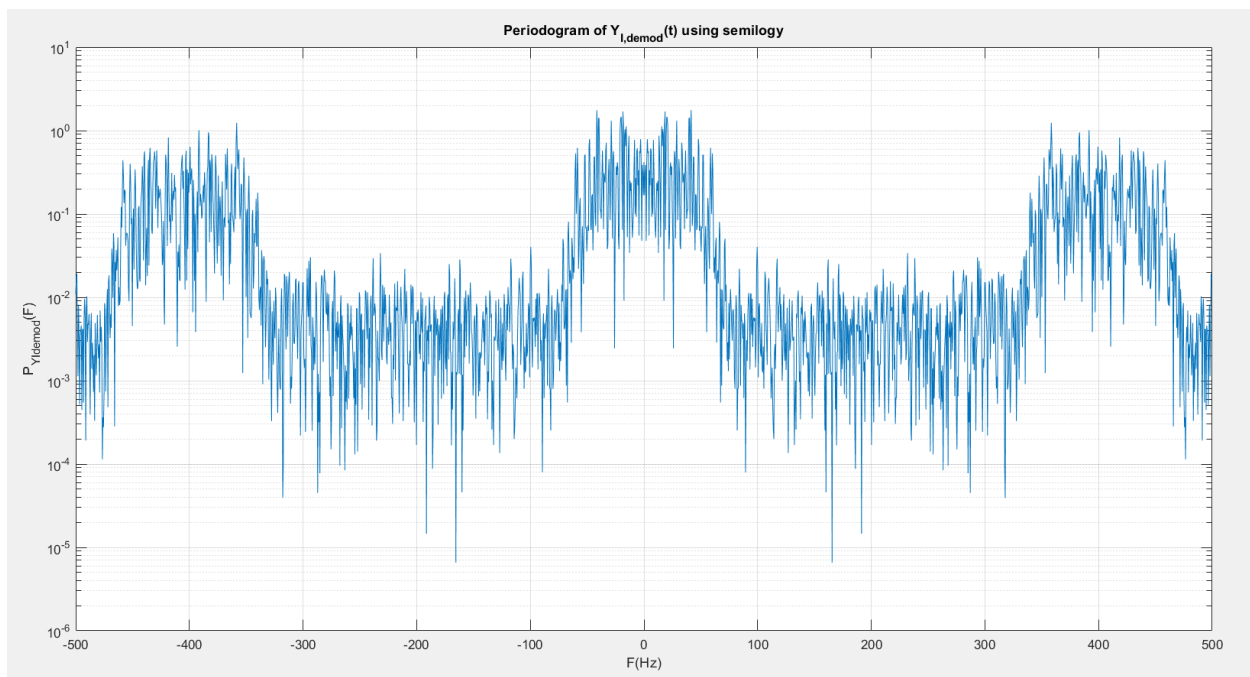
Έχοντας ως γνωστή την έξοδο από το ερώτημα 7 με τον θόρυβο, όπως και στο ερώτημα 4, πολλαπλασιάσαμε με τους κατάλληλους φορείς, υπολογίστηκαν τα περιοδογράμματα και προέκυψαν τα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 11: Κυματομορφή του  $Y_{demod\_t}$ .

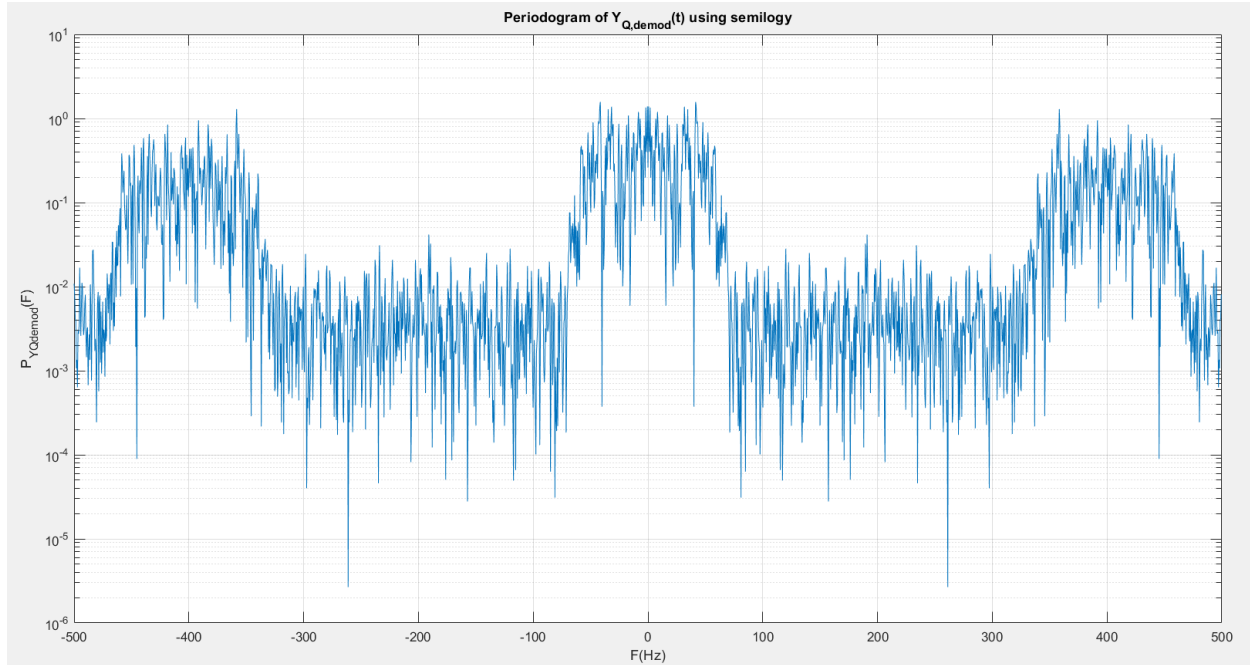


Σχήμα 12: Κυματομορφή του  $Y_{Qdemod\_t}$ .



Σχήμα 13: Περιοδόγραμμα του  $Y_{\{I,demod\}}(t)$  με χρήση semilogy.





Σχήμα 14: Περιοδογράμμα του  $Y_{\{Q,demod\}}(t)$  με χρήση semilogy.

Παρατηρούμε πως, έπειτα από τον πολλαπλασιασμό της εξόδου του καναλιού με τους φορείς, οι συχνότητες του περιοδογράμματος έχουν μετατοπισθεί γύρω από το μηδέν και τα  $\pm 400$  Hz.

### Κώδικας:

```
YIdemod_t = Y_t.*(cos(2*pi*F0*t_conv));
YQdemod_t = Y_t.*(-sin(2*pi*F0*t_conv));

figure;
plot(t_conv,YIdemod_t);
title("Demodulation Y(t)*(cos(2*pi*F0*t))");
xlabel('t(sec)');
ylabel('Y_{I,demod}(t)');
grid on;

figure;
plot(t_conv,YQdemod_t);
title("Demodulation Y(t)*(-sin(2*pi*F0*t))");
xlabel('t(sec)');
ylabel('Y_{Q,demod}(t)');
grid on;

YIdemod_f = fftshift(fft(YIdemod_t,Nf));
YIdemod_F = YIdemod_f*Ts;
YQdemod_f = fftshift(fft(YQdemod_t,Nf));
YQdemod_F = YQdemod_f*Ts;
```

```

PyidemodF = (abs(YIdemod_F).^2)/Ttotal;
PyqdemodF = (abs(YQdemod_F).^2)/Ttotal;

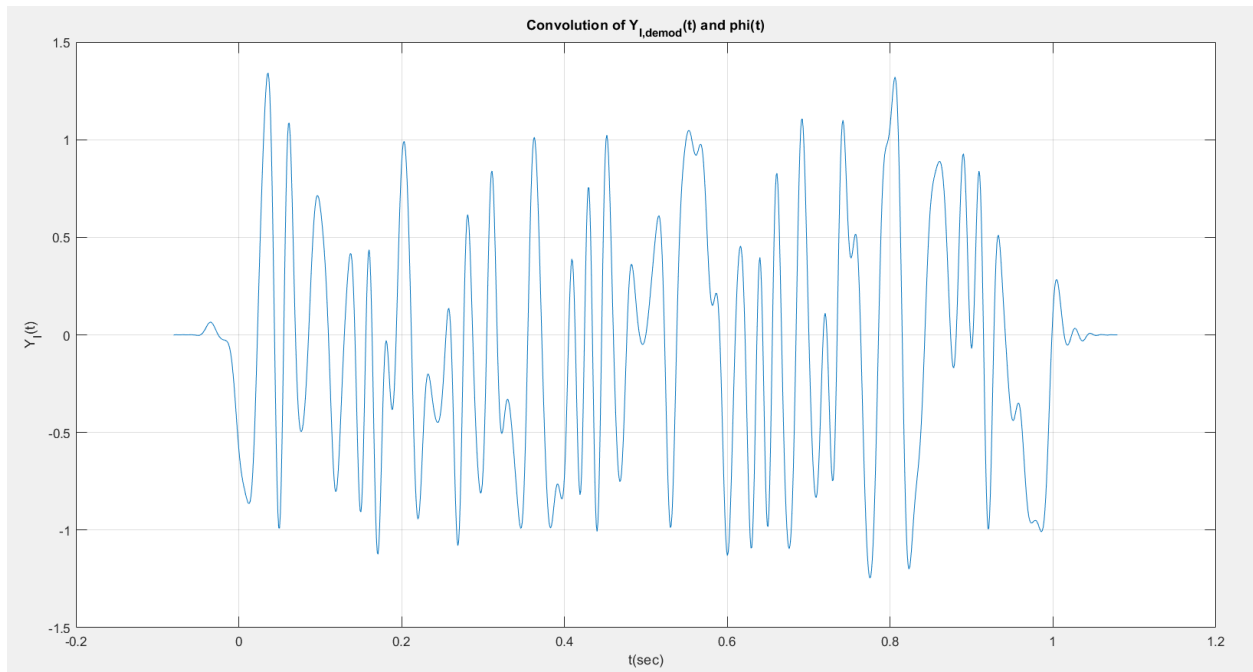
figure;
semilogy(F,PyidemodF);
title("Periodogram of Y_{I,demod}(t) using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{YIdemod}(F)');
grid on;
figure;
semilogy(F,PyqdemodF);
title("Periodogram of Y_{Q,demod}(t) using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{YQdemod}(F)');
grid on;

```

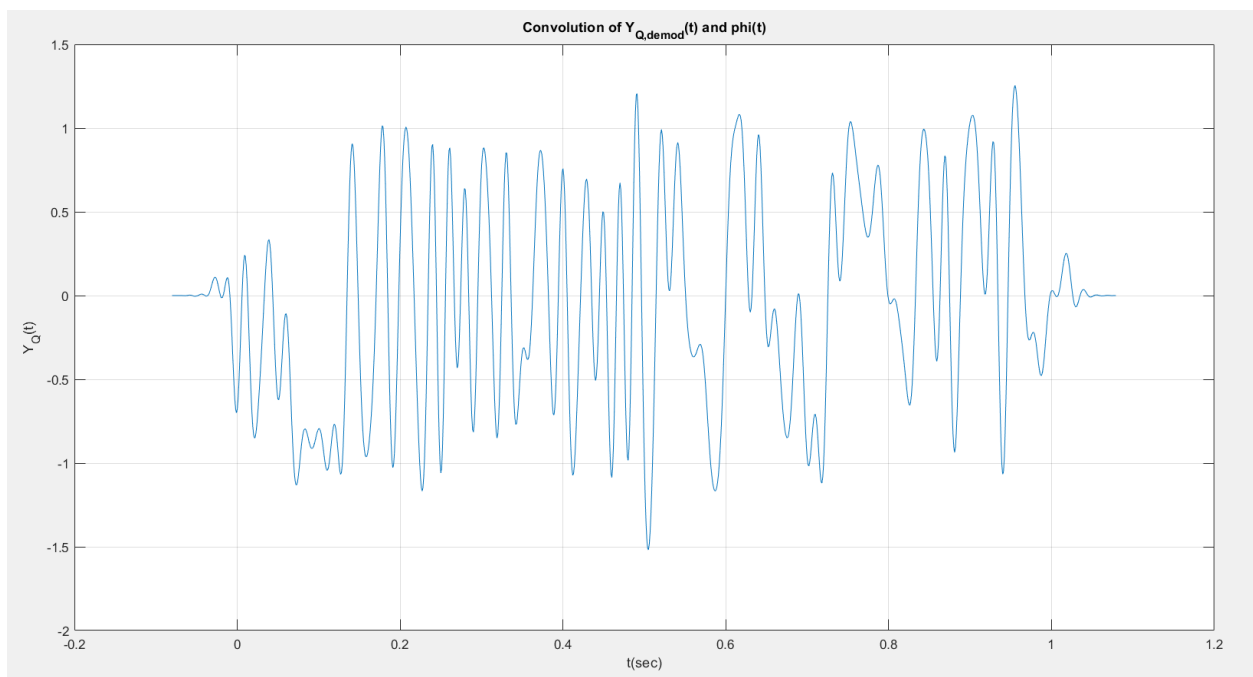
9. (5) Να περάσετε τις κυματομορφές που υπολογίσατε στο προηγούμενο βήμα από τα προσαρμοσμένα φίλτρα. Να σχεδιάσετε τις κυματομορφές που προκύπτουν και τα περιοδογράμμά τους (να θέσετε το σωστό άξονα χρόνου). Τι παρατηρείτε;

**Απάντηση:**

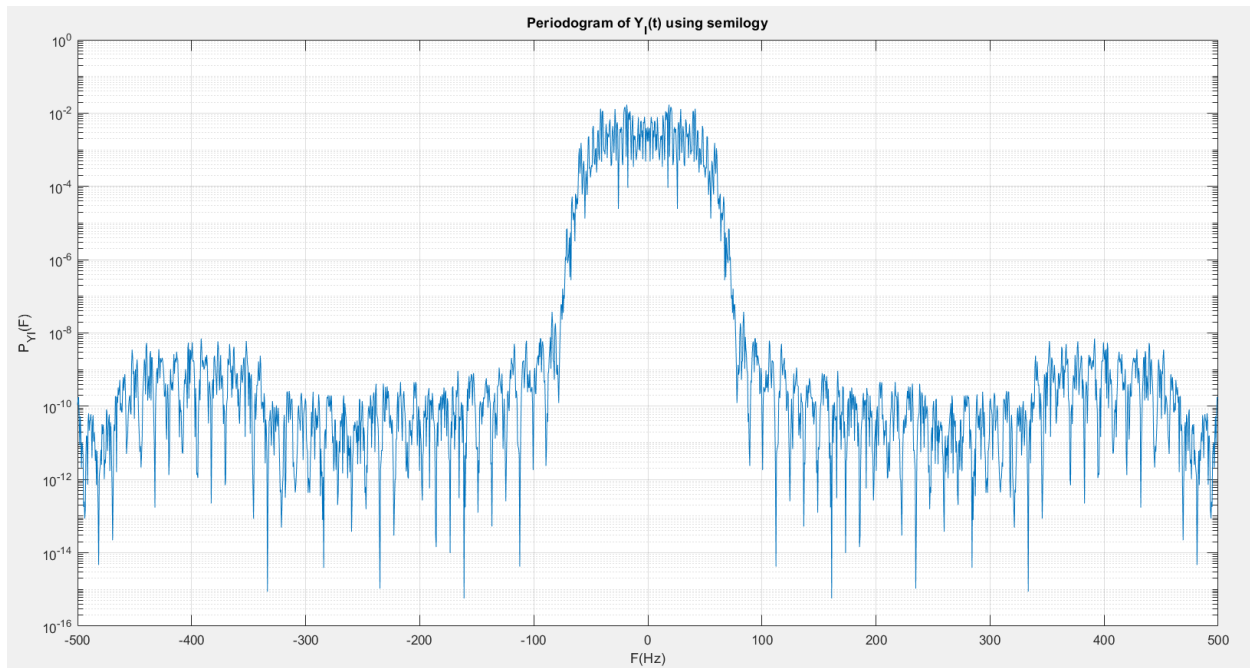
Με βάση τις κυματομορφές του προηγούμενου ερωτήματος, και των SRRC φίλτρων (όπως περάστηκαν και στο ερώτημα 3) σχεδιάστηκαν οι κυματομορφές εξόδου και τα περιοδογράμμά τους στο σωστό άξονα χρόνου, και προέκυψαν τα παρακάτω σχήματα:



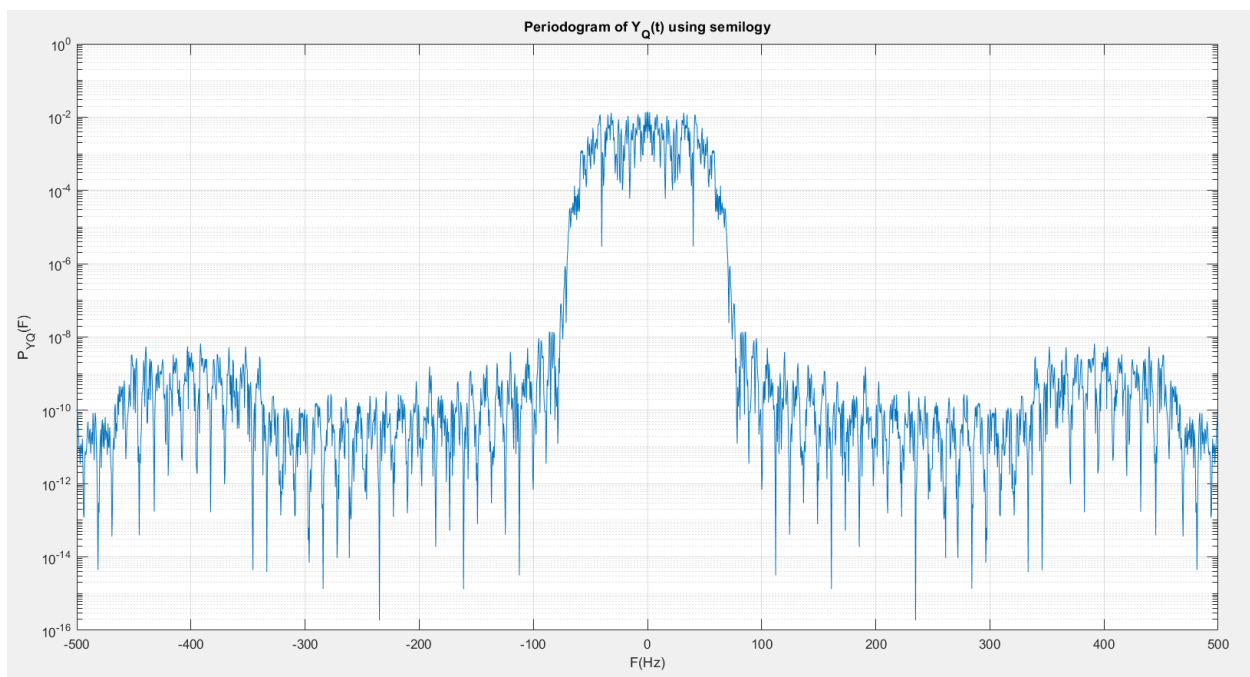
Σχήμα 15: Κυματομορφή του  $YI\_t$ .



Σχήμα 16: Κυματομορφή του  $YQ\_t$ .



Σχήμα 17: Περιοδόγραμμα του  $Y_I_t$  με χρήση semilogy.



Σχήμα 18: Περιοδόγραμμα του  $Y_Q_t$  με χρήση semilogy.

Παρατηρούμε πως η διαδικασία αυτή “έκοψε” τις υψηλές συχνότητες του περιοδογράμματος των κυματομορφών και έμεινε ανεπηρέαστο το συχνотικό περιεχόμενο γύρω από το μηδέν.

### **Κώδικας:**

```
YI = conv(YIdemod_t,phi)*Ts;
YQ = conv(YQdemod_t,phi)*Ts;
t_conv = t_conv(1)+t(1):Ts:t_conv(end)+t(end);

figure;
plot(t_conv,YI);
title("Convolution of  $Y_{\{I,demod\}}(t)$  and  $\phi(t)$ ");
xlabel('t(sec)');
ylabel('Y_{I}(t)');
grid on;

figure;
plot(t_conv,YQ);
title("Convolution of  $Y_{\{Q,demod\}}(t)$  and  $\phi(t)$ ");
xlabel('t(sec)');
ylabel('Y_{Q}(t)');
grid on;

YI_f = fftshift(fft(YI,Nf));
YI_F = YI_f*Ts;
YQ_f = fftshift(fft(YQ,Nf));
YQ_F = YQ_f*Ts;
PyiF = (abs(YI_F).^2)/Ttotal;
PyqF = (abs(YQ_F).^2)/Ttotal;

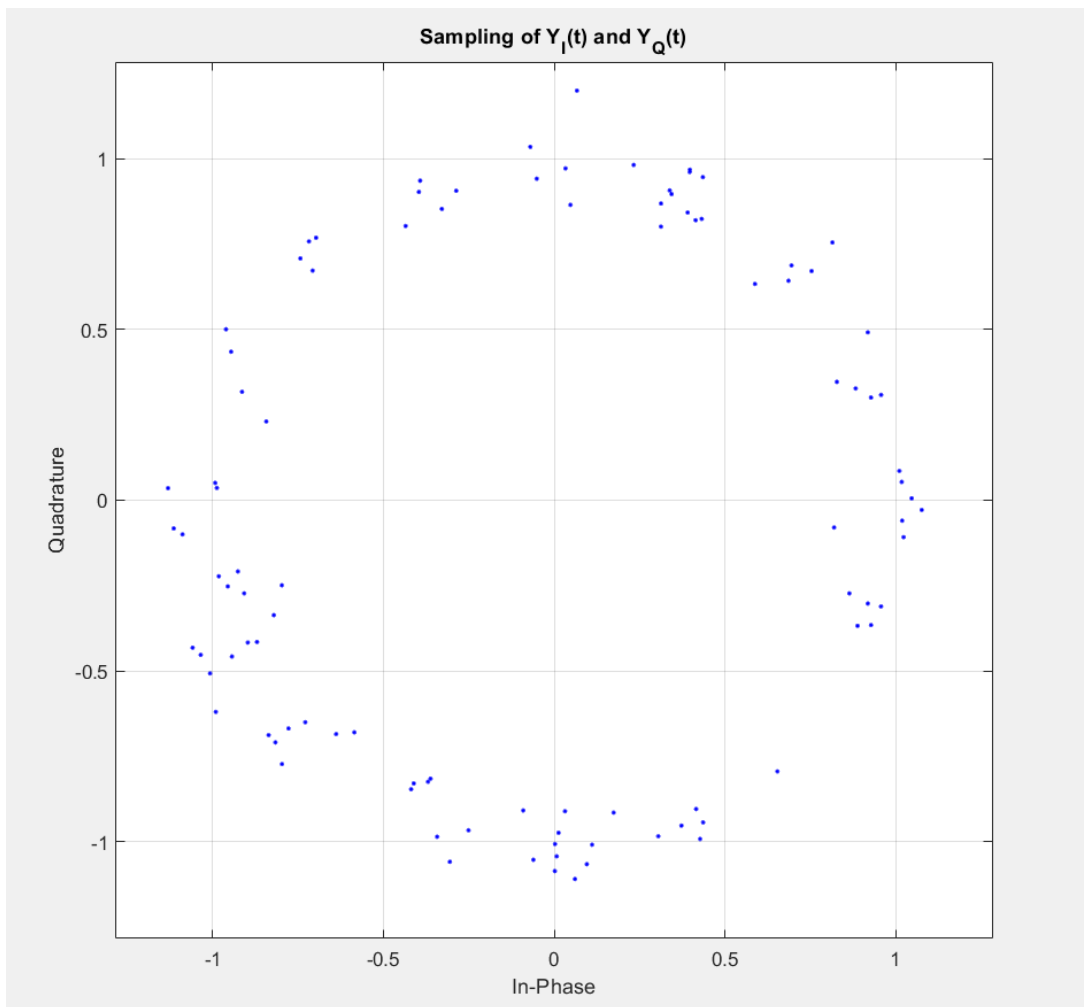
figure;
semilogy(F,PyiF);
title("Periodogram of  $Y_{\{I\}}(t)$  using semilogy");
xlabel('F(Hz)'); ylabel('P_{YI}(F)');
grid on;

figure;
semilogy(F,PyqF);
title("Periodogram of  $Y_{\{Q\}}(t)$  using semilogy");
xlabel('F(Hz)');
ylabel('P_{YQ}(F)');
grid on;
```

10. (5) Να δειγματοληπτήσετε την έξοδο των προσαρμοσμένων φίλτρων τις κατάλληλες χρονικές στιγμές και να σχεδιάσετε την ακολουθία εξόδου  $Y$  χρησιμοποιώντας την εντολή scatterplot.

**Απάντηση:**

Εδώ, μας ζητείται να δειγματοληπτηθεί η έξοδος των φίλτρων και να αναπαρασταθεί η ακολουθία εξόδου με την εντολή scatterplot. Για την απάντηση του ερωτήματος δημιουργήθηκε ένας πίνακας δειγμάτων (Sampling) με τις εξόδους inphase & quadrature με μέγεθος  $N=100$ , και προέκυψε το παρακάτω διάγραμμα:



Σχήμα 19: Ακολουθία εξόδου  $Y$  με χρήση scatterplot.

### **Κώδικας:**

```
YI_sampling = YI((2*A*T/Ts)+1:over:length(YI)-(2*A*T/Ts));
YQ_sampling = YQ((2*A*T/Ts)+1:over:length(YQ)-(2*A*T/Ts));

Y_sampling = zeros(N,2);
for i = 1:N
    Y_sampling(i,1) = YI_sampling(i);
    Y_sampling(i,2) = YQ_sampling(i);
end

scatterplot(Y_sampling);
title("Sampling of Y_{I}(t) and Y_{Q}(t)");
grid on;
```

11. Να γράψετε συνάρτηση

```
function [est_X,est_bit_seq] = detect_PSK_16(Y)
```

η οποία

- (α) (10) χρησιμοποιεί τον κανόνα εγγύτερου γείτονα και αποφασίζει για την ακολουθία εισόδου 16-PSK σύμβολο-προς-σύμβολο,
- (β) (10) χρησιμοποιεί την αντίστροφη απεικόνιση Gray, δηλαδή, από σύμβολα σε τετράδες bits, και από την εκτιμώμενη ακολουθία συμβόλων εισόδου υπολογίζει την εκτιμώμενη δυαδική ακολουθία εισόδου.

### **Κώδικας:**

```
function [est_X,est_bit_seq] = detect_PSK_16(Y)

est_X = zeros(length(Y),2);
est_bit_seq = zeros(length(Y),4);

angle = zeros(1,16);
for m = 0:15
    angle(m+1) = (2*pi*m)/16;
end
```

```

for i = 1:length(Y)
    theta = atan2(Y(i,2),Y(i,1));
    angularDifferences = abs(mod(angle-theta+pi,2*pi)-pi);
    [~,index] = min(angularDifferences);
    est_X(i,1) = cos(angle(index));
    est_X(i,2) = sin(angle(index));
    est_bit_seq(i,:) = de2bi(index-1,4,'left-msb');
end

end

```

12. (10) Να γράψετε συνάρτηση

```
function num_of_symbol_errors = symbol_errors(est_X,X)
```

η οποία υπολογίζει το πλήθος των σφαλμάτων εκτίμησης συμβόλου.

**Κώδικας:**

```

function num_of_symbol_errors = symbol_errors(est_X,X)

num_of_symbol_errors = sum(est_X(:) ~= X(:));

end

```