

## 演習問題その5 行列式・ヤコビアン

1.

次の行列  $A$  の行列式を解け。

(1)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 8 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 7 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2)

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 3a \\ ab & 2b & 3ab \\ 4 & 3a^2 & 12 \end{pmatrix}$$

2.

次の行列  $A$  の固有値、固有ベクトルを求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

3.

以下のヤコビアンを求めよ。

(1)

$$u = x + y + z,$$

$$v = 3x + 4y + 8z,$$

$$w = 2x + 2y + z,$$

のヤコビアン  $\partial(u, v, w)/\partial(x, y, z)$ .

(2)  $a, b, c$  を定数とするとき、

$$x = u + v + w,$$

$$y = au + bv + cw,$$

$$z = a^2u + b^2v + c^2w,$$

のヤコビアン  $\partial(x, y, z)/\partial(u, v, w)$ .

4.

円柱座標系  $(\rho, \phi, z)$ 、球座標系  $(r, \theta, \phi)$  での微小体積  $dV$  をヤコビアンから求めよ。

5.

楕円体  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = r^2$  中の位置ベクトルは、球座標系を用いて

$$x = ar \sin \theta \cos \phi$$

$$y = br \sin \theta \sin \phi$$

$$z = cr \cos \theta$$

で表される。微小体積を積分することによって、この楕円体の体積を求めよ。

ヒント:積分区間は  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  となる。