Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Facultad de Ciencias Exactas

Teoría de la Información

Entrega 3: Canales de Comunicación.

Alumnos:

Lacoste, Yamil(libreta 247908).

Luti, Alberto(libreta 247991).

Fecha de entrega: 2 de Junio del 2016.

1) En el primer paso, se interpretó el modelo que describe el canal, a partir de una imagen de entrada y una imagen de salida obtenida después de ser transmitida por el canal.
Inicialmente leemos la imagen original con la finalidad de conocer la cantidad de colores distintos que están presentes en la misma. Luego recorremos ambas imágenes simultáneamente y guardamos por cada par de píxeles leídos: la cantidad de veces que se realiza dicha transición, y el número de ocurrencias de cada uno.
Con la información obtenida, calculamos los valores que contienen las siguientes estructuras:

- Matriz conjunta: guarda la probabilidad conjunta entre un símbolo origen y uno destino. Es decir, la probabilidad de que un símbolo origen se convierta en un símbolo destino. Por lo tanto, la suma de todas las probabilidades es uno.
$$P(x_i, y_j) = \#\ transiciones\ x_i, y_j\ /\ \#\ transiciones\ totales$$

- Marginal X: guarda la probabilidad de ocurrencia de cada símbolo origen.
$$P(x_i) = \#\ ocurrencias\ x_i\ /\ \#\ ocurrencias\ totales$$

- Marginal Y: igual a marginal X pero para símbolos destino.
$$P(y_j) = \#\ ocurrencias\ y_j\ /\ \#\ ocurrencias\ totales$$

- Matriz condicional X: guarda la probabilidad de que por el canal salga un cierto símbolo destino, si se conoce el símbolo origen que ingresó. Por lo tanto, la suma de sus columnas es uno.
$$P(y_j/x_i) = P(x_i, y_j)\ /\ P(x_i)$$

- Matriz condicional Y: guarda la probabilidad de que por el canal entre un cierto símbolo origen, si se conoce el símbolo destino que salió. Por lo tanto, la suma de sus columnas es uno.
$$P(x_i/y_j) = P(x_i, y_j)\ /\ P(y_j)$$

Por último en base a lo obtenido anteriormente, calculamos el ruido, la pérdida y la información mutua del canal.

- Ruido: es la incertidumbre sobre la salida conociendo la entrada.
$$H(y/x) = \sum_{i=0}^{n} x_i \star \sum_{j=0}^{n} P(y_j/x_i) \star log_2 P(y_j/x_i)$$
- Pérdida: es la incertidumbre sobre la entrada conociendo la salida.
$$H(x/y) = \sum_{j=0} y_j \star \sum_{i=0} P(x_i/y_j) \star log_2 P(x_i/y_j)$$
- Información mutua:
$$H(x,y) = H(y) - H(y/x)$$

2) A partir de una imagen y la matriz de pasaje del canal del inciso anterior generamos una nueva imagen.
Antes de empezar a leer la imagen, generamos la matriz de probabilidad acumulada, a partir de la matriz de pasaje.
$$P_{acum}(y_j/x_i) = \sum_{k=0}^{j} p(x_i, y_k)$$

Leemos la imagen, y para cada símbolo leído: mediante la matriz de probabilidad acumulada obtenemos un símbolo de salida y lo insertamos en la nueva imagen. Luego guardamos la cantidad de veces que se realiza dicha transición, y el número de ocurrencias de cada uno. Por último volvemos a realizar los cálculos de ruido, pérdida e información mutua.
Los resultados obtenidos demostraron que al transmitir una imagen por un canal imperfecto, se obtuvo distinta cantidad de ruido, pérdida e información mutua que en el ejercicio anterior, debido a que las probabilidad de aparición de cada píxel cambio ya que la imagen a enviar por el canal es distinta. La conclusión es que se necesita en promedio entre una y dos preguntas binarias, con mayor probabilidad de una pregunta para determinar la salida conocida la entrada (ruido) y también para determinar la entrada conocida la salida(perdida).

3) Utilizando el mismo canal del inciso anterior, por simulación computacional transmitimos un número determinado de símbolos para algunos casos o transmitimos hasta llegar a la convergencia en otro. Por lo tanto, para iniciar una simulación es necesario:

- Cota de convergencia: se llega a la convergencia cuando, la diferencia de entre el último estado y el anterior a éste es menor a dicha cota.
- Máximo iteraciones: alcanzado el máximo, a pesar de no haber llegado a la convergencia se termina la simulación.
- Mínimo de iteraciones: jamás se verifica realmente si se llegó a la convergencia hasta no haber superado dicho límite.
- Probabilidades de ocurrencia de los símbolos origen: se utilizan las probabilidades halladas del primer inciso.

Antes de iniciar la simulación, es necesario obtener las probabilidades acumuladas para la emisión de símbolos y para obtener sus respectivas salidas:

- Lista de probabilidad acumulada generada a partir de las probabilidades de ocurrencia de los símbolos de origen.

$$P_{acum}(x_i) = \sum_{k=0}^{i} p(x_k)$$

- Matriz de probabilidad acumulada generada a partir de la matriz de pasajes (explicado en el inciso anterior).

  La simulación consiste en:

- Establecer las condiciones iniciales para luego ciclar hasta que se llega a la convergencia o se supera el límite permitido.
- Dentro del bucle, generamos un símbolo origen y posteriormente un símbolo de salida utilizando las probabilidades acumuladas de la lista y matriz respectivamente.
- Además guardamos la cantidad de veces que se realiza dicha transición, y el número de ocurrencias de cada símbolo origen y destino.
- Antes de iniciar la siguiente iteración calculamos las probabilidades de ocurrencia de los símbolos destino. Representan el estado actual, y al inicio de cada iteración los comparamos con el estado anterior para saber cuando se llega a la convergencia.
- Al finalizar la simulación, volvemos a realizar los cálculos de ruido, pérdida e información mutua.

Al transmitir por el canal diferentes cantidades de datos, se llegó a la conclusión que cuando se aumentó el número de datos enviados por el canal se aproximo mejor los resultados comparados con el resultado obtenido durante la convergencia en el número de iteraciones 203898.