# 有効桁数（有効数字）

↳ ある数値をアラビア数字で表す際に、
どこまでが意味のある数値か？を表す桁数のこと。

（例） 有効桁数3桁

0.0132▨

3桁

位取りのための0は含まない。

ここは0〜9、どれか分からないため、
その分つまり、0.0001程度の誤差がある。

## ◎有効桁数の書き方

↳ 有効桁数を考慮して数値を表現する場合は、
［1以上10未満の数値］$\times 10^n$ （nは整数） の形で書く。

（例）
- $\underline{0.0}123 \rightarrow 1.23 \times 10^{-2}$
- $132\underline{0000} \rightarrow 1.320000 \times 10^{6}$

↳ 下線部の0が、本当の0なのか、
位取りの0なのかややこしいので。

◎ 加減乗除に伴う有効桁数の変化

(1) 加法・減法

↳ 精度が最も低い数値に合わせて、有効な桁が揃う。

$$
\begin{array}{rl}
 & 13.5 \quad \leftarrow \text{0.1程度の誤差} \\
+) & 4.0567 \quad \leftarrow \text{0.0001程度の誤差} \\
\hline
 & 17.\underbrace{5567}_{\text{誤差を含む}}
\end{array}
$$

↳ $\underline{\underline{17.6}}$ ⇐ 有効数字3桁の13.5にあわせて、結果も有効数字3桁にする。

(2) 乗法・除法

↳ 加・減法と同じく、有効桁数が少ないほうの桁数になる。

$$
\begin{array}{rl}
 & 13.57 \\
\times) & 4.56 \\
\hline
 & 8142 \\
 & 6785\phantom{0} \\
 & 5428\phantom{00} \\
\hline
 & 61.\underbrace{8792}_{\text{誤差を含む}}
\end{array}
$$

↳ $\underline{\underline{61.9}}$ ⇐ 4.56に合わせて、有効桁数は3桁になる。

・実際に計算する際は、四捨五入してからで良い。

(例) $13.5 + 4.0567 = 13.5 + 4.06$

$= 17.56$

$= 17.6$

一番桁数が少ない数値の桁の1つ下の位で四捨五入しておく

# 誤差

└→ 数値を扱う際、常に正確に扱うことができるわけではなく、
様々な要因により、真の値からずれてしまう。
この真の値からの差を誤差という。
代表的な誤差は4つ。

## (1) 丸め誤差

└→ 桁数が多い小数を、四捨五入などにより
もとの桁数より小さい桁数で扱うときに生じる誤差。

(例) 3.141592653… → 3.14として扱う

小数3位以下の数値が、小数2位の桁にまるめられる。

## (2) 打ち切り誤差

└→ 無限級数のある項以降を無視することによって生じる誤差。

(例) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots$

無限に続くけど、無限に計算はできないので$\frac{1}{8}$までで打ち切る

(3) 情報落ち

↳ コンピュータで絶対値の大きな値と小さな値の加減算を行った際に、小さいほうの値が無視されてしまうことで起きる誤差。

(例) $0.1234 \times 10^{2} + 0.1234 \times 10^{-2}$ (有効桁数4桁)

$\downarrow$

$0.1234 \times 10^{2} + 0.00001234 \times 10^{2}$

↳ 基数を合わせて計算
(コンピュータ内部では基数は2)

$\downarrow$

$0.12341234 \times 10^{2}$

$\downarrow$

(答) $0.1234 \times 10^{2}$

↳ 有効桁数は4桁なのでそろえると、「$0.1234 \times 10^{-2}$」の情報がなくなってしまった!

↳ 小さいほうの値が、有効桁数の範囲からはみ出してしまうために、小さいほうの値の情報が失われる。(落ちる)

## (4) 桁落ち

↳ 値が小さい数値を引き算することで、有効数字が極端に小さくなってしまうことで起こる誤差。

(例) $\sqrt{1001} \simeq 31.63858404 \simeq 0.3163858 \times 10^2$

$\sqrt{999} \simeq 31.60696126 \simeq 0.3160696 \times 10^2$

(有効桁数7桁)

$\sqrt{1001} - \sqrt{999} = 0.03162$ 有効桁数が4桁に…?

↓

$0.03162\underline{000}$ コンピューター内部では有効桁数を合わせるように0埋めされる

でも本当は、

$\sqrt{1000} - \sqrt{999} = 0.03162\underline{\underline{278}}$ なのでずれている!!

これが最終結果なら問題にならない場合もあるけど、
これに大きな値を掛ける必要があったりすると誤差が一気に大きくなってしまう。

$\times 10^8$ すると… 3162000
3162278 ⤳ 278も違う