

## 演習問題その5小テスト

学籍番号： \_\_\_\_\_, 氏名： \_\_\_\_\_

1. 円柱座標系  $(\rho, \phi, z)$  から球座標系  $(r, \theta, \phi)$  への変換に対するヤコビアンを求めよ.

## 演習問題その5 小テスト 解答例

1. 円柱座標系  $(\rho, \phi, z)$  から球座標系  $(r, \theta, \phi)$  への変換に対するヤコビアンを求めよ.  
(解答例)

$$\begin{cases} \rho = r \sin \theta \\ \phi = \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

であるから、ヤコビアンは

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho, \phi, z)}{\partial(r, \theta, \phi)} &= \begin{vmatrix} \sin \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \end{vmatrix} \\ &= (-1)^{(3+2)} \begin{vmatrix} \sin \theta & r \cos \theta \\ \cos \theta & -r \sin \theta \end{vmatrix} \\ &= r. \end{aligned}$$

採点基準

$(\rho, \phi, z)$  を  $(r, \theta, \phi)$  で書き換えられている:5 点

ヤコビアンを表式が正しい:2 点

最終的な答えが正しい:3 点

$\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(\rho,\phi,z)}$ ,  $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\phi)}$  が書けている場合は、おまけでそれぞれ+1 点

答えを  $\frac{r^2 \sin \theta}{\rho}$  としているものはそれぞれの座標系の変数が混在しているため、8 点とした。