

(Finite State Markov) CHAPTER 4 (Markov Chain)

การวิเคราะห์เชิงมาร์คอฟ (Markov Analysis)

• สถานะ ของ ลูกค้า / ลินด้า

• แนวโน้มการเปลี่ยนแปลง → รูปแบบของความน่าจะเป็นของผู้คน

เจทัยธุรกิจ

สถานการณ์ต้นบท: ความภักดีของลูกค้า (Customer Loyalty)

หลังจากผ่านสถานการณ์ความไม่แน่นอนของตลาดและการตัดสินใจเรื่องกลยุทธ์การผลิตแล้ว ฝ่ายการตลาดของบริษัท ABC Furniture สังเกตเห็นปรากฏการณ์สำคัญที่กำลังส่งผลกระทบต่อผลประกอบการของบริษัท นั่นคือเรื่องของ “การรักษาฐานลูกค้าจากการหลั่งการขาย”

คุณสมชายและฝ่ายการตลาดพบข้อมูลที่น่าสนใจว่า ในแต่ละไตรมาส ลูกค้าของบริษัทมีแนวโน้มที่จะเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในการใช้บริการหลังการขายดังนี้:

- | สถานะ | (แนวโน้มการเปลี่ยนแปลง%) |
|--|--------------------------|
| ลูกค้าบ่างส่วนเป็นลูกค้าประจำ (Loyal Customers) | ↑ |
| ลูกค้าบ่างส่วนเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย (Occasional Customers) | ↔ |
| ลูกค้าบ่างส่วนเป็นลูกค้าที่หายไป (Lost Customers) | ↓ |
- ◊ ลูกค้าบ่างส่วนเป็นลูกค้าประจำ (Loyal Customers) ที่ใช้บริการต่อเนื่องทุกไตรมาส
 - ◊ ลูกค้าบ่างส่วนเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย (Occasional Customers) ที่ใช้บริการบ้างไม่ใช้บริการบ้าง
 - ◊ ลูกค้าบ่างส่วนเป็นลูกค้าที่หายไป (Lost Customers) ซึ่งหยุดใช้บริการจากบริษัท

ฝ่ายการตลาดต้องการวิเคราะห์ว่า ในแต่ละไตรมาสนั้น ลูกค้าจะเปลี่ยนแปลงสถานะจากกลุ่มนี้ไปอีกกลุ่มนึงอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแผนกลยุทธ์การตลาดและการบริหารความสัมพันธ์กับลูกค้า (CRM) ให้เหมาะสม

อีเมลจากคุณสมชาย:

ข้อความ

“ในช่วงไตรมาสที่ผ่านมา เราเริ่มสังเกตเห็นว่าฐานลูกค้าของเราเปลี่ยนแปลงเร็วมาก มีลูกค้าประจำหลายรายที่กลับเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย และลูกค้ากลุ่มเปลี่ยนใจง่ายจำนวนไม่น้อยที่หยุดใช้บริการเราไปเลย แต่ในทางกลับกัน ก็ยังมีลูกค้าใหม่ๆ ที่เปลี่ยนจากลูกค้าเปลี่ยนใจง่ายมาเป็นลูกค้าประจำได้ด้วย เราอยากวิเคราะห์ให้ลึกกว่านี้ว่าการเปลี่ยนสถานะของลูกค้าเกิดขึ้นในลักษณะไหน เพื่อช่วยให้เราออกแบบกลยุทธ์รักษาฐานลูกค้าได้ดีขึ้นครับ”

คำถามชวนคิดก่อนเรียน:

1. จากสถานการณ์ที่คุณสมชายเล่าให้ฟัง บริษัท ABC Furniture กำลังเจอกับปัญหาลักษณะใด?
2. คุณคิดว่าการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของลูกค้าในแต่ละไตรมาสเป็นเรื่องที่วิเคราะห์ได้อย่างไร?
3. หากคุณจะสร้างแบบจำลองเพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมลูกค้า คุณควรเก็บข้อมูลลักษณะใดบ้าง?

4. สถานการณ์ เช่นนี้ เหตุใดบริษัทจึงควรสนใจเรื่อง “การรักษาฐานลูกค้า”มากกว่าการหาลูกค้าใหม่เพียงอย่างเดียว?
5. คุณคิดว่าการเปลี่ยนจากลูกค้าประจำไปเป็นลูกค้าเปลี่ยนใจง่าย หรือไปเป็นลูกค้าหายไป มีความสำคัญต่างกันหรือไม่ อย่างไร?

4.1 ลักษณะของปัญหาที่ใช้ตัวแบบมาร์คอฟแก้ปัญหา

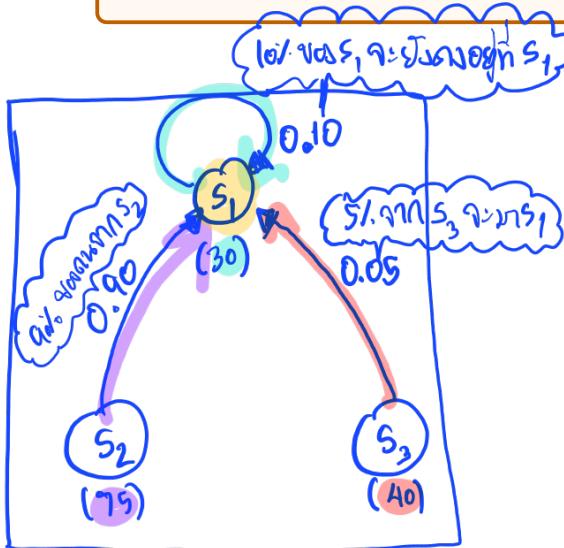
- ตัวแบบมาร์คอฟจะพิจารณาถึงความไม่แน่นอนของการเปลี่ยนสถานะในอนาคตโดยอ้างอิงจากสถานะในปัจจุบัน
 - เพราะฉะนั้นปัญหาที่จะใช้ตัวแบบมาร์คอฟต้องสามารถแยกจากสถานะ (state) ขาดออกจากกันได้ โดยแต่ละตัวอย่างจะต้องอยู่ในสถานะเดียวกันนี้และเพียงสถานะเดียวเท่านั้น
 - ต้องมีข้อมูลเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นหรืออัตราส่วนของแต่ละสถานะในปัจจุบัน
 - ต้องทราบข้อมูลเรื่องความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ (transition probability)
- ความน่าจะเป็น
การเปลี่ยน

ตัวอย่าง 4.1.1: Warm-up ความน่าจะเป็นสำหรับ Markov (ต้องใช้ความรู้เรื่อง conditional probability)

ในเหตุการณ์สมมติที่มีสถานะ 3 สถานะ สมมติเป็น s_1, s_2, s_3 โดยเราทราบความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ จากสถานะ s_1, s_2, s_3 มาเป็นสถานะ s_1 ในระยะเวลา 1 เดือน มีค่าเป็น 0.10, 0.90, 0.05 ตามลำดับ โดยในปัจจุบันเราทราบว่ามีจำนวนคนที่มีสถานะเป็น s_1, s_2, s_3 อยู่เป็น 30, 75, 40 คนตามลำดับ

คงทัน ≠ 1

- ทำไมความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ s_1, s_2, s_3 มาเป็นสถานะ s_1 ถึงรวมกันได้ไม่เท่ากับ 1
- จงหาจำนวนคนในสถานะ s_1 ใน 1 เดือนข้างหน้า



ทำให้ความน่าจะเป็นรวมกันไม่เท่า 1 !



หาก s_1 จะยังคงอยู่ที่ s_1 เมื่อ 1 เดือน $30 \times 0.10 = 3$ คน } (1 เดือนผ่านไป)

หาก s_2 จะเปลี่ยนมาที่ s_1 เมื่อ 1 เดือน $75 \times 0.90 \approx 68$ คน } จะมีคนใน $s_1 = 3 + 68 + 2 = 73$ คน

หาก s_3 } $40 \times 0.05 = 2$ คน

$$S_1(\text{เดือนถัดไป}) = P(s_1 \rightarrow s_1)(s_1) + P(s_2 \rightarrow s_1)(s_2) + P(s_3 \rightarrow s_1)(s_3) = 0.10 \times 30 + 0.90 \times 75 + 0.05 \times 40 = 73$$

!! นำไปใช้ค่าต่อๆ ไป !!

4.2 คณิตศาสตร์สำหรับตัวแบบมาร์คอฟ

จากตัวอย่างที่ผ่านมา นั้น เป็นตัวอย่างที่ได้ทำให้เห็นแนวคิดการคิดแบบความน่าจะเป็นว่าการวิเคราะห์การเปลี่ยนสถานะ นั้น จริงๆ แล้วก็คือการหาความน่าจะเป็นของ 2 เหตุการณ์ต่อเนื่องกันในรูปแบบของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) และคุณสมบัติความน่าจะเป็นรวม (Total probability)

จำนวนคนในสถานะ s_1 ในเวลาเดียว

$$\begin{aligned} &= \text{จำนวนคนทั้งหมด} \times P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_1 \text{ ในเวลาเดียว}) \\ &= N \cdot P(X^{(2)} = s_1) \\ &= N \cdot (P(X^{(1)} = s_1 \wedge X^{(2)} = s_1) + P(X^{(1)} = s_2 \wedge X^{(2)} = s_1) + P(X^{(1)} = s_3 \wedge X^{(2)} = s_1)) \\ &= N \cdot [P(X^{(1)} = s_1) P(X^{(2)} = s_1 | X^{(1)} = s_1) \\ &\quad + P(X^{(1)} = s_2) P(X^{(2)} = s_1 | X^{(1)} = s_2) \\ &\quad + P(X^{(1)} = s_3) P(X^{(2)} = s_1 | X^{(1)} = s_3)] \\ &= N \cdot [P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &\quad + P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &\quad + P(\text{สุ่มหยิบได้คน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_1)] \\ &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &\quad + (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &\quad + (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_1) \end{aligned}$$

4.2. คณิตศาสตร์สำหรับตัวแบบมาร์คอฟ

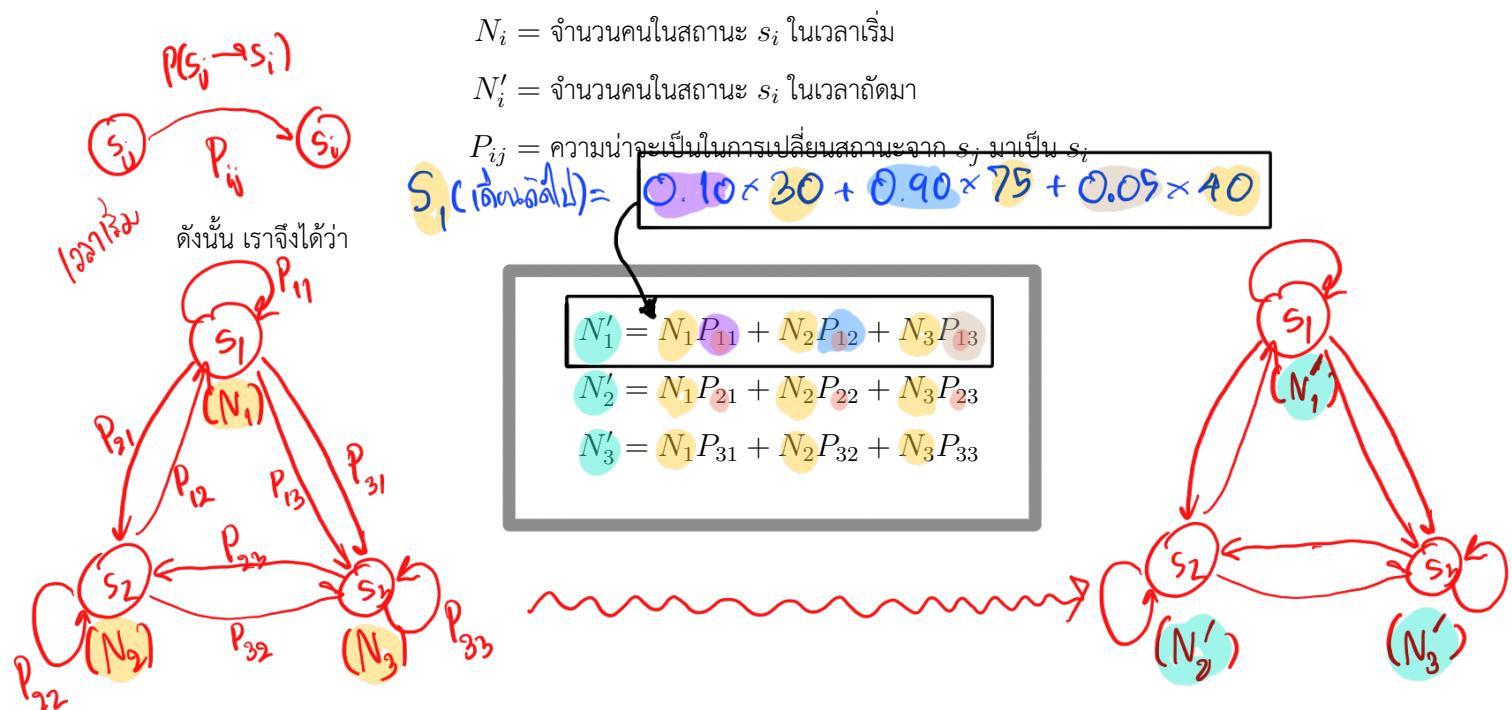
ในทำนองเดียวกัน เราจึงได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{จำนวนคนในสถานะ } s_1 \text{ ในเวลาถัดมา} &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_1) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนคนในสถานะ } s_2 \text{ ในเวลาถัดมา} &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_2) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_2) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนคนในสถานะ } s_3 \text{ ในเวลาถัดมา} &= (\text{จำนวนคน } s_1 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_1 \text{ ไปเป็น } s_3) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_2 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_2 \text{ ไปเป็น } s_3) \\ &+ (\text{จำนวนคน } s_3 \text{ ในเวลาเริ่ม}) P(\text{เปลี่ยนจาก } s_3 \text{ ไปเป็น } s_3) \end{aligned}$$

เพื่อความสะดวกในการเขียนเป็นสัญลักษณ์เมทริกซ์ในส่วนต่อไป ขอกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้



และเมื่อนำมาลงเขียนในรูปแบบเวกเตอร์จะแจ้งจำนวนคน จะได้ว่า

		s1	s2	s3		
		v	v	v		
s1	<-	0.10	0.90	0.05	30.00	72.5
s2	<-	0.00	0.00	0.00	X 75.00	= 0
s3	<-	0.00	0.00	0.00	40.00	0

ต่อร์เรกแจงจำนวนคน จะได้ว่า

$$\vec{N}' = \begin{pmatrix} N'_1 \\ N'_2 \\ N'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1)(-1) + (2)(2) + (3)(-3) \\ (4)(-1) + (5)(2) + (6)(-3) \\ (7)(-1) + (8)(2) + (9)(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -12 \\ -18 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} N_1 P_{11} + N_2 P_{12} + N_3 P_{13} \\ N_1 P_{21} + N_2 P_{22} + N_3 P_{23} \\ N_1 P_{31} + N_2 P_{32} + N_3 P_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{N}' = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \vec{N}$$

นิยาม 4.2.1: Transition Matrix

เมทริกซ์การเปลี่ยนสถานะ (transition matrix) คือ เมทริกซ์ที่ลำดับของแต่ละหลักของเมทริกซ์สอดคล้องกับลำดับสถานะ s_1, \dots, s_n โดยที่สามารถในตำแหน่งที่ ij ที่อ่านความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากสถานะ j มาเป็นสถานะ i

คณสมบัติ 4.1: การหาจำนวนคนในแต่ละสถานะในช่วงเวลาถัดไป

กำหนดให้ N_t แทนเวลาเตอร์ของจำนวนคนในแต่ละสถานะ โดยที่สำคัญของสถานะเป็น s_1, \dots, s_n และให้ P คือเมทริกซ์เปลี่ยนสถานะที่มีคำดับของสถานะเดิมกับคำดับสถานะของเวลาเตอร์ N_t จะได้ว่า

$$N_{t+1} = P N_t$$

เพราะฉะนั้น จะได้โดยง่ายว่า

$$N_{t+k} = P^k N_t$$

ทั้งนี้ เรายาจะเปลี่ยนไปใช้เวกเตอร์ที่แสดงความน่าจะเป็นแทนเวกเตอร์จำนวนคนจริง ๆ คือ

(PN)_t
P(PN_t)
R(PPN_t)

ପ୍ରତିକାଳିନୀମହିଳା !

A set of three handwritten black brackets. The first bracket is a single vertical line with a downward-pointing hook at the bottom. The second bracket consists of two vertical lines with downward-pointing hooks at the bottom, positioned side-by-side. The third bracket is a single vertical line with a downward-pointing hook at the bottom, located to the right of the second bracket.

P... PPPN_T

ตัวอย่าง 4.2.1: การคำนวณมาร์คอฟของโรงอาหาร

โรงอาหารในบริษัทแห่งหนึ่งมีเมนูประจำร้าน 3 เมนู สมมติชื่อชุด A, B และ C โดยแต่ละเมนูมีการเตรียมวัตถุดิบที่แตกต่างกันออกไป ทางร้านจึงต้องการวางแผนอัตราส่วนของปริมาณของวัตถุดิบของอาหารแต่ละประเภทที่ต้องเก็บเข้าคลังไว้เป็นรายเดือน ดังนั้น ทางร้านจึงได้ทำการสำรวจพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงประเภทอาหารที่จะทานของพนักงานในบริษัทแห่งนั้น และได้ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงประเภทอาหารที่อยากทานใน 1 เดือนดังตารางด้านล่างนี้ (ให้สมมติว่าบริษัทไม่ได้มีการสมัครเข้าหรือออกกับบอย และในบริษัทนี้ร้านอาหารผูกขาดอยู่ร้านเดียว)

		เมนูที่ทานเดือนนี้		
		A	B	C
เมนูที่ทานเดือนก่อน	A	0.6	0.6	0.2
	B	0.3	0.1	0.2
		0.1	0.3	0.6

สมมติว่าในเดือนนี้มีปริมาณการทานอาหารเมนู A, B, C เป็นจำนวน 60 ครั้ง, 100 ครั้ง, 40 ครั้ง ตามลำดับ

- จงหาว่าในเดือนถัดไปจะมีการทานอาหารในแต่ละเมนูกี่ครั้ง
- จงหาว่าในอีก 2 เดือนถัดไปจะมีการทานอาหารในแต่ละเมนูกี่ครั้ง

$$\text{เมตริกซ์การเปลี่ยนลักษณะ } P = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \quad N_0 = \begin{pmatrix} 60 \\ 100 \\ 40 \end{pmatrix}$$

↑
↓
↓
↓

$$\therefore \text{ในเดือนถัดไป } N_1 = PN_0 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 60 \\ 100 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (0.6)(60) + (0.6)(100) + (0.2)(40) \\ (0.3)(60) + (0.1)(100) + (0.2)(40) \\ (0.1)(60) + (0.3)(100) + (0.6)(40) \end{bmatrix}$$

N คือเมนูที่จะทานต่อไป
(เดือนถัดไป)

= MMULT(□, □)

0.60	0.60	0.20		60.00		104
0.30	0.10	0.20	x	100.00	=	36
0.10	0.30	0.60		40.00		60

↓ ↓

SUM 200 SUM 200

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 60.00 & 100.00 & 40.00 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 104 & 36 & 60 \\ \hline \end{array}$$

sum = 200.00 200

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.30 & 0.50 & 0.20 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ \hline \end{array}$$

sum = 1.00 1.00

ข้อ 2 เส้นทาง $P \times (P \times N)$

เส้นทาง 1 มีเท่านั้น

เส้นทาง 2 มีเท่านั้น

$(P \times P) \times N$ การผลิตผลิตภัณฑ์ 1 ตัว

การผลิตผลิตภัณฑ์ 2 ตัว

คำนวณเมื่อ

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 60.00 & 100.00 & 40.00 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 104 & 36 & 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 104.00 & 36.00 & 57.00 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 96 & 47 & 57 \\ \hline \end{array}$$

P^2

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.56 & 0.48 & 0.36 \\ \hline 0.23 & 0.25 & 0.20 \\ \hline 0.21 & 0.27 & 0.44 \\ \hline \end{array}$$

N^2

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 60 & 100 & 40 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 60 & 100 & 40 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 96 & 47 & 57 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 96.774 & & \\ \hline 45.161 & & \\ \hline 58.064 & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 96.774 & & \\ \hline 45.161 & & \\ \hline 58.064 & & \\ \hline \end{array}$$

4.3 การวิเคราะห์สถานะคงที่

↑ 107 เท่าสถานะคงที่ของ P

นิยาม 4.3.1: สถานะคงที่ (Steady State)

สถานะคงที่ของกระบวนการมาร์คอฟคือเวกเตอร์สถานะที่เมื่อผ่านขั้นตอนถัดไปแล้วมีสถานะคงเดิม (อัตราส่วนเท่าเดิม) กล่าวคือเวกเตอร์ \vec{s} จะเป็นสถานะคงที่ของเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ P ก็ต่อเมื่อ

$$P\vec{s} = \vec{s}$$

$$P(c\vec{s}) = (c\vec{s}) \quad \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A/(A+B+C) \\ B/(A+B+C) \\ C/(A+B+C) \end{bmatrix}$$

๑ ทั้งนี้เวกเตอร์ที่เป็นสเกลของเวกเตอร์สถานะคงที่ยังคงเป็นสถานะคงที่ เช่นกัน ดังนั้นในบางครั้งเราราจจะระบุเพียงแค่เวกเตอร์ความน่าจะเป็น ณ สถานะคงที่ ซึ่งคือทุกสมาชิกในเวกเตอร์รวมกันได้ 1 \rightarrow 107 เท่าสถานะคงที่ \vec{s}
๒ ในกรณีที่ c ไม่เท่ากับ 1 กรณีนี้เรียกว่า \vec{s} เป็น eigenvector ที่สอดคล้องกับ eigenvalue = 1 ของเมตริกซ์ P

ตัวอย่าง 4.3.1: เวกเตอร์สถานะคงที่

จงหาเวกเตอร์ความน่าจะเป็น ณ สถานะคงที่ของเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะของผู้รับบริการ $\begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$ และถ้า

สมมติว่า ณ เวลาหนึ่น มีผู้รับบริการทั้งหมดอยู่ 500 คน จะมีคนอยู่ในแต่ละสถานะกี่คน

0.57143

0.42857

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{จงหา } x+y=1} \begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (\text{ เพราะ } \vec{s} \text{ หมายถึง } \vec{x} + \vec{y} = 1) \\ \left(\begin{array}{l} 0.7x + 0.4y \\ 0.3x + 0.6y \end{array} \right) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ \therefore \text{ จะได้ระบบสมการ} \quad \begin{array}{l} 0.7x + 0.4y = x \\ 0.3x + 0.6y = y \end{array} \\ \begin{array}{l} 0.4y = 0.3x \\ y = \frac{0.3x}{0.4} = \frac{3}{4}x \end{array} \quad \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x + \frac{3}{4}x = 1 \\ \frac{7}{4}x = 1 \\ x = \frac{4}{7} \end{array} \quad \begin{array}{l} 0.3x = 0.4y \\ y = \frac{0.3x}{0.4} = \frac{3}{4}x = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{7} \end{array} \\ \text{ เวกเตอร์สถานะคงที่ } = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} \\ \frac{3}{7} \end{bmatrix} \end{array}$$

4.3. การวิเคราะห์สถานะคงที่

ตัวอย่าง 4.3.2: มาร์คอฟของโรงอาหาร (ต่อ)

จากตัวอย่างสถานะการโรงอาหารในบริษัทในตัวอย่าง 4.2.1 จงหาว่าต้องมีอัตราส่วนของคนชอบเมนูอาหารใดเท่าไรรึบ้างถึงจะอยู่ในสภาวะที่ไม่ต้องเปลี่ยนแปลงปริมาณการเก็บวัตถุดิบในเดือนถัดไป

$P =$	$\begin{array}{ c c c } \hline 0.60 & 0.60 & 0.20 \\ \hline 0.30 & 0.10 & 0.20 \\ \hline 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 0.48387 \\ \hline 0.22581 \\ \hline 0.29032 \\ \hline \end{array}$
-------	--	---

ที่ excel ได้ผลลัพธ์

คิด/แก้สมการดังนี้: ในรูป $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ จะมี $x+y+z=1$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

แบบฝึกหัด

Homework