

Homework 7: การบ้านสุดท้าย เตรียมก่อนสอบ

วันส่ง: 16 กันยายน 2568

กำหนดส่ง: เสาร์ที่ 13 กันยายน 21:00 น.

การบ้านนี้จะเน้นเพื่อเตรียมตัวก่อนสอบ ที่สามารถจดโน้ตเข้าห้องสอบได้ 1 แผ่นตามคำสั่งหน้าข้อสอบดังนี้

2. ☒ อนุญาต ☐ ไม่อนุญาต ให้นำเอกสารกระดาษ A4 เขียนด้วยลายมือเข้าห้องสอบ 1 แผ่น ☐ อื่นๆ (ระบุ)
3. ข้อสอบทั้งหมดมีทั้งหมด 1 ตอน ตอนที่ 1 มีจำนวน 4 ข้อ 40 คะแนน
4. ข้อสอบ ☐ มี ☒ ไม่มี ตาราง/สูตรคำนวณ/เอกสารประกอบ จำนวน.....แผ่น/เล่ม
5. ☒ อนุญาต ☐ ไม่อนุญาต ให้ใช้เครื่องคำนวณทุกชนิด

เพราะฉะนั้น ในการบ้านนี้พวกเราจะมาทบทวนสิ่งที่จำเป็นก่อนสอบเพื่อเป็นแนวทางให้นักศึกษาสามารถจดโน้ตเข้าห้องสอบได้อย่างมีประสิทธิภาพ จงตอบคำถามต่อไปนี้

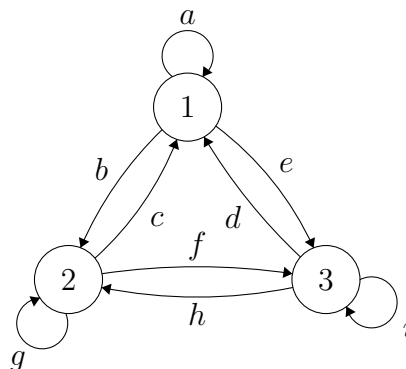
การวิเคราะห์มาร์คอฟ

สูตรในการคำนวณเกี่ยวกับมาร์คอฟมีเพียงสูตรเดียวดังนี้

$$\vec{N}^{(t+1)} = T \vec{N}^{(t)}$$

1. เมทริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (T) จะต้องมีสิ่งที่คำนึงเรื่องการเขียนดังนี้

- ◇ การเรียงตัวกันของสถานะในแนวแถวและแนวคอลัมน์ต้องเรียงตัวเหมือนกัน แต่เพราะเหตุใดเราจึงเขียนการเรียงตัวกันของค่าความน่าจะเป็นในเมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะให้ค่าที่มาจากสถานะต้นทางเดียวกันอยู่ในคอลัมน์เดียวกัน และค่าที่มีสถานะปลายทางเดียวกันอยู่ในแถวบนเดียวกัน
- ◇ วิธีการหนึ่งที่นักศึกษาจะสามารถตรวจสอบได้นำค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะมาเขียนเรียงกันในเมทริกซ์ได้ถูกต้องหรือไม่คือการดูว่าผลรวมของค่าความน่าจะเป็นในคอลัมน์เดียวกันต้องได้ 1 ในทุก ๆ คอลัมน์ จงอธิบายว่าเพราะเหตุใดถึงทำให้ผลรวมของค่าในคอลัมน์เดียวกันเป็น 1 ในทุก ๆ คอลัมน์
- ◇ เพราะฉะนั้น ถ้านักศึกษาวาดแผนภาพการเปลี่ยนสถานะได้ดังรูป (ในข้อสอบไม่มีให้วาด) จะได้เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะเป็นอย่างไร



2. เวกเตอร์แสดงอัตราส่วนของแต่ละสถานะ (\vec{N}) ซึ่งจะต้องมีลำดับการเรียงตัวของสถานะเหมือนกันกับลำดับของสถานะในเมทริกซ์ T

- ◇ เราสามารถเขียนแสดงผลได้ 2 แบบคือ (1) เวกเตอร์แสดงจำนวนคนจริง ๆ ในแต่ละสถานะ หรือ (2) เวกเตอร์แสดงความน่าจะเป็นของแต่ละสถานะ แต่ถ้าเรามีเวกเตอร์แสดงจำนวนคนอยู่ก่อน แต่โจทย์ถามเวกเตอร์ความน่าจะเป็น (หรืออัตราส่วน) จะต้องหาอย่างไร

- ◇ จงคำนวณหาเวกเตอร์แสดงความน่าจะเป็นของแต่ละสถานะจากเวกเตอร์แสดงจำนวนคน
$$\begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 70 \end{pmatrix}$$

3. สรุปแล้วลักษณะของปัญหาที่แก้ได้ด้วยการวิเคราะห์มาร์คอฟคือปัญหาแบบใด

การทํานายและพยากรณ์

กระบวนการสำคัญของการหาค่าพยากรณ์คือ (1) เตรียมข้อมูล (2) เลือกตัวแบบ (3) คำนวณตัวแบบ และ (4) วัดผลความแม่นยำของการพยากรณ์

1. ในการพยากรณ์โดยใช้ตัวแบบอนุกรมเวลา ลำดับของค่าที่จะนำมาพยากรณ์ต้องเป็นอย่างไร
2. จงระบุสูตรของตัวแบบ และอธิบายวิธีการคำนวณของแต่ละสูตรของการทำตัวแบบอนุกรมเวลา
 - ◇ Simple moving average ของระยะเวลา n เดือน
 - ◇ Weighted moving average ของระยะเวลา n เดือนแบบกำหนดน้ำหนักด้วยตัวเองเป็น $w_n, w_{n-1}, \dots, w_2, w_1$ ของเดือนย้อนหลัง 1 เดือนจนถึง n เดือนตามลำดับ
 - ◇ Exponential smoothing เหมือนกำหนด α
3. ในการวัดผล เราจะใช้วิธีที่เบสิกที่สุดในการวัดผล ซึ่งคือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (Mean Absolute Error หรือ Mean Absolute Division) จงระบุสูตรและอธิบายวิธีการคำนวณ

ทฤษฎีแถวคอย

แท้ที่จริงแล้ว ตัวแบบ $M/M/1$ ก็เป็นกรณีเฉพาะของตัวแบบ $M/M/s$ โดยที่ $s = 1$ จงใช้สูตรของ $M/M/s$ เพื่อคำนวณกรณีเฉพาะที่ $s = 1$ แล้วดูความแตกต่างระหว่างสูตรของ $M/M/1$ กับสูตรที่ได้จากการแทน $s = 1$ ใน $M/M/s$

ทฤษฎีเกม

ในบททฤษฎีเกม เราสนใจกรณี Zero-sum game กล่าวคือเป็นเกมที่ผู้ชนะได้เท่าไร ผู้แพ้จะเสียเท่านั้น

1. ในการคำนวณค่าของเกม สิ่งที่เราสมมติคือผู้เล่นทั้ง 2 ฝ่ายเป็นผู้ที่สามารถเลือกกลยุทธ์การเล่นแบบดีที่สุดได้เสมอ จึงทำให้เข้ารูปแบบการคิดด้วยการใช้ Maximin และการใช้ Minimax คำถามคือเราใช้เกณฑ์อะไรในการตัดสินใจว่า ในตารางที่ให้มาผู้เล่นฝ่ายใดต้องใช้ Maximin และผู้เล่นฝ่ายใดต้องใช้ Minimax
2. ทั้งนี้ในห้องเรียน อาจารย์ไม่ได้สอนอีกหัวข้อที่อาจารย์ท่านอื่นนำมาออกข้อสอบ ซึ่งคือหัวข้อ “กลยุทธ์เด่น” คือการที่ทั้ง 2 ฝ่ายมีกลยุทธ์มากกว่า 2 กลยุทธ์ทั้งคู่ ทำให้เราไม่สามารถใช้วิธีการแบ่งอัตราส่วนออกเป็น $p, 1 - p$ ได้ จึงต้องทำการตัดกลยุทธ์ที่ไม่ดีออกไปก่อน กล่าวคือทำให้เหลือตาราง $2 \times n$ หรือ ตาราง $m \times 2$ ให้ได้ก่อน ซึ่งจะใช้วิธีการดูว่ากลยุทธ์ใดที่ให้ผลลัพธ์แย่กว่ากลยุทธ์อื่นในทุก ๆ การเล่นของอีกฝ่าย เราจะตัดกลยุทธ์นั้นทิ้งทันที นักศึกษาสามารถอ่านเพิ่มเติมได้ที่หน้าที่ 282 ในลิงค์ <https://blog.bru.ac.th/wp-content/uploads/2024/10/%E0%B9%80%E0%B8%AD%E0%B8%81%E0%B8%AA%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B0%E0%B8%81%E0%B8%AD%E0%B8%9A%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%AA%E0%B8%AD%E0%B8%99%E0%B8%A7%E0%B8%B4%E0%B8%8A%E0%B8%B2%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%A7%E0%B8%B4%E0%B9%80%E0%B8%84%E0%B8%A3%E0%B8%B2%E0%B8%B0%E0%B8%AB%E0%B9%8C%E0%B9%80%E0%B8%8A%E0%B8%B4%E0%B8%87%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B4%E0%B8%A1%E0%B8%B2%E0%B8%93%E0%B8%97%E0%B8%B2%E0%B8%87%E0%B8%98%E0%B8%B8%E0%B8%A3%E0%B8%81%E0%B8%B4%E0%B8%88-2024.pdf> (ควรจะกดเข้าลิงค์ผ่าน pdf ได้ แต่ถ้ากดไม่ได้อาจารย์จะโพสต์ลิงค์ไว้ในบ้านอีกที) - และอาจารย์ขอสอนเพิ่มให้ผ่านในวิดีโอ