

演習問題その8 常微分方程式 (3)

1.

次の1階高次の微分方程式を解け. ただし、 $dy/dx = y'$ とする.

$$y = xy' - y^2/4$$

2.

次の微分方程式の一般解を求めよ.

(1) $y'' + 4y = x$

(2) $y'' - 5y' + 6y = e^{-x}$

3.

次の高階線形微分方程式を解け.

(1) $y''' + y'' - 21y' - 45y = 0$

(2) $y''' + y'' - 5y' + 3y = 0$

4.

次の微分方程式を解け.

(1) $y = x(y' + 1) + y'$

(2) $y = xy'^2 + y'^2$

5.

$p = y'$ において階数の引き下げを行うことにより、次の微分方程式を解け.

(1) $xy'' - 3y' = 0$

(2) $x^2y'' = 2xy' + x^2$

6.

次の高階同次形の微分方程式を解け.

(1) $x^2 y'' + xy' + 3y = 0$

(2) $yy'' - y'^2 - 6xy^2 = 0$

7. $+\alpha$ 問題

(1) 単振り子

振り子の最下点からの円弧に沿った長さを s をすると、単振り子の運動方程式は、

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -mg \sin \theta \sim -mg \frac{s}{l}$$

ここで $\theta \ll 1$ である。ある時刻 t における変位 $s(t)$ を求めよ。ここで $t = 0$ のときの質点は最下点 $s = 0$ で速度 v_0 とする。

(2) 強制振動

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 y = F \cos \omega t$$

は固有角周波数 ω_0 の振動子に外力 $F \cos \omega t$ を加えたときの振動子の運動を記述する方程式である。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $\omega \neq \omega_0$ の場合の微分方程式の一般解を求めよ。

(2) $\omega = \omega_0$ の場合の微分方程式の一般解を求めよ。