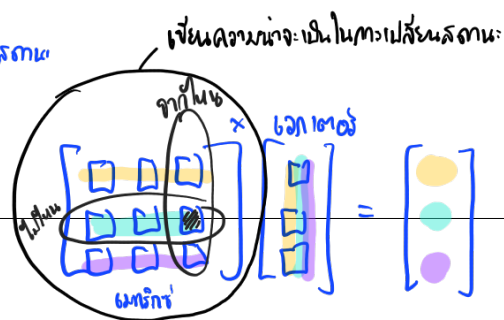


เริ่มด้วย $\vec{v}^{(0)}$ มี P เป็นเมทริกซ์เปลี่ยนสถานะ
 รอบที่ 1 จะได้ $\vec{v}^{(1)} = P\vec{v}^{(0)}$
 รอบที่ 2 จะได้ $\vec{v}^{(2)} = P\vec{v}^{(1)} = P(P\vec{v}^{(0)})$

Appendix C. Quiz

Quiz 3

$$\vec{v}^{(2)} = P(P\vec{v}^{(0)}) = P^2\vec{v}^{(0)}$$



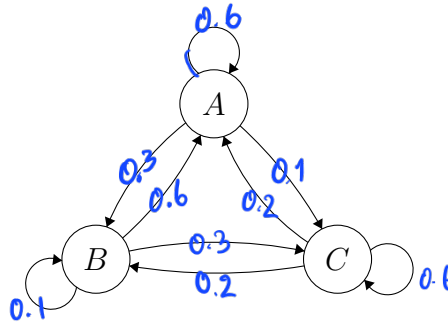
ในการสอบย่อยครั้งนี้ เราจะมาฝึกคูณเมทริกซ์กับเวกเตอร์โดยอาศัยรูปภาพของการเปลี่ยนสถานะแบบมาร์คอฟกัน

Exercise C.0.3: หาผลกำลังสองของเมทริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ

จงหาผลคูณของเมทริกซ์ได้ผลลัพธ์ดังนี้ (โจทย์ให้ผลลัพธ์การคูณมาแล้ว ดังนั้นไม่ต้องนั่งคูณด้วยตัวเอง แต่เราจะลองใช้ความรู้ Markov ช่วยหาผลคูณ และในข้อนี้เราจะไม่ได้หาผลคูณของทั้ง 9 ตัว เราจะยกตัวอย่างการหาผลคูณของแค่ 3 ตัวเท่านั้น)

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.48 & 0.36 \\ 0.23 & 0.25 & 0.20 \\ 0.21 & 0.27 & 0.44 \end{bmatrix}$$

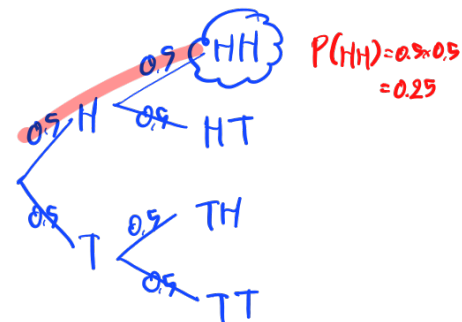
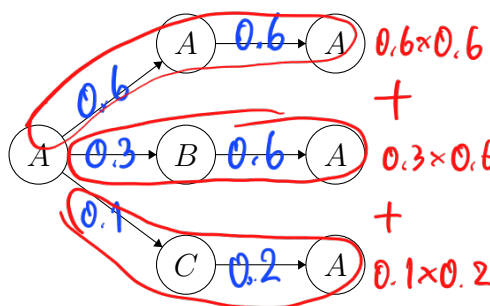
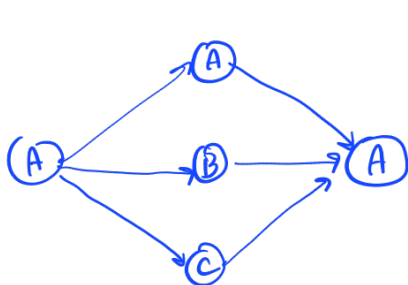
เริ่มจากเขียนแผนภาพการเปลี่ยนสถานะกันก่อน โดยโจทย์คือให้เขียนค่าความน่าจะเป็นลงไปในเส้นการเปลี่ยนสถานะ



จากที่เรียนมาในห้อย เราทราบกันอยู่แล้วว่าความหมายของการนำเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ 1 ขึ้นมาคูณกัน จะได้ผลออกมาเป็นเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะข้าม 2 ชั้น (เช่นเปลี่ยนจากชั้นที่ 1 ไปชั้นที่ 3) ดังนั้น ถ้าเราอยากหาผลคูณของเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ สิ่งที่ต้องทำคือหาความน่าจะเป็นในการเดินข้าม 2 ชั้นทุกรูปแบบที่เป็นไปได้

การเปลี่ยนสถานะจาก A ในชั้นที่ 1 ไป A ในชั้นที่ 3

วาดแผนภาพด้านล่าง โจทย์คือ จงเขียนค่าความน่าจะเป็นของการย้ายสถานะของแต่ละเส้น (มี 6 เส้น)



ด้วยความรู้ในเรื่องความน่าจะเป็น เราจะได้ว่าความน่าจะเป็นรวมของการย้ายสถานะจาก A ข้ามไป A ใน 2 ชั้นถัดไป หาได้จากกฎการคูณและการบวกจากแผนภาพต้นไม้นี้ดังกล่าว โดยที่

- ◇ เส้นต่อกัน ให้นำค่าความน่าจะเป็นของเส้นมาคูณกัน

◇ หลังจากคิดผลคูณค่าความน่าจะเป็นของแต่ละกิ่งเรียบร้อยแล้วให้นำมาบวกกัน

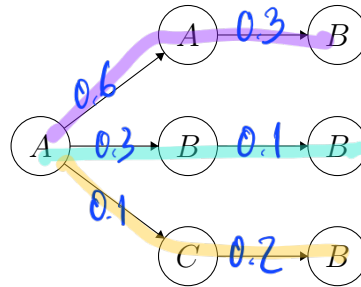
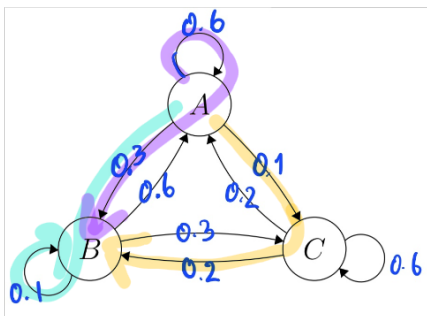
เพราะฉะนั้น เราจะได้ว่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจาก A ซ้ำมไป A ใน 2 ขั้นถัดไปมีค่าเท่ากับ

$$P(A \rightarrow_2 A) = (0.6 \times 0.6) + (0.3 \times 0.6) + (0.1 \times 0.2) = 0.56$$

ซึ่งมีผลลัพธ์เท่ากับสมาชิกในแถวที่ 1 หลักที่ 1 ที่แทนความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจาก A ไป A ในเมทริกซ์ผลลัพธ์

การเปลี่ยนสถานะจาก A ในขั้นที่ 1 ไป B ในขั้นที่ 3

วาดแผนภาพด้านล่าง โจทย์คือ จงเขียนค่าความน่าจะเป็นของการย้ายสถานะของแต่ละเส้น (มี 6 เส้น)



เพราะฉะนั้น เราจะได้ว่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจาก A ซ้ำมไป B ใน 2 ขั้นถัดไปมีค่าเท่ากับ

$$P(A \rightarrow_2 B) = (0.6 \times 0.3) + (0.3 \times 0.1) + (0.1 \times 0.2) = 0.23$$

0.18 0.03 0.02

โบนัสพิเศษ +1 คะแนน (แบบไม่หาร)

จาก 2 ตัวอย่างที่ผ่านมา น่าจะพอสังเกตลักษณะการนำตัวเลขในเมทริกซ์มาคูณไขว้กันได้ จงอธิบายวิธีการคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์จากข้อสังเกตที่ได้ พร้อมทั้งแสดงวิธีคำนวณการคูณเพื่อหาสมาชิกอีก 7 ตัวที่เหลือ

ไปที่ A
ไปที่ B

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.48 & 0.36 \\ 0.23 & 0.25 & 0.20 \\ 0.21 & 0.27 & 0.44 \end{bmatrix}$$

จาก A

$$0.3 \times 0.2 + 0.1 \times 0.2 + 0.2 \times 0.6 = 0.20$$

0.06 0.02 0.12