120 ESERCIZIO GUIDATO

$$\begin{cases} \dfrac{x+3}{x-1} < 0 \\ 2x+5>0 \end{cases}$$

Risolviamo ogni disequazione del sistema.

I disequazione

$\dfrac{x+3}{x-1} < 0$ di dominio $R - \{1\}$

$x+3>0$ se $x>-3$

$x-1>0$ se $x>1$

Tabella dei segni:

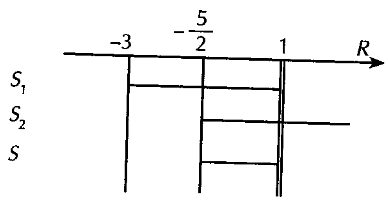
	$x<-3$	$-3<x<1$	$x>1$
segno di $x+3$	−	+	+
segno di $x-1$	−	−	+
frazione	+	−	+

$-3<x<1 \quad \leftarrow S_1$

II disequazione

$2x+5>0 \quad \rightarrow \quad x>-\dfrac{5}{2} \quad \leftarrow S_2$

Tabella delle soluzioni del sistema:



La disequazione è verificata se: $-\dfrac{5}{2}<x<1$.

---

121 $\begin{cases} \dfrac{-5}{x} < 0 \\ 3x-4>2 \end{cases}$ $\begin{cases} x-1 > \dfrac{2x-4}{3} \\ \dfrac{x}{x+1} > 0 \end{cases}$ [$x>2$; $x>0$]

122 $\begin{cases} \dfrac{x}{4} - \dfrac{2x+1}{2} < 1 \\ x(x+1)>0 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{5x-1}{2-x} > 0 \\ 1+\dfrac{x-4}{2} - \dfrac{3x+5}{4} > 0 \end{cases}$ [$-2<x<-1 \vee x>0$; $S=\varnothing$]

123 $\begin{cases} x+\dfrac{4-2x}{7} > 1 \\ 2x(3-x)<0 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2(x-4)+1}{3x} > 0 \\ \dfrac{1}{2}(3x-2) \leq \dfrac{2x+1}{3} \end{cases}$ [$x>3$; $x<0$]

124 $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} \geq 1 \\ \dfrac{x}{x-9} < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{x+1} > 0 \\ \dfrac{x}{3} > 1 \end{cases}$ [$4 \leq x < 9$; $x>3$]

60 $\begin{cases} 3(x-y+4)-2x=5x-y \\ 2(x-y)+7=5x \end{cases}$ $[S=\{(5,\,-4)\}]$

61 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y+2)+\frac{1}{4}(x+3)=2 \\ \frac{x-3y+2}{3}+\frac{x-y+13}{6}=\frac{3}{2} \end{cases}$ $\left[S=\left\{\left(-\frac{1}{3},\,1\right)\right\}\right]$

62 $\begin{cases} \frac{x-1}{5}-\frac{y+2}{2}=-1-\frac{1}{5}y \\ x+y-\frac{y-2x}{2}=-\frac{3}{2} \end{cases}$ $\left[S=\left\{\left(-\frac{1}{2},\,-1\right)\right\}\right]$

63 $\begin{cases} x-y-\frac{10}{3}=2x-5y \\ \frac{5(x-y)}{2}+\frac{1}{2}(2x-y)=-8 \end{cases}$ $\left[S=\left\{\left(-2,\,\frac{1}{3}\right)\right\}\right]$

64 $\begin{cases} \frac{7}{2}(x-y)=2x-2y \\ \frac{4x-2}{3}-\frac{1}{2}(2x-y)=\frac{1}{2}y+\frac{x-2}{3} \end{cases}$ [indeterminato]

65 $\begin{cases} \frac{y-1}{6}=\frac{x-2y+1}{3}-\frac{2-y}{2}+1 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{3}{4} \end{cases}$ $\left[S=\left\{\left(0,\,\frac{3}{2}\right)\right\}\right]$

66 $\begin{cases} 2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{10(2-x)-y}{6}=(x-2)^2+(x+1)^2 \\ 3(x-2y)-\frac{5}{2}(x-2y)+1=\frac{3}{2}(x-y) \end{cases}$ $[S=\varnothing]$

67 $\begin{cases} \frac{y+2x-1}{1-\frac{1}{2}}-\frac{5x+y}{1+\frac{1}{2}}=-\frac{2}{3}(3x+1) \\ x+\frac{1}{6}(y-9x)-\frac{1}{4}(y+1)=-\frac{1}{3} \end{cases}$ $[S=\{(0,\,1)\}]$

68 $\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)+x=(x+y)(x-y)+2y \\ 3(x+3y)\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{(-1)^2}{2}=x+2y \end{cases}$ $[S=\{(-1,\,1)\}]$

69 $\begin{cases} (x-y+1)^2-(x-2)^2=(y+2)^2-2xy-1 \\ (x-2)(x+2)+(y-1)(1+y)=(x+y-1)^2-2xy \end{cases}$ $[S=\{(2,\,1)\}]$

70 $\begin{cases} \frac{\frac{1}{2}+x}{3}-\frac{\frac{3y+x}{2}-\frac{x}{4}}{2}=\frac{1}{6} \\ \frac{x-y}{2}+2\left(x-\frac{1}{4}y\right)=-1 \end{cases}$ $\left[S=\left\{\left(-\frac{9}{20},\,-\frac{1}{8}\right)\right\}\right]$

CORREGGI GLI ERRORI

385 $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{1+2}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

386 $\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}=\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}=\dfrac{4\sqrt[3]{2}}{2}=2\sqrt[3]{2}$

387 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{(\sqrt{2})^2}=\dfrac{1}{2}$

388 $\dfrac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{5}{\sqrt{3+2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

389 $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{5}}=\dfrac{1}{(1+\sqrt[3]{5})^3}=\dfrac{1}{1+5}=\dfrac{1}{6}$

390 $\dfrac{1}{3-\sqrt[3]{2}}=\dfrac{1}{3-\sqrt[3]{2}}\cdot\dfrac{3+\sqrt[3]{2}}{3+\sqrt[3]{2}}=\dfrac{3+\sqrt[3]{2}}{7}$

391 $\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6-3}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$

ESERCIZI RIASSUNTIVI

Espressioni

392 $2+\sqrt{2}+\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}$ $[4+\sqrt{2}]$

393 $3+\dfrac{1}{2\sqrt{3}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ $[4]$

394 $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)^2-2(-\sqrt{6}+\sqrt{2})$ $[2(3-\sqrt{3})]$

395 $\dfrac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{3\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ (difficile) $\left[\dfrac{4}{3}\right]$

396 $\sqrt[3]{5}\cdot\left(2-\dfrac{2}{3}\right)^2+\sqrt[3]{40}$ $\left[\dfrac{34}{9}\sqrt[3]{5}\right]$

397 $1-\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$ $[1-\sqrt{3}]$

398 $\left(\sqrt{7}+\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right):(4\sqrt{7}+7)$ $\left[\dfrac{3}{14}\right]$

399 $\sqrt{8}+\sqrt{100}-\sqrt[3]{-\dfrac{1}{27}}\cdot\sqrt[3]{27}$ $[11+2\sqrt{2}]$

400 $\sqrt{\dfrac{2}{9}}(\sqrt[3]{-24}+\sqrt[3]{3})$ $\left[-\dfrac{1}{3}\sqrt[6]{72}\right]$

401 $\sqrt{\dfrac{4}{25}}:(\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{-8})$ $\left[\dfrac{2}{5}\right]$

402 $(1-\sqrt{2})^2+2$ $[5-2\sqrt{2}]$

403 $\sqrt[3]{-\dfrac{27}{8}}:\left(\sqrt{\dfrac{1}{4}}-2\sqrt{\dfrac{1}{16}}+\sqrt{\dfrac{9}{4}}\right)$ $[-1]$

404 $(\sqrt{3}-4)^2-(2\sqrt{3}-5)^2-6\sqrt{12}$ $[-18]$

258 Scrivi le equazioni delle rette dei lati del triangolo ABC, i cui vertici hanno coordinate $A(2, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(2, 5)$ e quindi calcolane l'area. [$x = 2$; $x - 3y + 1 = 0$; $5x - 3y + 5 = 0$; area $= 6$]

259 Dopo aver verificato che il quadrilatero di vertici $A(0, 1)$, $B(-2, 4)$, $C(-5, 2)$, $D(-3, -1)$ è un quadrato, considera quello che ha vertici nei punti medi dei suoi lati; calcola le equazioni dei lati di questo secondo quadrato e verifica che le sue diagonali sono parallele ai lati di $ABCD$.

[$10x - 2y + 41 = 0$; $10x - 2y + 15 = 0$; $2x + 10y - 23 = 0$; $2x + 10y + 3 = 0$]

260 Dato il triangolo di vertici $A(-8, -1)$, $B(0, 3)$, $C(-5, 8)$, scrivi le equazioni delle sue altezze e verifica che esse si incontrano nel punto $H(-3, 4)$.

261 Considera il triangolo di vertici $O(0, 0)$, $A(6, 2)$ e $B(2, 4)$ e verifica che esso è isoscele. Usando il metodo analitico verifica che altezza e mediana relative alla base coincidono. Successivamente verifica che è isoscele anche il triangolo che ottieni congiungendo i punti medi dei lati del triangolo OAB. In che rapporto stanno le aree dei due triangoli?

$\left[\frac{1}{4}\right]$

262 Dal punto A di intersezione della retta r di equazione $y = -2x + 1$ con l'asse x, traccia la retta s ad essa perpendicolare. Successivamente traccia dal punto $P(1, -1)$ la parallela ad s e indica con Q il suo punto di intersezione con l'asse delle ordinate. Calcola perimetro ed area del triangolo PQR, dove R indica il punto in cui la retta r taglia l'asse y.

$\left[2p = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5},\ \text{area} = \frac{5}{4}\right]$

263 Calcola perimetro ed area del triangolo di vertici $A(-2, 1)$, $B(2, 2)$ e $C(3, 1)$. Scrivi quindi l'equazione della retta che passa per A ed è parallela alla retta BC. Indicate con D ed E le sue intersezioni con gli assi, calcola l'area del triangolo ODE.

$\left[2p = \sqrt{17} + \sqrt{2} + 5,\ S(\widehat{ABC}) = \frac{5}{2},\ y = -x - 1,\ S(\widehat{ODE}) = \frac{1}{2}\right]$

264 Date le rette di equazioni $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$ e $2y + 6x = 15$ che si intersecano in P, calcola l'area del triangolo APB essendo A e B i punti di intersezione di tali rette con l'asse delle ascisse. $\left[\frac{9}{2}\right]$

265 Sia A il punto di intersezione delle rette $r: y = -2x + 1$ e $s: y = 3x + 6$. Scrivi l'equazione della retta che passa per A ed è parallela all'asse delle ascisse ed indica con B il punto in cui essa interseca l'asse delle ordinate. Indica poi con C il punto in cui la retta s taglia l'asse x e calcola perimetro ed area del trapezio $ABOC$.

$\left[2p = 6 + \sqrt{10},\ S = \frac{9}{2}\right]$

266 Sia B il punto di intersezione delle rette $r: y = x + 4$ e $s: y + 2x = 10$; siano poi A il punto di r e C il punto di s di ordinata nulla. Scrivi l'equazione della retta passante per C e parallela ad r e indica con D il suo punto di intersezione con l'asse y. Stabilisci la natura del quadrilatero $ABCD$ e calcolane l'area.

$\left[\frac{99}{2}\right]$

267 Determina le equazioni degli assi dei lati del triangolo i cui vertici sono i punti $A(-1, -1)$, $B(-2, 4)$ e $C(1, 1)$. Verifica che i tre assi passano per uno stesso punto A e che tale punto è equidistante dai vertici del triangolo.

$\left[5y - x - 9 = 0;\ y = x + 3;\ y + x = 0;\ A\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)\right]$

268 Stabilisci la natura del quadrilatero di vertici $A(-3, 3)$, $B(2, 3)$, $C(5, -1)$, $D(0, -1)$; quindi

a. scrivi le equazioni delle rette delle diagonali [$2y + x - 3 = 0$, $2x - y - 1 = 0$]

b. trova le coordinate del centro di simmetria [$H(1, 1)$]

c. calcolane il perimetro [20]

d. calcolane l'area. [20]