

# CURSO DE INGRESO **2022**



UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE  
LA MATANZA



INGENIERÍA

Amelia Zerillo  
Coordinadora General  
Liliana Luppi, Silvia Gómez  
Sandra Rocaro, Nora Smael  
Coordinadoras

# Seminario de Comprensión y Producción de Textos

---

Colaboraron en la redacción y corrección de este manual:

Claudia Bermúdez, Patricia Bukaczewski,  
Verónica González, Lilian Iwachow, Ana Laura Maizels, Susana  
Narvaja, Vanesa Sáenz, Alejandra Val, Claudia Violanti



# PRESENTACIÓN

## ¿CÓMO LEER ESTE MANUAL?

Esta sección del manual de ingreso a la UNLaM está organizada en dos partes. La primera corresponde a los módulos teórico-prácticos, diseñados para la revisión y apropiación de conocimientos respecto de la lectura y escritura de géneros académicos. La segunda parte del manual de Seminario corresponde a los anexos.

### Anexo de lecturas

En este anexo presentamos un conjunto de textos destinados a las prácticas de lectura y escritura de Seminario.

Desde la iniciación del curso de ingreso, tenés que saber que vamos a leer y escribir sobre algunas problemáticas sociales que nos involucran a todos. Entre ellas, las vinculadas a los medios de comunicación masiva (radio, TV, cine, diarios) y la Universidad, actores importantes en la divulgación de conocimientos y creencias que abordarás durante la formación profesional.

La idea de adelantarte los temas de las lecturas tiene un objetivo muy claro: hacerte comprender que desde este momento necesitás estar atento a todo lo que se diga o publique sobre las problemáticas que abordamos. Si sos de los que no escuchan ni leen noticias, te sugerimos comenzar a hacerlo: ser universitario significa, en parte, “estar atento a lo que sucede en el mundo/universo” y, de algún modo, “tener los pies sobre la tierra”.

También encontrarás lecturas que abordan temáticas específicas de las distintas carreras universitarias. Después de leer cada texto, te recomendamos hacer un buen resumen y registrar tu opinión sobre lo leído.

### Anexo de Códigos Normativos para la Escritura

En esta sección se presentan normas que facilitan la comprensión y la comunicación escrita. Si tenés problemas de ortografía, si tenés problemas de puntuación (con los puntos, las comas, los signos gráficos, las mayúsculas, etc.), es aconsejable reducir estas dificultades. Aunque es cierto que escribir bien no consiste simplemente en escribir sin errores gramaticales ni ortográficos, si lo que escribimos no transmite lo que queremos decir o no se adecua a las normas académicas, eso puede dificultar el acceso y/o el posterior desempeño en la carrera elegida. Lo mismo sucede al leer ya que, por ejemplo, la ubicación de unas simples comas puede cambiar todo el sentido de un enunciado.

### Anexo de Modelos de Examen

Como sabemos que los exámenes generan mucha ansiedad a los estudiantes y especialmente a los ingresantes debido a que la universidad constituye un mundo nuevo con el que no están familiarizados, en este anexo te explicamos cómo será el examen de Seminario.

### Recomendaciones

-Te aconsejamos leer todo el manual antes de comenzar el curso para que vayas conociendo de antemano los temas a trabajar. Si algún contenido es absolutamente desconocido, buscá información, siempre es bueno saber de qué se trata. Nuestra plataforma virtual puede ayudarte en esto. Podés ingresar a MieL (Materias Interactivas en Línea / <http://miel.unlam.edu.ar>) utilizando tu DNI como nombre de usuario y contraseña.

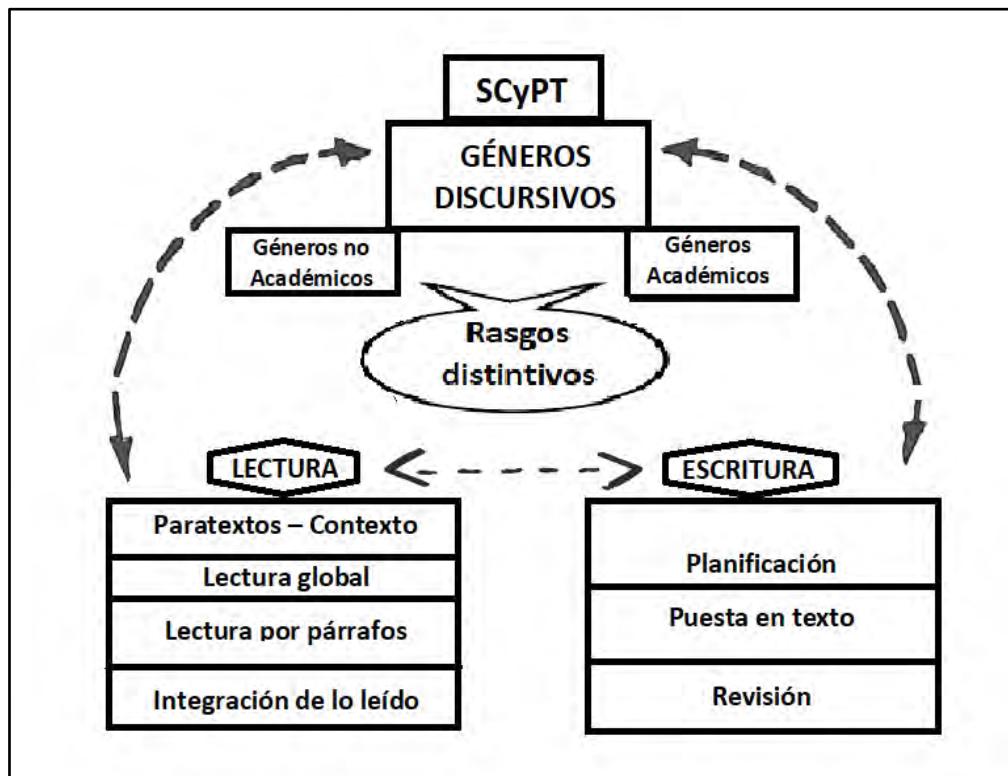
-Como ya se mencionó, es fundamental que leas y conozcas este manual en detalle, es único e irremplazable. Si solicitás apoyo, que sea el de los profesores de Seminario.

-Los exámenes corregidos de esta materia son confidenciales y no se venden en ningún lugar. No somos responsables de los materiales que circulan y se venden fuera de nuestra universidad, y no han sido publicados por Seminario. Consultá siempre con tus profesoras y profesores, son las personas que más saben de esta materia.

-Como forma de contacto te dejamos la dirección de nuestro blog <https://ingresantesseminario.blogspot.com/> y el siguiente mail: consultasemunlam@gmail.com. Más adelante, en el curso, sabrás de las clases de apoyo y te notificarán sus fechas.

A continuación, incluimos un mapa conceptual de la materia para que adviertas rápidamente los contenidos.

## Mapa conceptual



## **Propuesta de la Cátedra**

El proceso de aprendizaje de esta materia se afirma en la vinculación sistemática de lectura, producción escrita y crítica. La organización del trabajo comporta la articulación de un conjunto de núcleos temáticos que funcionan como ejes estructurantes de las actividades específicas que facilitan la adquisición y el desarrollo de diferentes habilidades involucradas en el ejercicio de las prácticas mencionadas.

## **Contenidos del manual**

- Módulo 1 – Géneros discursivos
- Módulo 2 – Lectura
- Módulo 3 – Escritura de textos académicos
- Anexo de lecturas recomendadas
- Anexo de códigos normativos para la escritura
- Modelos de examen

## **OBJETIVOS DE LA MATERIA**

### **General**

- Promover la adquisición de estrategias de lectura y escritura en géneros académicos que optimicen el aprendizaje del alumno universitario.

### **Específicos**

- Promover la práctica de la lectura crítica y de la escritura académica partiendo de una reflexión sobre los textos.
- Facilitar la adquisición de estrategias de lectura y de escritura, basadas en el conocimiento de la situación de comunicación que se genera a partir de la interacción con los textos.
- Propiciar la interacción entre el lector y los textos; la confrontación de textos y la evaluación de diferentes enfoques sobre un fenómeno.

## **SECUENCIA DE ACTIVIDADES**

CLASE	TEMAS	OBJETIVOS
1	PRESENTACIÓN DE LA MATERIA Y DEL MANUAL. MÓDULO 1 Géneros discursivos	-que los alumnos se apropien del manual. -que los alumnos comiencen a identificar textos académicos y no académicos.
2	MÓDULO 1 Géneros discursivos/Enunciación/ Registros	-que los alumnos identifiquen los géneros discursivos por sus características
3	Secuencias textuales/Secuencia argumentativa.	-que los alumnos distingan las secuencias, en especial la explicativa y la argumentativa.
4	Textos académicos	-que los alumnos adquieran herramientas para la lectura y la escritura de distintos textos académicos.
5	MÓDULO 2	-que los alumnos realicen lecturas completas y críticas de los textos.

	Lectura/Proceso de lectura/Lectura crítica	
6	Estrategias de la explicación y de la argumentación	-que los alumnos reconozcan estrategias con la finalidad de comprender mejor los textos.
7	Actividad integradora del módulo de lectura	-que los alumnos realicen un modelo de examen completo.
8	MÓDULO: 3 Escritura de textos académicos	-que los alumnos reconozcan y escriban distintos textos académicos siguiendo el proceso de escritura.
9	Informe de Lectura Descriptivo	-que los alumnos planifiquen un ILD
10	Coherencia y cohesión	-que los alumnos escriban ILD con coherencia y cohesión
11	Actividad integradora del módulo de escritura	-que los alumnos realicen un modelo de examen completo.
12	Clase de consultas y práctica de un modelo de examen	-que los alumnos realicen un simulacro de examen. -que los alumnos utilicen la clase para aclarar dudas.

## EVALUACIÓN

### El examen final. Sus características

Las evaluaciones serán diseñadas de modo tal que permitan poner en correlación habilidades de comprensión y producción de textos de diferentes géneros discursivos.

El examen tendrá una duración de 90 minutos y constará de tres partes fundamentales:

- Lectura silenciosa del texto de examen
- Resolución de una consigna teórico/práctica con modalidades diversas: ejercicios de completamiento, de opción múltiple, de justificación de la/s respuesta/s elegida/s, de construcción de respuesta.
- Escritura: a) escritura de un informe descriptivo del texto leído; b) breve producción de un texto crítico en relación con la propuesta del texto fuente. Este escrito podrá tener la forma de respuesta a una pregunta o de texto independiente según la consigna.

El texto fuente del examen tratará sobre un tema vinculado al corpus de lecturas trabajado en la cursada. A continuación, te presentamos un modelo evaluación:

### Modelo de examen

(IMPORTANTE: Tanto el orden en que se presentan las consignas como su formulación pueden ser alterados)

#### PARTE A-

1) Leer el siguiente texto y luego resolver la consigna de parcial.

#### DISCURSO Y RACISMO<sup>1</sup>. Teun Dijk

Para la mayoría de la gente, y probablemente también para muchos lectores de este capítulo, la noción de racismo no se asocia inicialmente a la de discurso. Asociaciones más obvias serían discriminación, prejuicio, esclavitud o *apartheid*, entre muchos otros conceptos

relacionados con la dominación étnica o 'racial', la desigualdad tratada a lo largo de este escrito. Ahora bien, aunque el discurso puede parecer sólo 'palabras' el texto y la charla juegan un papel vital en la reproducción del racismo contemporáneo.

Esto es especialmente verdad para las formas más perjudiciales de racismo contemporáneo, a saber, las de las *élites*. Las *élites* políticas, burocráticas, corporativas, mediáticas y educativas controlan las dimensiones y decisiones más cruciales de la vida cotidiana de las minorías y los inmigrantes: entrada, residencia, trabajo, vivienda, educación, bienestar, salud, conocimiento, información y cultura. Realizan este control en gran parte hablando o escribiendo, por ejemplo, en las reuniones de gabinete y las discusiones parlamentarias, en entrevistas de trabajo, en los noticiarios, anuncios, lecciones escolares, libros de textos, artículos científicos, películas o *talk shows*, entre muchas otras formas de discurso de la *élite*.

Es decir, al igual que es cierto para otras prácticas sociales dirigidas contra minorías, el discurso puede ser en primera instancia una forma de discriminación verbal. El discurso de la *élite* puede constituir así una forma importante de racismo de la *élite*. De la misma manera, la (re)producción de los prejuicios étnicos que fundamentan dichas prácticas verbales, así como otras prácticas sociales ocurre en gran parte a través del texto, de la charla y de la comunicación.

### **Los discursos**

Los discursos tienen variadas estructuras, las cuales también se pueden analizar de diversas maneras dependiendo de las distintas perspectivas generales o del tipo de género analizado. Se asumirá aquí que tanto el texto escrito/impreso como la charla oral pueden analizarse así en distintos niveles a través de varias dimensiones. Cada uno de éstos puede estar directa o indirectamente implicado en una interacción discriminatoria contra miembros de grupos minoritarios o a través de un discurso sobre ellos, por ejemplo, de las siguientes maneras. Las formas directas están vinculadas con las representaciones que la *élite* reproduce en sus discursos en forma explícita, señalando verbalmente los rasgos que la vuelven superior en relación con otros sujetos sociales (Ej: los idiomas europeos están más desarrollados que los restantes). Las formas indirectas tienen que ver con lo no dicho, se dan, por ejemplo, en los medios, al seleccionar y tratar temas que interesan a la *élite*, y descartar otros como poco importantes, por ejemplo, los reclamos de un grupo minoritario.

### **Los informes de noticias**

Las conversaciones cotidianas son el lugar natural del racismo popular diario. Gran parte de ellas se inspira en los medios de comunicación. Los hablantes refieren rutinariamente a la televisión o al periódico como su fuente (y autoridad) del conocimiento o de las opiniones sobre las minorías étnicas. Esto es particularmente así para aquellos temas que no pueden observarse directamente en la interacción cotidiana, incluso en aquellos países o ciudades étnicamente heterogéneas. La inmigración es un ejemplo prominente.

Los informes de noticias en la prensa tienen una estructura esquemática convencional que consiste en categorías tales como el título, el encabezado, los eventos centrales, el contexto, etc. Así, podemos centrarnos en los títulos y encabezados y ver que en las noticias tienden a enfatizar las características negativas de las minorías. Muchas investigaciones han demostrado efectivamente esto. En un estudio holandés, por ejemplo, encontramos que, de 1500 títulos relacionados con temas étnicos, ninguno era positivo cuando implicaba a minorías como agentes activos, responsables, mientras que esto era completamente normal cuando uno de Nosotros era el agente semántico en un título.

Las *élites*, especialmente en Europa, son virtualmente siempre blancas, y también controlan los contenidos, las formas, el estilo y las metas de las noticias y del periodismo. No es sorprendente, por lo tanto, que los medios de comunicación de masas, y especialmente la

derecha, la prensa sensacionalista, sean en mayor medida parte del problema del racismo que parte de su solución.

En suma, especialmente en las sociedades de la información contemporáneas, el discurso se aloja en el corazón del racismo. Con esto hemos planteado que el racismo es aprendido y no natural o innato.

van Dijk, T. (2001). Discurso y Racismo, en *Persona y Sociedad*, Universidad Alberto Hurtado, ILADES. Recuperado de <http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf>

**2) Resolver las preguntas atendiendo a las normas de construcción de respuestas de parcial:**

- ¿El texto de van Dijk tiene marcas enunciativas?, ¿cuáles son esas marcas? Fundamentar la respuesta con una cita del texto. (2 puntos)

### Parte B.

Escritura de textos largos

a) Escribir un informe de lectura descriptivo teniendo en cuenta los requerimientos del género que le dio origen. (Extensión aprox. 20 líneas, 5 puntos)

b) De acuerdo con la propia experiencia y las lecturas realizadas, escribir una opinión sobre la propuesta del autor. Fundamentar la misma desarrollando una argumentación personal. (Este texto vale 3 puntos, extensión aprox. 10 renglones)

### ¿Cómo se evalúa un informe?

<b>Referencia bibliográfica (0,25)</b>	0,25
<b>Introducción (1)</b>	
Presentación del autor	0,25
Presentación del TF	0,25
Contexto	0,25
Tema	0,25
<b>Descripción (1)</b>	
Quaestio	0,50
Finalidad	0,25
Género discursivo	0,25
<b>Desarrollo (1,75)</b>	
Hipótesis del TF	0,50
Argumentación del TF	1,00
Ánalisis ideológico/ comparación con otros autores:	0,25
<b>Conclusión (0,50)</b>	0,50
<b>Normativa (0.50 p.)</b>	0.50
Respeto de las normas de escritura relacionadas con la cohesión, coherencia, ortografía, puntuación, registro, construcción sintáctica, concordancia, etc.	

# BIBLIOGRAFÍA

- ARNOUX, E. (1992) *Elementos de semiología y análisis del discurso*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Cursos Universitarios.
- ARNOUX, E. (1996) *Talleres de lectura y escritura*. Buenos Aires, Argentina: UBA.CBC.
- BAJTIN, M. (1982) *Estética de la creación verbal*. Ciudad de México, México: Siglo XXI.
- BENVENISTE, E. (1986) *Problemas de lingüística general*. Tomo I. Ciudad de México, México: Siglo XXI.
- (1996) *Problemas de lingüística general*. Tomo II. Ciudad de México, México: Siglo XXI.
- CASSANY, D. (1996) *Describir el escribir*. Barcelona, España: Paidós.
- (1995) *La cocina de la escritura*. Barcelona, España: Anagrama.
- CIAPUSCIO, G E. (1994) *Tipos textuales*. Buenos Aires, Argentina: UBA. CBC.
- GREGORIO DE MAC, M. I. y de. REBOLA DE WELTI, M. C. (1992) *Coherencia y cohesión en el texto*. Buenos Aires, Argentina: Plus Ultra.
- KERBRAT-ORECCHIONI, C. (1993) *La enunciación. De la subjetividad del lenguaje*. Buenos Aires, Argentina: Edicial.
- KLEIN, I (2007). *El taller del escritor universitario*. CABA, Argentina: Prometeo.
- LAVANDERA, B. (1975) *Curso de lingüística para el análisis del discurso*. Buenos Aires, Argentina: CEAL.
- MARÍN, M. y HALL, B. (2015). *Prácticas de lectura con textos de estudio*. CABA, Argentina: Eudeba.
- MENENDEZ, S. M. (1993) *Gramática Textual*. Buenos Aires, Argentina: Plus Ultra.
- PERELMAN, Ch y OLBRECHTS-TYTECA (1989) *Tratado de la argumentación. La nueva retórica*. Madrid, España: Gredos. Biblioteca Románica Hispánica.
- SANCHEZ MIGUEL, E. (1993) *Los textos expositivos. Estrategias para mejorar su comprensión*. Madrid, España: Santillana.
- SILVESTRI, A. (1995) *Discurso instruccional*. Buenos Aires, Argentina: UBA. CBC.
- TOULMIN, S (2007) Los usos de la argumentación. Barcelona, España: Ediciones Península.
- van DIJK, T. (1990) *La noticia como discurso*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- van DIJK, T. (1983) *La ciencia del texto*. Barcelona, España: Paidós.
- VIGNAUX, Ch. (1986) *La argumentación. Ensayo de lógica discursiva*. Buenos Aires, Argentina: Hachette.
- ZAMUDIO, B. (1991) *Temas de argumentación*. Buenos Aires., Argentina: Biblos.

# MÓDULO 1

## GÉNEROS DISCURSIVOS

### 1. LOS GÉNEROS DISCURSIVOS

#### 1.1. ¿QUÉ SON LOS GÉNEROS DISCURSIVOS Y POR QUÉ ES NECESARIO SABER SOBRE GÉNEROS DISCURSIVOS?

Los géneros discursivos son enunciados de distinta extensión con un valor comunicativo y sentido pleno. Estos enunciados se caracterizan por tener rasgos particulares que permiten su clasificación y distinción. Su conocimiento es de suma utilidad a la hora de leer o producir discursos. En efecto, estas actividades son relativamente más sencillas cuando sabemos a qué género pertenece el texto en cuestión, es decir, si vamos a leer o escribir un mail, un resumen, una invitación, etc.

De hecho, si nos dicen que tenemos que enviar un wasap (y disponemos de los recursos y la experiencia para hacerlo), seguramente sabremos cómo tenemos que escribirlo, cómo empezamos, cómo seguimos y con qué tipo de palabras (o emoticones) lo escribiremos, ya que -así como cada esfera social requiere un comportamiento determinado y nadie asistiría a un velatorio en malla- cada género requiere una manera de utilizar el lenguaje acorde con el destinatario, el tema, el propósito que se persigue y el lugar desde el que se habla.

Nuestras competencias sobre los distintos géneros discursivos se manifiestan cotidianamente toda vez que decimos: esto es una “publicidad”, esto es una “historieta”, esto es un “cuento”, esto es una “crónica”, esto es un “manual” esto es un “anuncio publicitario”, esto es un “posteo”, etc. Y también cuando podemos ubicar esos géneros dentro de un ámbito de producción y reconocer que se trata, por ejemplo, de una publicidad política, religiosa o literaria (entre otras posibilidades).

**Ampliar en  
Módulo 2  
1.2. ¿Cómo  
debemos leer  
un texto  
académico?**

En efecto, el reconocimiento de los géneros es más sencillo cuando se trata de aquellos que utilizamos habitualmente en la vida cotidiana. Identificamos, casi sin problemas, los géneros del ámbito periodístico: el artículo de opinión, la noticia (local, internacional, política, económica, deportiva, cultural), la crónica, el reportaje, el editorial, la entrevista, la crítica (literaria, cinematográfica, deportiva, etc.). Y, también, los correspondientes al ámbito literario en sus distintos géneros y subgéneros. En el género narrativo, por ejemplo, distinguimos el cuento de la novela; en el género lírico, el romance del soneto, etc.; en el género dramático, la comedia de la tragedia, etc.

En el ámbito de la universidad, trabajamos con los géneros académicos. Leemos manuales, artículos académicos, ensayos. Escribimos informes, parciales, monografías, tomamos apuntes. Algunos de estos géneros son más conocidos que otros. Para que comencemos a entrar en tema, en el próximo apartado trabajaremos comparando los géneros periodísticos con los géneros académicos y al final del capítulo te presentaremos formalmente estos últimos.

## 1.2. FORMA DE RECONOCIMIENTO DE LOS GÉNEROS DISCURSIVOS

Los géneros discursivos van cambiando con el tiempo, sufren alteraciones e hibridaciones que a veces complejizan su reconocimiento (un mail es una carta, pero ambos no son exactamente iguales). No obstante, algunos rasgos que se reiteran en los textos permiten ubicarlos en un universo conocido, o en el que más se les aproxima. Tratemos de identificar algunos de ellos analizando los textos que siguen. Como ayuda para esta actividad, al finalizar la lectura, encontrarás un cuadro para completar y comparar los rasgos observados.

Texto N°1

The screenshot shows a news article from the website of the newspaper 'Diario Jaén'. The header features the newspaper's logo 'JAEN' with the tagline 'HACEMOS GLOBAL LO LOCAL'. Below the logo, the word 'Jaén' is displayed. The main title of the article is 'Detenido por acosar y amenazar a mujeres en redes sociales' (Arrested for harassing and threatening women online). Below the title is a black and white photograph showing a person wearing a dark shirt with 'GUARDIA CIVIL' printed on the back, sitting at a desk with a computer monitor. A caption below the photo reads 'Detenido por acosar y amenazar a mujeres en redes sociales.' At the bottom left of the article, it says 'REDACCIÓN' and '28 MAY 2018 / 15:17 H.'

**Jaén, 28 mayo de 2018 (EFE).** - La Guardia Civil ha detenido a un vecino de la comarca de Cazorla (Jaén), de 26 años, por presuntamente acosar a mujeres a través de las redes sociales.

La investigación se inició, según informa la Guardia Civil en un comunicado, a principios de 2016, al recibir varias denuncias de mujeres de entre 20 y 30 años, en las que manifestaban estar siendo acosadas por redes sociales.

Las víctimas presentaron denuncia en dependencias oficiales de la Guardia Civil de las localidades jiennenses de Jódar, Alcalá la Real y Mancha Real manifestando que un desconocido, tras contactar con ellas a través de redes sociales mediante una identidad falsa, consiguió de las jóvenes la suficiente confianza para iniciar una relación de amistad.

Una vez conseguida la confianza de las jóvenes y la obtención de algunos datos comprometedores para las mismas, mediante la amenaza de divulgar la información obtenida de las mismas por parte del detenido éste comenzó a exigir favores sexuales e imágenes de las jóvenes de contenido sexual.

Las investigaciones han sido realizadas en coordinación con varios juzgados de instrucción de la provincia, mientras la operación sigue abierta y no se descarta que haya más mujeres, que hayan sido víctimas de esta práctica.

El joven está acusado de los delitos de acoso, usurpación y amenazas, mediante redes sociales.

EEF

Recuperado de <https://www.diariojaen.es/jaen/detenido-por-acosar-y-amenazar-a-mujeres-en-redes-sociales-JB4201975>

## Texto N°2

The screenshot shows the website of the journal 'COMUNICACIÓN Y MEDIOS'. The header includes the journal's name and navigation links for 'INICIO', 'NÚMEROS ANTERIORES', 'NUMEROS ESPECIALES', 'ACERCA DE', and 'PUBLIQUE'. Below the header, a breadcrumb trail indicates the article's location: 'INICIO / NÚMEROS ANTERIORES / NÚM. 30 (2014): VIOLENCIA DE GÉNERO Y COMUNICACIÓN / Monografías'. The main title of the article is 'El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación'. On the left side, there are three columns: 'PDF' (with a download icon), 'COMPARTIR' (with social media sharing icons), and 'CÓMO CITAR' (with citation details: Vega Montiel, A. (2015). El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación. *Comunicación y Medios*, (30), Pág. 09 - 25. doi:10.5354/0719-1529.2015.30332) and 'FORMATOS DE CITACIÓN'. On the right side, the author's name is listed as 'Aimée Vega Montiel' from the 'Programa de Investigación Feminista CEIICH-UNAM'. The DOI is 'DOI: 10.5354/0719-1529.2015.30332'. Below the author information is a 'RESUMEN' section containing a brief abstract in Spanish. Further down is a 'PALABRAS CLAVE' section listing keywords: Mujeres, Violencia de género, Derechos Humanos, Medios de Comunicación.

La violencia constituye el principal obstáculo para la realización de los derechos humanos de las mujeres y para alcanzar la igualdad de género. En tal contexto, los medios de comunicación tienen una responsabilidad fundamental. ¿Son los medios de comunicación aliados de los derechos humanos de las mujeres? ¿Promueven la erradicación de la violencia y la discriminación de género? De estas preguntas parte el análisis que a continuación se expone.

### Definiendo la Violencia de Género Contra las Mujeres

Cuando nos referimos a la violencia de género contra las mujeres, estamos recurriendo a concepciones científicas que han sido ampliamente definidas por la teoría feminista (Amorós, 1994; Brasileiro, 1997; Torres, 2001), y que son recuperadas por los instrumentos jurídicos de derechos humanos de las mujeres vigentes a nivel global, regional y local. La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a ésta como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo. Incluye actos que infligen daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y también las amenazas de tales actos, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado

### Los Medios de Comunicación en la Erradicación de la Violencia Contra las Mujeres

Los medios de comunicación han sido señalados como una institución con una responsabilidad central en la erradicación de la violencia contra las mujeres y, en consecuencia, en la realización de sus

derechos humanos. Al constituirse como una fuente de educación (formal e informal) para la sociedad, al lado de la familia y la escuela, tienen una tarea central en la búsqueda de soluciones.

Es evidente que las mujeres aún están prácticamente ausentes de los medios hoy en día. Después de más de una década, la investigación académica sigue mostrando que están claramente infra-representadas por estos medios, y cuando lo están, se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados. Cada día corroboramos que la representación de las mujeres en el discurso de los medios de comunicación tradicionales y de las nuevas tecnologías, reproduce los estereotipos sexistas que, o asocian a las mujeres a roles tradicionales (en los que se enfatiza su supuesta vulnerabilidad, su sumisión y su adscripción al espacio doméstico), o las representan como objetos sexuales o como grupos de consumo, concentradas solo en la compra de artículos de moda y belleza. En contraste, en los medios no es latente el interés por visibilizar su participación y su poder como agentes sociales en las esferas política, económica, educativa y cultural. En este contexto, llama la atención el tratamiento que reciben las informaciones relacionadas con la violencia de género en los programas de noticias. La evidencia señala que:

- Es lugar común encabezar o presentar estas informaciones con titulares escandalosos, frívolos o discriminatorios;
- Las fuentes de la información son principalmente las instituciones y las mujeres-víctima;
- Las noticias tienden a excusar al agresor con frases como: "estaba obsesionado", "estaba enamorado", "estaba bajo los efectos de las drogas", cuando la verdadera razón que subyace a la actuación de los agresores es la desigual distribución del poder que existe entre hombres y mujeres;
- A las mujeres-víctimas comúnmente se les retrata con tomas de primer plano y con voz distorsionada, lo que las vuelve protagonistas de una cobertura sensacionalista. Este tipo de programas televisivos de noticias, no contribuyen al debate y la reflexión, tratan la violencia de género como un fenómeno aislado y natural. El discurso de dichos programas constituye una parte del problema de la violencia contra las mujeres, al representarlas como responsables de su propio abuso (Meyers 1997, p. 117).

### **Apuntes Finales**

La violencia de género contra las mujeres constituye un problema mundial de terribles consecuencias. No ha sido sino hasta los años recientes que ha salido del ámbito privado para ser reconocido como un problema público que, para ser erradicado, demanda el concurso y la acción de toda la sociedad. En el ámbito de las soluciones es fundamental la contribución de los medios de comunicación. Ello no significa afirmar que los medios sean los que originen o detonen la violencia contra las mujeres. Pero tienen una responsabilidad central porque, al reflejar actitudes y valores congruentes con el patriarcado, refuerzan esta estructura social.

Texto adaptado para este manual.

Recuperado de: <https://comunicacionymedios.uchile.cl/index.php/RCM/article/view>

Aimée Vega Montiel es Doctora y Maestra en Periodismo y Comunicación por la Universidad Autónoma de Barcelona. Maestra y Licenciada en Ciencias de la Comunicación por la UNAM. Comunicación y Medios es una revista académica histórica chilena, de publicación semestral, que nace en 1981. Su propósito es la discusión plural sobre los principales temas que definen el campo de las comunicaciones, la industria audiovisual y el periodismo.

## Texto N°3

The screenshot shows a web browser window with the URL [revistaanfibio.com/cronica/mujeres-asesinadas/](http://revistaanfibio.com/cronica/mujeres-asesinadas/). The page is from the magazine 'Anfibio' and features a large, dramatic black and white photograph of a woman's face with her hands raised. Overlaid on the image is the word 'Adelanto' in a small font and the title 'MUJERES ASESINADAS' in large, bold, white letters. Below the title, it says 'Por Sandra Russo'. The top navigation bar includes links for 'Cronicas', 'Ensayos', 'Podcast', 'Talleres', 'Comunidad', 'Blog', 'Staff', 'Amphibio', and 'Que es Anfibio'.

### **“Ni una menos”, el grito que se escuchó**

El 3 de junio de 2015, en Buenos Aires y en las principales ciudades de la Argentina, una inesperada multitud —estimada en 300.000 personas solo en la Capital— salió a las calles con carteles, pancartas y camisetas que rezaban unánimemente “Ni una menos”. La convocatoria la había hecho unos días antes, primero solo a través de redes sociales, un colectivo de mujeres de distintos ámbitos artísticos y periodísticos que ya venía trabajando en el tema de los femicidios, pero con poca visibilidad. Sin embargo, en junio ese llamado se viralizó, corrió como una liebre entre mujeres y hombres, y las redes sociales multiplicaron las imágenes de referentes sociales de distintos sectores políticos y culturales. Eso hizo a su vez tomar el tema a los grandes medios y el día de la marcha se veían llegar a la Plaza de los Dos Congresos, por todas sus esquinas, oleadas de personas que de pronto parecían comprender y asimilar la gravedad de los crímenes de mujeres.

Todavía, al momento de la marcha, no había estadísticas oficiales y la gran pregunta era si los femicidios habían ido en aumento o si eran más visibles porque había más denuncias de víctimas que luego eran asesinadas —lo cual evidenciaba las fallas del sistema de protección del Estado, especialmente las actuaciones policiales y judiciales— y porque en paralelo la televisión prácticamente los había convertido en una sección casi autónoma de policiales. Así y todo, pese a explotar el morbo de cada una de esas muertes convertida en la mercancía de la noticia, fue un gran avance que al femicidio se lo llamara así, y no crimen pasional, como se lo llamó durante décadas.

Seis años después de la sanción de la Ley 26.485 de Protección Integral para prevenir y erradicar la violencia contra las mujeres —una ley que amplió al máximo el abanico de diferentes clases de violencia, que la ubicó en el seno de lo privado, pero que sancionó también otros tipos, como la simbólica o la verbal, en el ámbito público—, eran muy pocos los avances. Ya se había modificado también el Código Penal para hacer entrar la figura de femicidio como un homicidio con el agravante de estar dirigido al género de la víctima, sea esta mujer o transexual, y prever la pena de prisión perpetua. Los pasos institucionales se habían dado, aunque incompletos, pero si se tratara de ver cómo influye la sanción de una ley en relación con el delito que se intenta evitar, la violencia contra las mujeres prueba que la ley es apenas el reconocimiento institucional de un estado de cosas que la misma ley es incapaz de modificar. El problema no es de orden jurídico, sino profundamente cultural.

Esos dispositivos culturales yacen bajo capas inconscientes, y al mismo tiempo acompañados por miles de mensajes que giran en redondo en la cultura de masas, donde siguen siendo las mujeres las

que promueven los productos de limpieza, las que se desviven por saber qué jabón en polvo deja más blancas las medias de sus hijos, las que sonríen aliviadas cuando el marido llega a la noche y aprueba el sabor de la comida o la fragancia del desodorante de ambientes, las que funcionan como apéndice masculino en la solución de todos los problemas domésticos. La mujer publicitaria no dice nunca que no. Y el problema de la violencia siempre empieza cuando una mujer dice que no.

El femicidio como crimen pasional y fondo de bolero nunca fue otra cosa que una disimulada tolerancia al femicidio. Era una manera de ponerle un velo romántico, de insertarle amor como telón de fondo: es decir, velar el verdadero telón de fondo que es el odio de género y reemplazarlo por una forma extrema y descontrolada del amor. Esto subyace mucho más profundamente que lo que puede calar un dispositivo mediático. En todo caso, esos dispositivos echan ancla en capas culturales tan antiguas que están inscriptas en el lenguaje. “Mía o de nadie” es una frase que puede estar en boca de un cantante melódico, de un actor de teleteatro o de un femicida.

Hay que bucear ahí para de paso preguntarnos en qué concepción del amor están sostenidas esas creencias que operan tan hondo que muchas veces son inconscientes. Obviamente esa concepción del amor que lo liga al sufrimiento y que a su vez liga a la muerte con el amor es otro de los frutos del árbol envenenado del patriarcado.

Asimila el amor al orden jerárquico entre sexos, lo acomoda a sus reglas, hace que la mujer se sienta más mujer reconvertida por el amor en una pertenencia del hombre, así la cosifica, así ella misma se cosifica y se desdobra, y así hace imposible, inadmisible, intolerable, en consecuencia, que esa mujer tome en algún momento de su vida una decisión soberana sobre su propia vida. Básicamente, abandonarlo.

Abro un paréntesis para un recuerdo llegado desde las primeras sesiones de terapia de mi vida, que fueron lacanianas. Yo estaba leyendo apasionadamente *Mujeres enamoradas*, de D. H. Lawrence. Tendría veinticinco años. Le conté a mi analista con lujo de detalles la escena en la que —en la película basada en el libro— Alan Bates y Glenda Jackson llegan a caballo hasta las vías del tren. Escuchan el silbido de la locomotora que se acerca y se detienen. Ella lo observa a él. Ella es pobre y él es rico. Él es un buen jinete y tiene influencia sobre su caballo. El caballo sabe perfectamente que el tren se acerca. Él tira de las riendas y aprieta las rodillas sobre el lomo del caballo para obligarlo a que avance. Le ordena que avance, aunque sabe que el caballo sabe que viene el tren. Hay unos segundos aterradores que enfocan los ojos del caballo, que se debate entre obedecer su propio instinto de supervivencia y obedecer al amo, lo que también desea. No cuento cómo termina, sino lo que escribe Lawrence para esa escena y sobre los ojos desorbitados del caballo. Dice que el caballo es como una mujer. Que las mujeres tienen voluntad doble: la de obedecerse y la de obedecer al hombre. Así se lo conté a mi analista. Me preguntó: “¿Qué novela me dijo que era?”. Se lo repetí. Él tomó nota. Yo deduje, porque él tomó nota, que eso que decía Lawrence era una clave femenina que yo reconocía. Era muy joven. Después con los años comprendí la importancia de esa escena. Y no me cabe duda de que esa parte de la voluntad del caballo que lo empujaba a avanzar hacia las vías es en las mujeres la marca del patriarcado. En esa doble voluntad se inscribe la abnegación femenina.

Texto adaptado para el manual.

Sandra Russo es escritora y periodista. Comenzó su carrera periodística en las revistas *El Expreso Imaginario* y *Humor Registrado*. Forma parte de *Página12*. Participó en el ciclo 678. *Anfibia* es una revista digital de crónicas, ensayos y relatos de no ficción que trabaja con el rigor de la investigación periodística y las herramientas de la literatura. Fue creada en 2012 por la Universidad Nacional de San Martín, dentro de su programa *Lectura Mundi*. *Anfibia* propone una alianza entre la academia y el periodismo con la intención de generar pensamiento y nuevas lecturas de lo contemporáneo

## Texto N°4

# Repudio en las redes El INADI investiga las polémicas placas de Crónica TV sobre el G20

La señal de noticias no reparó en chistes de mal gusto y menciones peyorativas para señalar a varios de los líderes mundiales que llegaron el viernes a la cumbre.

**Buenos Aires, noviembre 30, 2018.** La llegada de los líderes del G20 capturó toda la atención mediática del viernes y, como era de esperar, las placas de **Crónica TV** hicieron un show aparte. Fieles a su estilo, la señal de noticias **una vez más apostó a los chistes de mal gusto y los estereotipos**, dos situaciones que lejos de causar empatía generaron malestar y críticas en las redes sociales. Y hasta impulsó al INADI a realizar una investigación que podría derivar en sanciones contra el canal.

Los principales apuntados fueron el premier de Canadá Justin Trudeau, a quien tildaron de "facha", el presidente de Turquía Recep Tayyip Erdogan, el primer ministro de India Narendra Modi y el presidente de Ruanda Paul Kagame.

Consultado por **Clarín**, una fuente del Instituto Nacional contra la Discriminación, Xenofobia y el Racismo (INADI) aseguró que todo el material ya está en poder del Observatorio de Radio, Televisión e internet que suele actuar frente a temáticas de discriminación.

"INADI tomó cuenta de lo sucedido y todo el material está siendo evaluado por el Observatorio. **Cualquier acto discriminatorio, racista o de carácter peyorativo en placas o un zócalo es repudiado**", reconocieron desde el organismo

Con frases como "Llegó Apu", Crónica TV tuvo apuntado al mandatario de India, a quien comparó con el personaje ficticio de Los Simpsons, el famoso amigo hindú de Homero, con una placa de absurdo contenido racista. También aprovecharon la ocasión para realizar un juego irónico de palabras con "No lo soñé, llegó el Indio" o "El Indio no está Solari", en alusión a la banda Los Redondos de Ricota y su famoso cantante el Indio Solari.

Además de las menciones racistas, la señal de cable también tuvo lugar para los chistes absurdos y de mal gusto. Un claro ejemplo fue la placa en honor al apellido del presidente que llegó a la Argentina en calidad de representante de la Unión Africana. "El presidente de Ruanda se llama Paul Kagame: No hay Remate".

En esta misma sintonía fue tratado Recep Tayyip Erdogan, el hombre fuerte de Turquía, con menciones del calibre de "Llegó el turco, aguante la turca" o "El turco no está en la neblina". En estos momentos el **INADI se encuentra realizando un informe técnico** que posteriormente será derivado al departamento de Asistencia a la Víctima. Una vez analizado el material, el organismo determinará si **amerita actuar de oficio contra Crónica TV** por un acto de discriminación o bien forma parte de la libertad de expresión. El lunes, finalmente, tendrán una definición al respecto.

## Texto N°5

<https://www.lanacion.com.ar/2198023-cronica-tv-festival-placas-mas-cercano-al>

G G M M D D S S > I I W W O O P P F F V V A A X X % % G G D D E E 66 SUSCRIBITE

# LA NACION

G20 ARGENTINA 2018 • TELEVISIÓN ARGENTINA

## Crónica TV y un "festival de placas" más cercano al agravio que a la ironía



Marcelo Stiletano [SEGUIR](#)  
LA NACION

**Bs. As, noviembre 30, 2018.**(...) El "festival de placas" utilizado desde ayer por Crónica para ilustrar la cobertura de la Cumbre del G20, con particular foco puesto en la llegada de los jefes de estado y de gobierno a Buenos Aires, superó cualquier límite de decoro en el momento de la llegada (transmitida "en vivo y en directo", como es costumbre del canal) del avión oficial de la India. En ese momento, Crónica llenó la totalidad de su pantalla con la leyenda "Llegó Apu" mientras el primer ministro indio, Narendra Modi, iniciaba su visita.

El aludido es Apu Nhasapeemapetilon, uno de los personajes fijos más conocidos del mundo animado de Los Simpson, que retrata en tono satírico algunos de los comportamientos típicos de la inmigración india en Estados Unidos. En otro momento, Crónica dividió en dos su pantalla: de un lado se veía el rostro de Apu, y del otro, la parte delantera del avión indio aterrizando en Ezeiza. Debajo, una leyenda: "Gracias por su visita" (sic)... La mofa al mandatario indio fue el colofón de un frenesí de placas, *graphs* y zócalos que cargaron también con trazo grueso y escaso humor contra el primer ministro canadiense, Justin Trudeau , y el presidente turco, Recep Tayyip Erdogan , y luego se extendieron a aquéllos aspectos de la cumbre más alejados de su significación política e institucional. Otro extremo fueron los comentarios escatológicos derivados del apellido del presidente de Ruanda, Paul Kagame. Como si lo único que importara de este encuentro fuese el terreno relacionado con las notas "de color", las cuestiones mundanas y otras insignificancias. Una cosa es poner el acento en los detalles curiosos como material complementario, sobre todo porque a priori aparece como el más propicio para su aprovechamiento en términos visuales, y la otra es prestarle a ese componente de la cumbre una atención casi excluyente, y en un tono deliberadamente chacotero (...)

Texto adaptado para el manual  
Marcelo Stiletano es periodista. Licenciado en Ciencia Política (Universidad del Salvador, 1984). Columnista especializado y crítico de cine y televisión en el diario La Nación.

## Texto N°6

The screenshot shows the homepage of the **Question** Revista website. At the top, there's a header with the title "Question" in large letters, followed by "Revista Especializada en Periodismo y Comunicación" and the ISSN number "ISSN 1669 - 6581". To the right of the title are logos for "iiCom Instituto de Investigaciones en Comunicación" and "FACULTAD DE PERIODISMO Y COMUNICACIÓN SOCIAL UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA". Below the header, a navigation bar includes links for "INICIO", "ACERCA DE", "INICIAR SESIÓN", "REGISTRARSE", "BUSCAR", "ACTUAL", "ARCHIVOS", and "AVISOS". A breadcrumb trail indicates the current page: "Inicio > Vol. 1, Núm. 23 (2008) > Pereyra". On the right side of the header, there's a graphic with the text "ENVÍE SU ARTÍCULO" and "NÚMERO ACTUAL". The main content area features a section titled "EL ESTUDIO DE LA VIOLENCIA DE GÉNERO EN LOS MEDIOS: UNA HERRAMIENTA TEÓRICA Y POLÍTICA" by Marcelo R. Pereyra. The text of the article begins with: (...). En líneas generales, y salvando algunas excepciones, puede decirse que la concepción mediática de la violencia contra las mujeres se limita a una serie de casos que de tanto en tanto se incluyen en las secciones policiales. Ello obliga a profundizar el estudio de este tipo de información. The article continues to discuss how media representations of gender violence are often limited to police reports and how this affects public opinion. It also mentions the work of Martini (2000) on how women are often depicted as victims and objects, while men are seen as dominant figures.

**LA VIOLENCIA DE GÉNERO COMO NOTICIA POLICIAL**

(...) En líneas generales, y salvando algunas excepciones, puede decirse que la concepción mediática de la violencia contra las mujeres se limita a una serie de casos que de tanto en tanto se incluyen en las secciones policiales. Ello obliga a profundizar el estudio de este tipo de información.

La mayoría del público puede entender la realidad porque el periodismo ha hecho un trabajo previo de interpretación. La misión principal de ese trabajo consiste en simplificar la complejidad de lo social, y, al hacerlo, los medios proveen valores morales y patrones de conducta admitidos; definen las funciones de las relaciones interpersonales y de los roles sociales y contribuyen a la creación y difusión de lenguajes y códigos.

Las noticias influyen decisivamente en la constitución de opinión pública acerca de los temas que los medios enfatizan y jerarquizan en su agenda. Sin embargo, en determinadas circunstancias y a través de diferentes mecanismos, la opinión pública también influye sobre los medios. De acuerdo con Martini (2000), la información multiplica y naturaliza una buena parte de los discursos y representaciones que circulan en la sociedad. Entre ellas están las de las mujeres y las de los hombres. Las primeras son imaginadas predominantemente como víctimas, objetos, sexo débil y figuras dominadas, mientras que los hombres disfrutan de imágenes más positivas.

Eliminar los prejuicios y los estereotipos de género del discurso periodístico sería un buen punto de partida para abordar el problema de la violencia contra las mujeres, por la gran influencia que tienen los medios en la sociedad (...)

**Bibliografía**

Allende Nores, Cecilia (2003): "El diario como legitimador de la desigualdad". En Sala de Prensa, Nº 60, año V, Vol. 2. (...)

Martini, Stella Maris (2007): "Argentina, prensa gráfica, delito y seguridad", en Rey, Germán (coord.)

Texto adaptado para el manual  
Marcelo R. Pereyra es Magíster en Ciencias de la Comunicación. La Revista *Question* es editada por la Facultad de Periodismo y Comunicación Social de la Universidad Nacional de La Plata.

Helena Calsamiglia Blancafort  
Amparo Tusón Valls

# Las cosas del decir

Manual de análisis  
del discurso

Diseño cubierta: Nacho Soriano

1.ª edición: febrero 1999  
1.ª reimpresión: enero 2001

© 1999: Helena Calsamiglia Blancafort  
y Amparo Tusón Valls

Derechos exclusivos de edición en español  
reservados para todo el mundo.  
© 1999 y 2001: Editorial Ariel, S. A.  
Provença, 260 - 08008 Barcelona

ISBN: 84-344-8233-9

Depósito legal: B. 4.588-2001

Impreso en España

2001 - RomanyàValls, S. A.  
Plaça Verdaguer, 1  
08786 Capellades (Barcelona)

Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño  
de la cubierta, puede ser reproducida, almacenada o transmitida  
en sustrato alguno ni por ningún medio, ya sea electrónico,  
químico, mecánico, óptico, de grabación o de fotocopia,  
sin permiso previo del editor.

*Editorial Ariel*

## PRIMERA PARTE

### CAPÍTULO 1

#### EL ANÁLISIS DEL DISCURSO

Describir el discurso como práctica social implica una relación dialéctica entre un evento discursivo particular y la situación, la institución y la estructura social que lo configuran. Una relación dialéctica es una relación en dos direcciones: las situaciones, las instituciones y las estructuras sociales dan forma al evento discursivo, pero también el evento les da forma a ellas. Dicho de otra manera: el discurso es socialmente *constitutivo* así como está socialmente constituido: constituye situaciones, objetos de conocimiento, identidades sociales y relaciones entre personas y grupos de personas. Es constitutivo tanto en el sentido de que ayuda a mantener y a reproducir el *status quo* social, como en el sentido de que contribuye a transformarlo (Fairclough y Wodak, 1997: 258).

##### 1.1. La noción de discurso

Hablar de discurso es, ante todo, hablar de una práctica social, de una forma de acción entre las personas que se articula a partir del *uso lingüístico contextualizado*, ya sea oral o escrito. El discurso es parte de la vida social y a la vez un instrumento que crea la vida social. Desde el punto de vista discursivo, hablar o escribir no es otra cosa que construir piezas textuales orientadas a unos fines y que se dan en interdependencia con el contexto (lingüístico, local, cognitivo y sociocultural). Nos referimos, pues, a cómo las formas lingüísticas se ponen en funcionamiento para construir formas de comunicación y de representación del mundo —real o imaginario—. Ahora bien, los usos lingüísticos son *variados*. Las personas tienen a su disposición un *repertorio comunicativo*, que puede estar formado por una o más lenguas, por diferentes variedades lingüísticas y por otros instrumentos de comunicación. La lengua, como materia primera del discurso, ofrece a quienes la usan una serie de opciones (fónicas, gráficas, morfosintácticas y léxicas) de entre las cuales hay que elegir en el momento de (inter)actuar discursivamente. Esa elección, sujeta o no a un control consciente, se realiza de acuerdo con unos parámetros contextuales que incluyen la situación, los propósitos de quien la realiza y las características de los destinatarios, entre otros. Estos parámetros son de tipo cognitivo y sociocultural, son dinámicos y pueden estar sujetos a revisión, negociación y cambio.

**Actividad:** leídos los textos, te pedimos que completes el siguiente cuadro de observación de semejanzas y diferencias. Algunas preguntas seguramente moverán a la reflexión, a la discusión y a la duda. Está bien que suceda. Luego, observá y ponderá los rasgos para definir por aproximación el género correspondiente.

RASGOS	TEXTO 1	TEXTO 2	TEXTO 3	TEXTO 4	TEXTO 5	TEXTO 6	TEXTO 7
¿El texto fue escrito por un especialista universitario o por un periodista?	Periodista						Especialista
¿Fue publicado en una revista que se caracteriza por publicar textos producidos por investigadores y especialistas universitarios? ¿El artículo se publicó en un medio masivo o fue adaptado de una revista universitaria a un medio periodístico?		Universidad de Chile					
¿El tema surge en relación con hechos de actualidad? ¿Remite a temas sociales que van más allá de los hechos? ¿Surge de una disciplina científica?			Surge en relación con hechos concretos de actualidad al momento de publicación				
¿El lenguaje utilizado es accesible o hay frases, definiciones de especialistas y referencias				Es accesible a las mayorías		Hay definiciones de especialistas que remiten a teorías	

que remiten a teorías científicas?						
¿El texto narra un hecho? ¿Desarrolla y explica conceptos teóricos? ¿Brinda una opinión sobre el tema?					Se opina	
Género						Artículo científico
Ámbito de producción						Académico

### 1.3. RASGOS EXTERNOS E INTERNOS QUE PERMITEN DISTINGUIR LOS GÉNEROS DISCURSIVOS

Si leíste los textos del 1 al 7, habrás podido observar que todos tratan temas relacionados con los medios de comunicación, las redes sociales y la violencia. Cuatro de ellos (los textos 1, 3, 4 y 5) provienen del ámbito periodístico, tratan temas de actualidad, tienen en común un léxico sencillo, escasos conceptos teóricos y sin embargo son diferentes. En 1 y 4 prevalece el relato, son noticias; en el 3 y el 5, prevalece la opinión y ambas corresponden al ámbito periodístico. Los textos 2, 6 y 7 no son periodísticos, fueron publicados en otros ámbitos. Son textos relativamente más complejos, presentan definiciones, remiten a bibliografía académica, presentan saberes legitimados (7) o buscan legitimar un punto de vista (2 y 6). El 2 y el 6 podrían ser considerados opiniones, pero estos puntos de vista se sustentan en investigaciones (bibliográficas o de campo): son artículos científico-académicos y el 2 forma parte de una sección denominada “monografías”<sup>1</sup>. El 7 es un apartado de manual, como dice el paratexto. Por todas estas cuestiones es que decimos que los géneros se pueden diferenciar por rasgos o características externas e internas.

Llamamos *rasgos externos* a esas características que están relacionadas con la profesión o actividad de quien habla o escribe; y con el lugar de publicación o circulación de la producción discursiva. Estos rasgos son los que permiten pensar que un texto corresponde al género periodístico porque es producido por un periodista y publicado en un medio de carácter masivo. O que un texto es académico porque fue escrito por un académico, para la comunidad académica (profesores y alumnos), y circula dentro de ese ámbito. Estos tipos de rasgos siempre hay que ponerlos en relación con los rasgos internos porque, si un académico le escribe a otro académico: “¿Pedimos una pizza?”, el género no es académico a pesar de que aparezca en un blog académico.

Los *rasgos internos* son tres

- tema (asunto que el discurso desarrolla);
- estilo verbal (tipo de enunciación y registro utilizado); y
- estructura

---

<sup>1</sup> El término monografía tiene distintos alcances. En sentido restringido, remite a un género escolar y académico que puede presentar distintas características según el caso. En sentido amplio, remite a un conjunto de textos que aportan información y puntos de vista sobre un tema.

Dedicamos unas líneas a este último rasgo que aquí nos interesa particularmente. La estructura es la forma en que se organiza y compone la información según la intención discursiva (narrar, comentar, explicar, convencer, informar, instruir). La estructura es la que permite distinguir los distintos géneros dentro de un mismo ámbito. Por ejemplo, un artículo de opinión y una noticia tienen en común los rasgos externos: refieren a un tema de actualidad y presentan estilo periodístico. Pero se diferencian entre sí porque el artículo tiene una organización argumentativa y la noticia una estructura narrativa.

## 1.4. GÉNEROS DISCURSIVOS Y ENUNCIACIÓN

En el apartado anterior hemos visto que un tema importante a la hora de considerar el género es el estilo verbal, rasgo directamente vinculado al tipo de enunciación. Llamamos “enunciación” al acto de decir o producir un enunciado. El “enunciado” es el producto de la enunciación, en otras palabras, lo dicho. En algunos géneros pueden quedar las marcas de ese acto, en otros no.

### Ejemplos<sup>2</sup>:

- El problema es que estamos creando un profesional del periodismo que ya no sabe incorporar principios y valores éticos y culturales a su trabajo... Como escribió Walter Lippman en su libro *Public Opinion*, el periodismo no nos señala la verdad porque siempre hay una brecha descomunal entre la verdad y la información. (El periodismo necesita corazón, de Pascual Serrano). (El “nosotros” se refiere a los periodistas en general, grupo dentro del cual se incluye el que está hablando. Este uso del pronombre “nosotros” es conocido como “nosotros exclusivo”).
- El “festival de placas” utilizado desde ayer por Crónica para ilustrar la cobertura de la *Cumbre del G20*, con particular foco puesto en la llegada de los jefes de estado y de gobierno a Buenos Aires, superó cualquier límite de decoro (sabremos cuándo fue *ayer*, observando la fecha del diario, es decir, en qué día fue escrita la nota).
- Es evidente que las mujeres aún están prácticamente ausentes de los medios hoy en día. Después de más de una década, la investigación académica sigue mostrando que están claramente infra-representadas por estos medios, y cuando lo están, se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados. (La expresión “hoy en día” hace referencia a la época en que la autora está planteando el problema; “después de...” toma como punto de partida el momento en que el enunciador está hablando).
- Se asumirá aquí que tanto el texto escrito/impreso como la charla oral pueden analizarse así en distintos niveles... (“Aquí” se refiere al texto donde se está leyendo el artículo).

Esta forma de marcar la enunciación, sobre todo a partir del uso de **deícticos**, es propia de los géneros periodísticos en los que enunciador y enunciatario muchas veces viven en el mismo lugar y conocen bien el “aquí” y el “ahora”. Los deícticos son palabras que señalan a las personas implicadas en el discurso (yo, tú, vos, nosotros, ustedes) y las circunstancias temporales (hoy, ahora, ayer, etc.) y espaciales (aquí, en este lugar, allí) del acto de enunciación. Las personas implicadas, enunciador y destinatario, se advierten por los pronombres personales (yo, me, tú, nos, nosotros, etc.), por las formas verbales que los contienen (pienso, dijiste, señalamos, etc.) y los pronombres posesivos (En mi casa mando yo, en la tuya hacé lo que quieras).

---

<sup>2</sup> Casi todos los ejemplos han sido tomados de los textos incluidos en este manual. Cuando fue necesario, recurrimos a otros más sencillos.

Estas marcas, que están relacionadas con la persona, el momento y el lugar de la enunciación, son más propias de los textos orales; pero en los textos escritos pueden ser interpretadas en relación con los paratextos. Su uso es menos frecuente en los géneros académicos y científicos porque estos se quieren mostrar alejados de la subjetividad, como representantes de los saberes científicos de carácter universal.

Los géneros académicos, al tratar temas desde un punto de vista más general, presentan muy pocas marcas de enunciación porque el discurso de la ciencia no se restringe a condiciones espaciotemporales, busca construir conocimientos universales, de algún modo perdurables hasta que surja algún nuevo conocimiento.

Existen, sin embargo, algunas excepciones. Algunos manuales hacen uso de los deícticos de persona para crear entre *enunciador* y *enunciatario* un vínculo más familiar y ameno. Este uso tiene que ver con la imagen que el enunciador quiere construirse y con su deseo de aproximarse al enunciatario (el *enunciatario* no es exactamente el lector. Un manual puede tener muchos lectores, entre ellos, los padres de los estudiantes, pero no está escrito para ellos, los *enunciatarios* son los estudiantes. La categoría de *lector* es más amplia que la de *enunciatario*).

#### Ejemplo de enunciado no marcado:

- La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a esta como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo. Incluye actos que infligen daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y también las amenazas de tales actos, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado.

En este párrafo observamos el uso de la tercera persona gramatical en el sujeto y en los verbos “aprobó”, “define”, “incluye”. Estas expresiones no señalan al enunciador ni el momento de enunciación, son más generales e impersonales, es por eso, que decimos que el texto “no está marcado” por la enunciación.

#### Otras marcas de enunciación

Además de los deícticos, los **subjetivemas y modalizadores** dejan marcas en el enunciado. Estas permiten interpretar el punto de vista del enunciador y ayudan a distinguir unos géneros de otros.

Son **subjetivemas** los sustantivos (*casucha, bruja, morbo*), adjetivos (*incapaz, comprometedores*), adverbios (*bien, decisivamente*) y verbos (*ninguneó, sermoneó*) que transmiten una valoración por parte del enunciador acerca de un objeto, persona u acción.

#### Ejemplos:

- festival de placas
- Así y todo, pese a explotar el morbo de cada una de esas muertes convertida en la mercancía de la noticia, fue un gran avance que al femicidio se lo llamara así, y no crimen pasional, como se lo llamó durante décadas

Los **modalizadores** son adverbios (quizás, indudablemente), verbos (podría, debería) o locuciones verbales (es necesario, es evidente, no es sorprendente que...) que manifiestan la actitud del sujeto/ hablante/ enunciador frente a la enunciación y/o frente al contenido del enunciado.

### Ejemplos:

- Eliminar los prejuicios y los estereotipos de género del discurso periodístico sería un buen punto de partida para abordar el problema de la violencia contra las mujeres, por la gran influencia que tienen los medios en la sociedad.
- Es evidente que las mujeres aún están prácticamente ausentes de los medios...
- No es sorprendente, por lo tanto, que los medios de comunicación de masas...sean en mayor medida parte del problema

Estas marcas de subjetividad son propias de los géneros que desarrollan una opinión o argumentación.

#### 1.4.1. Enunciador y escena enunciativa

Llamamos *enunciador* a quien produce los enunciados; y *enunciatario* o *destinatario* a quien se destinan esos enunciados. En el discurso, no sólo se pone en juego una imagen del mundo o un objeto referencial, sino también la imagen de ese *enunciador* que, explícitamente o no, se dirige a un *enunciatario* con una intención comunicativa a partir de una serie de creencias. Cada género tiene una escena típica.

En el ámbito académico, el *enunciador* se muestra como un especialista en un área disciplinar específica, que se dirige a un *enunciatario* que forma parte de la comunidad discursiva académica (otros especialistas, docentes, estudiantes). Este enunciador se construye con el uso del lenguaje especializado, la formulación de definiciones y las referencias bibliográficas. Estos elementos dan cuenta del saber que tiene quien habla y del lugar social desde el que lo hace.

### Ejemplos:

- De acuerdo con Martini (2000), la información multiplica y *naturaliza* una buena parte de los discursos y *representaciones* que circulan en la sociedad. Entre ellas están las de las mujeres y las de los hombres. Las primeras son imaginadas predominantemente como víctimas, objetos, sexo débil y figuras dominadas, mientras que los hombres disfrutan de imágenes más positivas.
- Cuando nos referimos a la violencia de género contra las mujeres, estamos recurriendo a *concepciones científicas* que han sido ampliamente definidas por la *teoría feminista* (Amorós, 1994; Brasileiro, 1997; Torres, 2001), y que son recuperadas por los *instrumentos jurídicos* de derechos humanos de las mujeres vigentes a nivel global, regional y local.

En el ámbito periodístico, el *enunciador* se presenta como un ciudadano, que se dirige a un *enunciatario* que forma parte de la comunidad y al que se lo constituye también como ciudadano interesado.

### Ejemplo:

- Otro extremo fueron los comentarios *escatológicos* derivados del apellido del presidente de Ruanda, Paul Kagame. *Como si lo único que importara de este encuentro fuese el terreno relacionado con las notas "de color", las cuestiones mundanas y otras insignificancias*. Una cosa es poner el acento en los detalles curiosos como material complementario, sobre todo porque a priori aparece como el más propicio para su aprovechamiento en términos visuales, y la otra es prestarle a ese componente de la cumbre una atención casi excluyente, y en un tono *deliberadamente chacotero*.

Los enunciadores pueden mostrarse como sujetos buenos, leales, defensores de la paz, feministas y, también, según la finalidad que persigan y según su enunciatario, como sujetos malos. Por ejemplo, si

se trata de enseñar a delinquir, el enunciador deberá mostrarse como un experto delincuente, conocedor de todas las técnicas para robar. En todas estas presentaciones de sí mismos las huellas que permiten la caracterización son los subjetivemas, modalizadores y, por supuesto, también las expresiones de opinión más concretas.

### 1.4.2. Variedades de lenguaje o registros

Presentamos a continuación algunos de los estilos de lengua o registros más utilizados en los géneros que frecuentamos y que ayudan a definir el tipo de enunciación.

- **Subjetivo/ objetivo:** el registro se define como subjetivo cuando en el enunciado se encuentran marcas de la subjetividad del enunciador. En otras palabras, decimos que el texto tiene un registro subjetivo cuando contiene subjetivemas y modalizadores que expresan las opiniones o valoraciones del autor. Por el contrario, el registro será objetivo cuando esas huellas estén borradas, eliminadas del texto, y el lector no pueda reconstruir cuál es la perspectiva del autor. Esta es una característica, por ejemplo, del discurso científico.
- **Masivo/ especializado:** el registro masivo se caracteriza por la simpleza de las construcciones, la claridad de los conceptos y el uso de un vocabulario accesible para la mayoría de las personas. Este registro es típico del discurso periodístico, aunque presenta matices según el tipo de publicación de que se trate (el registro del periódico *Jaen* es más masivo que el de la revista *Anfibio*, por ejemplo)
- En cambio, el registro especializado se distingue por la complejidad de las construcciones y el uso de vocabulario específico de la disciplina que trate el texto. El discurso académico selecciona esta variedad.
- **Informal/ formal:** se diferencian por el grado de familiaridad entre el enunciador y el enunciatario que expresan. A menor familiaridad, mayor formalidad.

**En la universidad**, en la comunicación escrita entre docentes y alumnos, prevalece el registro **especializado** (no son apropiados ni vulgarismos ni indeterminaciones como, por ejemplo: “La célula está rodeada por una cosa que la protege) y **formal** (no se vosea, no se dan órdenes ni se habla de temas íntimos). En la comunicación oral, las cosas pueden ser distintas.

## 1.5. GÉNEROS Y SECUENCIAS TEXTUALES

Tal como se expuso anteriormente, los géneros pueden reconocerse a partir de:

- 1) los rasgos externos vinculados a las condiciones de producción y circulación;
- 2) los rasgos temático-estilísticos; y
- 3) los rasgos estructurales.

Desde esta última perspectiva, estrictamente lingüística o textual, J.M. Adam (1992) postula que puede caracterizarse un género a partir de las secuencias o unidades que lo componen. Las secuencias son seis: instructiva, dialogal, descriptiva, narrativa, explicativa y argumentativa. Estas pueden combinarse de diferentes maneras, dando por resultado textos pertenecientes a géneros diferentes.

Según esta teoría, los textos de los distintos géneros están compuestos por varios tipos de secuencias o segmentos, y una de ellas predomina sobre las otras, la denominada secuencia *englobante*, que determina la intención discursiva. Por ejemplo, el artículo de opinión puede incluir descripción, narración y explicación, pero se define por la preeminencia de la argumentación que *engloba*, incluye, subordina a las demás secuencias con el fin de persuadir y convencer al lector. Es decir que se describe,

narra y explica con un solo propósito. En cambio, en una novela puede aparecer la instrucción, el diálogo, la descripción, la explicación con la intención de narrar una historia en toda su complejidad.<sup>3</sup>

**Actividad:** identificar en el siguiente texto los segmentos o secuencias que lo componen y escribir en los casilleros de la derecha si se trata de un segmento descriptivo, instructivo, narrativo, dialogal, argumentativo o explicativo. Luego resolver las consignas:

1. ¡Qué bárbaro tenés el cabello! ¿Cómo hacés? 2. NATURAL-LIFE 1. ¿Qué es eso? 2. Magia.	
Los productos de la línea NATURAL-LIFE contienen una fórmula Trinutritiva con:  <i>Provitamina B5</i> que protege y da brillo al cabello. <i>Micronutrientes</i> vegetales y naturales que fortalecen la fibra capilar y <i>Phytantriol</i> que permite la retención de los nutrientes y emolientes de la fórmula.  NATURAL-LIFE. Líquido revitalizante penetra profundamente restaurando la estructura capilar y formando una película protectora de las agresiones externas.	
MODO DE USO: luego de lavar y acondicionar el cabello, retire el exceso de agua con una toalla. Aplique el líquido revitalizante en todo el cabello y masajee para distribuir bien el producto. No enjuague y peine como acostumbra. Utilícelo una vez por semana y, en caso de cabello muy dañado, aplique el producto luego de cada lavado.  Nota: para que la queratina penetre mejor, utilice secador de pelo.	
El resultado es un cabello revitalizado, mucho más saludable, con brillo y con volumen. Su maravillosa fórmula deja tus cabellos suaves, brillantes, sedosos, increíbles. Como vos querés y merecés.	

a. Indicar el género discursivo al que pertenece el texto que leímos.....

b. Considerando globalmente el texto, señalar qué intención prevalece en el texto.

- Brindar una explicación, un conocimiento sobre los componentes del producto capilar.
- Presentar una conversación entre amigas o conocidas
- Indicar los pasos que hay que seguir para utilizar el producto
- Argumentar para lograr la compra del producto

Al leer el texto publicitario, habrás notado que este se compone de varias partes o segmentos que pudiste aislar en su estructura y reconocerlas por poseer distintas características. Ahora bien, aunque en él aparecen varias secuencias (explicativa, dialogal, instructiva y argumentativa), la secuencia englobante (que incluye y subordina a las otras) es la argumentativa, porque el texto para persuadir de la compra del producto explica, dialoga e instruye.

---

<sup>3</sup> En este manual introductorio por cuestiones de complejidad no trabajamos con las teorías que consideran que todo discurso es argumentativo.

### 1.5.1. Secuencias textuales

Las secuencias-tipo, como dijimos, son seis: *dialogal, instruccional, narrativa, descriptiva, explicativa, y argumentativa*. En este curso trabajaremos especialmente con las últimas cuatro, aunque eventualmente las primeras puedan aparecer en algún segmento de los textos que presentamos (como la secuencia dialogal que aparece en *Natural Life*). Veamos ahora las características de cada una de ellas.

#### SECUENCIA DESCRIPTIVA

Por medio de la descripción, el hablante da cuenta de un estado de cosas o de un proceso que ocurre regularmente.

##### Ejemplo:

- “Los medios de comunicación (...) al constituirse como una fuente de educación (formal e informal) para la sociedad, al lado de la familia y la escuela, *tienen* una tarea central en la búsqueda de soluciones”.

Los tiempos verbales característicos de la descripción son el presente y el pretérito imperfecto, cuando la descripción aparece en un relato.

##### Ejemplo:

- el día de la marcha se veían llegar a la Plaza de los Dos Congresos, por todas sus esquinas, oleadas de personas que de pronto parecían comprender y asimilar la gravedad de los crímenes de mujeres. Todavía, al momento de la marcha, no había estadísticas oficiales y la gran pregunta era si los femicidios habían ido en aumento o si eran más visibles porque había más denuncias de víctimas que luego eran asesinadas

Entre los verbos propios de la descripción, predominan los de estado y los presentativos (*presenta, tiene, consta de, consiste en*, etc.).

#### SECUENCIA NARRATIVA

La secuencia narrativa presenta un acontecimiento a partir de una serie de acciones desarrolladas en el tiempo. Tres son las partes fundamentales:

- una **iniciación**, que define el mundo del relato (tiempo, lugar), los agentes y la situación inicial; es la parte descriptiva de una narración.
- una **complicación**, que presenta los acontecimientos relevantes en relación con la situación inicial;
- una **resolución**, que será ‘feliz’ o ‘desdichada’. Si es desdichada, puede acarrear otra complicación seguida por una nueva resolución.

Los marcadores textuales o tipos de palabras que permiten el reconocimiento son los verbos en pretérito imperfecto que corresponden a la parte descriptiva del relato (*Aurora era una niña muy bonita*), el pretérito perfecto simple de los verbos (*creció y vivió toda su vida en un palacio*); el pretérito pluscuamperfecto, que señala acciones anteriores a los hechos y a veces agrega información a la descripción: “su madre había muerto y su madrastra había tomado el poder del a casa”; y los conectores temporales: dos horas más tarde, luego, etc. Existen también narraciones en tiempo presente como sucede en los relatos históricos. En este caso son particularmente importantes los conectores temporales para señalar la sucesión de las acciones: *Julio Cesar triunfa en las Galias, luego cruza el Rubicón y finalmente inicia una cruenta guerra civil*. (Podés consultar el paradigma verbal en el Anexo 3 Códigos Normativos para la Escritura)

### Ejemplo:

- El 3 de junio de 2015, en *Buenos Aires* y en las principales ciudades de la Argentina, una inesperada multitud —estimada en 300.000 personas solo en la Capital— salió a las calles con carteles, pancartas y camisetas que rezaban unánimemente “Ni una menos”. La convocatoria la había hecho *unos días antes*, primero solo a través de redes sociales, un colectivo de mujeres de distintos ámbitos artísticos y periodísticos que ya venía trabajando en el tema de los femicidios, pero con poca visibilidad. Sin embargo, en junio ese llamado se viralizó, corrió como una liebre entre mujeres y hombres, y las redes sociales multiplicaron las imágenes de referentes sociales de distintos sectores políticos y culturales. Eso hizo a su vez tomar el tema a los grandes medios y el día de la marcha se veían llegar a la Plaza de los Dos Congresos, por todas sus esquinas, oleadas de personas que de pronto parecían comprender y asimilar la gravedad de los crímenes de mujeres.”

### SECUENCIA EXPLICATIVA

La secuencia explicativa brinda conocimiento y tiene como propósito que el lector comprenda situaciones, fenómenos o cuestiones de distinta índole. Por eso su punto de partida, explícita o implícitamente, es una pregunta cuya respuesta el desarrollo del texto dilucidará. Este tipo de texto es muy frecuente en el ámbito científico, en el universitario y también en el escolar, dado que las explicaciones son operaciones conceptuales que surgen como respuestas a distinto tipo de interrogantes (¿Qué sucedió? ¿Cómo sucedió? ¿Por qué sucedió?) que requieren informaciones específicas y ya legitimadas o consensuadas. En el ámbito académico, la explicación aparece en el género manual y en las clases de los docentes. También, en el género respuesta de parcial y en la parte explicativa de los informes de lectura.

### Ejemplo:

- ¿Qué es la comunicación? Comunicar significa poner en común ideas, conocimientos, opiniones, y, en general, todo aquello considerado de interés para un grupo o comunidad. Como instrumentos para transmitir esa información se utilizan los llamados Medios de Comunicación de Masas, como son la Radio, la Prensa, la Televisión, el cine y la Internet.

Diversas son las estrategias que se utilizan en la explicación, algunas de ellas son: enunciado general, reformulación, definición, ejemplo, descripción, comparación, narraciones expositivas, cita, explicación causal e ilustraciones. Trataremos este tema cuando hablaremos de lectura y escritura.

### SECUENCIA ARGUMENTATIVA

Los textos argumentativos son aquellos que buscan persuadir a un destinatario a partir del desarrollo razonado de las opiniones que -en relación con un determinado campo, problema- sustenta el enunciador, quien manifiesta y confronta su opinión con la de otros. Esta confrontación de ideas se da por la condición dialógica del discurso argumentativo y suele ponerse en evidencia en el uso de concesiones, ironías y otras estrategias de refutación.

En la actualidad, la argumentación está presente en los distintos ámbitos sociales: en los medios de comunicación, en las notas de opinión y editoriales, entre otros géneros; en los espacios políticos, en los discursos electorales y ensayos, por ejemplo; en el campo religioso, se advierte en los sermones, encíclicas, declaraciones de autoridades; en la educación, en la fundamentación de un cambio curricular, los discursos conmemorativos y las conferencias, etc.

En todos los casos, el desarrollo discursivo tiene en cuenta al destinatario, no solo para la selección de los argumentos y el tipo de pruebas (testimonios, leyes, ejemplos históricos) sino también para la

elección del peso relativo de lo racional y de lo emocional, el vocabulario, la extensión y la entonación (si fuera oral).

Los textos argumentativos, a pesar del aparente rigor conceptual que pueden adoptar, trabajan con un material afectado por valoraciones sociales que inciden en la actividad interpretativa del receptor. Por otra parte, se basan en premisas verosímiles, es decir, simplemente admisibles o susceptibles de ser admitidas por los interlocutores, de allí que no tengan la prueba de una demostración matemática o lógica y que las conclusiones a las que arriban puedan ser refutadas.

Finalmente, es importante señalar, en la argumentación, la presencia de un enunciador que construye una imagen de sí como sujeto objetivo o apasionado, energético o tímido, bueno o malo, humilde o soberbio, escolarizado o no, etc., y además emite juicios apreciativos sobre los acontecimientos o actores implicados y asigna o no credibilidad a las opiniones de los otros. Estas construcciones, todas, tienen sus efectos de sentido e influyen sobre el enunciatario.

Como la mayoría de los textos que vamos a leer son argumentativos, queremos desarrollar este tema en profundidad. La estructura de la secuencia argumentativa, cuando aparece en forma completa, incluye:

1- Un tema general o **punto de partida** que da origen al texto (circunstancias o pensamientos que lo originan) y muchas veces incluye el problema o interrogante concreto que desencadena el discurso, **la quaestio** (un interrogante social que en algunas situaciones no es necesario formular porque es conocido por la mayoría de los lectores u oyentes).

2- Una posición particular del autor o **hipótesis**, que es la respuesta a la pregunta planteada y la conclusión que el autor pretende que alcance el lector adhiriendo a su postura. Es aquello de lo que se intenta persuadir o convencer. Puede plantearse en forma directa (explícita) o desprenderse indirectamente (en forma implícita) de los argumentos desarrollados. En este último caso, es el destinatario quien deberá reconstruirla (**en los textos académicos la hipótesis es explícita**).

3- La **demonstración**. Es la parte central de la argumentación. En ella se presenta la serie de argumentos particulares o pruebas orientadas a justificar el punto de vista personal o conclusión. La argumentación tiende a la construcción de un concepto nuevo. El autor usa frecuentemente la primera persona del plural, los llamados deícticos de persona (pronombres y desinencias verbales: yo/nosotros, pido/pedimos) para involucrar al oyente o lector, así lo hace partícipe de la discusión y lo obliga a tomar partido, lo compromete emocionalmente. Para lograr estos efectos puede utilizarse el vocativo, usted, vos, tú y el modo imperativo de los verbos. En los textos académicos se desaconseja su uso.

4- Un **cierre** o conclusión, en el que el autor retoma las líneas básicas expuestas en sus argumentos y expresa la finalidad de su razonamiento.

También existen argumentaciones incompletas sin punto de partida ni conclusión. Pero en ellas hay una parte que no puede faltar. Como se señaló más arriba, lo fundamental en una argumentación es la presentación de datos o pruebas que frecuentemente tienen la forma de una explicación causal - subordinada a la palabra "porque", "ya que", "puesto que" - o de un dato (descripción o narración que admiten la anteposición de un "porque").

**Quaestio:** ¿Qué le pasa al niño?

ARGUMENTACIÓN	EJEMPLO 1
RESPUESTA/ HIPÓTESIS/ CONCLUSIÓN	El niño tiene una enfermedad infecciosa.
DATO/ PRUEBA/ RAZÓN	(porque) el niño tiene fiebre

Otro elemento que hay que tener en cuenta en la argumentación es un tipo de dato que casi siempre aparece implícito porque el argumentador considera que el argumentatario lo sabe. Sigamos con el ejemplo del niño que tiene fiebre, es probable que muchos desconocedores del tema pregunten qué tiene que ver la fiebre con una infección. Pues bien, ese dato o prueba se apoya en un principio o teoría que aporta la ciencia médica: “la fiebre es un indicio de que hay infección en alguna parte del cuerpo”.

Veamos otro ejemplo que muestra que toda argumentación se apoya al menos en dos tipos de datos o pruebas, uno de ellos es siempre un principio de saber o creencia, y el otro es un dato empírico de carácter concreto.

**Quaestio:** ¿Un adulto puede ir preso por maltratar a un menor?

RED ARGUMENTATIVA	EJEMPLO 2
RESPUESTA/ HIPÓTESIS/ CONCLUSIÓN	Un adulto puede ir preso por maltratar a un menor.
DATO/ PRUEBA/ RAZÓN	(porque) Existen casos que lo prueban. Por ejemplo, las maestras de un colegio de Vicente López están presas por maltratar a niños en un jardín de infantes.
PRINCIPIO, CREENCIA o TEORÍA QUE AYUDA A LA PRUEBA	(porque) Según la Ley 26.061 de protección integral de los derechos de las niñas, niños y adolescentes, los menores están protegidos contra el maltrato.

Este saber o creencia que interviene en la argumentación corresponde a los saberes compartidos y, por eso, muchas veces no aparece explícito. Este saber o creencia está ligado en el mundo académico a la teoría de una disciplina (en los ejemplos anteriores pertenecen a la medicina o el derecho) o a la ideología de un autor.

**Ejemplo:**

- Las noticias influyen decisivamente en la constitución de opinión pública acerca de los temas que los medios enfatizan y jerarquizan en su agenda (saber compartido, teoría). Sin embargo, en determinadas circunstancias y a través de diferentes mecanismos, la opinión pública también influye sobre los medios (hipótesis del autor). De acuerdo con Martini (2000), la información multiplica y naturaliza una buena parte de los discursos y representaciones que circulan en la sociedad (argumento causal y cita de la autoridad que legitima el punto de vista).

Como veremos, en el desarrollo de la argumentación, suelen utilizarse estrategias como las utilizadas en el caso de la explicación, pero con un fin persuasivo. Desarrollaremos este tema en los capítulos que siguen.

Trabajada la teoría de géneros discursivos, y considerada también la importancia del tipo de enunciación, el estilo verbal y la estructura textual para distinguir un género discursivo de otro, en el próximo apartado presentaremos los géneros académicos con los que trabajaremos en este manual: el artículo académico, el informe descriptivo, el parcial y la toma de apunte. Al final de este capítulo encontrarás un cuadro sobre géneros discursivos.

## 1.6. GÉNEROS ACADÉMICOS

Los géneros académicos son escritos por académicos para otros académicos y circulan en el ámbito de la universidad (aunque excepcionalmente pueden aparecer adaptados en algún medio de comunicación masiva). Los temas que tratan (la célula, las isotermas, el pensamiento crítico, la Edad Media, la cultura juvenil, los géneros discursivos, entre -muchos otros) están vinculados con las distintas disciplinas científicas; su estilo verbal, al tratar temas con especialistas o aspirantes a serlo, es especializado, presenta términos específicos y desarrollos teóricos que dan densidad a los textos.

Desde el punto de vista estructural o compositivo, cada género presenta una estructura singular. El artículo científico académico es un género en el que predomina la secuencia argumentativa, aunque se apoya en largas explicaciones que incluyen numerosas definiciones. En el resumen, en el informe de lectura descriptivo y en el apunte, aparecen otras secuencias. Hay explicación, narración y también descripción. En el parcial, según la pregunta, domina un tipo de secuencia. Este tema lo explicaremos en el apartado correspondiente.

### 1.6.1. Artículo científico académico

El artículo académico es un género que informa de una investigación realizada en el ámbito de la universidad. Es producido por un docente investigador que expone el trabajo realizado por él o su grupo y demuestra el conocimiento alcanzado durante el mismo. La investigación en las Ciencias Sociales puede ser de campo, bibliográfica o discursiva, entre otras modalidades. Su desarrollo puede alcanzar las 40 páginas. Por una razón de extensión, en este manual analizamos fragmentos de artículos académicos. Veamos el caso de este texto (que ya hemos leído más arriba):

The screenshot shows the website of the journal 'COMUNICACIÓN Y MEDIOS'. The header includes the journal's name and navigation links for 'INICIO', 'NÚMEROS ANTERIORES', 'NUMEROS ESPECIALES', 'ACERCA DE', and 'PUBLIQUE'. Below the header, the article title 'El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación' is displayed, along with the author's name, Aimée Vega Montiel, and her affiliation, Programa de Investigación Feminista CEIICH-UNAM. The page also shows the DOI: 10.5354/0719-1529.2015.30332. The 'RESUMEN' section provides a brief description of the article's context and analysis. The 'PALABRAS CLAVE' section lists keywords: Mujeres, Violencia de género, Derechos Humanos, Medios de Comunicación. On the left sidebar, there are links for 'PDF', 'COMPARTIR' (with social media icons), 'CÓMO CITAR' (with citation details for Vega Montiel, 2015), and 'FORMATOS DE CITACIÓN'.

La violencia constituye el principal obstáculo para la realización de los derechos humanos de las mujeres y para alcanzar la igualdad de género. En tal contexto, los medios de comunicación tienen una responsabilidad fundamental. ¿Son los medios de comunicación aliados de los derechos humanos de las mujeres? ¿Promueven la erradicación de la violencia y la discriminación de género? De estas preguntas parte el análisis que a continuación se expone.

### **Definiendo la Violencia de Género Contra las Mujeres**

Cuando nos referimos a la violencia de género contra las mujeres, estamos recurriendo a concepciones científicas que han sido ampliamente definidas por la teoría feminista (Amorós, 1994; Brasileiro, 1997; Torres, 2001), y que son recuperadas por los instrumentos jurídicos de derechos humanos de las mujeres vigentes a nivel global, regional y local. La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a ésta como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo. Incluye actos que infligen daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y también las amenazas de tales actos, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado

### **Los Medios de Comunicación en la Erradicación de la Violencia Contra las Mujeres**

Los medios de comunicación han sido señalados como una institución con una responsabilidad central en la erradicación de la violencia contra las mujeres y, en consecuencia, en la realización de sus derechos humanos. Al constituirse como una fuente de educación (formal e informal) para la sociedad, al lado de la familia y la escuela, tienen una tarea central en la búsqueda de soluciones.

Es evidente que las mujeres aún están prácticamente ausentes de los medios hoy en día. Después de más de una década, la investigación académica sigue mostrando que están claramente infra-representadas por estos medios, y cuando lo están, se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados. Cada día corroboramos que la representación de las mujeres en el discurso de los medios de comunicación tradicionales y de las nuevas tecnologías, reproduce los estereotipos sexistas que, o asocian a las mujeres a roles tradicionales (en los que se enfatiza su supuesta vulnerabilidad, su sumisión y su adscripción al espacio doméstico), o las representan como objetos sexuales o como grupos de consumo, concentradas solo en la compra de artículos de moda y belleza. En contraste, en los medios no es latente el interés por visibilizar su participación y su poder como agentes sociales en las esferas política, económica, educativa y cultural. En este contexto, llama la atención el tratamiento que reciben las informaciones relacionadas con la violencia de género en los programas de noticias. La evidencia señala que:

- Es lugar común encabezar o presentar estas informaciones con titulares escandalosos, frívolos o discriminatorios;
- Las fuentes de la información son principalmente las instituciones y las mujeres-víctima;
- Las noticias tienden a excusar al agresor con frases como: "estaba obsesionado", "estaba enamorado", "estaba bajo los efectos de las drogas", cuando la verdadera razón que subyace a la actuación de los agresores es la desigual distribución del poder que existe entre hombres y mujeres;
- A las mujeres-víctimas comúnmente se les retrata con tomas de primer plano y con voz distorsionada, lo que las vuelve protagonistas de una cobertura sensacionalista. Este tipo de programas televisivos de noticias, no contribuyen al debate y la reflexión, tratan la violencia de género como un fenómeno aislado y natural. El discurso de dichos programas constituye una parte del problema de la violencia contra las mujeres, al representarlas como responsables de su propio abuso (Meyers 1997, p. 117).

### **Apuntes Finales**

La violencia de género contra las mujeres constituye un problema mundial de terribles consecuencias. No ha sido sino hasta los años recientes que ha salido del ámbito privado para ser reconocido como un problema público que, para ser erradicado, demanda el concurso y la acción de toda la sociedad. En el ámbito de las soluciones es fundamental la contribución de los medios de

comunicación. Ello no significa afirmar que los medios sean los que originen o detonen la violencia contra las mujeres. Pero tienen una responsabilidad central porque, al reflejar actitudes y valores congruentes con el patriarcado, refuerzan esta estructura social.

En este artículo se han indagado fuentes bibliográficas para presentar el problema de la mujer en relación con los medios de comunicación. El texto reúne las características más habituales. En él, prevalece una enunciación no marcada y el lenguaje si bien es sencillo, incluye términos específicos como “estereotipos”, “roles tradicionales”, “coerción”, “agentes sociales”, que señalan que el texto está escrito para un lector informado. Como en este caso el texto dispone de paratextos, al leerlos podemos corroborar que no es un texto periodístico, sino que se trata de un artículo escrito en el ámbito de una universidad y que es entonces de carácter académico.

### 1.6.2 Resumen e informe de lectura

Como sabrás, un resumen es un texto que reduce la información de otro texto. Aunque existen distintas formas de resumir, esta reducción debe ser representativa del contenido principal del texto fuente (el texto leído). El informe de lectura se parece al resumen. También es un texto que parte de otro texto. **Pero no son iguales.**

A continuación, te presentamos el resumen y el informe de lectura descriptivo. Te pedimos que subrayes las diferencias entre ambos géneros.

#### Resumen

En la violencia de género los medios de comunicación tienen una responsabilidad central para ayudar a su erradicación en tanto fuente de educación y contribuir a la solución. Por el contrario, numerosas investigaciones muestran que lejos de tratar en profundidad el tema reproducen la violencia cuando al hablar de la mujer la representan en papeles estereotipados en los que se enfatiza su vulnerabilidad, sumisas o consumidoras. Pocas veces visibilizan su papel como agentes sociales en esferas que no tengan que ver con lo doméstico. Por lo demás, en la información sobre violencia de género terminan siendo discriminadas, maltratadas por la imagen, responsables de su propio abuso y sus agresores son justificados. La solución de este problema reclama la participación de toda la sociedad y de los medios.

**Informe descriptivo** (Este informe no está completo. Lo presentamos más sencillamente para identificar las diferencias con el resumen. La estructura completa de un ID se presenta en el módulo 3, punto 2.4)

Vega Montiel, A. (2014). El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación. *Comunicación y Medios*, Instituto de Comunicación e Imagen de la Universidad de Chile, N°30.

El artículo científico académico de la investigadora y docente universitaria Vega Montiel aborda el tema de la violencia de género en los medios de comunicación, que según ella tienen una responsabilidad central en la erradicación de la violencia, en tanto fuente de educación, y en la búsqueda de una solución. Sin embargo, como demuestra la autora, estos medios lejos de tratar en profundidad el tema reproducen la violencia.

El artículo fue escrito por Vega Montiel en un contexto signado por el gran recrudecimiento de violencia de género y la aparición de numerosos movimientos que buscan ayudar a la mujer, como

el **Ni una menos**, y en momentos también en que los medios son muy cuestionados por la manipulación que realizan de la información.

Para demostrar su hipótesis de que los medios reproducen la violencia, la autora presenta una serie de argumentos. Entre ellos, sostiene que los medios, al hablar de la mujer, la representan en papeles estereotipados, en los que se enfatiza su vulnerabilidad, y la presentan como sumisa o consumidora, en un rol pasivo. Señala también que pocas veces visibilizan a la mujer en su rol como agente social en esferas que no tengan que ver con el ámbito doméstico.

Por lo demás, incluso cuando informan sobre violencia de género, afirma Vega Montiel que las mujeres terminan siendo discriminadas, maltratadas por la imagen, acusadas de ser las responsables de su propio abuso, mientras que sus agresores son justificados. Según la investigadora, la solución de este problema reclama la participación de toda la sociedad y de los medios.

“El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación”<sup>4</sup> tiene una mirada crítica sobre el papel de los medios y guarda relación con la propuesta de Van Dijk, quien advierte sobre la responsabilidad de los medios masivos en la reproducción de la discriminación.

Si marcaste bien, te habrás dado cuenta de que el informe de lectura incluye al resumen. Y que el informe brinda más información que el resumen.

El informe de lectura (IL) es un trabajo académico en el que se expone información acerca de un libro o de cualquier fuente documental publicada. En estos escritos, los autores o informantes se limitan a describir el texto sin expresar juicios valorativos. El informe expone y explica quién es el autor, analiza los distintos aspectos del texto leído: tema, género, contexto de producción, hipótesis, argumentos, relación con otros textos; y describe además todo lo que la autora hace con las palabras, los actos de habla: *presenta* una serie de argumentos”, “señala”, “afirma”.

Aunque no existen parámetros obligatorios ni fijos para estructurar un IL, sugerimos no confundirlo con un resumen. Un resumen reduce los contenidos de un texto a sus ideas principales. Un IL, en cambio, es un texto que habla de otro texto haciendo hincapié en:

- los rasgos distintivos de esa producción discursiva (por ejemplo, quién lo escribió, en qué circunstancia, cuál es el tema que desarrolla en el texto y con qué propósito), y
- las ideas que sirven al propósito del autor (si es un texto de carácter informativo, los subtemas que aborda; si es un texto de carácter argumentativo, los argumentos que presenta para demostrar su punto de vista, en relación con qué debate social se escribe)

Además, en un informe descriptivo el informante establece relaciones con conceptos de otros autores a los que repite, contradice, reconoce como antecesores o supera (análisis interdiscursivo de la ideología). (Volveremos sobre este tema en el Módulo 3, punto 2.3.)

### **En el IL es necesario:**

- ✓ Emplear la norma de la lengua escrita.
- ✓ Evitar el lenguaje vacío y pseudocientífico.
- ✓ No utilizar construcciones rebuscadas.
- ✓ Revisar la ortografía y puntuación.
- ✓ Evitar las exageraciones y afirmaciones tajantes.
- ✓ Mencionar la fuente investigada al principio del texto.

<sup>4</sup> Aunque las nuevas normas APA señalan que los artículos en las referencias bibliográficas no necesitan comillas, por razones de inteligibilidad hemos decidido conservar las comillas en las menciones intratextuales.

### 1.6.3. Parcial

El parcial es un género de naturaleza interaccional en el que a cada propuesta del docente le corresponde una respuesta o acción del estudiante. Es también un género homogéneo o heterogéneo según el tipo de actividades solicitadas. Cuando es homogéneo, el examen únicamente solicita respuestas a un cuestionario. Cuando es heterogéneo, el examen incluye consignas de naturaleza diversa que exceden la fórmula de pregunta-respuesta. (Volveremos sobre este tema en el Módulo 3, punto 2.1.)

El caso típico de parcial corresponde al cuestionario. Para resolver un parcial, es necesario saber qué tipo de información solicita cada pregunta. Algunas preguntas solicitan información muy concreta y otras, mayor desarrollo. Las preguntas prototípicas se caracterizan por la presencia de ciertos pronombres interrogativos que, de algún modo, explicitan la respuesta que se espera del estudiante: qué, dónde, cuándo, cómo, por qué, para qué, son algunos ejemplos de estos pronombres.

Desde el punto de vista textual, las respuestas de un parcial deben ser completas (deben tener sujeto y predicado), no deben ser copia de los textos leídos y deben ser autónomas, es decir, deben incluir de algún modo la pregunta. Veamos esas inclusiones en los ejemplos que te presentamos destacados en gris:

PREGUNTA 1: ¿Quién escribió el artículo El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación?

RESPUESTA 1: El artículo “El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación” fue escrito por Aimée Vega Montiel

PREGUNTA 2: ¿Qué tema trata la autora Vega Montiel en su artículo?

RESPUESTA 2: La autora trata el tema de la violencia de género en relación con los medios de comunicación.

PREGUNTA 3: ¿Qué se entiende por “violencia de género”?

RESPUESTA 3: Se entiende por “violencia de género”, según la ONU, la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo. Se caracteriza por producir daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y distintos tipos de violencia psicológica como la presente en las amenazas, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado.

PREGUNTA 4: ¿En qué momento la investigadora Vega Montiel escribió el artículo: qué pasaba en el contexto local e internacional?

RESPUESTA 4: El artículo fue escrito por Vega Montiel en un contexto de gran recrudecimiento de violencia de género y del surgimiento de numerosos movimientos que buscan ayudar a la mujer como el Ni una menos. En momentos también en que los medios son muy cuestionados.

PREGUNTA 5: ¿Por qué la autora plantea en su artículo una mirada negativa sobre los medios de comunicación?

RESPUESTA 5: La autora plantea una mirada negativa sobre los medios porque sabe que ellos junto con la escuela y la familia son responsables de la educación sin embargo no obran en consecuencia. En lugar de ayudar a la mujer, colaboran a encerrarla en sus roles tradicionales y, de esa manera, refuerzan la idea que tiene la sociedad sobre ella y su función dentro de la misma.

Entre los exámenes parciales o finales pueden aparecer consignas más complejas como aquellas que solicitan la escritura de una opinión o una fundamentación. En el primer caso, hay que escribir un texto respetando la estructura de los textos argumentativos. En el segundo caso, hay que exponer y explicar las razones por las cuales se acepta o se niega algo.

#### **1.6.4. Apunte de clase**

El apunte de clase es un texto construido a partir de distintos soportes discursivos: un escrito, la palabra oral, el pizarrón, las diapositivas de un PowerPoint, los videos y posteos utilizados o indicados por el docente. Su objetivo es duplicar el contenido de la fuente y fijarlo por escrito para conservarlo con fines de estudio. El escritor del apunte recoge las ideas consideradas relevantes e intenta unificarlas bajo determinados rótulos o títulos en busca de criterios de orden temático.

En cuanto al desarrollo verbal, el apunte, se caracteriza por la economía de recursos (austeridad léxica, síntesis, abreviaturas, fragmentación, enunciados inconclusos). Presenta una escritura icónico-industrial, lo que resulta observable en su despliegue a la vez verbal (toma de notas), visual (imágenes, expresiones icónico-verbales) y espacial (señales, llamadas, enlaces). En el aspecto gráfico, es un texto enriquecido por marcas gráficas (ilustraciones, esquemas, distribución gráfica de la información; índices de relevancia como recuadros, subrayados, mayúsculas, cambios tipográficos, color, signos de exclamación y otro tipo de resaltados; señales como flechas, asteriscos y llamadas de atención; marcadores de orden como números, viñetas, guiones, etc.).

En el caso de apuntes de clase, requiere una escucha muy especial: el profesor no dicta, si repite y complementa su desarrollo oral con anotaciones en el pizarrón (mención de fuentes, diagramas, etc.), eso indica que está enfatizando que algo es importante y debe ser recogido también en el apunte.

A diferencia de otros géneros académicos, destinados a comunicar un saber para otro, el apunte es un género simple, destinado a uno mismo y eventualmente para un compañero. Los enunciados del apunte están determinados por la situación y el tema de la clase donde se generan. Estas condiciones de producción hacen que frecuentemente resulten ilegibles y por lo tanto se vuelve necesario aprender a tomar apuntes ya que constituyen un insumo de estudio indispensable en la vida universitaria.

Como actividad, la toma de apuntes requiere de operaciones que el alumno deberá ir haciendo durante el desarrollo de la clase. El alumno debe escuchar, comprender, analizar lo que escucha, pensar en su realidad y seleccionar aquella información que luego mediante un sistema de expansión le permita recuperar la clase. Según lo expuesto, un apunte no puede tomar nota de todo. Algunos estudiantes siguiendo el manual escriben notas al pie (en el manual o en su cuaderno), que amplían o explican lo que dice el manual. Otros hacen pequeños cuadros que ordenan por orden de importancia los temas desarrollados y agregan los ejemplos. Otros simplemente hacen listados de temas y expanden los conceptos que no entienden. Algunos usan colores para las definiciones y colocan signos de pregunta en los casos en los que no entienden algo y necesitan hacer consultas.

Si un apunte está bien tomado, cualquier alumno o alumna podría ceder su apunte y se podría -a partir de ese texto- hacer un resumen de la clase. No olvidemos al hacer un apunte, poner la fecha, el tema principal y el nombre del profesor que dio la clase. Te aconsejamos para ampliar este contenido consultar en Youtube clases al respecto, por ejemplo, en [www.youtube.com/watch?v=ZBWBP14q7RQ](http://www.youtube.com/watch?v=ZBWBP14q7RQ), [www.youtube.com/watch?v=8sKQF7Cs0BA](http://www.youtube.com/watch?v=8sKQF7Cs0BA).

## 2. ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO GÉNEROS DISCURSIVOS

### Modelo de Examen N°1

#### PARTE A

1) Leer el siguiente texto y luego resolver las consignas de parcial.

#### LA CRIMINALIZACIÓN MEDIÁTICA, por Marcelo Pereyra

Hace diez años el término “piqueteros” gozaba de cierta simpatía en tanto ejemplo de lucha contra lo peor del neoliberalismo, pero conforme la crisis se fue expandiendo a otras clases, adquirió una connotación fuertemente negativa asociada al delito. La utilización de pañuelos en la cara por parte de muchos de sus militantes, para evitar ser identificados en las filmaciones policiales, fue una de las excusas para su criminalización.

Las muchedumbres de manifestantes, provenientes de los suburbios pobres, que llegan semana tras semana hasta el “corazón de la city porteña” son presentadas por los medios como una horda peligrosa que sitia la ciudad.

De esta forma en los medios masivos el acontecimiento de la protesta se construye a partir de sus efectos y no de sus causas. Los desocupados-piqueteros son incluidos en las agendas periodísticas sólo como provocadores del caos en el tránsito urbano –y no como actores políticos–, con lo cual se despolitiza el conflicto. (...) Se hace evidente entonces que a la hora de representar la protesta de los desocupados los medios se ponen del lado de los perjudicados por sus efectos. Refuerzan así el contrato de lectura con sus públicos porque se ocupan de sus problemas representando una de las zonas conflictivas de su mundo (...) Estos movimientos también son cuestionados por políticos y funcionarios gubernamentales. Aun cuando durante la protesta la violencia se suele desatar a partir de la represión, jueces, funcionarios y medios asignan únicamente el carácter de violentos a los piqueteros. Esta estigmatización basada en un estereotipo de la violencia deslegitima su metodología de lucha, y al excluirlas del ámbito ciudadano se les niega la vida pública y se los recluye en su privacidad excluida.

(...) De esta forma, los medios masivos, sobre todo en épocas de crisis, reactivan imaginarios reaccionarios y xenófobos en los que los otros, en este caso los excluidos del sistema económico-laboral, personifican la amenaza y generan miedos; son por lo tanto los portadores del germen de la inestabilidad y el desorden social. (...) Para las expresiones públicas de la protesta también rige un imaginario de miedo donde el que se manifiesta es el otro-peligroso que “sitia” la ciudad. En la información periodística el debate de fondo queda oculto o es desviado. Se puede pensar que ello ocurre porque para entender el conflicto en términos macrosociales los medios deberían recurrir a categorías –vinculadas a los conceptos de clase y lucha de clases– que los comprometerían a ellos mismos como sujetos involucrados en ese conflicto. En suma, el discurso mediático viene aquí también a excluir a los excluidos en tanto ciudadanos-actores políticos que ejercen su derecho a peticionar frente a las autoridades.

(Este artículo, publicado en la revista *Encrucijadas, revista de la UBA*, en diciembre de 2005, ha sido adaptado para esta instancia.)

#### Vocabulario

Estereotipo: Imagen o idea aceptada comúnmente por un grupo o sociedad con carácter inmutable  
Estigmatizar: Señalar a alguien negativamente, marcar, ofender, infamar.

Autor: Marcelo R. Pereyra, Mg. en Ciencias de la Comunicación. Docente de la UBA. Tiene varias publicaciones sobre el tema de la comunicación del delito y la violencia en la vida cotidiana. Es director de la revista Contracultural.

**2)** Definí qué es un género discursivo y mencioná a qué género pertenece el texto leído. Justificá tu respuesta analizando los rasgos externos e internos. No olvides señalar cuál es la secuencia dominante (2 puntos).

### PARTE B

**1)**Escribí un informe descriptivo del texto de Pereyra. (Extensión 20 líneas, 5 puntos)

**2)**Desarrollá un texto argumentativo (con estructura completa) en el que respondas el siguiente interrogante: “¿Estás de acuerdo con el punto de vista del autor acerca de los medios?”. Justificá tu respuesta con un argumento o prueba. (Extensión máxima 10 líneas. Esta consigna vale 3 puntos)

### CUADRO GÉNEROS DISCURSIVOS

RASGOS EXTERNOS		RASGOS INTERNOS			GÉNEROS	TIPO DE DISCURSO O ÁMBITO
ÁMBITO DE PRODUCCIÓN Y RECEPCIÓN	ÁMBITO DE CIRCULACIÓN	TEMA	ESTILO VERBAL	ESCRUCTURA		
Escribe un periodista para el lector del diario	Medios de comunicación masiva, diarios revistas En soporte gráfico o digital televisión radio	La actualidad Temas relacionados con el interés de una comunidad	Masivo	Narrativa	Noticia	PERIODÍSTICO
				Narrativo-Descriptiva	Crónica	
				Argumentativa	Artículo de opinión, Carta de lectores	
				Explicativa	Informe	
Escribe un escritor de literatura para lectores de literatura	Libros de editoriales o colecciones dedicadas a la literatura, revistas literarias, en soporte gráfico o digital	De interés para el hombre de todos los tiempos y espacios: la vida, la muerte, el amor, la enfermedad, la ambición	Poético, presenta recursos expresivos y cierta ambigüedad	Narrativa	Cuento - Novela	LITERARIO
				Dialogal	Drama	
				Argumentativa	Artículo de investigación, paper, informe de investigación, ensayo, conferencia, otros	
Escribe un experto para otro experto	Institutos y laboratorios de investigación dependientes de la Universidad, a través de revistas	Altamente teórico y especializado Científico	Lenguaje especializado o de semi divulgación	Explicativa	Manual, informe Sinopsis, otros.	CIENTÍFICO
				Argumentativa	Artículo académico	
Escriben los estudiantes	Publicaciones para estudiantes	Vinculado a un saber científico: la literatura, la filosofía, el derecho, la biología. etc.	Lenguaje especializado	Expositivo explicativa	Respuestas de parcial	ACADÉMICO
				Descriptiva o argumentativa según el tipo de informe	Informes de lectura, reseñas, otros	
				Expositiva o expositiva-argumentativa	Monografías, ensayos	
Escriben los estudiantes	Trabajos para los docentes	Lenguaje especializado				

# MÓDULO 2

## LECTURA

### 1. LA LECTURA DE GÉNEROS ACADÉMICOS

#### 1.1. ¿QUÉ ES LEER? ¿SABEMOS LEER? ¿PARA QUÉ LEEMOS?

Estas son preguntas que a menudo nos hacemos y que adquieren especial importancia al momento de iniciar los estudios superiores. Es fundamental encarar adecuadamente la lectura de los textos académicos que serán la base de casi todo el proceso de enseñanza aprendizaje en las distintas materias.

**¿Sabemos leer?** Leemos en casi todas las situaciones de la vida. No es verdad que los jóvenes de hoy en día leen menos que antes. La tecnología nos ha llevado a leer permanentemente en la calle, en las señales, en la publicidad, en los mensajes de texto, en los muros, en las redes sociales y en todas las publicaciones que circulan por Internet. Los lectores de hoy leemos casi todo el tiempo palabras e imágenes y realizamos lo que se llama lectura multimodal.

Todos los que hemos transitado la escuela primaria y la secundaria sabemos leer pero de distintas maneras. La universidad exige una forma más exhaustiva de la lectura. Es aquí donde adquieren sentido estas preguntas.

**¿Qué es leer?** Leer no es otra cosa que construir sentidos mediante la interacción entre el lector y el texto. En la lectura, la comunicación es diferida y el lector debe reconstruir las intenciones comunicativas del escritor y asignarle un sentido al texto.

La lectura depende tanto de las características del texto y las claves que aporte para su interpretación como de la participación del destinatario. Frente al texto, el lector se guía por los conocimientos del tema, de los tipos de textos que conoce y pone en juego una serie de estrategias cognitivas de las que hablaremos en las próximas páginas.

**¿Para qué leemos?** Es importante saber la finalidad que perseguimos con la lectura (para qué leemos) y la manera de lograr ese objetivo (cómo debemos leer). Ambos aspectos están íntimamente relacionados.

- El lector hábil es capaz de identificar señaladores que le indican ante qué tipo de texto está; por ejemplo, ante un texto narrativo el lector espera una introducción al tema y la presentación de los personajes, un clímax y un desenlace.
  - No leemos un texto de la misma forma para pasar el tiempo, para entretenernos, que para exponer el contenido en una clase.
  - Si leemos una revista de espectáculos no tomamos apuntes, pero si leemos un manual escolar seguramente tomaremos notas, haremos cuadros sinópticos o resúmenes.
  - No hacemos el mismo ejercicio mental si leemos para identificar las ideas principales, para buscar el mejor título de un texto o para deducir conclusiones y hacer un juicio crítico del contenido del texto.

## 1.2. ¿CÓMO DEBEMOS LEER UN TEXTO ACADÉMICO?

Como ya dijimos la lectura es un proceso, si leemos para la universidad necesitamos entender cabalmente el texto. El lector académico debe, además de entender lo que lee, poseer una mirada crítica sobre lo leído, debe trabajar lo que se llama la “literacidad crítica”. El lector crítico realiza preguntas al texto: ¿quién es el autor?, ¿para quién escribe?, ¿en qué circunstancias?, ¿para qué lo hace?, ¿con qué intención?, ¿qué propósito persigue?, ¿por qué elige ese género discursivo y no otro?, etc. En otras palabras, no es un lector ingenuo sino un lector activo y perspicaz.

Para lograr este tipo de lectura es conveniente respetar los momentos de este proceso:

1. **Prelectura o lectura de los paratextos:** en este primer momento, el lector observa y procesa los datos aportados por los paratextos (título, subtítulo, datos biográficos o editoriales, índice, gráficos, ilustraciones, etc.). Y a partir de esta información realiza un trabajo de predicción acerca de lo que trata el texto, su vinculación con la materia que pidió su lectura y acerca de su variedad genérica. Se trata de una predicción inicial o hipótesis lectora.
2. **Lectura global:** en este segundo momento, el lector procede a hacer una lectura global, es decir, desde el comienzo hasta el final. En el transcurso, realiza un trabajo de inferencia, que abarca deducciones, conjeturas y suposiciones basados en los datos explícitos e implícitos, porque un texto está plagado de elementos no manifiestos en la superficie textual que deben actualizarse en ese proceso.
3. **Lectura analítica o por párrafos:** en este momento, el lector lee y relee los párrafos hasta entenderlos, confronta sus predicciones con lo leído y confirma o corrige sus anticipaciones. Realiza subrayado de ideas principales y acompaña los mismos con notas marginales. Se trata de un automonitoreo de la comprensión que produce un encadenamiento de predicciones, inferencias e interpretaciones.
4. **Postlectura:** en esta última etapa, el lector podrá reconstruir el contenido del texto aplicando distintas estrategias tales como resumen, esquema de contenido, etc. Es un momento de integración y síntesis.

La lectura es una actividad controlada ya que el lector es quien gradúa el ritmo y decide cuándo detenerse y volver atrás para releer ante las dificultades que va encontrando en la comprensión. Es decir, el lector es un participante activo del proceso de lectura.

## 1.3. ¿QUÉ SON LOS PARATEXTOS?

Se llama paratexto a todo elemento verbal y no verbal que acompaña al texto. El paratexto está alrededor de él, pero no es el texto. Son paratextos el título, las referencias al autor o a la publicación, los subtítulos, las notas al pie, las imágenes, en los libros la tapa, contratapa, solapas, índice, etc.

¿Para qué sirve observar los paratextos? Sirve para entender antes de leer de dónde procede el texto, quién lo escribió y con qué propósito. Los lectores realizamos hipótesis sobre todo eso y entendemos mejor lo que leemos. Esas hipótesis pueden ser confirmadas o rectificadas durante la lectura y constituyen una guía para el lector.

**En los distintos módulos se pueden observar paratextos originales**

Los textos de ámbito académico o universitario se generan como un medio de comunicación entre docentes y alumnos. Los paratextos en estos casos hacen referencia al nombre de su autor, el título

de la obra, el formato o soporte donde se publicó, el lugar y la fecha, adelantan información, incluso sobre el género, y orientan la lectura crítica.

## Actividad

**Leeremos el texto Discurso y racismo de van Dijk siguiendo los pasos del proceso de lectura:**

**1. Prelectura o lectura de paratextos:** observemos el texto Discurso y racismo de Teun van Dijk e identifiquemos el tipo de discurso a partir de los paratextos.

Lo primero que observamos es que el artículo fue publicado en la revista *Persona y Sociedad* de la Universidad Alberto Hurtado, en el Instituto Latinoamericano de Doctrina y Estudios Sociales (ILADES). En la ventana superior se encuentra la dirección o página web en la que se encuentra el artículo.

Los paratextos presentes son el título, el nombre del autor, dos subtítulos “Los discursos” y “Los informes de noticias”, y una nota al pie que contiene una referencia bibliográfica.

El título y los subtítulos permiten suponer que las palabras “discurso”, “racismo” e “informe de noticias” estarán de alguna manera relacionados en el texto y ayudan a formular hipótesis sobre el tema que se tratará. La palabra “discurso” hace mención de los textos y los estudios relacionados con la Lingüística. Esto permite advertir que este artículo se vincula con los contenidos centrales de la materia “Seminario”.

El nombre del autor orienta al lector que lo conoce o investiga quién es van Dijk, es un especialista en el estudio de la lengua, un lingüista de origen holandés muy reconocido en todo el mundo y que trabaja en varias universidades.

Si en lugar del paratexto original encontráramos la referencia bibliográfica, sería esta:

van Dijk, T. (2001). Discurso y Racismo, en *Persona y Sociedad*, Universidad Alberto Hurtado, ILADES. Recuperado de <http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf>. Enero de 2019.

Aquí aparece otra vez el nombre del autor, el año de publicación, el título del artículo que fue publicado en la revista *Persona y Sociedad*. La revista es una publicación de la Universidad Alberto Hurtado, en el Instituto ILADES.

Además, informa que el artículo se obtuvo por Internet en la página web de la revista en el año 2019.

Una vez que analizamos todos los paratextos podemos contestar estas preguntas:

¿Qué hipótesis se puede hacer sobre el género discursivo al que pertenece? ¿A qué ámbito discursivo pertenece? ¿Qué tipo de tema tratará? ¿A quién está dirigido? ¿Cuál será su finalidad? Todo hace suponer que se trata de un texto académico.

**2. Lectura global:** significa que leeremos todo el texto sin detenernos demasiado en lo que no podamos entender todavía. Esta lectura general nos permitirá verificar las hipótesis de prelectura que realizamos en el paso anterior, identificar el tema del texto y el propósito del autor.

Efectivamente se trata de un texto académico por el tipo de registro que utiliza, los términos son específicos del área de Lingüística, por ejemplo, el concepto de ‘discurso’. La intención del autor es desarrollar un tema académico, sostiene que el racismo no es innato en las personas, sino que se llega a ser racista por la influencia sociocultural y que el uso de las palabras tiene mucho que ver con eso. En efecto, el título relaciona los conceptos de ‘discurso’ y ‘racismo’, términos que en la vida cotidiana no se relacionan.

**3. Lectura analítica o por párrafos:** En este momento de la lectura leeremos cada párrafo varias veces, todas las necesarias para entender cabalmente que quiso decir el autor. Posiblemente encontremos palabras que no comprendemos, la relectura ayuda a entender significados en contexto. Otra posibilidad es consultar diccionarios en papel o digitales (Te recomendamos [enclave.rae.es](http://enclave.rae.es)).

Una vez que comprendimos el párrafo sugerimos subrayar las ideas principales o escribir en el margen anotaciones que resuman la idea principal de lo leído tal como puede verse a continuación.

The screenshot shows a web browser window with the URL [www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf](http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf). The page is titled 'PERSONA Y SOCIEDAD' and 'Universidad Alberto Hurtado Instituto Latinoamericano de Doctrina y Estudios Sociales ILADES'. The main title of the article is 'Discurso y racismo' and it is attributed to 'Teun A. Van Dijk'.

Para la mayoría de la gente, y probablemente también para muchos lectores de este capítulo, la noción de racismo no se asocia inicialmente a la de discurso. Asociaciones más obvias serían discriminación, prejuicio, esclavitud o *apartheid*, entre muchos otros conceptos relacionados con la dominación étnica o 'racial', la desigualdad tratada a lo largo de este escrito. Ahora bien, aunque el discurso puede parecer sólo 'palabras' el texto y la charla juegan un papel vital en la reproducción del racismo contemporáneo.

Esto es especialmente verdad para las formas más perjudiciales de racismo contemporáneo, a saber, las de las *élites*. Las *élites* políticas, burocráticas, corporativas, mediáticas y educativas controlan las dimensiones y decisiones más cruciales de la vida cotidiana de las minorías y los inmigrantes: entrada, residencia, trabajo, vivienda, educación, bienestar, salud, conocimiento, información y cultura. Realizan este control en gran parte hablando o escribiendo, por ejemplo, en las reuniones de gabinete y las discusiones parlamentarias, en entrevistas de trabajo, en los noticiarios, anuncios, lecciones escolares, libros de textos, artículos científicos, películas o *talk shows*, entre muchas otras formas de discurso de la *élite*.

Es decir, al igual que es cierto para otras prácticas sociales dirigidas contra minorías, el discurso puede ser en primera instancia una forma de discriminación verbal. El discurso de la *élite* puede constituir así una forma importante de racismo de la *élite*. De la misma manera, la (re)producción de los prejuicios étnicos que fundamentan dichas prácticas verbales, así como otras prácticas sociales ocurre en gran parte a través del texto, de la charla y de la comunicación

**La noción de racismo no se asocia comúnmente a la de discurso. Sin embargo, los textos y las charlas reproducen ideas racistas.**

**Hay racismo en el discurso de las élites que controlan la vida de los grupos minoritarios**

**Los discursos discriminatorios parten de las élites y son reproducidos por el resto de la sociedad respecto de las minorías étnicas**

<p><b>Los discursos</b></p> <p>Los discursos tienen variadas estructuras, las cuales también se pueden analizar de diversas maneras dependiendo de las distintas perspectivas generales o del tipo de género analizado. Se asumirá aquí que tanto el texto escrito/impreso como la charla oral pueden analizarse así en distintos niveles a través de varias dimensiones. Cada uno de éstos puede estar directa o indirectamente implicado en una interacción discriminatoria contra miembros de grupos minoritarios o a través de un discurso sobre ellos, por ejemplo, de las siguientes maneras. Las formas directas están vinculadas con las representaciones que la <i>élite</i> reproduce en sus discursos en forma explícita, señalando verbalmente los rasgos que la vuelven superior en relación con otros sujetos sociales (Ej: los idiomas europeos están más desarrollados que los restantes). Las formas indirectas tienen que ver con lo no dicho, se dan, por ejemplo, en los medios, al seleccionar y tratar temas que interesan a la <i>élite</i>, y descartar otros como poco importantes, por ejemplo, los reclamos de un grupo minoritario</p> <p><b>Los informes de noticias</b></p> <p>Las conversaciones cotidianas son el lugar natural del racismo popular diario. Gran parte de ellas se inspira en los medios de comunicación. Los hablantes refieren rutinariamente a la televisión o al periódico como su fuente (y autoridad) del conocimiento o de las opiniones sobre las minorías étnicas. Esto es particularmente así para aquellos temas que no pueden observarse directamente en la interacción cotidiana, incluso en aquellos países o ciudades étnicamente heterogéneas. La inmigración es un ejemplo prominente.</p> <p>Los informes de noticias en la prensa tienen una estructura esquemática convencional que consiste en categorías tales como el título, el encabezado, los eventos centrales, el contexto, etc. Así, podemos centrarnos en los títulos y encabezados y ver que en las noticias tienden a enfatizar las características negativas de las minorías. Muchas investigaciones han demostrado efectivamente esto. En un estudio holandés, por ejemplo, encontramos que, de 1500 títulos relacionados con temas étnicos, ninguno era positivo cuando implicaba a minorías como agentes activos, responsables, mientras que esto era completamente normal cuando uno de Nosotros era el agente semántico en un título.</p> <p>Las <i>élites</i>, especialmente en Europa, son virtualmente siempre blancas, y también controlan los contenidos, las formas, el estilo y las metas de las noticias y del periodismo. No es sorprendente, por lo tanto, que los medios de comunicación de masas, y especialmente la derecha, la prensa sensacionalista, sean en mayor medida parte del problema del racismo que parte de su solución.</p> <p>En suma, especialmente en las sociedades de la información contemporáneas, el discurso se aloja en el corazón del racismo. Con esto hemos planteado que el racismo es aprendido y no natural o innato.</p>	<p>Según la Lingüística, la discriminación puede ser directa o indirecta.</p>
	<p><b>Los medios de comunicación son la fuente de información de la ciudadanía</b></p>
	<p><b>En los titulares de los diarios el racismo aparece en las noticias negativas sobre las minorías.</b></p> <p><b>En Europa los grupos blancos controlan las noticias y reproducen el racismo a través de la información.</b></p> <p><b>El racismo se aprende a través de la información.</b></p>

**4. Postlectura:** En este momento se integra lo leído. Es posible que varios párrafos traten sobre lo mismo o se contradigan, o que un párrafo sea ejemplo de lo dicho en otro anterior. Debemos observar todas estas cuestiones antes de realizar el resumen que generalice las ideas del texto. También se puede hacer un esquema de contenido. Lo importante es que queden registradas las ideas principales de lo que leímos para lograr una síntesis mental del texto. Esta síntesis o resumen nos servirá para comprender el sentido del texto y, seguramente, para estudiar a futuro y no tener que volver a leer todo.

#### Ejemplo de resumen a partir de las notas marginales:

La noción de racismo no se asocia comúnmente a la de discurso. Sin embargo, los textos y las charlas de la sociedad reproducen ideas racistas que se originan en los grupos de poder (*élites*) que dominan con sus escritos y palabras la vida de los grupos minoritarios.

La Lingüística se ocupa de analizar los distintos niveles y dimensiones de los discursos. Observa que la discriminación puede aparecer de manera directa (cuando se destacan cualidades del grupo dominante) o indirecta (cuando se descartan temas que le interesan a las minorías).

Los medios de comunicación son la fuente de opinión de la ciudadanía. Se realizaron estudios de titulares de noticias que muestran que los diarios, en general, enfatizan noticias negativas de los grupos minoritarios. Como en Europa los grupos dominantes son blancos, los medios propagan sus ideas contra grupos minoritarios al manejar las noticias.

Esto muestra que lejos de ser innatas, en la sociedad de la información se propagan ideas racistas que influyen negativamente en toda la sociedad

### 1.4. LECTURA Y ESCRITURA EN LA UNIVERSIDAD

En la universidad muchas veces leemos para escribir, leer es una parte constitutiva del proceso de escritura. Leer como escritor supone, entre otras cosas, no sólo procesar la información lectora (integrarla a la red de conocimiento que ya se posee) y controlar la comprensión lectora (activar las estrategias correspondientes según los objetivos de lectura que se propone) sino también reconocer en los textos los diversos recursos de la lengua que aparecen (organización y jerarquización de la información, el léxico, los títulos, etc.).

El proceso de lectura no es automático sino que implica un proceso estratégico en que el lector debe, entre otras cosas, activar el conocimiento que se tiene del tema, identificar las ideas globales, reconocer la estructura textual, comprender los contextos situacionales, esto significa, reconocer la situación de comunicación, los propósitos del autor en relación con el lector (informar, persuadir, convencer) y los objetivos de los textos que en el ámbito académico suelen ser predominantemente argumentativos. (Klein, 2007)

Además, el lector académico debe reconocer las distintas posturas que los autores sostienen a través de sus argumentos porque el conocimiento no es ahistórico ni definitivo sino de naturaleza argumentativa, esto significa que dialoga con otros autores que ya se han pronunciado sobre el tema, a favor o en contra de las mismas ideas. Es así como la comprensión lectora de textos académicos exige comprender la enunciación del otro y ubicarse en el contexto adecuado.

### 1.5. LECTURA CRÍTICA E IDEOLOGÍA

A partir del desmoronamiento de las grandes narrativas de la modernidad se hace indispensable la posibilidad de comprender el mundo y los discursos que lo rodean y lo constituyen. Y esa comprensión sólo puede darse si se acepta que no hay una única interpretación de los discursos, que cada uno – el

autor y los diferentes lectores – interpreta de un modo diferente, y que cualquier interpretación individual está situada sociohistóricamente.

De ahí la relevancia de la perspectiva crítica, la que se basa en la conformación social del sentido del texto porque el significado se construye en contextos sociales, políticos y culturales, que provocan en los receptores unas interpretaciones determinadas histórica y localmente. El lector debe saber interpretar estos contextos y situarse respecto a ellos para entender el texto de manera completa.

Se construye, en consecuencia, un lector crítico, quien efectúa una lectura compleja, tiene en cuenta el contexto, acepta que las cosas cambian según el punto de vista, suele cuestionar la veracidad de la información y su coherencia interna, se pregunta con qué interés se la dan, a quién beneficia, qué clase de persona la ha escrito.

Este tipo de lector se implica en el mensaje y se posiciona respecto a su contenido porque le interesa el mundo que lo rodea. Después de leer y comprender, el lector reacciona, habla, actúa, interviene. Adopta una actitud activa e interactiva. Se posiciona frente al texto, porque todo texto contiene una ideología.

Por “ideología” se entiende no solo el propósito o la opción política del autor, sino el conjunto de representaciones sociales que configuran la cultura, el conocimiento, los valores y las actitudes que comparten los miembros de una comunidad, y que se insertan inevitablemente en cualquier discurso producido en la misma y para la misma. El discurso, como sostiene Bajtín, nunca es originario, proviene de otros discursos. La mayoría de los enunciados que formulamos corresponde a algún tipo de formación ideológica como la perteneciente al periodismo de derecha o de izquierda, a los defensores de los derechos humanos, a las mujeres víctimas de violencia doméstica y/o de género, a los estudiantes que reclaman el ingreso directo a los distintos ámbitos universitarios, etc. Cada una de estas formaciones sociales se caracteriza por reproducir en sus discursos ciertos enunciados que los vuelven rápidamente identificables. La ideología se reconoce en la forma de naturalizar o dar por evidentes ciertas ideas en los enunciados (los llamados preconstruidos), que permiten ubicar ese conjunto de representaciones y valores desde los que el sujeto habla (o es hablado). Por ejemplo, cuando un sujeto dice “las mujeres nacieron para la cocina”, es posible reconocer en él una idea que corresponde al llamado discurso “machista”.

En “Discurso y racismo” de van Dijk aparece muy clara la postura del autor. Este se presenta como un especialista en el análisis de los discursos sociales, de hecho, sabemos que es un lingüista muy reconocido que trabaja en varias universidades europeas. Estudia el tema de la discriminación en el lenguaje. En el texto que analizamos propone que la discriminación no es natural, sino que se aprende a través de los discursos que circulan socialmente y lo demuestra específicamente analizando el discurso periodístico.

Entonces nos preguntamos, ¿qué ideología posee este autor?, ¿a favor de qué ideas está?, ¿en contra de qué cuestiones?

La respuesta, si entendimos el texto, es muy clara. El autor está en contra de la discriminación racial y de otros tipos; esto lo demuestra poniendo en evidencia los discursos sociales que, como el periodístico, fomentan y reproducen ideas racistas en Europa. Por lo tanto, está a favor de la igualdad de las personas, de los derechos humanos, de las sociedades más justas e igualitarias. Esa es la ideología del autor. Van Dijk pide con su texto un cambio de postura, que cada uno de los lectores cuide su forma de hablar para no reproducir conceptos racistas. Su idea es construir sociedades multiculturales igualitarias y pacíficas, al mismo tiempo que denunciar a los grupos dominantes que fomentan la discriminación.

## 1.6. ANÁLISIS CRÍTICO DEL DISCURSO

Otra herramienta que puede emplearse en la elucidación de la ideología, propuesta por el análisis crítico del discurso (Van Dijk, 1982), es el análisis de la polarización *nosotros-ellos* (*ingroup-outgroup*), es decir, a partir de la presentación, generalmente, positiva del *nosotros* y la presentación negativa del *ellos*. Justamente van Dijk es uno de los especialistas que estudió este fenómeno, en los discursos periodísticos observó las siguientes características:

- En los titulares, lo negativo corresponde a los *otros*. En cambio, de los blancos o grupos mayoritarios, siempre son presentadas las características positivas. Se oculta lo negativo de las élites. Lo negativo de los *otros* aparecerá resaltado a partir del empleo de ciertas tipografías. También se focalizarán o desfocalizarán los temas, según las necesidades de las élites. Generalmente, cuando se habla de inmigrantes o grupos minoritarios (judíos, turcos, negros, gays u otros), se escribe sobre sus crímenes, como si todo lo problemático de la sociedad encontrara su origen en dichas minorías.
- Los hechos incómodos para el grupo dominante se describen generalizando. Los que pertenecen al grupo *otro* se describen en forma particular y detallada.
- Se asocia a los grupos minoritarios con la violación de las normas de los grupos mayoritarios (*ellos* son gente que no trabaja, que tienen drogas, que practican asaltos, son criminales, violan nuestras normas).
- La diferencia es entendida y extendida, a partir de la reproducción discursiva, como una amenaza al grupo *nosotros* (*ellos* son gente que se desplaza para tomar nuestros empleos, nuestra tierra, nuestro barrio). Para referirse a los desplazamientos del grupo *otro* –en especial, la inmigración– se usan términos como invasión, oleadas, hordas, asalto, etc.
- Las anécdotas, o historias de vida, narradas por el grupo *ellos* son presentadas hasta la complicación, pero nunca reciben una resolución. Las que pertenecen al grupo *nosotros* siempre tienen un desenlace (porque *nosotros* somos ordenados y tenemos un objetivo). Los temas de las historias del grupo *otro*, siempre se hallan atiborradas de aristas oscuras, perversas y degradantes.
- El vocabulario se caracteriza por el uso de pronombres de distancia (ellos, aquéllos, esos) que marcan la diferencia social. Cuando el discurso directo reproduce declaraciones del grupo *otro*, se resaltan las pausas, las enmiendas y las vacilaciones del grupo *otro* con el fin de destacar su bajo nivel de intelección y cultural. Por el contrario, cuando los mismos elementos se presentan en boca del grupo *nosotros*, son empleados irónicamente, es decir, se hiperbolizan los elementos negativos.
- Se establece una diferencia cultural a partir del manejo de los temas. Los crímenes, el narcotráfico, la trata de personas están, por lo general, organizados por líderes negros o latinos (es decir, el grupo *otro*). Cuando el grupo *otro* aparece como sujeto en una noticia, se mencionará, por ejemplo, el hecho de que tenga una familia compuesta por 8 o 9 hijos -si tuviera dos, el dato no será consignado, o si alguno de sus miembros es portador del HIV o adicto o ex - presidiario. Estos mismos datos, en el caso del grupo *nosotros* serán tratados en forma inversa. (La familia adinerada, p.ej., compuesta por más de una docena de hijos, es vista como prototipo; si se tratase de una familia residente en villas de emergencia, la lectura social sería la contraria). En la misma línea, si se habla del grupo *otro*, no se hará mención de que el negro o el gay son profesionales; en caso contrario, la actividad del grupo *nosotros* será ostentada como símbolo de buenas costumbres.

Podemos sintetizar las estrategias discursivas de reproducción de la ideología en las siguientes operaciones:

1. Presentación positiva de *nosotros*: como tolerantes, modernos, etc. (En prensa política se presenta una retórica nacionalista o una retórica de la tolerancia).
2. Presentación negativa de "los otros" o "ellos": criminales, adictos, etc. También entendida como la distinción entre grupo de pertenencia y grupo ajeno (*ingroup / outgroup*).

## 1.7. USO DE ESTRATEGIAS

En la lectura académica, para comprender mejor los textos, es útil poder reconocer las estrategias discursivas que se utilizan. A continuación, desplegaremos una breve caracterización de las estrategias más utilizadas.

### 1.7.1. Estrategias utilizadas en la Explicación y en la Argumentación

1. **Enunciado general**, es una proposición que expresa una ley o principio que explica un fenómeno, una teoría o una situación determinada, redactada en presente genérico. En su formulación es frecuente el uso de sustantivos abstractos y nominalizaciones. Ej.: "El punto de *ebullición* del agua se observa a los 100 grados". Otro ej.: "Las *conversaciones cotidianas* son el lugar natural del racismo popular diario".
2. **Reformulación**, es un enunciado que amplía y aclara la información de otro enunciado anterior. Generalmente es introducido por un marcador textual como "es decir", "o sea", "en otras palabras". Ej.: "Es decir, que ese punto de ebullición se reitera, no es variable ni depende del contexto". Otro ej.:
  - Las *élites* políticas, burocráticas, corporativas, mediáticas y educativas controlan las dimensiones y decisiones más cruciales de la vida cotidiana de las minorías y los inmigrantes: entrada, residencia, trabajo, vivienda, educación, bienestar, salud, conocimiento, información y cultura. Realizan este control en gran parte hablando o escribiendo, por ejemplo, en las reuniones de gabinete y las discusiones parlamentarias, en entrevistas de trabajo, en los noticiarios, anuncios, lecciones escolares, libros de textos, artículos científicos, películas o *talk shows*, entre muchas otras formas de discurso de la *élite*.
3. **Definición**, es una proposición que expresa por equivalencia el significado de una palabra o concepto, y puede ser también funcional (si indica la función del objeto referenciado), descriptiva (si caracteriza a un objeto) o de denominación (si denomina técnicamente al objeto). Ej.:
  - La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a ésta<sup>5</sup> como *la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo*. Incluye actos que infligen daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y también las amenazas de tales actos, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado.
4. **Ejemplo**, es un enunciado que presenta el caso particular que explica, ilustra o aclara una ley o concepto. Ej.: "Las formas directas [de discriminación] están vinculadas con las

---

<sup>5</sup> En este y en otros casos, hemos conservado las tildes del los pronombres demostrativos, pero según la RAE, los demostrativos no llevan tilde salvo ambigüedad.

representaciones que la *élite* reproduce en sus discursos en forma explícita, señalando verbalmente los rasgos que la vuelven superior en relación con otros sujetos sociales (*Ej: los idiomas europeos están más desarrollados que los restantes*”).

5. **Descripción**, es la estrategia que distingue a un sujeto, objeto o situación a través de sus rasgos característicos. Ej.: “El agua se caracteriza por no tener color, ni olor, ni sabor”. Otro ej.: “Las élites políticas, burocráticas, mediáticas y educativas controlan las dimensiones y decisiones más cruciales de la vida cotidiana de las minorías y los inmigrantes: entrada, residencia, trabajo, vivienda, educación, bienestar, salud, conocimiento, información, cultura. Realizan este control hablando o escribiendo...”.
6. **Comparación**, es un procedimiento que establece una relación entre un objeto, situación o hecho conocido y otro que se intenta conocer. Ej.: “Se asumirá aquí que tanto el texto escrito/impreso como la charla oral pueden analizarse así en distintos niveles”.
7. **Narración, historia, caso**, es una estrategia que vincula hechos relacionados en el tiempo, a veces causalmente. Ej.:

- Yo estaba leyendo apasionadamente Mujeres enamoradas, de D. H. Lawrence. Tendría veinticinco años. Le conté a mi analista con lujo de detalles la escena en la que —en la película basada en el libro— Alan Bates y Glenda Jackson llegan a caballo hasta las vías del tren. Escuchan el silbido de la locomotora que se acerca y se detienen. Ella lo observa a él. Ella es pobre y él es rico. Él es un buen jinete y tiene influencia sobre su caballo. El caballo sabe perfectamente que el tren se acerca. Él tira de las riendas y aprieta las rodillas sobre el lomo del caballo para obligarlo a que avance. Le ordena que avance, aunque sabe que el caballo sabe que viene el tren. Hay unos segundos aterradores que enfocan los ojos del caballo, que se debate entre obedecer su propio instinto de supervivencia y obedecer al amo, lo que también desea. No cuento cómo termina, sino lo que escribe Lawrence para esa escena y sobre los ojos desorbitados del caballo. Dice que el caballo es como una mujer. Que las mujeres tienen voluntad doble: la de obedecerse y la de obedecer al hombre. Así se lo conté a mi analista. Me preguntó: “¿Qué novela me dijo que era?”. Se lo repetí. Él tomó nota. Yo deduje, porque él tomó nota, que eso que decía Lawrence era una clave femenina que yo reconocía. Era muy joven. Después con los años comprendí la importancia de esa escena. Y no me cabe duda de que esa parte de la voluntad del caballo que lo empujaba a avanzar hacia las vías es en las mujeres la marca del patriarcado. En esa doble voluntad se inscribe la abnegación femenina.

Otro ejemplo más académico basado en la historia, caso (o anécdota) que lleva a una conclusión

- *Hace diez años* el término “piqueteros” gozaba de cierta simpatía en tanto ejemplo de lucha contra lo peor del neoliberalismo, pero conforme la crisis se fue expandiendo a otras clases, *adquirió* una connotación fuertemente negativa asociada al delito. La utilización de pañuelos en la cara por parte de muchos de sus militantes, para evitar ser identificados en las filmaciones policiales, *fue* una de las excusas para su criminalización. Las muchedumbres de manifestantes, provenientes de los suburbios pobres, que llegan semana tras semana hasta el “corazón de la city porteña” son presentadas por los medios como una horda peligrosa que sitia la ciudad.

De esta forma en los medios masivos el acontecimiento de la protesta se construye a partir de sus efectos y no de sus causas. Los desocupados-piqueteros son incluidos en las agendas periodísticas sólo como provocadores del caos en el tránsito urbano –y no como actores políticos–, con lo cual se despolitiza el conflicto. (...) Se hace evidente entonces que a la hora de representar la protesta de los desocupados los medios se ponen del lado de los perjudicados por sus efectos.” (de Pereyra, La criminalización mediática).

8. **Ilustración**<sup>6</sup>, es un recurso gráfico (foto, dibujo, esquema, gráfico, cuadro o infografía) que se usa para visualizar rápidamente procesos, relaciones y objetos que se han explicado verbalmente.



9. **Cita**, es un recurso que consiste en incluir las palabras de otro en el propio discurso de manera directa o indirecta para explicar o garantizar una proposición. Ej.:

- "INADI tomó cuenta de lo sucedido y todo el material está siendo evaluado por el Observatorio. **Cualquier acto discriminatorio, racista o de carácter peyorativo en placas o un zócalo es repudiado**", reconocieron desde el organismo.

Con frases como "Llegó Apu", Crónica TV tuvo apuntado al mandatario de India, a quien comparó con el personaje ficticio de Los Simpsons, el famoso amigo hindú de Homero, con una placa de absurdo contenido racista. También aprovecharon la ocasión para realizar un juego irónico de palabras con "No lo soñé, llegó el Indio" o "El Indio no está Solari", en alusión a la banda Los Redondos de Ricota y su famoso cantante el Indio Solari."

Otro ejemplo:

- De acuerdo con Martini (2000), la información multiplica y naturaliza una buena parte de los discursos y representaciones que circulan en la sociedad.

10. **Metáfora**, es una proposición que expresa una idea o concepto a través de otra idea que la sustituye gracias a una relación de semejanza. Ej.: “En suma, especialmente en las sociedades de la información contemporáneas, el discurso se aloja en el corazón del racismo.”

11. **Explicación causal**, es un enunciado que expresa una relación causa-efecto (o causa- resultado, o causa-consecuencia), que puede enunciarse de dos maneras, según se focalice en la causa o

---

<sup>6</sup> El término ilustración tiene distintas acepciones. No nos referimos aquí a la antigua estrategia retórica. Empleamos el término en el más común de los sentidos: Estampa, grabado o dibujo que adorna o documenta un libro (RAE).

en el efecto. Se focaliza en la causa si por ejemplo se dice “Perdió el tren (hecho) porque se quedó dormido” (causa). Se focaliza en el efecto cuando se dice por ejemplo “Se quedó dormido, *en consecuencia*, perdió el tren”. Según en qué se focalice, se utilizan conectores causales o de consecuencia (a veces pueden quedar implícitos, pero son deducibles).

Existe otra manera de expresar la causalidad, sin utilizar los conectores específicos, que consiste en usar ciertos verbos llamados “de influencia”. Algunos de ellos son *producir, afectar, causar, engendrar, motivar, determinar, influir en, suscitar, ocasionar, ser la causa de, tener como resultado, etc.* El significado de estos verbos implica que hay una relación causal entre sujeto y predicado. Por ejemplo: Quedarse dormido fue la causa de/ motivó/ tuvo como resultado/determinó que perdiera el tren. Ej.: “En las noticias policiales, las retóricas sensacionalistas coadyuvan a generar una campaña de alarma social que dificulta una visión contextualizada de las problemáticas del delito y la pobreza”.

En el punto 7 Anexo 2, Códigos normativos para la escritura, se encuentra una clasificación de conectores que se recomienda consultar

### 1.7.2. Estrategias utilizadas especialmente en la argumentación

En la argumentación se pueden utilizar las estrategias que mencionamos en la explicación con una finalidad argumentativa, es decir, para apoyar o demostrar una opinión/hipótesis. Además, en el ejercicio de la refutación (propia de las argumentaciones dialógicas) se utilizan estas otras:

1. **Concesión:** consiste en una aceptación parcial del pensamiento del otro, aunque el enunciador no esté del todo de acuerdo. Ej.: “Para la mayoría de la gente, y probablemente también para muchos lectores de este capítulo, la noción de racismo no se asocia inicialmente a la de discurso. (...) Ahora bien, aunque el discurso puede parecer sólo 'palabras' el texto y la charla juegan un papel vital en la reproducción del racismo contemporáneo.” Van Dijk, en Discurso y racismo.
2. **Desmentida:** consiste en sostener la falsedad de un dicho o hecho. Ej.: “Podría argumentarse que el desarrollo político y económico de las naciones y del mundo determina el curso de la historia y que el papel de la prensa, así como de los medios electrónicos, apenas refleja estas tendencias de una manera más o menos objetiva y ecuánime, sin el afán y la capacidad de influenciarlas de una u otra manera. ¡Pero he aquí el error!” Schenkel, P., en Chasqui, “Democracia y prensa: mito y realidad”. Otro ej.: “...aunque el discurso puede parecer sólo 'palabras', el texto y la charla juegan un papel vital en la reproducción del racismo contemporáneo.” van Dijk, en Discurso y racismo

Como vemos estas estrategias colaboran en el desarrollo de la argumentación, nos conducen a la idea que quiere demostrar el autor. Pero debemos tener en claro que reconocer el tipo de estrategia no tiene sentido si no comprendemos qué ideas quiere demostrar el autor con su uso.en ella si

**Importante:**

- En el caso de las metáforas hay que saber que no toda metáfora puede constituir un argumento que pruebe la hipótesis
- Otras estrategias que no trabajaremos aquí son el sarcasmo y la pregunta retórica. No son incluidas porque presentan el mismo problema que la metáfora, llevan a confundir cualquier metáfora, cualquier sarcasmo y cualquier pregunta retórica con un argumento cuando no siempre funcionan de este modo.

- Una afirmación será un argumento solo si prueba la hipótesis

## 1.8. UNA ESTRATEGIA ESPECIAL: USO DE CITAS. ENUNCIACIÓN Y POLIFONÍA

Hay casos en los cuales el enunciador puede hacer referencias ambiguas, dar la palabra a otro enunciador o bien *dejar oír* voces ajenas en el interior de su propio discurso, estos son aspectos que hay que tener en cuenta durante la lectura y también, como veremos en el Módulo 3, al escribir. Esta posibilidad de hacer circular otras voces en el interior del discurso propio es lo que comúnmente se denomina *polifonía enunciativa*. El objetivo de esta estrategia enunciativa puede ser variado.

Para explicarlo vamos a dar cuenta de algunos de los modos más comunes para introducir voces ajenas en un discurso autoral.

### 1.8.1. Uso de comillas

Las comillas son fronteras que señalan la presencia de otras voces en el propio discurso. Su uso puede tener distintas funciones.

- Cuando el enunciador no quiere hacerse responsable de una palabra o expresión que incluye el punto de visto de otro enunciador, usa las comillas para distanciarse del mismo.

Ejemplos:

- *Algunos dicen que a esta Universidad vienen todos "nenes de mamá".*
- *El "modelo" de mujer aparece así en la TV.*

- Cuando el enunciador quiere destacar una palabra porque se considera impropia, vulgar o de otra lengua, o se utiliza de manera irónica:

Ejemplos:

- *Dijo, cargado de razón, que el asunto tenía algunas "prerrogativas".*
- *En el salón han puesto una "boiserie" que les ha costado un dineral.*
- *"Show" es una palabra inglesa.*
- *Últimamente está muy ocupado con sus "negocios".*

- Cuando se menciona un texto o un término que se toma como objeto temático.

Ejemplos:

- En "Discurso y Racismo", van Dijk sostiene que el racismo no es innato.
- El término "polifonía" significa muchas voces.

- Cuando se reproducen textualmente las palabras dichas por otro autor, es el caso del discurso referido directo.

### 1.8.2. Discurso Referido

El discurso referido se produce cuando un discurso incluye a otro. El discurso referido puede ser directo o indirecto.

#### 1.8.2.1. Discurso directo

Cuando se habla o escribe, a menudo aparecen palabras dichas por distintos sujetos. Ellas pueden insertarse siguiendo dos modalidades: el estilo directo y el indirecto. El primero marca la separación entre la voz del enunciador y la del personaje citado, y simula reproducir "directamente" las palabras de este.

Ejemplos:

- "Los medios de comunicación son importantes agentes de sociabilización, es decir, tienen parte activa en la transmisión de muchas de las actitudes y creencias por las que las mujeres históricamente han estado subordinadas a los varones...", sostiene Bianco.
- "No salgas ahora", dijo ella.

### 1.8.2.2. Discurso indirecto

El discurso indirecto integra las palabras de otro enunciador a las del enunciador principal. La operación es factible gracias al uso de nexos subordinantes y a los cambios de tiempos verbales y pronombres. La integración borra los rasgos estilísticos que caracterizan el discurso citado. Asimismo, tiende a la condensación y se presenta ya como una interpretación de las palabras del otro.

Ejemplos:

- Bianco destaca el papel fundamental que tienen los medios de comunicación en la transmisión de creencias y actitudes que profundizan el lugar de subordinación de las mujeres.
- Ella pidió que no saliera en ese momento.

La elección de una u otra forma de referir las palabras ajenas puede tener diversos efectos de sentido en un texto. La preocupación por diferenciar claramente ambas voces y referir los enunciados siempre en discurso directo puede deberse, entre otras razones, o al deseo de reforzar el efecto de veracidad o al de no comprometerse con lo enunciado.

Las citas indirectas se introducen con verbos que indican “hablar”. Aquí mostramos una lista de algunos de ellos:

<b>Verbos que introducen declaraciones que llevan preposición “de”</b>	<b>Verbos que introducen declaraciones que NO llevan preposición “de”</b>
Se dio cuenta de...	Dijo que...
Habló de...	Pensó que...

Ejemplos:

- **Según** Freud, el inconsciente es...
- **Para** el psicoanalista, el inconsciente es...
- **Freud asegura que** el inconsciente es...
- **Como sostiene** Freud, el inconsciente es...

Más ejemplos de verbos en el módulo 3, punto 2.4 Verbos introductorios para usar en informes

### Actividades

- 1) Leé el siguiente texto siguiendo los cuatro pasos del proceso de lectura. Durante la lectura, realizá en el margen las anotaciones marginales y, al finalizar, la síntesis final propia.

## El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación

 PDF

Aimée Vega Montiel

Programa de Investigación Feminista CEIICH-UNAM

La violencia constituye el principal obstáculo para la realización de los derechos humanos de las mujeres y para alcanzar la igualdad de género. En tal contexto, los medios de comunicación tienen una responsabilidad fundamental. ¿Son los medios de comunicación aliados de los derechos humanos de las mujeres? ¿Promueven la erradicación de la violencia y la discriminación de género? De estas preguntas parte el análisis que a continuación se expone.

### Definiendo la Violencia de Género Contra las Mujeres

Cuando nos referimos a la violencia de género contra las mujeres, estamos recurriendo a concepciones científicas que han sido ampliamente definidas por la teoría feminista (Amorós, 1994; Brasileiro, 1997; Torres, 2001), y que son recuperadas por los instrumentos jurídicos de derechos humanos de las mujeres vigentes a nivel global, regional y local. La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a ésta como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo. Incluye actos que infligen daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y también las amenazas de tales actos, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado.

### Los Medios de Comunicación en la Erradicación de la Violencia Contra las Mujeres

Los medios de comunicación han sido señalados como una institución con una responsabilidad central en la erradicación de la violencia contra las mujeres y, en consecuencia, en la realización de sus derechos humanos. Al constituirse como una fuente de educación (formal e informal) para la sociedad, al lado de la familia y la escuela, tienen una tarea central en la búsqueda de soluciones.

Es evidente que las mujeres aún están prácticamente ausentes de los medios hoy en día. Después de más de una década, la

investigación académica sigue mostrando que están claramente infra-representadas por estos medios, y cuando lo están, se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados. Cada día corroboramos que la representación de las mujeres en el discurso de los medios de comunicación tradicionales y de las nuevas tecnologías, reproduce los estereotipos sexistas que, o asocian a las mujeres a roles tradicionales (en los que se enfatiza su supuesta vulnerabilidad, su sumisión y su adscripción al espacio doméstico), o las representan como objetos sexuales o como grupos de consumo, concentradas solo en la compra de artículos de moda y belleza. En contraste, en los medios no es latente el interés por visibilizar su participación y su poder como agentes sociales en las esferas política, económica, educativa y cultural. En este contexto, llama la atención el tratamiento que reciben las informaciones relacionadas con la violencia de género en los programas de noticias. La evidencia señala que:

- Es lugar común encabezar o presentar estas informaciones con titulares escandalosos, frívolos o discriminatorios;
- Las fuentes de la información son principalmente las instituciones y las mujeres-víctima;
- Las noticias tienden a excusar al agresor con frases como: “estaba obsesionado”, “estaba enamorado”, “estaba bajo los efectos de las drogas”, cuando la verdadera razón que subyace a la actuación de los agresores es la desigual distribución del poder que existe entre hombres y mujeres;
- A las mujeres-víctimas comúnmente se les retrata con tomas de primer plano y con voz distorsionada, lo que las vuelve protagonistas de una cobertura sensacionalista. Este tipo de programas televisivos de noticias, no contribuyen al debate y la reflexión, tratan la violencia de género como un fenómeno aislado y natural. El discurso de dichos programas constituye una parte del problema de la violencia contra las mujeres, al representarlas como responsables de su propio abuso (Meyers, 1997: 117).

#### **Apuntes Finales**

La violencia de género contra las mujeres constituye un problema mundial de terribles consecuencias. No ha sido sino hasta los años recientes que ha salido del ámbito privado para ser reconocido como un problema público que, para ser erradicado, demanda el concurso y la acción de toda la sociedad. En el ámbito de las soluciones es fundamental la contribución de los medios de comunicación. Ello no significa afirmar que los medios sean los que originen o detonen la violencia contra las mujeres. Pero tienen una responsabilidad central porque, al reflejar actitudes y valores congruentes con el patriarcado, refuerzan esta estructura social

2) Señalar sobre el margen en el texto “El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación” de Aimée Vega Montiel las secuencias explicativas y las argumentativas. ¿Cuál sería la secuencia englobante que muestra la finalidad del autor? Justificar la respuesta dada.

3) Identificar las siguientes estrategias explicativas y/o argumentativas. Explicar su función, es decir, responder a la pregunta: ¿para qué están en el texto?

- “La violencia constituye el principal obstáculo para la realización de los derechos humanos de las mujeres y para alcanzar la igualdad de género”.
- “La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a ésta como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo. Incluye actos que infligen daño o sufrimiento físico, mental o sexual, y también las amenazas de tales actos, la coerción o las privaciones arbitrarias de libertad, en el espacio público o en el privado.”

4) Identificar los casos de discurso referido directo y/o indirecto. ¿Qué función cumplen?

5) ¿Cuál es la función de las comillas en este caso: ...Las noticias tienden a excusar al agresor con frases como: “estaba obsesionado”, “estaba enamorado”, “estaba bajo los efectos de las drogas”, ...?

6) ¿Cuál es la postura ideológica de la autora en el texto leído? ¿A favor de qué ideas y valores se manifiesta?

7) Escribir un artículo de opinión (15 renglones) en el que relaciones el texto de Vega Montiel, “El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación”, con el de van Dijk, “Discurso y racismo”.

## 2. ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO LECTURA

### Modelo de Examen N°2

#### PARTE A

1) Leer el siguiente texto y luego resolver la consigna de parcial.

#### PARA QUE LA COMUNICACIÓN SEA DERECHO [1]. Por Diego de Charras [2].

Hoy, el debate sobre la problemática del derecho humano a la comunicación, en sus diversas variantes, aún permanece abierto. Es cierto que no ha logrado constituirse en una expresión que pueda ser recogida por ningún tratado de derecho positivo [3] nacional o internacional. Sin embargo, en tanto formulación ético-política, ha guiado buena parte de los debates más interesantes y productivos en pos de profundizar la mirada sobre derechos y libertades vinculados a la comunicación y la cultura. ¿Es posible hablar de libertad cuando las condiciones materiales y simbólicas de la población son incommensurablemente diferentes?; ¿cuándo la concentración mediática ha devenido en una libertad sólo para unos pocos?; los medios masivos (mal llamados) de comunicación ¿cumplen un rol en relación con la constitución del espacio público y el lugar de los sujetos ciudadanos en él?, son algunas de las cuestiones abordadas en la discusión.

Los intentos por despejar estos interrogantes sin dudas parten del abandono de la idea liberal de individuos iguales para poder pensar la comunicación en el marco de sociedades globalizadas, estamentarias [4] y complejas, con diferentes estructuras de poder que determinan las capacidades materiales e históricas de los sujetos, más allá de las definiciones formales de libertades. Hace ya casi treinta años, Rafael Roncagliolo (1983: 14) desmenuzaba la ficción liberal que consiste en “suponer la aparente igualdad de los ciudadanos abstractos frente a la real desigualdad entre los hombres concretos”. Por otra parte, las nociones de ciudadanía construidas bajo la doctrina de mercado han sido planteadas como abstracciones similares a la del ciudadano, pero esta vez situadas en la “libertad de consumir”. De este modo, las corporaciones pasan a ser

quienes conforman a los sujetos sociales, pero desde otro lugar, el de poderes fácticos [5] que ocupan, o pretenden ocupar, el lugar del Estado interpelando a la ciudadanía en tanto sujetos de consumo. La inclusión social es propuesta entonces como la incorporación potencial de todas las personas en tanto libres de ser clientes. No existe nunca la pregunta acerca de las capacidades materiales reales para ejercer el consumo, y luego mucho menos existe la pregunta acerca de la posibilidad de tener una opinión individual y colectiva al respecto.

En otras palabras, “el derecho a la información y a la comunicación –en el marco de una mirada de desarrollo humano integral y genuino– puede entenderse en primera instancia como aquella potestad de todos los ciudadanos para expresarse en igualdad de oportunidades y en equidad de condiciones. Esto quiere decir que cada uno y cada una incluye entre sus derechos humanos fundamentales el de comunicarse, entrar en relación y entablar diálogos productivos, con otros y con otras. Este no puede ser un derecho simplemente declamado: para que sea efectivo tiene que apoyarse en condiciones materiales que lo garanticen” (Uranga, 2007: 56). Por otro lado, si el espacio público construido por los medios asume una centralidad primordial para aprehender el universo de la cotidianeidad, debería conformarse a partir de significados y de interpretaciones diversas.

En un contexto de hiperconcentración mediática con el consecuente poder que ejercen los monopolios de la información no resulta sencillo pensar instancias de participación y producción en materia de comunicación. Ese debería ser el rol que el Estado tendría que asumir. Pero es allí donde también radica la importancia de la visualización de la diversidad social, donde los movimientos y organizaciones sociales deben hacerse visibles en la diferencia.

[1] Fragmento extraído y adaptado de “Democratizar la comunicación audiovisual en Argentina: una carrera de obstáculos”, *Revista Sociedad* N° 31. Facultad de Ciencias Sociales de la UBA. 2012

[2] Diego de Charras es docente e investigador en la carrera de Ciencias de la Comunicación de la UBA. Docente de posgrado UBA-UNLP. Doctorando en Ciencias Sociales. Miembro del proyecto de investigación UBACyT “Políticas de comunicación en el Siglo XXI: los desafíos de la regulación del sistema de medios de comunicación y la nueva Ley de Servicios de Comunicación Audiovisual”.

[3] El derecho positivo es aquel grupo de normas o leyes jurídicas escritas que se hallan vigentes en un Estado dispuestas por sus órganos competentes.

[4] Estamentaria: estratificada, separada en grupos sociales.

[5] Poderes fundamentados en hechos, no imaginarios.

**2)** Marcar con una cruz las afirmaciones que corresponden a la lectura del texto y que pueden ser seleccionadas para construir un resumen del texto:

- a) Todos/as los/las ciudadanos/as tienen las mismas posibilidades de informarse y comunicarse.
- b) La igualdad de los/las ciudadanos/as es una ficción.
- c) Para que el derecho a la comunicación se haga efectivo se deben garantizar ciertas condiciones materiales.
- d) La concentración mediática es un obstáculo para que se efectivice el derecho a la información y la comunicación.
- e) El espacio público que los medios construyen es una expresión de la diversidad de significados e interpretaciones (2 puntos).

## **PARTE B**

**1)**Realizar un informe descriptivo del texto de Charras. (Extensión 20 líneas, 5 puntos).

**2)**Escribir un texto argumentativo a favor o en contra de la hipótesis del artículo (desarrollar claramente el punto de partida). Extensión aprox. 10 líneas, no olvidar incluir una prueba que justifique tu opinión. (Este ítem vale 3 puntos).

# MÓDULO 3

## ESCRITURA DE TEXTOS ACADÉMICOS

### 1. ¿QUÉ ES ESCRIBIR? ¿CÓMO ESCRIBIMOS?

Para hablar de escritura en la universidad, debemos erradicar algunos mitos muy difundidos y comenzar a concebir su práctica como un acto de comunicación y de creación de conocimiento que tiene sus particularidades en el ámbito académico.

La escritura en la Universidad no es mera “expresión”, no es subjetividad pura. La escritura es un trabajo retórico que debe tener en cuenta los elementos necesarios para que los receptores interpreten el mensaje.

Los textos, al igual que los párrafos y las oraciones, se “componen”, se arman, se estructuran. La escritura no surge por “inspiración”, ni en forma espontánea. La escritura es una tarea intelectual en la que intervienen los conocimientos previos del tema que se tratará, los conocimientos lingüísticos y el pensamiento lógico e intuitivo.

#### Proceso de escritura

Para simplificar la tarea de escribir, es bueno pensarla como un proceso que consta de varias etapas. A continuación, se explicitan las decisiones y las elecciones que el autor tendrá que asumir en cada una de ellas

##### - Planificación

La producción de un texto comienza antes de la escritura propiamente dicha, en el momento de la planificación. En esta etapa, el escritor se pregunta: ¿cuál es la finalidad de su escrito?, ¿quién es el destinatario?, ¿a quién va dirigido?, ¿qué género discursivo es mejor para su finalidad?, ¿qué registro lingüístico o variedad de lenguaje se corresponde con ese tipo de escrito?

El momento de la planificación incluye también la consulta de bibliografía, el acopio de datos y la organización de las ideas (cuáles son las más importantes, qué orden tendrán en el texto).

Lo planificado generalmente se vuela en borradores, mapas conceptuales o esquemas.

##### - Puesta en texto

Se llama así al momento de escribir las ideas planificadas, de redactar las oraciones que las explicitan. Bajo la guía del plan, el escritor organiza los materiales seleccionados en un texto. Si se trata de un escritor experto, atenderá simultáneamente a los problemas ortográficos y gramaticales, léxicos y sintácticos. Pero en el caso de un escritor poco experimentado, se aconseja concentrar la atención en las ideas y dejar el ajuste sintáctico y ortográfico para un momento posterior que se llama revisión.

Transformar un plan en texto implica, además de desarrollar las ideas:

- mantener la coherencia y la cohesión a lo largo del texto (en el punto 3 de este Módulo se encuentra la explicación de estos temas). Evitar saltos bruscos de un tema a otro, usar conectores para relacionar las frases, evitar repeticiones de palabras, observar que la puntuación colabore en la comprensión de las ideas del texto;

- atender a la construcción de párrafos y oraciones para que respeten las reglas morfosintácticas del español y los signos de puntuación colaboren con la claridad conceptual.
- seleccionar el léxico adecuado al tema, al ámbito, al receptor y a las intenciones y objetivos del autor.

#### - Revisión

Si bien todas estas etapas de escritura son recursivas y el autor va revisando su escrito a medida que va escribiendo, también debemos agregar un momento específico de revisión después de la escritura de la primera versión del texto o borrador. Algunos autores llaman a este momento “edición final”.

En la revisión el escritor realiza una relectura y corrección del texto. A la vez, al hacer la revisión la persona que escribe reflexiona sobre el contenido de ese texto, sobre el tema que está desarrollando. Por eso, cuando termina su tarea siempre sabe más. En esta revisión el autor puede realizar cambios:

- Modificar el plan
- Ajustar la calidad y la cantidad de la información
- Cambiar el orden de los párrafos
- Suprimir o cambiar palabras o frases que resultan repetitivas o poco claras
- Expandir oraciones
- Modificar la puntuación
- Ajustar la sintaxis de las oraciones
- Corregir la concordancia y la correlación de los tiempos verbales
- Corregir la ortografía

## 2. ¿CÓMO SE ESCRIBE UN TEXTO ACADÉMICO?

El proceso de escritura se realiza de la forma explicada en todos los ámbitos discursivos, pero es especialmente importante en los géneros del ámbito académico, en el que se exige rigurosidad en el contenido y en la expresión. Como se anticipó en el módulo 1 y en el modelo de parcial, durante el curso escribiremos respuestas de parcial, opiniones e informes de lectura descriptivos. En todos ellos, debe utilizarse el estilo académico (algunos de los rasgos son: presencia de lenguaje especializado, enunciados no marcados, inclusión de conceptos teóricos; solo en la opinión puede aparecer alguna marca de subjetividad).

### 2.1. LA ESCRITURA DE UNA RESPUESTA DE PARCIAL

Para escribir una respuesta a una pregunta o consigna de parcial, lo primero que hay que hacer es entender bien qué se está preguntando. Distinguir, por ejemplo, si se pregunta cómo, cuándo, dónde se desarrolló/ ocurrió un hecho, o quién o quiénes lo protagonizaron. O si se solicita una definición, comparación, justificación, fundamentación o exemplificación.

También es importante recordar que toda respuesta debe constituir un enunciado autónomo; es decir, debe contener la información necesaria para que se entienda, sin necesidad de leer la pregunta.

#### Ejemplo:

- Pregunta: ¿Qué función cumplen las palabras subrayadas en el texto?  
Respuesta: Las palabras subrayadas en el texto funcionan como mecanismos cohesivos. Son conectores que relacionan ideas entre sí.

“Las palabras subrayadas en el texto cumplen la función/funcionan”: esta frase tomada de la pregunta, que retoma el sujeto y el verbo, permite entender la respuesta sin leer la pregunta, o sea, permite construir un enunciado autónomo.

## 2.2. LA ESCRITURA DE UN RESUMEN

En el módulo 1 ya definimos y describimos el género resumen. Ahora te presentamos una serie de reglas que pueden ayudarte a resumir, una operación que deberás desarrollar antes de escribir un informe de lectura.

Un buen resumen contiene tanto el tema global de un texto como los subtemas que se desarrollan en determinados fragmentos del texto. Existen algunas pautas para resumir, van Dijk las llamó “macrorreglas”. Son cuatro:

- Seleccionar la información de mayor importancia.
- Suprimir aquellos elementos que no sean esenciales.
- Generalizar por conceptos más globalizadores o incluyentes.
- Construir una proposición que denote el mismo hecho, común a diversos episodios del texto.

El resumen o macroestructura respeta el tipo textual del texto fuente.

### Ejemplo:

1) A partir del siguiente texto A, se ha construido el resumen B.

A. Una mujer llegaba corriendo, se acercaba a la ventanilla, hablaba al empleado mientras hurgaba en su bolso, pero el empleado hacía un gesto como para mostrarle algo, entonces la mujer se alejaba dos pasos, levantaba la cabeza y miraba la inscripción que estaba en la parte superior de la ventanilla, y esta inscripción indicaba que en esa ventanilla sólo se vendían boletos de primera clase, y lo que seguramente la mujer había pedido era un boleto de segunda clase, ya que se iba corriendo de esa ventanilla, y el segundo empleado, detrás de la segunda ventanilla, se ponía lentamente de perfil para escuchar mejor las palabras de la mujer, quizás, y apoyaba una colilla de cigarrillo en el borde del mostrador y hacía funcionar su máquina de imprimir boletos, y la mujer le daba el dinero, tomaba su boleto, se iba corriendo hacia la puerta de acceso al andén, y pronto había desaparecido. (Jorge Semprún, “Levanuissment”)

B. Una mujer apurada, después de haberse equivocado de ventanilla, compraba un boleto de segunda clase antes de dirigirse rápidamente al andén.

Como puede observarse en este resumen, se han seleccionado los tres núcleos de acción más importantes: una mujer llega a la estación, compra un boleto y se dirige al andén. Luego el adjetivo “apurada” y el adverbio “rápidamente” se ocupan de construir la descripción de la mujer a partir de sus actos

## 2.3 LA ESCRITURA DE UNA OPINIÓN

El texto de opinión es un texto argumentativo. En un sentido amplio, la argumentación es una práctica discursiva que responde a una función comunicativa: interesar al receptor para lograr su *adhesión*.

Ahora bien, en el ámbito académico, la persona que argumenta intentará influir a través de estrategias de convencimiento o persuasión con instrumentos más orientados a la racionalidad (exhibiendo razones) que orientados a la emoción (apelando a los sentimientos).

**Te sugerimos  
que releas este  
tema en  
Secuencia  
argumentativa,  
en el Módulo  
1, antes de**

Al escribir un texto argumentativo en la universidad, es importante introducir el tema y el punto de partida; el punto de vista personal sobre el que se argumentará, para luego desarrollar las razones que llevaron al escritor a asumir esa posición.

**realizar la actividad que se solicita a continuación**

### Modelo de texto de opinión

Consigna: Escribir una opinión a favor o en contra de la siguiente opinión de Oscar Ramón Puig Sol. Justifica tu opinión con argumentos propios.

**Los medios de comunicación funcionan como propagadores de ideologías dominantes. La generación de la plusvalía en ocasiones requiere de convencimiento y es ahí donde los medios masivos contribuyen en gran medida creando patrones y necesidades inexistentes que persuaden a comprar el producto o servicio en cuestión. La necesidad de consumir, cuando no existe, debe de ser creada para satisfacer el ciclo de producción y de reposición. Los medios de comunicación masiva, como son la prensa, radio, cine, televisión e internet, se dirigen al público sobre todo en su calidad de consumidor; y junto a la propagación de imágenes, textos y audios se induce desde temprana edad al consumismo.**

<b>Punto de partida</b>	El autor Oscar Ramón Puig Sol plantea en el artículo “Los medios de comunicación masiva y su impacto en el proceso económico” que los medios propagan la ideología dominante y crean tanto nuevas formas de consumo como necesidades inexistentes.
<b>Punto de vista personal y argumentación (caso/anécdota, ejemplo)</b>	Coincidimos con el autor ya que numerosas historias particulares demuestran que muchos jóvenes y no tan jóvenes, se sienten persuadidos de comprar y consumir habitualmente productos que no necesitan (ropa de marca, tecnología, deportes, viajes, restaurantes) como tantos otros bienes que no pueden solventar y que la ideología dominante les ha hecho creer que son absolutamente imprescindibles para vivir en sociedad.  Lamentablemente muchas de esas historias no terminan bien y los protagonistas tienen luego que solicitar dinero para cancelar sus deudas en el mejor de los casos. Otros terminan delinquiendo para mantener un ritmo de vida impuesto, condicionado por la publicidad y ciertos grupos sociales (como sucedió con Leonardo Fariña), o para obtener aquello que no tienen y desean (como zapatillas y celulares caros, etc).
	Para terminar, está claro que los medios colaboran con el mercado, y con los intereses de la clase dominante, dueñas de las grandes empresas comercializadoras de numerosos productos y formas de consumo que imponen tendencia más allá de nuestras costumbres y posibilidades (Groupon, Spotify, PedidosYa.com, etc). Por su parte, los medios necesitan vender y promocionan estas y otras ideas haciéndonos olvidar de nuestra cultura, derechos y limitaciones.

### Actividad 1

Escribe una argumentación que será publicada como artículo de opinión en una revista editada por el Centro de Estudiantes de la Universidad. El número estará dedicado al tema de la discriminación contra

las mujeres, en sus diversas formas: laboral o familiar. Incluye en el artículo un apartado dedicado al modo en que los medios se posicionan frente a la temática, por ejemplo, cuando deciden utilizar o no el lenguaje inclusivo. Para realizar esta tarea, es recomendable diseñar el plan textual, luego escribir la primera versión y, finalmente, hacer una revisión atendiendo a: las normas ortográficas y de puntuación; la organización del artículo (presentación del problema, desarrollo de la argumentación, y conclusión) y la coherencia y la cohesión textual.

## Actividad 2

El siguiente texto de opinión fue escrito en una situación de examen. Te pedimos que lo corrijas y reconozcas los aspectos bien trabajados y aquellos que deberían reescribirse.

En “La imagen de la enfermera a través de los medios de comunicación de masas” la autora Cristina Heierle Valero sostiene que los medios de comunicación crean y difunden numerosos estereotipos negativos de la profesión de enfermera.

Desde nuestra perspectiva, es cierto lo que señala la autora ya que como sostiene los medios masivos frecuentemente minimizan, invisibilizan la labor de las enfermeras y magnifican los prejuicios. Así sucede por ejemplo cuando, tras alguna intervención quirúrgica importante, los medios destacan la labor del médico, lo entrevistan y no dicen nada de la labor realizada por las enfermeras que participaron en el evento. Jamás informan a la población sobre las importantes labores que desempeñan. Incluso muy poca gente sabe de su importancia en las internaciones domiciliarias y en el acompañamiento de pacientes en situación de muerte cuando todo depende de ellas.

Por lo contrario, son múltiples las historias televisivas en las que las enfermeras son presentadas como delincuentes, asesinas o ignorantes. ¿Será porque son mujeres que no las valoran? Nada se dice sobre la intensa formación que reciben y los grandes sacrificios que deben hacer para estudiar en las nuevas carreras universitarias, convertirse y trabajar al mismo tiempo, muchas veces sin dormir. Numerosas investigaciones realizadas, por ejemplo, en la UNLaM, así lo demuestran.

## 2.4. LA ESCRITURA DE UN INFORME DE LECTURA DESCRIPTIVO

El Informe de lectura (IL) es uno de los géneros más utilizados en el ámbito académico para comprobar el saber adquirido por el estudiante durante la lectura. En nuestra materia lo usamos también para certificar el saber “leer”, “comprender”, “relacionar”, “reflexionar”, “contextualizar”, “evaluar” y la potencialidad del estudiante para “construir saberes nuevos”.

Practicado con seriedad, permite al estudiante ampliar sus conocimientos, recoger información, ordenar su pensamiento, forjarse un criterio propio y, adicionalmente, prepararse para abordar otras formas de escritura más complejas como la monografía, la tesis y el ensayo.

El **IL** es un texto que habla de otro texto, al que es necesario haber leído críticamente, aplicando las estrategias propias del proceso de lectura.

Es un trabajo académico en el que, según la clase, se da información y / o expresan juicios de valor acerca de un libro, de un artículo, o de cualquier fuente documental publicada, a la que comúnmente se denomina Texto Fuente (TF).

En general, se distinguen dos tipos de informes:

- **informe descriptivo (ILD):** En este escrito, el autor o informante describe las características de un texto fuente y explica su contenido, sin expresar juicios valorativos.

- **informe crítico (ILC)**: En este tipo de IL, el autor, además de efectuar las operaciones propias del informe descriptivo, emite juicios críticos u opiniones evaluativas acerca del contenido, del tratamiento de los temas, de la metodología, etc., del texto fuente analizado.

**Nota: en este curso trabajaremos con el informe descriptivo**

Para escribir un Informe de lectura descriptivo, se debe respetar, entre otras características del género, su estructura, es decir, las partes que lo componen. Ellas son:

1. **Referencia bibliográfica** (Información paratextual): Apellido, Iniciales del nombre (año de edición). Título del texto fuente. Datos de la fuente. (usar sangría francesa)

Consultar en el Anexo 2 “Cómo se escribe la cita bibliográfica” según la fuente del texto

## 2. Cuerpo

- **Presentaciones del autor y del T.F.**

Se relevan los datos más salientes de la vida y experiencia del autor; se hacen conexiones con el T.F. y se menciona nuevamente el título (sin los datos editoriales a menos que esto vaya a ser objeto de análisis).

- **Descripción** (el orden de presentación de estos elementos puede variar)

- Tema (expresado en forma breve, con sustantivos abstractos).
- Género discursivo y ámbito de circulación
- Contexto (representa el encuadre espaciotemporal y las condiciones políticas, económicas y culturales de un lugar o región).
- Finalidad
- Quaestio (expone la problemática que se discute en la sociedad y que retoma el autor) Se aconseja su construcción como interrogante directo o indirecto.
- Hipótesis (funciona como respuesta a la quaestio, es el punto de vista, opinión, postura del autor). Se construye como una aserción.

- **Desarrollo de argumentos del T.F.** (deben consignarse todos los argumentos, razones a través de las cuales el autor fundamenta su punto de vista. Pueden mencionarse las estrategias empleadas, de hacerlo se recomienda indicar para qué las incluye el autor). Se construyen ordenados, con conectores y verbos declarativos: afirmar, aseverar, criticar, demostrar, negar, contradecir, argumentar, fundamentar, postular, exponer, etc.

- **Análisis ideológico y comparación con otros autores.** (se consigna el posicionamiento adoptado en el T.F. y se lo relaciona con otras fuentes leídas)

3. **Cierre.** (debe retomarse sintéticamente el contenido o tema del T.F.) Se construye a partir de un conector y teniendo en cuenta la delegación de la voz y la enunciación del informante.

4. **Bibliografía** (información paratextual que **NO** se solicita en instancia de examen).

## 2.4.1. Ejemplo de Informe Descriptivo

En el módulo 1, expusimos las diferencias entre un *resumen* y un *informe de lectura*, y señalamos las partes del informe descriptivo. A continuación, te presentamos un informe descriptivo completo.

Datos bibliográficos	van Dijk, T. (2001). Discurso y Racismo, en <i>Persona y Sociedad</i> , Universidad Alberto Hurtado, ILADES. Recuperado de <a href="http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf">http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf</a>
Presentación del autor y del artículo dentro de su bibliografía	Teun A. van Dijk es un especialista en el análisis del lenguaje, nacido en Naaldwijk, Países Bajos. Fue catedrático de Estudios del Discurso en la Universidad de Ámsterdam hasta 2004, y es profesor en la Universidad Pompeu Fabra de Barcelona desde 1999, donde reside desde hace unos años. Es uno de los fundadores de las revistas Poetics, Text, Discourse & Society. Entre sus libros más conocidos se encuentra La Noticia como Discurso (Paidós, 1990). Como analista del discurso, ha dedicado gran parte de su trabajo a estudiar el tema de la ideología y el racismo en el discurso. El artículo que presentamos, Discurso y racismo, se inscribe en esa línea de interés y es anterior a otras publicaciones en las que van Dijk acusa abiertamente a los europeos de sostener un discurso racista (“Aún tenemos un discurso racista”), a pesar de su proclamada apertura a la diversidad y al multiculturalismo.
Presentación del contexto de escritura y quaestio	Fue escrito en el 2001, después de la violencia vivida en El Ejido, sur de España, en febrero del 2000. Un marroquí, que sufría una enfermedad mental, apuñala a una ciudadana española y despierta una nueva “caza del moro” que destroza casas, comercios y golpea salvajemente a la población inmigrada. El texto, que se anticipa al recrudecimiento racista en Francia contra la comunidad árabe y al antisemitismo vivido a partir de la caída de las Torres Gemelas, responde una pregunta tan vieja como la humanidad pero que los acontecimientos históricos ponen una y otra vez en el debate internacional: <b>cuál o cuáles son las causas del racismo contemporáneo y si se puede luchar contra él.</b>
Género discursivo, tema del artículo e hipótesis	Como artículo es un fragmento de un trabajo académico presentado por van Dijk en la Universidad de Oxford en el que <b>analiza</b> el fenómeno del racismo con conceptos, como veremos, provenientes del análisis del discurso. Su intención es contribuir al campo de la teoría de la comunicación y de la cultura contemporánea esclareciendo el papel que todo tipo de discurso tiene en la reproducción del racismo y en las relaciones interculturales. El autor busca demostrar, en primer lugar, que los medios de comunicación (junto a otros actores sociales) son los responsables del racismo al reproducir la ideología de la élite a través de las noticias; en segundo término, busca desterrar la idea

	de que el racismo es un sentimiento natural: se reproduce/gesta a través de los discursos.
Análisis de la argumentación del autor.	<p>Para lograr su propósito, el lingüista inicia su trabajo tratando de desarticular el sentido común que, por lo general, no considera que discurso y racismo tengan algún vínculo entre sí. Para van Dijk, la gente no advierte que es, a través del discurso, que se desarrolla una de las formas del racismo contemporáneo, ese que él llama el racismo de las élites “políticas, burocráticas, corporativas, mediáticas y educativas [que] controlan las dimensiones y decisiones más cruciales de la vida cotidiana de las minorías y los inmigrantes: entrada, residencia, trabajo, vivienda, educación, bienestar, salud, conocimiento, información y cultura”. Segundo van Dijk, el discurso es el instrumento principal utilizado por la sociedad de la información para discriminar a las minorías. <b>Dos son sus argumentos principales:</b> uno, el discurso discrimina en forma directa a través de lo dicho, por ejemplo, a partir de señalar la supremacía de los europeos sobre otros grupos sociales; y dos, el discurso discrimina en forma indirecta, a través de lo que los discursos silencian, por ejemplo, cuando se ocupan siempre de las necesidades de los mismos grupos y olvidan las de los grupos minoritarios.</p> <p>Tras explicar estas formas de discriminación, el <b>analista subraya</b> que los medios masivos de comunicación inciden en las opiniones de los hombres y mujeres de la calle, sobre todo en temas que no se tratan habitualmente en lo cotidiano. El autor exemplifica con un estudio realizado en 1500 titulares de informes de noticias en la prensa holandesa sobre la inmigración, y concluye que las élites blancas controlan los contenidos y formas del periodismo, lo que hace que los medios de comunicación colaboren con la construcción del racismo.</p>
Análisis ideológico y comparación con otros textos	El artículo de van Dijk se aleja ideológicamente del discurso eurocentrista y de miradas como las de Ryzard Kapuscinski u Oriana Fallaci que defienden los valores de la civilización occidental y cristiana y se animan a dudar de la posible integración de los grupos de migrantes al llamado primer mundo. En la actualidad, solo podemos encontrar un pensamiento parecido al de van Dijk en un filósofo como Váttimo, que habla del amor y la tolerancia por el otro.
Cierre del texto	En resumen, el artículo de van Dijk es un texto que explora aspectos del racismo desde un punto de vista poco usual, el discursivo, y desde él, trabaja la incidencia de los medios masivos en la reproducción de esta práctica humana con el objeto de que tomemos conciencia de ella para desaprenderla y desterrarla.

## 2.5. VERBOS INTRODUCTORIOS PARA USAR EN INFORMES

Un aspecto importante de la escritura de informes es la claridad en la separación de “voces”. En todo informe aparecen al menos dos enunciadores, el autor del informe y el autor del texto fuente. Cada vez que se introduce un enunciado del autor del texto fuente, se debe delegar la enunciación, es decir, se debe aclarar que eso fue dicho por otra persona.

**Ejemplo:** *En el artículo, la autora critica la forma en que los medios de comunicación abordan los temas referidos a las mujeres.*

A continuación, se encuentra una serie de verbos que se pueden utilizar para hacer esa delegación, o sea, para introducir lo dicho en el texto fuente.

Explica	Califica	Critica	Valora	Se opone
Aclara	Define	Ataca	Apoya	Desautoriza
Precisa	Tilda	Desacredita	Avala	Censura
Sostiene	Compara	Desaprueba	Respalda	Rechaza
Señala	Juzga	Arremete	Defiende	Reprueba
Apunta	Evalúa	Condena	Deslinda	Replica
Reconoce	Responde	Amenaza	Acusa	Exhorta
Admite	Se defiende	Vaticina	Señala	Refuta
Confiesa	Contesta	Pronostica	Atribuye	Pide
Confirma	Desmiente	Predice	Denuncia	Reclama
Asiente	Niega	Advierte	Inculpa	Exige

## 3. PROPIEDADES DEL TEXTO

Además de tener en cuenta las etapas del proceso de escritura, a la hora de escribir y revisar el escrito no solo es necesario respetar los códigos normativos relativos a la puntuación y a la ortografía sino también aquellos referidos a la construcción textual. Para que un texto funcione como tal debe cumplir con reglas de diversa índole. Dos propiedades básicas, constitutivas de todo texto, son la coherencia y la cohesión.

La coherencia implica que se perciba el texto como un todo. Estableceremos diferencias entre la coherencia global y la coherencia local. La cohesión, por su parte, supone que las oraciones están conectadas entre ellas por elementos concretos.

Abordaremos ahora cada uno de estos aspectos.

### 3.1. COHERENCIA

La coherencia es la propiedad inherente a todo tipo de texto que hace que pueda ser percibido como una unidad comunicativa.

Para que un texto sea coherente, debe tener un tema central común a todas sus partes. A esto se le llama **coherencia global**. Si el texto es suficientemente extenso, se pueden distinguir varias secuencias de significados o subtemas que recorren su estructura y que adquieran un sentido en relación con el tema central. Es así como cada secuencia está dotada de una **coherencia local**.

La noción de coherencia relaciona el texto con el contexto de situación en el que es producido y recibido e interpretado. El contexto es siempre la condición de posibilidad para el encuadre del texto dentro de una situación comunicativa determinada y para la asignación de un sentido específico.

Por ejemplo, el texto de Vega Montiel anticipa el tema en el título “El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación”. Como se trata de un texto coherente, cada una de sus partes se refiere a este tema.

El primer párrafo contiene las preguntas que se hacen sobre el tema y guían el análisis que se hace en el resto del artículo. El segundo párrafo, y su subtítulo, abordan el aspecto más general del tema: la definición de violencia de género contra las mujeres. Los párrafos siguientes se agrupan bajo otro subtítulo que alude al aspecto del tema general que se tratará: el rol de los medios en la erradicación de la violencia contra las mujeres. El párrafo final, bajo otro subtítulo, presenta las conclusiones a las que llega la autora con respecto al tema presentado. Podemos decir que este texto tiene **coherencia global** porque trata en todas sus partes aspectos del mismo tema. También es coherente con el contexto de lugar y época en que se ha producido, en el que este tema ha cobrado una significación relevante.

Con respecto a la **coherencia local**, podemos tomar como ejemplo una de las secuencias y observar si todas sus partes (en este caso oraciones) se relacionan entre sí y se refieren al mismo subtema o aspecto del tema general.

El párrafo final dice:

La violencia de género contra las mujeres constituye un problema mundial de terribles consecuencias. No ha sido sino hasta los años recientes que ha salido del ámbito privado para ser reconocido como un problema público que, para ser erradicado, demanda el concurso y la acción de toda la sociedad. En el ámbito de las soluciones es fundamental la contribución de los medios de comunicación. Ello no significa afirmar que los medios sean los que originen o detonen la violencia contra las mujeres. Pero tienen una responsabilidad central porque, al reflejar actitudes y valores congruentes con el patriarcado, refuerzan esta estructura social.

Si prestamos atención a las frases subrayadas, vemos que ellas van relacionando las ideas y oraciones entre sí tanto por su significación como por los mecanismos de cohesión (que se verán a continuación). Estas relaciones permiten afirmar que las ideas son coherentes entre sí, a la vez que lo son con el tema global.

### 3.2. COHESIÓN

Para que un texto sea cohesivo es necesario que el emisor haya vinculado entre sí las oraciones. Por eso, se dice que es una relación interoracional que permite que las oraciones se organicen y conformen un texto. Los procedimientos más generalizados para asegurar la cohesión son la referencia, la elipsis, los conectores, la reiteración léxica y la repetición total o parcial de construcciones.

- **Referencia:** es un tipo de relación en la que uno de los ítems que entran en ella siempre necesita de la presencia explícita de otro para poder ser interpretado. Son fundamentalmente los pronombres personales, demostrativos y posesivos.

Ejemplo: "La Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero define a ésta como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo."

- **Elipsis:** es una sustitución por cero. Es la omisión de una palabra o frase explicitada en otra parte del texto.

Ejemplo: "Es evidente que las mujeres aún están prácticamente ausentes de los medios hoy en día. Después de más de una década, la investigación académica sigue mostrando que \* están claramente infra-representadas por los medios, y cuando \*lo están, se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados."

- **Conectores:** son palabras o frases que establecen relaciones entre distintos elementos del texto (palabras, oraciones e incluso párrafos, ver Anexo 2.7) y que no se limitan a vincularlos solamente, agregan significado.

Ejemplo: "Cada día corroboramos que la representación de las mujeres en el discurso de los medios de comunicación tradicionales y de las nuevas tecnologías, reproduce los estereotipos sexistas que, o asocian a las mujeres a roles tradicionales (...) En contraste, en los medios no es latente el interés por visibilizar su participación y su poder como agentes sociales en las esferas política, económica, educativa y cultural."

- **Reiteración:** implica la repetición de un ítem lexical. Hay tres tipos de repeticiones:
    - Repetición: Es la reiteración de la misma palabra en el desarrollo del texto.
- Ejemplo: "Escribir les proporciona una visibilidad que les resulta beneficiosa. Esa "visibilidad" no es otra cosa que la promoción de una determinada ideología, imagen o interés".
- Sinonimia: Es la relación en la que dos ítems lexicales pertenecen a un campo semántico común porque tienen características semejantes.
- Ejemplo: "Como resultado de todo lo anterior lo valioso ya no es la información, sino las audiencias. Lo que se cotiza no es la calidad de la información, sino las cifras de lectores o spectadores que tiene un medio."
- Palabra general: Es la clase de palabra que incluye por su significado a otras palabras.
- Ejemplo: "Cuando el tratamiento humillante de la mujer por parte de los medios es puesto en discusión, la reacción de muchos hombres es intentar minimizar la questión."
- **Colocación:** consiste en la co-ocurrencia de varios elementos léxicos que se relacionan semánticamente (?) de algún modo al manifestarse en un mismo marco de conocimiento. Son cadenas cohesivas.
- Ejemplo: A minutos del cierre de las urnas. Candidatos y miembros de la Junta Nacional Electoral coinciden en que los comicios se desarrollan "con normalidad".

## 4. ACTIVIDADES

- 1) Para esta actividad, tendrás que releer el artículo “El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación” de Vega Montiel, cuyo texto completo leíste en el módulo 2.
- 2) Después de releer, aplicá las macrorreglas al texto de Vega Montiel y escribí el resumen del texto porque lo necesitarás para la actividad que sigue.
- 3) A continuación, presentamos de forma incompleta el ILD sobre el artículo de Vega Montiel. La idea es que completes la estructura que te damos. Para ayudarte, te presentamos un posible comienzo de cada parte del IL. En la segunda columna, se sugieren otras formas de introducir cada elemento del informe. Elegí la que más te agrade. Antes de comenzar a completar te pedimos que reconozcas las partes: **Tema - Contexto – Quaestio - Respuesta o hipótesis – Argumentos.**

### RECOMENDACIONES

- a) Pensar: ¿con qué objetivos voy a escribir este informe? ¿para quién lo voy a escribir?
- b) Escribir la primera versión
- c) Finalmente, revisar su adecuación a la estructura y al estilo verbal requeridos, y su coherencia y cohesión.

Modelo de I.L.D.	Otros modos...
Vega Montiel, A. (2014). El tratamiento de la violencia contra las mujeres en los medios de comunicación. <i>Comunicación y Medios</i> , Instituto de Comunicación e Imagen de la Universidad de Chile, N°30	
Aimée Vega Montiel es investigadora..... .....	Aimée Vega Montiel se dedica a ...
En relación con su especialidad, el artículo de opinión académico titulado “El tratamiento ...” continúa con su línea de investigación ya que trata sobre la construcción que los medios realizan .....	En “El tratamiento...” la autora presenta el tema de...// Puede señalarse que el artículo académico tiene como tema.....// En esta oportunidad la autora presenta “El tratamiento...”se trata de un artículo de opinión de circulación académica que...
La búsqueda de la autora es persuadir sobre..... .....	El propósito que persigue la autora es convencer sobre...//La finalidad es demostrar que...//La intención de la autora es hacer reflexionar sobre...

<p>El encuadre del artículo tiene que ver con las publicaciones de los medios hegemónicos y sus intereses, y con una realidad vigente en muchos países en donde los derechos humanos y especialmente los de las mujeres están siendo cuestionados y revalorados.</p>	<p>Este texto se inscribe en un contexto actual de globalización y auge tecnológico en el que...// El artículo fue publicado en un momento de...// Al texto lo podemos ubicar en...</p>
<p>A partir de dicho contexto, la discusión social que se analiza es si los medios masivos fomentan con sus construcciones la violencia contra las mujeres.</p>	<p>El artículo responde al interrogante de ...// La problemática social que se analiza es...// La autora cuestiona...</p>
<p>Al respecto, la hipótesis de la autora es que sí la fomentan porque construyen los acontecimientos.....</p> <p>.....</p>	<p>El punto de vista de la autora es...// La autora sostiene que...// La opinión de la autora sobre esta problemática es...</p>
<p>Para sostener su punto de vista, la autora desarrolla una serie de argumentos.</p>	<p>La primera cuestión que expone es...// El primer argumento señala que...//</p>
<p>En primer lugar, afirma que .....</p> <p>.....</p>	<p>Luego, afirma que...</p>
<p>En segundo lugar, demuestra con las investigaciones que los medios se autoasignan un rol educativo con el que postulan los rasgos positivos y negativos de los ciudadanos.</p>	<p>Por último, asevera que... (verbos declarativos)</p>
<p>En tercer lugar, critica.....</p> <p>.....</p>	<p>Ideológicamente la autora se enfrenta a...// El posicionamiento de la autora es...</p>
<p>La autora se muestra como defensora de.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Este pensamiento se opone a los discursos de...// Se asemeja a las creencias que sostienen que...// Polemiza con...// Discute con...// Retoma a...</p>
<p>En concordancia con este posicionamiento, el autor.....sostiene en el texto “.....” que....</p> <p>.....</p>	

<p>.....Por lo tanto, ambos....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>En síntesis, la autora asegura que los medios masivos refuerzan con sus publicaciones imaginarios machistas que laceran los derechos de las mujeres.</p>	<p>Para finalizar...// En resumen...</p>
---	--

## 5. ACTIVIDAD INTEGRADORA DEL MÓDULO ESCRITURA

### Modelo de Examen N°3

#### PARTE A

1) Leer el siguiente texto y luego resolver las consignas de parcial.

#### INFOBAE

#### ESTEREOTIPOS: CÓMO LOS MEDIOS RETRATAN A LA MUJER EN EL SIGLO XXI

Por Emmanuel Gentile, 7 de marzo de 2015

Ellas son "expertas en ahorro", su "pasión" es ir de shopping, y sus mayores preocupaciones pasan por mantener la figura. Son jóvenes, delgadas, sexis, y les gusta estar siempre "a la moda". Si salen a bailar y se les acercan chicos tomando cerveza, se entregan a los brazos de cualquiera, aunque se trate del tipo más torpe del boliche. En la casa lavan los platos con el mejor detergente, y cuando limpian el baño se imaginan que un superhéroe (un hombre fuerte y musculoso) viene a ayudarlas con la suciedad más difícil. Y si son madres, quizás tengan tiempo, con ayuda de algún nuevo producto, de mantenerse lindas a pesar de ello.

Cualquiera que consuma medios masivos de comunicación -y difícilmente alguien escape de ello- puede advertir que así es como son retratadas las mujeres del siglo XXI. Tan arraigada está la imagen falsa o degradada que se difunde de ellas que casi nadie lo advierte como una problemática social. El "modelo" de mujer aparece así en la TV, el cine, la publicidad callejera, los diarios y revistas, y en internet. El mensaje de un cuerpo femenino que debe ajustarse a determinados parámetros estéticos, así como el que erige un comportamiento sumiso, se replica incesantemente sin encontrar mayor resistencia.

"Las mujeres en los medios estamos representadas en forma muy estereotipada, es decir, se generalizan y simplifican las diferentes formas de ser mujer en apenas unos pocos modelos que se repiten. Los más reiterados son el de la mujer-objeto, de la cual se valora su cuerpo o partes del mismo como máximo atributo. En general se la usa para vender todo tipo de productos, tanto para hombres como para mujeres, o también como mera decoración puesta para agradar especialmente a los hombres en programas de entretenimiento, informativos y/o deportivos; También está la madre-ama de casa, protagonista de todas las publicidades de productos de limpieza, alimentación infantil, servicios bancarios, etcétera", explica Mabel Bianco, presidenta de la Fundación para el Estudio e Investigación de la Mujer (FEIM), en diálogo con Infobae.

Cuando el tratamiento humillante de la mujer por parte de los medios es puesto en discusión, la reacción de muchos hombres es intentar minimizar la cuestión, aduciendo que se trata simplemente de una publicidad o un programa de TV, o lo que es peor, la justifican -a veces en broma, a veces en serio- apelando a supuestas razones "biológicas", o simplemente naturalizando la cuestión. Pero, lejos de ser una nimiedad, el uso de esos estereotipos influye directa o indirectamente en el comportamiento de quienes todos los días consumen eso que según "el mensaje" es o debe ser una mujer. Y los más chicos aparecen como los menos salvaguardados.

"Los medios de comunicación son importantes agentes de sociabilización, es decir, tienen parte activa en la transmisión de muchas de las actitudes y creencias por las que las mujeres históricamente han estado subordinadas a los varones, se las valora menos, se las discrimina y esto perpetúa todo tipo de violencias hacia las mujeres y las niñas", sostiene Bianco.

Hoy, en la Argentina, existen herramientas legales para frenar esa violencia simbólica: la Ley 26.485 de Protección Integral para prevenir, sancionar y erradicar la violencia hacia las mujeres en los ámbitos en que desarrollen relaciones interpersonales señala entre las distintas formas de violencia la simbólica. La violencia simbólica es aquella que "a través de patrones estereotipados, mensajes, valores, íconos o signos transmite y reproduce dominación, desigualdad y discriminación en las relaciones sociales, naturalizando la subordinación de la mujer en la sociedad". La violencia mediática se da entonces en "la publicación o difusión de mensajes e imágenes estereotipados a través de cualquier medio masivo de comunicación, que de manera directa o indirecta promueva la explotación de mujeres o sus imágenes, injurie, difame, discrimine, deshonre, humille o atente contra su dignidad".

Texto adaptado para el manual. Original obtenido el 28/10/2018 en  
<https://www.infobae.com/2015/03/08/1714420-estereotipos-como-los-medios-retratan-la-mujer-el-siglo-xxi/>

**2)En relación con el tema de cohesión y coherencia, mencione con qué palabra o frase cohesionan las palabras subrayadas y de qué tipo de cohesión se trata. (2 puntos).**

#### **PARTE B-**

1)Realice un informe descriptivo del texto de Gentile. (Extensión 20 líneas, 5 puntos)

2)Escriba un texto de opinión en el que se responda el siguiente interrogante: "¿Estás de acuerdo con la opinión del autor?" Justifique la respuesta con algún argumento o prueba personal. (Extensión aproximada 10 líneas. 3 puntos)

# ANEXO 1

## LECTURAS RECOMENDADAS

En este anexo presentamos un conjunto de textos destinados a las prácticas de lectura y escritura de Seminario.

### TEXTO 1 - EL PERIODISMO NECESITA CORAZÓN Por Pascual Serrano

En los últimos tiempos el debate sobre el periodismo se limita a discutir sobre el formato y la presentación. "Sustituyen el problema del contenido por la cuestión de la forma, colocan la técnica en lugar de la filosofía. Sólo hablan de cómo redactar, cómo almacenar, cómo transmitir algo. Pero qué redactar, qué almacenar y qué transmitir, de eso ni una palabra. El punto débil de estas manifestaciones radica en que, a través de ellas, en lugar de discusiones sobre el contenido, el espíritu y el sentido de las cosas, no nos enteramos más que de los nuevos y deslumbrantes avances técnicos conseguidos en el terreno de la comunicación" - Así lo percibía Ryzard Kapuściński hace casi diez años y ahora esa sensación es mucho más evidente.

El problema es que estamos creando un profesional del periodismo que ya no sabe incorporar principios y valores éticos y culturales a su trabajo. Incluso su vocabulario se limita a la exposición de hechos y no incluye la elaboración de reflexiones complejas o análisis de cuestiones éticas. Como escribió Walter Lippman en su libro *Public Opinion*, el periodismo no nos señala la verdad porque siempre hay una brecha descomunal entre la verdad y la información. Las cuestiones éticas enfrentan al periodismo al nebuloso mundo de la interpretación y la filosofía, y por eso los periodistas huyen de la indagación ética como un rebaño de corderos atemorizados.

Conceptos como neutralidad, objetividad y equidistancia sólo son argumentos empresariales para ganar la credibilidad de los ciudadanos y la complacencia de grupos de poder, anunciantes y publicistas que no quieren un verdadero debate sobre el mundo en el que vivimos. Los periodistas más consagrados de todo el espectro político no han dudado en denunciar el mito de la objetividad. "En cuanto a la objetividad periodística, es tal vez la patraña más grande que me ha tocado oír acerca de nuestro oficio", afirmó el veterano periodista italiano Indro Montanelli, un periodista al que no se le podrá acusar de antisistema.

El historiador Paul Preston, que estudió el papel de los corresponsales extranjeros que informaron sobre la Guerra Civil Española en su libro *Idealistas bajo las balas*, afirma que "no puede existir la objetividad o ecuanimidad. No se puede tratar al asesino y al asesinado o al violador y la violada como si fuesen iguales. Cada periodista, como cada historiador, que lo sepa o no, ve las cosas a través del filtro de su sistema moral, ético e ideológico. Esto no quiere decir que no hay que intentar entender las motivaciones de todos los implicados en una situación".

#### Indignación y denuncia

"En América Latina uno se mete de periodista y lo primero que hace es indignarse, la propia realidad te obliga. Si no haces periodismo de denuncia, no sé lo que estás haciendo". Así se expresa la periodista y escritora Elena Poniatowska, quien no concibe el periodismo sin compromiso. Paul Preston recoge el grado de implicación que, inevitablemente, adoptaron algunos de los corresponsales que fueron a España en la Guerra Civil. La mayoría de ellos, a la hora de vivir en primera línea la lucha de un pueblo contra el fascismo y la tragedia del abandono del resto de los países que se negaron a ayudar al gobierno legítimo español, no dudaron en tomar partido, muchas veces enfrentándose a la posición del periódico que los había enviado como corresponsales. Ernest Hemingway, Martha Gellhorn, John

Dos Passos, Mijaíl Koltsov, Louis Fischer, Herbert Southworth, Henry Buckley, W.H. Auden, Arthur Koestler, Cyril Connolly, George Orwell, Kim Philby... a todos los transformó la guerra.

Hemos de reconocer que el tremendo control que los grupos empresariales propietarios de los medios ejercen sobre los profesionales nos lleva a pensar que no son buenos tiempos para un periodismo socialmente comprometido. Por eso mismo, bucear en el periodismo de históricos reporteros como John Reed, Ryzard Kapuściński, Edgar Snow, Rodolfo Walsh y Robert Capa puede ayudarnos a recuperar la pasión y la fuerza para seguir avanzando contracorriente.

John Reed fue el cronista de grandes hitos revolucionarios, Ryzard Kapuściński dedicó su vida a relatarnos los sueños descolonizadores de los países del Tercer Mundo, Edgar Snow acercó la lejana Asia y la revolución china a Occidente, Rodolfo Walsh sentó los principios de un periodismo emparentado con la literatura de no ficción en el marco de una terrible dictadura y Robert Capa fotografió como nadie a los seres humanos que sufrían la guerra. Su trayectoria debe ser para nosotros, los profesionales de la comunicación, un ejemplo de dignidad en estos tiempos en los que las ruedas de prensa, el ordenador con sus innumerables artilugios suplementarios o derivados y las cotizaciones en bolsa de nuestro medio de comunicación parece que se han confabulado para acabar con un periodismo que crea que pueda mejorar el mundo.

\*Pascual Serrano es periodista. Nació en Valencia, España, en 1964. Se licenció en Periodismo en 1993 en la Universidad Complutense de Madrid. Entre otras actividades, fue cofundador de la revista Voces, y de la publicación electrónica Rebelión que hoy funciona como diario alternativo en Internet. En 2011 publicó Contra la neutralidad. Tras los pasos de John Reed, Ryzard Kapuściński, Edgar Snow, Rodolfo Walsh y Robert Capa.

El texto fue modificado para esta manual. Este artículo ha sido publicado en el nº 51 de Pueblos - Revista de Información y Debate - Segundo Trimestre de 2012. [www.pascualserrano.net](http://www.pascualserrano.net). Editorial Península. Barcelona.

## TEXTO 2 - LA LIBERTAD DE EXPRESIÓN EN LA ERA DIGITAL

**Requiere la adaptación de los valores sobre los que se construyen sociedades progresistas**

Por Bob Boorstin | Para LA NACION

Hoy, en el Día Mundial de la Libertad de Prensa, ciudadanos y líderes de todo el mundo nos reunimos en Costa Rica para celebrar los valores que subyacen a las sociedades abiertas y considerar cómo podemos balancear mejor los derechos y responsabilidades en la era de Internet. Este es un debate global, por supuesto, pero América latina está en un punto de inflexión, en el que la región puede elegir abrazar o no el futuro del crecimiento económico y de la libre expresión que es impulsado por las plataformas online.

En el centro de este debate se ubica un concepto simple: ¿Quién es responsable por lo que aparece en los sitios online que conforman lo que llamamos Internet? Cuando alguien crea un video ofensivo y lo sube a YouTube, ¿quién debería soportar la carga? Cuando un sitio de redes sociales incluye un post falso en una página personal, ¿debe ese sitio ser responsable por lo que aparece? Los grados de libre expresión y de innovación que puedan florecer en Internet dependen en gran medida de cómo respondamos a este tipo de preguntas.

Las expectativas sobre seguridad y privacidad, especialmente en los medios digitales, donde todo está potencialmente accesible, aún no han sido definidas

Es muy claro: Internet es una plataforma con un poder sin precedentes para conectar a las personas entre sí y permitirles comunicarse, y acceder al conocimiento. Por primera vez en la historia, prácticamente cualquier persona con acceso a Internet tiene el potencial de conectarse al instante con

cientos de millones de personas en todo el mundo. Hoy en día existen casi 2,500 millones de usuarios de Internet y cerca del 10 por ciento vive en América latina.

A medida que estos números crecen, también lo hace la necesidad de redefinir los derechos y responsabilidades en la era digital. Debemos asegurarnos de que los derechos de los ciudadanos estén debidamente protegidos en situaciones en las que sus libertades se vean amenazadas.

Debemos escuchar y tener en cuenta a las voces provenientes de todos los ámbitos: ONG que se preocupan por la transparencia, abogados que protegen el derecho a la información, los medios de comunicación, los editores de contenido y los líderes políticos y de gobierno. Y debemos evaluar cualquier nueva regla de forma cuidadosa y abierta antes de arribar a decisiones que repercutirán en las décadas futuras.

En primer lugar, debemos considerar los límites que deben existir, o no, para una nueva forma de concebir la libertad en la era de Internet. Las expectativas sobre seguridad y privacidad, especialmente en los medios digitales, donde todo está potencialmente accesible, aún no han sido definidas. En Google, nos esforzamos para maximizar la seguridad, privacidad y libertad de expresión. No es una tarea fácil, pero encontrar el balance que permita ofrecer las oportunidades a nuestros usuarios y una Internet fuerte y creciente es una cuestión vital para nuestra misión.

Darles a los funcionarios públicos el poder de decisión sobre qué puede ser visto online y qué no es un primer paso que podría atentar contra las sociedades democráticas

En segundo lugar, debemos considerar los tiempos, un elemento crítico. Los expertos coinciden en que la tecnología -y las decisiones relacionadas a ésta, sobre contenido, privacidad y seguridad- está avanzando a una velocidad mucho mayor que toda la legislación producida en el último siglo.

Desarrollar nuevas reglas y procedimientos para determinar qué se ha de publicar y qué ha de ser ocultado del público requiere encontrar el adecuado balance entre el derecho a acceder a la

información y a escuchar todas las opiniones con los instintos de algunos de censurar puntos de vista con los que no están de acuerdo. Por este motivo, las reglas deben ser lo suficientemente flexibles como para adaptarse a cambios y al mismo tiempo mantenerse firmemente arraigadas en los principios que mantenemos.

Tercero, debemos controlar el alcance de estas decisiones. Decisiones que pudieran restringir o castigar a las plataformas de Internet por la publicación de puntos de vista diferentes podrían tener implicaciones perjudiciales tanto para el mundo virtual como para el offline. Darles a los funcionarios públicos el poder de decisión sobre qué puede ser visto online y qué no es un primer paso que podría atentar contra las sociedades democráticas. No queríamos despertarnos el día de mañana para darnos cuenta de que estamos viviendo con las restricciones que nosotros mismos nos impusimos ayer.

Estos factores, entre otros, están señalando una nueva realidad: que la negociación de las reglas del futuro requiere que construyamos un nuevo consenso basado en el conocimiento. América latina tiene la ventaja de emprender esta discusión con un camino recorrido de más de veinte años de Internet funcionando en la región. Esto le permite llegar a establecer una visión de largo plazo basada en una reflexión madura y en experiencia práctica.

No hay duda de que estamos ante un momento histórico, que requiere la adaptación de los valores sobre los que se construyen sociedades progresistas. Hemos visto que una Internet libre y abierta es capaz de grandes logros: ha impulsado la innovación y generado crecimiento económico, le ha dado una voz a quienes previamente no la tenían y oportunidades a aquellos que alguna vez estuvieron

aislados. Hoy, en el Día de la Libertad de Prensa, una manera de celebrar el advenimiento de la era digital es asegurándonos que esas libertades y oportunidades se multipliquen.

### **TEXTO 3 - UNA REFLEXIÓN SOBRE LOS MEDIOS Y LA DEMOCRACIA por Ignacio Ramonet**

**Intervención de Ignacio Ramonet en CIESPAL, Quito (Ecuador). Resumen de Silvia Arrana**

<http://www.rebelion.org/noticia.php?id=118309>.

En estos tiempos de globalización neoliberal, la información se ha convertido en uno de los problemas principales de la democracia. Se consideraba que en una democracia alguno de los tres poderes podía cometer abusos (la justicia puede condenar a un inocente, el poder legislativo puede sancionar leyes discriminatorias contra un sector de la población -como las leyes contra los inmigrantes en Estados Unidos o en Francia). La función de los medios es denunciar estos abusos. Los medios de comunicación de masas pueden influir en la opinión pública; esto es lo que constituye el cuarto poder, o contrapoder. El poder que puesto al servicio de los ciudadanos sirvió para oponerse a las iniquidades de la esclavitud, que era legal en la democracia más nueva, Estados Unidos, como en países europeos por ejemplo Francia e Inglaterra que practicaban el colonialismo, otro sistema injusto pero legal en las democracias. La prensa llevaba campañas de denuncia de ambos sistemas.

En los últimos 15 años, a medida que se fue afianzando el neoliberalismo y la globalización, el cuarto poder -como contrapoder- ha ido desapareciendo.

Se fue imponiendo lo privado sobre lo público, lo individual sobre lo colectivo, y los medios de comunicación en su mayoría han dejado de ser un contrapoder. Los medios pertenecen a grupos mediáticos (Murdoch, Google, Blackberry) que se expanden con la revolución digital, que rompen las barreras, con la espectacular expansión de internet. Se mezclan todas las esferas: la cultura de masas, la información, la comunicación y el internet. Los grupos mediáticos que manejan todas estas esferas son multinacionales, planetarios. Estos mega grupos, cuya existencia es posible por las suaves leyes antitrust, son actores centrales del poder globalizado. Ya no se proponen ser un contrapoder, son un cuarto poder sólo como una suma a los otros tres poderes; usan su poder para oprimir al ciudadano. La cuestión cívica es cómo oponerse; hay que crear un quinto poder, oponer la fuerza ciudadana para denunciar a los poderes que actúan contra el pueblo. Esta situación se vive en Ecuador, Bolivia, Venezuela, Argentina, Brasil. Cuando Chávez asumió el poder los grupos mediáticos se lanzaron en contra del gobierno elegido democráticamente. Uno puede tener diferentes opiniones del gobierno de Chávez, pero no se puede negar que los medios usan falsedades para defender sus privilegios y oponerse a los cambios sociales. Asumen su función de perros guardianes del orden económico, ideológico; son latifundistas mediáticos. El caso de Berlusconi en Italia es un ejemplo: primero construyó una gran fortuna, luego adquirió medios de comunicación y después ganó las elecciones.

Entre las guerras mediáticas contra gobernantes elegidos democráticamente podemos mencionar la guerra mediática contra Chávez para impedir que concrete reformas o en los setentas, la guerra del periódico *El Mercurio* contra el presidente chileno Salvador Allende, o la guerra en los ochentas del diario *La Prensa* contra el sandinismo en Nicaragua. O las guerras mediáticas contra los presidentes de Brasil, Argentina y Ecuador. Ya no sólo son los poderes tradicionales los que atacan sino también los medios que usan como fachada, como arma de combate, la defensa de la "libertad de expresión". La información difundida por estos medios está contaminada por toda clase de falsedades. La usan como una mercancía. Los medios se han convertido en el brazo, o aparato, ideológico de la globalización. Medios de comunicación y globalización son dos conceptos ligados. ¿Cómo exigir la verdad? Los medios están al servicio del poder económico y financiero, y por debajo está el poder político. Cada día aumenta el poder económico, financiero y mediático a expensas del poder político que es el único elegido democráticamente.

Los medios no respetan las leyes de la información, sino que se manejan con las leyes del mercado, oferta y demanda. En apariencias la información por internet o televisión o radio es gratuita porque no es la información lo que se vende; sino que venden ciudadanos a los anunciantes. El periodismo ha cambiado parámetros fundamentales: el **ritmo**, que es instantáneo y lo instantáneo es difícil de verificar, se multiplican los errores, se vive un estado de inseguridad informativa; la **espectacularidad**, se privilegia el horror, la fascinación macabra con la violencia; lo **visual**, se basa en la falsa ecuación "ver es comprender", en realidad lo que se ve no es forzadamente lo que ha ocurrido. Se ha creado una tremenda simplificación, una lectura infantilizada.

Por otra parte, en la actualidad se confunde periodismo con comunicación; hay millones de usuarios de Facebook, de Twiter -que pueden tanto organizarse en campañas por causas comunitarias positivas como también ayudar a crear confusión informativa. Esta gran cantidad de comunicados crea un Muro de información que tapa la carencia de verdadera información y funciona como censura, una censura "democrática". En este hueco informativo aparece Wikileaks, que demuestra: uno, que en realidad no sabemos lo que ocurre ni en Irak ni en Afganistán ni el Departamento de Estado de Estados Unidos. Y dos, que los periodistas son incapaces de informar. Hay una crisis de identidad: qué es el periodista, qué es el periodismo, qué es noticia. Los medios actúan en función de las leyes del mercado: noticia es lo que puede interesar a un mayor número de personas. Han perdido la conciencia de su misión. ¿Qué es la verdad? ¿Qué es la mentira? Como Wikileaks lo ha demostrado, la verdad puede ser mentira. Repetir una cosa hasta el hartazgo es demostrar su veracidad; otra ecuación falsa. Tanto Wikileaks como las redes sociales -que son posibles por el internet- ayudan a resistir. En América Latina los movimientos sociales usaron históricamente las radios comunitarias como instrumentos de resistencia, ahora usan también el internet.

Se puede hacer un paralelismo con lo sucedido con la alimentación. Había escasez de alimentos -y sigue habiendo en algunos países- luego la revolución agraria permitió producir en abundancia. Hoy sabemos que muchos de los alimentos son tóxicos, pueden envenenarnos (el caso de la "vaca loca" por ejemplo). Lo mismo sucede con la información; está contaminada. Hay que crear una ecología de la información para limpiarla, para que se respete la verdad, para mejorar la calidad informativa y así mejorar la calidad de la democracia.

Ignacio Ramonet es Director de *Le Monde Diplomatique*, cofundador del movimiento Attac y de Media Watch Global, profesor de teoría de la comunicación en la Universidad Denis-Diderot, París VII)

#### TEXTO 4 - LOS MEDIOS Y LOS JÓVENES Por Florencia Saintout\*.

¿Qué dicen los medios de comunicación de los jóvenes? Dicen muchas cosas, pero fundamentalmente que son sujetos del deterioro, que están ellos mismos "deteriorados". Que no valoran la vida: ni la propia ni la ajena. Los asocian a la muerte.

Cotidianamente asistimos al bombardeo de noticias que nos hablan de prácticas llevadas adelante por jóvenes que ponen sus vidas en riesgo. Las noticias nos muestran unos jóvenes que parecieran por momentos optar irracionalmente por la muerte. Ir hacia ella sin fin, sin sentido, o de manera suicida. O son locos o son suicidas.

Los jóvenes aparecen en las noticias como protagonistas del malestar, construidos a través de un discurso descontextualizado y simplificador que los asocia con la muerte. Desde varios relatos: como delincuentes, como peligrosos que necesitan ser castigados o excluidos del espacio común por no valorar la vida, ni propia ni ajena. Como sujetos perdidos que entonces son capaces de salir a matar y morir; que se suben a una moto, apagan las luces, y se entregan a la velocidad infinita. Como enfermos

que consumen todo tipo de droga, aun las más pesadas, hasta entrar en coma. Carentes de todo que se involucran en las conductas más riesgosas sin límite alguno, ni siquiera el de la propia muerte.

Ante esto, podríamos decir que efectivamente sí hay datos (de organizaciones de gobierno, de sociedades civiles, de universidades) que hablan de la cercanía de los jóvenes, sobre todo de ciertos jóvenes, los más vulnerables, con la muerte. Sin embargo, es imprescindible decir también que lo que no es cierto es lo que parecieran demostrar de manera tan contundente los medios: que éstos son datos sin historia.

Hay que afirmar que no es cierto que hoy los jóvenes estén al frente de la muerte y el riesgo porque son irracionales o simplemente porque sí. Las prácticas tan recurrentemente descriptas por los medios (donde la vida está y se la pone en riesgo) lejos de ser irracionales o sin sentido pueden ser comprendidas en el marco de unos jóvenes socializados en un tiempo de incertidumbre mundial y de vulnerabilidad regional.

Los jóvenes hoy tienen una clara conciencia de la vulnerabilidad de la vida. De una vida en donde no hay derechos ni garantías, donde no hay instituciones que los protejan, y que aparece construida como una selva donde no entran todos. Hay que decirlo lo más claro posible: los límites entre la vida y la muerte son vistos por los jóvenes, y especialmente por los jóvenes de sectores subalternos, como límites precarios porque viven en un mundo que se ha precarizado como nunca. Y esto no es porque sí, no es porque simplemente sucedió como parecen decirlos ciertos opinólogos y periodistas.

Pero, además, y claramente ligada a la conciencia de la vulnerabilidad de la vida (que da como resultado un número altísimo de muertes violentas), la precariedad no puede ser pensada por fuera de las heridas producidas por la dictadura y por treinta años de políticas neoliberales en la Argentina y en la región de las que los jóvenes hoy portan marcas aún sin poder decirlo.

Sabemos que la muerte además de ser un dato biológico ineludible es un acontecimiento históricamente construido y culturalmente compartido: no morimos igual.

Norbert Elias (1987), en su “Sociedad de los moribundos”, trabaja la idea de que en las sociedades modernas, de la mano de la extensión de la vida por los procesos de desarrollo científico y las prácticas de la higiene y del cuidado, la muerte puede ser aquello que se sabe pero que es posible al mismo tiempo de ser “olvidada”, puesta entre paréntesis. Pero además, dirá Elias, de acuerdo con los procesos de pacificación social, la muerte podrá ser construida como un acontecimiento natural, de la vejez, en una cama.

Para nuestros jóvenes la muerte no es más eso que se espera al final, cuando duelan los huesos de viejo y haya cansancio de la vida. La muerte es, en cambio, lo que ya no es sagrado, que puede estar a la vuelta de cualquier esquina.

### **Los jóvenes no quieren morirse. Ningún joven dice que quiere morirse.**

Pero aunque nadie quiere morir, la muerte está y los jóvenes están nuevamente en el frente. Y no porque sí, como dicen los medios, sino porque algunas de las heridas que se abrieron en la historia todavía no se han saldado. Porque sí hay consecuencias de lo ocurrido y no existe el planeta joven suspendido en el espacio.

Miércoles, 10 de septiembre de 2008. Recuperado de <http://www.pagina12.com.ar/diario/laventana/26-111275-2008-09-10.html>

\*Directora del Proyecto de Investigación: “Comunicación y Juventud: representaciones de la muerte”. FPyCS, UNLP.

## **TEXTO 5 - ALARMA Y ALARMISMO: MEDIOS DE COMUNICACIÓN Y CRISIS ECONÓMICA (1)**

(Texto seleccionado para aspirantes al Departamento de Ciencias Económicas)

En los últimos cinco años, la crisis económica y financiera ha puesto en evidencia la importancia de los medios de comunicación en la generación y mantenimiento de estados de opinión económica, de los que es imposible disociar la evolución misma de la crisis. Aunque en la historia económica se han dado precedentes claros de esa interrelación entre medios y situación económica, sobre todo en momentos de boom y crash financieros (Arrese, 2010) (2), quizá nunca como en la actualidad el análisis de esa interacción haya sido tan relevante.

La discusión sobre el papel de los medios en la actual crisis económica y financiera tiene muchas facetas, pero se puede sintetizar en dos grandes temas de debate. Por un lado, se cuestiona su actuación previa a la crisis, ¡desde el punto de vista del cumplimiento o no de su función de alertar ante los riesgos y peligros que acechaban al sistema económico y financiero; por otro, se debate su comportamiento durante la crisis, en esta ocasión desde la óptica de si los medios generan o no una alarma excesiva en torno a las malas noticias, en lugar de explicarlas y contextualizarlas en su justa medida.

En la abundante bibliografía económica y financiera sobre las causas de la crisis existe un cierto consenso sobre las responsabilidades de ciertas instituciones, entre otras, entidades financieras, agencias de calificación, bancos centrales y gobiernos. También en muchos trabajos late la idea de que “toda la sociedad” tiene una cuota de culpabilidad en la generación de esta crisis sistémica (Davis, 2010, Mason, 2010). Pero por lo que se refiere a los medios, en los análisis expertos no queda nada claro si su papel ha sido el de una de esas instituciones decisivas para bien o para mal, o si simplemente forman parte de ese “toda la sociedad” más indefinido y genérico.

Con respecto al tratamiento de la crisis durante su evolución, también se encuentran opiniones divergentes. El tono de las noticias, la visión más o menos pesimista de la actualidad, la utilización de simplificaciones y estereotipos, etc. adquieren especial relevancia en momentos de crisis económica. En tal situación, además de las ya tradicionales tensiones que caracterizan al ejercicio del periodismo económico (Arrese, 2006), los medios deben afrontar el hecho de que sus contenidos generan estados de opinión, niveles de confianza o desconfianza, que inciden directamente en la propia marcha de la economía. En España esta realidad se ha vivido de forma especialmente intensa. Cabe recordar la reunión del presidente Zapatero con los editores de los principales grupos de prensa, para pedirles que evitasen la crítica alarmista y que trataran de infundir tranquilidad a los ciudadanos, sobre todo en torno a la solvencia del sistema financiero. Se inscribe también aquí la tensa relación con los medios internacionales, acusados en ciertos momentos de atacar sin fundamento a la economía española, lo que incluso llevó a que se pidiera al Centro Nacional de Inteligencia que investigara el rol de la prensa internacional anglosajona en el fomento de la crisis de la deuda soberana. Sin embargo, frente a la acusación genérica de alarmismo de los medios, también hay autores que critican lo contrario: que los medios, durante la crisis, son excesivamente cautos, y se contagian con facilidad de las directrices de las autoridades, interesadas en no alamar en exceso a la población y a los mercados

### **Conclusiones**

Existe bastante consenso al afirmar que los medios, sobre todo los más influyentes en este ámbito informativo prensa de calidad y especializada, pudieron haber cumplido mejor su función en los años previos a 2008. Pero en eso, como ya se ha comentado, no han sido muy distintos a muchas otras instituciones. Asimismo, parece aceptarse que iniciada ya la crisis la conciencia de la importancia de mejorar la cobertura, y de cuidar el impacto de las noticias en la economía, aumentó en la mayoría de las redacciones. Pero tampoco los medios se han podido despegar del todo de los factores

estructurales y profesionales que condicionan su cobertura, y que los hacen en exceso dependientes de las fuentes expertas y de las visiones oficiales de la realidad, en general inmersas en el marco de análisis de la economía capitalista. En general, la visión de los profesionales es más bien positiva sobre el desempeño de los medios en esta crisis, aun reconociendo que se pudo hacer más y mejor, ¡sobre todo en los años que precedieron al colapso financiero; por el contrario, desde el mundo académico se dibuja un panorama muy negativo, de un periodismo económico incapaz de desempeñar su función de servicio a la sociedad, atrapado en una red de intereses empresariales y de condicionantes profesionales que lo atenazan.

La crisis no ha concluido y será necesaria más perspectiva para hacer una valoración conjunta del papel de los medios de comunicación en estos años. Mientras tanto, es importante seguir aportando evidencias sobre el grado en que el periodismo económico cumple y ha cumplido o no con su función, en un momento tan importante de la historia económica.

(1) Fragmento del artículo escrito por Ángel ARRESE (Universidad de Navarra) y Alfonso VARAMIGUEL (Universidad de Navarra), y publicado en Estudios sobre el Mensaje Periodístico Vol. 20, Núm. 2 (2014).

Recuperado de <http://revistas.ucm.es/index.php/ESMP/article/viewFile/47042/44113>

(2) ARRESE, Ángel (2010): "Periodismo económico, entre el boom y el crash", en ARRESE, Ángel et al. (coords.). Periodismo económico. Viejos y nuevos desafíos. Actas del XXII Congreso Internacional de Comunicación (Periodismo económico. Viejos y nuevos desafíos) (pp. 1727). Pamplona, Eunsa

## **TEXTO 6 - DERECHO A LA COMUNICACIÓN, TODAVÍA NO PARA TODOS por Raúl Trejo Delarbre**

(Texto seleccionado para aspirantes al Departamento de Derecho)

En **Comunicación Y Derechos humanos**, Aimée Vega Montiel coordinadora. Universidad Nacional Autónoma de México. México, 2012

Rosa Cruz es una indígena purépecha que vive en el norte del estado mexicano de Michoacán. Apenas habla español, pero le gustaba colaborar en la modesta radiodifusora, Radio Uekakua, que hace ocho años instaló la comunidad. Rosa Cruz se hizo locutora y acostumbraba a saludar en purépecha a sus vecinos, recibía mensajes de ellos, los respondía con actitud de servicio. El 29 de enero de 2009, policías de la Agencia Federal de Investigaciones asaltó la emisora, desmanteló e incautó el equipo técnico. Hoy, esa indígena enfrenta cargos por apropiarse de un bien propiedad de la nación mexicana –el espacio radioeléctrico– y está en riesgo de ser sentenciada a 12 años de prisión. Radio Uekakua había gestionado su regularización legal desde 2002 pero el gobierno mexicano, que tres años después legalizó una docena de estaciones comunitarias, no se ocupó de esa emisora. La intolerancia que padecen Rosa Cruz y quienes, como ella, encuentran persecuciones cuando lo único que hacen es ejercer su derecho a la comunicación, contrasta con la expansión de recursos comunicacionales y el acceso a ellos en todo el mundo. Estamos, con este siglo XXI, en el umbral de una fascinante sociedad de Derecho a la comunicación, todavía no para todos.

La desigualdad en el acceso a las opciones comunicacionales establece un motivo de tensión adicional tanto en el desempeño como en el estudio de los medios. Acotados por intereses mercantiles, corporativos, políticos, gremiales, entre otras fuentes de sujeción, los medios de comunicación contemporáneos suelen ser refractarios a la exigencia y la participación de la sociedad. Hoy en día es casi impensable que algún gobernante o dirigente social diga que está en contra de la libertad de expresión. Sin embargo, el ejercicio de esa reivindicación encuentra frecuentes e intensos obstáculos que van desde la persecución a los comunicadores hasta la preservación de regímenes jurídicos y prácticas que nutren o favorecen el desempeño de una comunicación autoritaria. Se trata

de una comunicación a cargo de unos cuantos, y dirigida a muchos más que no tienen, a su vez, posibilidades para influir de manera categórica en sus contenidos. El uso de la comunicación como ariete comercial o, en otros casos, como herramienta de propaganda política, origina mensajes de contenidos pobres, esquemáticos y repetitivos. La concentración de muchos medios en pocas manos impide que la sociedad sea algo más que consumidora de tales mensajes. El desarrollo tecnológico y la consolidación corporativa se combinan para propiciar esa situación. Aunque abren opciones de participación y expresión que ganan importancia respecto de los medios convencionales, las nuevas tecnologías también han servido para fortalecer la capacidad comunicativa de las corporaciones privadas. Los medios son recursos formidables para crear consensos y movilizar a las sociedades, pero también para confundir y para propiciar, o afianzar, el sometimiento de los ciudadanos a regímenes autoritarios. El populismo mediático, que reproduce viejas costumbres clientelares apuntalándose ahora en los medios y en otros casos de plano subyugándolos a sus intereses, se está convirtiendo en nuevo escollo de las democracias contemporáneas. En México dos empresas, Televisa y Televisión Azteca, concentran 93% de las frecuencias comerciales que utiliza la televisión privada. Solamente tres de cada 10 hogares disponen de suscripción a algún servicio de televisión de paga, de tal manera que 70% de los mexicanos no tiene acceso a otra televisión que no sea la de carácter abierto que difunden las mencionadas empresas. En la radio, una decena de grupos comunicacionales ocupa la mayoría de las frecuencias. La prensa también experimenta un proceso de concentración empresarial. En ninguno de esos medios hay reglas eficaces para el derecho de réplica, que es una de las manifestaciones más elementales de la libertad de expresión. Las corporaciones más influyentes en televisión y radio se consideran propietarias del espacio radioeléctrico –que es, formalmente, propiedad de la nación– y el gobierno federal actúa como si lo fueran. La legislación para los medios en México no establece límites a la concentración de recursos comunicacionales, no favorece la diversidad de opciones, no limita la publicidad engañosa, no protege los derechos de los niños ni promueve contenidos de calidad. Los televidentes y radioescuchas, en esa legislación mexicana, no son reconocidos como ciudadanos sino como meros consumidores –para utilizar la distinción subrayada por Néstor García Canclini–. La libertad de expresión está sometida al arbitrio de las corporaciones mediáticas.

La investigación acerca de los medios resulta indispensable para documentar y explicar las condiciones en las que se ejerce la comunicación. Sin un trabajo serio y sistemático acerca de la circunstancia y los contenidos de los medios, que tome en cuenta sus lenguajes y prácticas, que sea capaz de entenderlos en sus contextos sociales, que los conciba como afluentes de la cultura popular pero también como recursos del poder político, que estudie tanto a las audiencias como las modalidades de producción, que advierta sus implicaciones jurídicas, tecnológicas, históricas, entre otras vertientes disciplinarias, no comprenderíamos a los medios mismos y sería imposible diseñar políticas públicas capaces de promover una comunicación interesada en los derechos de sus sociedades.

#### **TEXTO 7 - EL DEPORTE PÚBLICO O MEDIÁTICO (1) por Néstor F. Hernández y Carlos G. Carballo** (Texto seleccionado para aspirantes al Departamento de Educación Física)

El deporte ha seguido un ciclo histórico caracterizado por su creciente complejización, internacionalización y masificación. Aquí se tratará de ofrecer un modelo sintético explicativo para reconocer e interpretar su derrotero, caracterizado como una sucesión de anillos concéntricos. El primer núcleo de estos anillos concéntricos está representado por la aparición formal del fenómeno en las Public Schools de la Inglaterra de la primera mitad del siglo XIX, donde surgieran dos de los deportes más emblemáticos de la tradición deportiva inglesa: el fútbol y el rugby. Los divertimentos un tanto brutales que los jóvenes realizaban fuera del horario y del espacio de la escuela, en lugar de

ser prohibidos, fueron transformados en una actividad intramuros, facilitando de este modo su normatización. Reservado hasta entonces como una práctica propia de la aristocracia y la burguesía y comprobada su eficacia para canalizar la agresividad de los jóvenes, no tardó en crecer cruzando las rígidas fronteras de las clases sociales de ese país, atravesado por el proceso de industrialización naciente. Este segundo anillo, representado por el ingreso del deporte a las fábricas y su práctica por parte del sector proletario, significó -dejando por ahora de lado el tema de la exclusión de las mujeres- la constitución de un fenómeno cultural compartido por todas las clases, a pesar de sus profundas diferencias y de la obvia distinción entre deportes de clases altas y deportes de obreros. Pero también la experiencia fabril dotó y reforzó aquellos aspectos del deporte en que éste era particularmente solidario con el incipiente capitalismo industrial: la doctrina del éxito y de la eficiencia, la necesidad de especialización, la búsqueda del récord. El ideal de obrero-soldado-deportista eficiente, fuerte y sano terminaba por configurarse de este modo. El tercer anillo de crecimiento se manifiesta en su internacionalización. El Imperio Británico fue una compleja trama que se sostenía en una poderosa fuerza militar y en una formidable red comercial a lo largo y a lo ancho del mundo, pero también en la sutil presencia de usos y costumbres que no tardaron en aparecer como "universales". En este marco se crea el Comité Olímpico Internacional y se lanza a la organización de los Juegos Olímpicos. Este paso fue mucho más que simbólico pese a la pobre repercusión inicial de los Juegos: en forma creciente, tanto el estado como las empresas comenzarían a poner atención en el deporte, posibilitando que éste se transforme en una nueva sección dentro de los productos de un sector de creciente poder: la prensa.

El cuarto anillo de crecimiento queda entonces representado por la transformación del deporte en objeto y a la vez producto de la prensa. El deporte debe la radio y a la prensa escrita, pero en mayor medida a la televisión, no sólo su actual omnipresencia, sino el hecho de haberse transformado en empresa en sí. El constante bombardeo de información deportiva no hizo necesariamente más deportista a la gente, pero sí impuso al deporte como un elemento más de consumo (y a sus empresas subsidiarias como la industria de la indumentaria, del turismo, etc.). La transformación del deporte en espectáculo de masas supone como correlato la instalación de un público en carácter de espectador (pasivo-receptivo) y de consumidor (no productor-no creador).

La constante aparición del deporte en los medios no es justificada por las propias empresas mediáticas por la capacidad que tiene el fenómeno para publicitar e inducir la demanda de los artículos más variados. Por el contrario, se invierte el razonamiento con la remanida frase de que "se muestra lo que la gente quiere ver". En este aspecto, Giovanni Sartori (**2**) es categórico al afirmar, refiriéndose a los sondeos de opinión que "... consisten en respuestas que se dan a preguntas (formuladas por el entrevistador). Y esta definición aclara de inmediato dos cosas: que las repuestas dependen ampliamente del modo en que se formulan las preguntas (y, por tanto, de quien las formula), y que, frecuentemente, el que responde se siente 'forzado' a dar una respuesta improvisada en aquel momento.

El espectáculo deportivo como producto televisivo refuerza los procesos típicos de la televisión, orientados más a la desinformación y subinformación que a la información. El propio Sartori define a la subinformación como "una información totalmente insuficiente que empobrece demasiado la noticia". La postulación como "noticia de la semana" de un hecho trivial como el desempeño de un árbitro de fútbol es un ejemplo claro del tipo de proceso descrito.

(1) Fragmento adaptado para este manual del artículo ACERCA DEL CONCEPTO DE DEPORTE: ALCANCES DE SU(S) SIGNIFICADO(S), escrito por Néstor Hernández y Carlos Carballo. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, UNLP

Publicado en la revista Educación Física y Ciencia- 2002-2003- Volumen 6. Universidad Nacional de La Plata

Recuperado de <https://www.efyc.fahce.unlp.edu.ar/article/view/EFyCv06a08/html>

(2) SARTORI, G. (1998) *Homo videns*. La sociedad teledirigida. Taurus, Madrid.

## TEXTO 8 - EL LOBBY CONTRA LAS REFORMAS DEL SISTEMA DE SALUD<sup>1</sup> - POR CARLOS FEO ACEVEDO<sup>2</sup> y OSCAR FEO ISTÚRIZ<sup>3</sup>

(Texto seleccionado para aspirantes al Departamento de Salud)

Una de las estrategias más y mejor utilizadas por los grandes intereses del complejo médico industrial está relacionada con el descrédito y la destrucción de los Sistemas Públicos de Salud. Para ello inundan al país de noticias que revelan la ineficiencia de los servicios de salud hospitalarios, siempre partiendo del concepto de que lo público no funciona, y reforzando la medicalización de la vida cotidiana, que reproduce un sistema de salud centrado en la enfermedad, lo que a su vez repercute en los márgenes de ganancia de la industria farmacéutica. Pero la industria farmacéutica no es la única interesada en impedir las transformaciones del Sector Salud. El mundo de la banca y de las aseguradoras privadas, desde los tempranos años 90, han intensificado su accionar en la salud. La creación de Administradoras de Fondo de Pensiones ha sido muy exitosa y ha construido un modelo para la privatización no sólo de las pensiones sino de toda la Seguridad Social, y en ella tiene un espacio central la atención en salud. El papel que han jugado los medios en la construcción de las condiciones pro-privatizadoras ha sido tan intenso, que incluso muchas de las reivindicaciones de la lucha de los trabajadores tienen que ver con conseguir un seguro privado que garantice la salud de su gremio, por fuera de las responsabilidades que debe tener el Estado para hacerlo. Sin embargo, gracias al nuevo espíritu que recorre Nuestramérica, se han fortalecido las voces que, contra viento y marea (o valdría mejor decir, contra medios y corporaciones), han logrado confrontar las políticas privatizadoras e imponer en la agenda político-sanitaria el tema de la Universalidad de la Salud y reivindicar la Salud como un derecho social y humano fundamental, y no una mercancía. En este proceso de ruptura, nuevos medios contrahegemónicos están ocupando cada vez más espacios y acompañando estas nuevas luchas por una vida digna.

**Conclusiones** ¿qué hacer? Ante este complejo panorama en el cual el poder de los medios de comunicación se sobredimensiona y parece omnímodo, las personas no pueden concebirse como sujetos pasivos y víctimas de la alienación mediática por esencia. Los colectivos humanos son actores sociales con capacidad de romper esa cápsula mediática, pero para ello es necesario el conocimiento y reflexión constante sobre la naturaleza de los MCM y su papel en la sociedad. Bolivia recientemente demostró cómo la fortaleza e identidad cultural de ese pueblo fue factor esencial en la lucha contra la alienación y la colonización mediática: la emblemática empresa de comida chatarra McDonalds se rindió ante la tenacidad cultural de este pueblo y optó por cerrar sus puertas e irse del país, pues económicamente no le era rentable. La población boliviana, fortalecida en su identidad cultural, no abandonó su paladar al mejor postor y sigue prefiriendo sus ricas comidas tradicionales. Es por ello que consideramos que el rescate de la historia y la revalorización cultural de nuestros pueblos es un factor determinante para contrarrestar los efectos nocivos de los medios masivos de comunicación, en un mundo regido por el capital. Fortalecer las bases de una cultura contrahegemónica permitirá tener más herramientas a la hora de decidir en qué creer, cómo actuar, qué comer, cómo vestirnos, cómo relacionarnos. Es necesario volver al sentido original de la comunicación, que etimológicamente viene del latín *communicare* que significa 'común', donde comunicación sería entonces 'poner en común, compartir algo'. Tomando en cuenta esta concepción, tendríamos que repensar el sentido de unilateralidad con que se manejan los medios de comunicación, que siguen el modelo clásico: emisor,

mensaje, receptor. Y una manera en que el receptor sea partícipe de esta nueva comunicación, es que a él también se le escuche.

<sup>1</sup>Saúde em Debate. Impacto de los medios de comunicación en la salud pública. Rio de Janeiro, v. 37, n. 96, p. 84-95, jan./mar. 2013 93

Recuperado de [https://drive.google.com/drive/u/0/folders/16GCArmM-VeZhpdaNK\\_NqO-Qb43HahCpf](https://drive.google.com/drive/u/0/folders/16GCArmM-VeZhpdaNK_NqO-Qb43HahCpf)

<sup>2</sup>Doctorando en Comunicación Universidad de La Habana - Habana, Cuba. Psicólogo social de la Universidad Central de Venezuela – Caracas, Venezuela.

<sup>3</sup>Especialista en Salud Pública y Salud de los Trabajadores. Profesor Titular de la Universidad de Carabobo – Carabobo, Venezuela. Consultor del Instituto Suramericano de Gobierno en Salud de UNASUR.

## **TEXTO 9 - INGENIEROS DEL SIGLO XXI: IMPORTANCIA DE LA COMUNICACIÓN Y DE LA FORMACIÓN ESTRATÉGICA EN LA DOBLE ESFERA EDUCATIVA Y PROFESIONAL DEL INGENIERO<sup>1</sup>. POR M.<sup>a</sup> PAZ KINDELÁN Y ANA M.<sup>a</sup> MARTÍN<sup>2</sup>**

(Texto seleccionado para aspirantes al Departamento de Ingeniería)

El impacto de la globalización, de las nuevas tecnologías y los requerimientos de una economía basada en el conocimiento en el umbral del siglo XXI llevaron a un marcado interés por el desarrollo de competencias y destrezas claves en la formación integral del individuo a nivel educativo y profesional. El concepto de “destreza” a nivel profesional ha ido evolucionando progresivamente en el discurso público. Si en un principio se refería a las capacidades analíticas específicas de un trabajo, las habilidades técnicas, o las competencias vocacionales, en esta nueva era se utiliza para nombrar todas aquellas competencias genéricas, aptitudes y atributos personales que contribuyen a construir el desarrollo económico y la cohesión social de la nueva sociedad del conocimiento. En la vieja economía, el énfasis se ponía en la productividad. Ahora los bienes y servicios se hacen a medida de las necesidades particulares del consumidor, de tal modo que el énfasis radica en la variedad y rapidez en la innovación. Así, los diversos sectores de la industria requieren de los trabajadores un conjunto de habilidades más complejas para mantener y aumentar su competitividad. Estas incluyen la creatividad, flexibilidad e iniciativa, mayor concentración en el consumidor, capacidad de liderazgo, orientación práctica, sentido crítico, y finalmente, la habilidad para añadir los valores de la novedad y el entretenimiento a los productos y servicios (cfr. Carnevale & Desrochers, 1999, 33).

Las destrezas lingüísticas como leer y escribir, así como las destrezas matemáticas, es decir, la capacidad para analizar y razonar en busca de una solución, han sido siempre un núcleo básico en la educación tradicional de los colegios. Todo esto se ha visto ahora rebasado por la demanda de una amplia gama de competencias, aptitudes y capacidades entre las que sobresalen el manejo de los ordenadores y las nuevas tecnologías, el trabajo en equipo, el conocimiento de idiomas extranjeros, y el aprendizaje autónomo y continuo a lo largo de toda la vida.

En una posición relevante se encuentran las “destrezas comunicativas” que son las herramientas esenciales para comunicarse eficazmente en el entorno académico y profesional. Huckin y Olsen las definen como absolutamente necesarias para sobrevivir y triunfar en las diversas situaciones que vivimos en el mundo real. Dave Francis, en 1987 sienta las bases para un programa para la mejora de la comunicación a gran escala dentro de cualquier organización que posea una estructura autónoma y produzca un determinado género o proporcione servicios: empresas de negocios, fábricas, hospitalares, grandes superficies comerciales o departamentos en instituciones oficiales.

Entre los doce ingredientes principales que hacen que una persona se comunique eficazmente, Francis enumera los dos siguientes: 1) Capacidad para comunicarse de forma eficiente a través de la palabra escrita (destreza de escritura); capacidad para comunicarse de forma eficiente a través del medio oral (competencia comunicativa oral). Las destrezas comunicativas son, pues, indispensables

para transmitir los conocimientos y la información, intercambiar ideas y hacer llegar los resultados del trabajo a un público determinado.

En la década de 1990, comenzó a dejarse sentir una cierta preocupación en el mundo de la ingeniería por la actual formación de los estudiantes y también por la de los profesionales que trabajan en este campo.

En primer lugar, las exigencias de una economía global hacen replantearse los esquemas educativos tradicionales en el mundo ingenieril y llevan a centrar la atención en las claves del nuevo paradigma que progresivamente habrá de asentarse en la sociedad del conocimiento. Estas vienen definidas por un conjunto de “competencias y atributos personales” destacados que deben configurar el perfil del futuro ingeniero y que desembocan en la llamada nueva cultura educativa. Para el ingeniero, hoy más que nunca, el fenómeno de la globalización, el rápido desarrollo de las nuevas tecnologías y su introducción en el mundo de la industria, la evolución hacia una economía basada en la información y en el conocimiento, la movilidad en el mercado laboral, etc., le exigen la integración de unas competencias básicas y unas destrezas genéricas en su persona, y en definitiva, en su actividad profesional. Al mismo tiempo, requieren de él una actitud despierta –la curiosidad y el interés para el aprendizaje de todos aquellos conocimientos y aptitudes que lo hagan capaz de afrontar los cambios y desafíos de esta nueva sociedad emergente. Por lo tanto, podemos afirmar que el gran reto que se le presenta al ingeniero del siglo XXI en el terreno de la educación no es tanto el dominio de unas destrezas técnicas propias de su campo de estudio, sino sobre todo tomar conciencia de la importancia de adquirir las capacidades básicas y las destrezas genéricas o profesionales necesarias para desempeñar las tareas y los cargos requeridos en su carrera profesional.

<sup>1</sup>Publicado en ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura CLXXXIV 732 julio-agosto (2008)

<sup>2</sup>Ana María Martín y María Paz Kindelan son investigadoras y docentes de la Universidad Politécnica de Madrid en el área de Lingüística aplicada a la ciencia y la tecnología.

## ANEXO 2

# CÓDIGOS NORMATIVOS PARA LA ESCRITURA

## 1. ¿CÓMO SE REALIZA LA CITA BIBLIOGRÁFICA?

### 1.1. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Las referencias son un listado con la información completa de las fuentes citadas en el texto, que permite identificarlas y localizarlas para cerciorarse de la información contenida allí o complementarla, en caso de ser necesario. A continuación, te presentamos las normas establecidas para esta Cátedra.

### 1.2. LIBROS

#### Libros impresos en papel

Ynduráin, F. J. (2006). *Electrones, neutrinos y quarks*. Barcelona, España: Crítica.

(Apellido, Iniciales del nombre (año) *Título en cursiva*. Ciudad, País: Editorial)

#### Libro en versión electrónica. Online

De Jesús Domínguez, J. (1887). *La autonomía administrativa en Puerto Rico*. Recuperado de <http://memory.loc.gov/>

(Apellido, A. A. (Año). *Título en cursiva*. Recuperado de <http://www.xxxxxxx.xxx>)

### 1.3. PUBLICACIONES PERIÓDICAS

#### 1.3.1. ARTÍCULOS CIENTÍFICOS

##### Artículo impreso

Fields, D. (2007). Más allá de la teoría neuronal. *Mente y Cerebro*, (24), 12-17.

(Apellido, A. A. (Año). Título del artículo. *Nombre de la revista (en cursiva)*, volumen(número), pp-pp.)

##### Artículo online

Mota de Cabrera, C. (2006). El rol de la escritura dentro del currículo de la enseñanza y aprendizaje del inglés como segunda lengua (esl/efl): Una perspectiva histórica. *Acción Pedagógica*, 15(1), 56-63. Recuperado de <http://www.saber.ula.ve/accionpe/>

(Apellido, A. A. (Año). Título del artículo. *Nombre de la revista (en cursiva)*, volumen(número), pp-pp. Recuperado de)

#### 1.3.2. PERIÓDICO

##### Impreso con autor

Manrique Grisales, J. (14 de noviembre de 2010). La bestia que se tragó Armero. *El Espectador*, pp. 16-17.

(Apellido A. A. (Fecha). Título del artículo. *Nombre del periódico (en cursiva)*, pp-pp.)

### **Impreso sin autor**

Drogas genéricas. (25 de septiembre de 2010). *El Tiempo*, p. 15.

(título del artículo. (fecha). *Nombre del periódico (en cursiva)*, página)

### **Online**

Bonet, E. (2 de febrero de 2011). Miles de personas oran en la plaza Tahrir de El Cairo. *El Tiempo*. Recuperado de <http://www.eltiempo.com/>

(Apellido, A. A. (Fecha). Título del artículo. *Nombre del periódico (en cursiva)*. Recuperado de)

## **1.3.3. ARTÍCULO DE REVISTA**

### **Impreso**

Newman, V. (13 de noviembre de 2010). La información: ¿en la urna de cristal? *Semana*, (15), p. 10.

(Apellido, A. A. (Fecha). Título del artículo. *Nombre de la revista. (en cursiva)*, Volumen (Número), pp-pp.)

### **Online**

Coronell, D. (2011, 29 de enero). Una decisión contraevidente. *Semana*. Recuperado de <http://www.semana.com/>

(Apellido, A. A. (año, mes, día). Título del artículo. *Nombre de la revista (en cursiva)*. Recuperado de)

Nota: Se debe incluir el mes y el año para las revistas que tienen publicaciones mensuales. En el caso de que la publicación sea diaria o semanal se incluye el día.

## **1.4. OTROS TIPOS DE TEXTO**

### **1.4.1. INFORMES**

#### **Autor corporativo, informe gubernamental**

Ministerio de la Protección Social. (1994). *Informe científico de casos de fiebre amarilla en el departamento del Meta*. Recuperado de <http://www.minproteccionsocial.gov.co/>

(Nombre de la organización. (Año). *Título del informe (en cursiva)*. Recuperado de <http://www.xxxxxx.xxx>)

#### **Autor**

Manrique, D., & Aponte, L. (junio de 2011). *Evolución en el estudio y conceptualización de la conciencia*. En H. Castillo (Presidencia), El psicoanálisis en Latinoamérica. Simposio llevado a cabo en el XXXIII Congreso Iberoamericano de Psicología, Medellín, Colombia.

(Autor, A., & Autor, A. (Fecha). *Título de la ponencia (en cursiva)*. En A. Apellido del presidente del congreso (Presidencia), Título del simposio o congreso. Simposio o conferencia llevado a cabo en el congreso Nombre de la organización, Lugar.)

### **1.4.2. TESIS Y TRABAJOS DE GRADO**

Aponte, L, & Cardona, C. (2009). *Educación ambiental y evaluación de la densidad poblacional para la conservación de los cóndores reintroducidos en el Parque Nacional Natural Los Nevados y su zona amortiguadora* (tesis de pregrado). Universidad de Caldas, Manizales, Colombia.

(Autor, A., & Autor, A. (Año). *Título de la tesis en cursiva* (Tesis de pregrado, maestría o doctoral). Nombre de la institución, Lugar.)

## 2. PUNTUACIÓN

Según la Real Academia Española, **los signos ortográficos** son todas aquellas marcas gráficas que, no siendo números ni letras, aparecen en los textos escritos con el fin de contribuir a su correcta lectura e interpretación. Cada uno de ellos tiene una función propia y unos usos establecidos por convención. Hay **signos de puntuación** (coma, comillas, corchete, dos puntos, interrogación y exclamación (signos de), paréntesis, punto, puntos suspensivos, punto y coma, raya) y **signos auxiliares** (apóstrofo, asterisco, barra, diéresis, guion, llave). (*Real Academia Española (2005) Diccionario panhispánico de dudas*)

Conocer y dominar las reglas de puntuación es fundamental para la escritura académica ya que se trata de organizar el discurso y sus diferentes elementos para facilitar su comprensión, evitar confusiones, señalar la presencia de distintos autores, etc. Se trata, en definitiva, de construir textos entendibles, claros y precisos. Por ello, es importante saber que este conocimiento está a nuestro alcance, solo requiere reflexionar sobre sus reglas de uso y aprender su lógica.

A continuación, presentamos los principales signos, sus usos más frecuentes y algunos errores comunes para tener en cuenta:

Signo	Se usa para...	Ejemplos
Coma (,) indica normalmente la existencia de una pausa breve dentro de un enunciado.	<b>Unir elementos de una serie.</b> Cuando la enumeración es completa, el último elemento va introducido por una conjunción (y, e, o, u, ni), delante de la cual no debe escribirse coma.	"Las élites <b>políticas, burocráticas, corporativas, mediáticas y educativas</b> controlan las dimensiones y decisiones más cruciales de la vida cotidiana de las minorías..." (van Dijk:2001)
	<b>Para delimitar incisos.</b> Para aclaraciones / explicaciones incidentales deben utilizarse dos comas, una delante del comienzo del inciso y otra, al final. La misma función la cumplen los paréntesis y los guiones.	"Para la mayoría de la gente, <b>y probablemente también para muchos lectores de este capítulo</b> , la noción de racismo no se asocia inicialmente a la de discurso." (van Dijk:2001)
	<b>Separar</b> los sustantivos que funcionan como <b>vocativos</b> . Es decir, palabras que nombran interlocutores del enunciado.	"- <b>¿Señor Presidente</b> , cree que descenderá el índice de desempleo?" "Estamos contentos, <b>muchachos</b> , por los resultados obtenidos."
	<b>Marcar la ausencia del verbo</b> Cuando el verbo está elidido por haber sido mencionado con anterioridad o estar sobrentendido.	"Mi padre trabaja en docencia; mi madre, en relaciones públicas." "Los que tienen entrada, por la otra puerta"

	<p><b>Marca la presencia de conectores, ordenadores y enlaces:</b> es decir, pues bien, en primer lugar, por un/otro lado, en fin, por último, además, sin embargo, en cambio y otros similares.</p> <p>Si estas expresiones van en medio de la oración, se escriben entre comas.</p>	<p>“Es decir, al igual que es cierto para otras prácticas sociales dirigidas contra minorías, el discurso puede ser en primera instancia una forma de discriminación verbal.” (van Dijk:2001)</p> <p>“Este tipo de conexidad tan directa es, <b>también</b>, propia del discurso científico”.</p>
	<p><b>Separar los dos términos de la construcción con no solo..., sino (también)</b></p>	<p>“Sus palabras fueron consideradas ofensivas <b>no solo por mí, sino</b> (también) por todos los presentes.”</p> <p>RAE (2005) Diccionario panhispánico de dudas.</p>
	<p><b>Marcar la alteración del orden sintáctico tradicional.</b>            (Esto significa que si se invierte el orden Sujeto + Predicado, la coma separa el elemento desplazado)</p>	<p>“En la actualidad, los discursos mediáticos contribuyen a generar estereotipos sexistas”</p>
	<p><b>Para separar el apellido e inicial del nombre del autor en las referencias bibliográficas, índices.</b></p>	<p>van Dijk, T. (2001). Discurso y Racismo, en Persona y Sociedad, Universidad Alberto Hurtado, ILADES. Recuperado de <a href="http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf">http://www.discursos.org/Art/Discurso%20y%20racismo.pdf</a></p>

**Recordemos que no hay que poner coma entre el sujeto y el verbo, ni entre el verbo y su objeto directo, salvo que lo separe una frase incidental.**

La joven mujer, miró a la empleada que recién había llegado. (Incorrecto)

La joven mujer miró, a la empleada que recién había llegado. (Incorrecto)

La joven mujer miró, por primera vez, a la empleada. (Correcto)

Signo	Se usa para...	Ejemplos
<b>Dos Puntos (:)</b> Detienen el discurso para llamar la atención sobre	<b>Para abrir o cerrar una enumeración.</b>	<i>“En la consola hay tres botones: <b>dos azules y uno rojo.</b>”</i> <i><b>Natural, sana y equilibrada:</b> así debe ser una buena</i>

lo que sigue, que siempre está en estrecha relación con lo expresado.		<i>alimentación.</i>
	<b>Para citas textuales.</b>	<i>Ya lo dijo W. Shakespeare: “El orden es la virtud de los mediocres.”</i>
	<b>Separar una exemplificación del resto de la oración.</b>	<i>De vez en cuando, tiene algunos comportamientos inexplicables: hoy ha venido a la oficina en zapatillas.</i>
	<b>Para conectar oraciones relacionadas entre sí.</b> Especialmente en títulos y epígrafes.	<i>“La literatura medieval: estudio comparativo de los principales motivos recurrentes.”</i>
	<b>Después de fórmulas de tratamientos:</b>	<i>“Querida Mamá:”</i>

**Recordemos que es incorrecto escribir dos puntos entre una preposición y el sustantivo o sustantivos que esta introduce:**

Los presidentes de: Bélgica, Holanda y Luxemburgo se reunieron en la ONU. (Incorrecto)  
 Los presidentes de Bélgica, Holanda y Luxemburgo se reunieron en la ONU. (Correcto)

Signo	Se usa para...	Ejemplos
<b>Punto (.)</b> Es la mayor pausa sintáctica.	<b>Marcar las abreviaturas</b>  Terminar una oración y continuar con el mismo tema, después del punto, en el mismo renglón. <b>PUNTO SEGUIDO</b>	<i>Ud., etc.</i>  <i>“He releído ayer toda la primera parte de mi novela. Me ha parecido poca cosa.”</i>
	Para cerrar la unidad de sentido de un párrafo, pero después de éste, en una línea aparte, empleando la sangría correspondiente, se inicia otro párrafo. <b>PUNTO Y APARTE</b>	<i>“(… ) según la función dominante, el texto podrá ser reconocido como discurso literario, periodístico, político, científico, etc.</i> <i>La ubicación genérica del mismo es de suma utilidad para el escritor y el lector ya que guía y facilita la tarea de producción y comprensión.”</i>
	Para cerrar el escrito. <b>PUNTO FINAL</b>	<i>Hemos planteado que el racismo es aprendido y no natural o</i>

		innato. Este proceso de aprendizaje comienza ya en la escuela. (van Dijk, Teun:2001)
--	--	---

**Recordemos que actualmente las siglas no llevan puntos entre las letras que las componen:** UNLAM, CABA. (Correcto) U.N.L.A.M, C.A.B.A (incorrecto)

**No debe escribirse punto tras los signos de cierre de interrogación o de exclamación:** *¿Quiénes están a favor de ley?.. ¡Vamos a llegar tarde por tu culpa!.* (Incorrecto)

**Nunca se usa el punto final** en los títulos y subtítulos de libros, artículos, capítulos, obras de arte, etc.

Signos	Se usan para...	Ejemplos
<b>Punto y coma (;)</b> Indica una pausa mayor que la marcada por la coma y menor que la señalada por el punto.	<b>Separar, dentro de una misma oración, los elementos que incluyen enumeración y comas.</b>	<i>Se reunieron el periodista, Ignacio Ramonet; el analista del discurso, Teun Van Dijk el escritor, Saborido ; y el filósofo, Juan Pablo Feinmann.</i>
	<b>Separar oraciones yuxtapuestas.</b> Oraciones sintácticamente independientes, pero con una estrecha relación semántica.	<i>"En los últimos 30 años, hemos experimentado grandes cambios: hemos pasado de la dictadura a la democracia y de una administración centralizada a otra casi federal, con gobiernos y parlamentos autonómicos; hemos entrado en el Consejo de Europa, la OTAN y la Unión Europea y hemos adoptado el euro".</i>
	<b>Delante de conjunciones o locuciones conjuntivas como pero, mas, aunque, sin embargo, por tanto, por consiguiente, en fin, etc., en oraciones largas.</b>	<i>Su discurso estuvo muy bien construido y fundamentado sobre sólidos principios; pero no consiguió convencer a muchos de los participantes en el Congreso.</i>

**Recordemos que, aunque el uso de los puntos suspensivos presenta un mayor grado de subjetividad en su empleo (en muchos casos, es posible optar, en su lugar, por otro signo de puntuación, como el punto y seguido, los dos puntos o la coma) no significa que se deba eliminar.**

Signo	Se usan para...	Ejemplos
<b>Puntos suspensivos (...)</b> Señalan un suspenso en el discurso.	<b>Dejar una oración incompleta.</b>	<i>"En este texto la cadena está constituida por: ameba, animal, sustancias orgánicas, cuerpo, célula, plasma, membrana plasmática..."</i>
	<b>Marcar que se ha suprimido un fragmento al transcribir un texto.</b> Pueden encontrarse al principio o al final de la transcripción, según cual sea la parte suprimida. En este caso suelen aparecer entre corchetes o paréntesis.	<i>Para van Dijk: "... después de los medios de comunicación de masas el discurso educativo es el más influyente [...] Todos los niños, adolescentes y adultos jóvenes, se ven confrontados diariamente a muchas horas de estudio y libros de textos -los únicos libros que son lectura obligatoria...".</i> <i>(van Dijk.2001)</i>
	<b>Para expresar duda, temor u otro sentimiento</b>	<i>"Yo diría que...hum...francamente...no sé."</i>

**Recordemos que como se usa con el mismo valor que la palabra *etcétera* o su abreviatura no debe escribirse detrás de estas.**

Buscó información sobre el tema de los rehenes de la embajada en varios periódicos: La Nación, Clarín, Página, etc... (Incorrecto)

Buscó información sobre el tema de los rehenes de la embajada en varios periódicos: La Nación, Clarín, Página, etc. (Correcto)

## Actividades

1) Indicar cuál es el enunciado que presenta errores de puntuación:

- a) En contraste los medios no muestran ningún interés por visibilizar la participación de las mujeres y su poder como agentes sociales en las esferas política y económica, educativa y cultural.
- b) La violencia de género contra las mujeres constituye un problema mundial de terribles consecuencias.
- c) Es evidente que las mujeres están prácticamente ausentes de los medios hoy en día.
- d) Segundo Aimeé Vega Montiel ...la Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero la define como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo.

2) En el siguiente fragmento, colocar las comas donde correspondan según las reglas vistas:

Mi abuela tenía el pelo blanco en una ola encrespada sobre la frente que le daba cierto aire colérico. Llevaba casi siempre un bastoncillo de bambú con puño de oro que no le hacía ninguna falta porque era firme como un caballo. Repasando antiguas fotografías creo

descubrir en aquella cara espesa maciza y blanca en aquellos ojos grises bordeados por un círculo ahumado un resplandor de Borja y aun de mí. Supongo que Borja heredó su gallardía su falta absoluta de piedad. Yo tal vez esta gran tristeza.

(Ana María Matute, *Primera Memoria*. 2010)

3) Corregir el siguiente fragmento teniendo en cuenta los signos de puntuación anteriormente desarrollados:

es evidente que las mujeres están prácticamente ausentes de los medios hoy en día tras más de una década la investigación académica sigue mostrando que están claramente infra-representadas por estos medios y cuando lo están se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados cada día corroboramos que la representación de las mujeres en el discurso de los medios de comunicación tradicionales y de las nuevas tecnologías reproduce los estereotipos sexistas que o bien asocian a las mujeres a roles tradicionales supuesta vulnerabilidad sumisión adscripción al espacio doméstico etc. o bien las representan como objetos sexuales o como grupos de consumo que solo se interesan en la compra de artículos de moda y belleza en contraste los medios no muestran ningún interés por visibilizar la participación de las mujeres y su poder como agentes sociales en las esferas política económica educativa y cultural en este contexto llama la atención el tratamiento que reciben las informaciones relacionadas con la violencia de género en los programas de noticias

4) Reformular los siguientes fragmentos que ilustran errores habituales en la escritura de los ILC y colocar la puntuación correcta:

- a) La autora cuestiona si los medios de comunicación promueven la erradicación de la violencia de género contra las mujeres, afirma que son los responsables de buscar soluciones.
- b) "El estudio de la violencia de género en los medios" es un artículo académico que fue extraído de la revista *Question* en el año 2009, que se especializa en periodismo y comunicación, y trata la polémica de la violencia de género en los medios.
- c) Marcelo Pereyra, es un destacado periodista.
- d) Por otra parte las mujeres, están estereotipadas en los medios de comunicación actualmente. Es decir que están ausentes, en cuanto a su participación en dichos medios.

### 3.ACENTUACIÓN

En el registro oral de la lengua, las palabras poseen una sílaba que se pronuncia con mayor intensidad en relación con las otras, a esta sílaba se la llama "sílaba tónica". En el registro escrito, ese acento fónico se representa con un signo gráfico: la tilde o acento ortográfico. Sin embargo, no corresponde en todos los casos graficar la tilde para señalar el acento. El único modo de saber cuándo llevan tildes las palabras es reflexionar sobre algunas reglas.

#### 3.1 REGLAS DE ACENTUACIÓN GRÁFICA DE LAS PALABRAS

Para aplicar las Reglas, primero es necesario separar la palabra en sílabas e identificar la sílaba tónica y la posición que ocupe. Si la sílaba tónica está en último lugar, decimos que la palabra es AGUDA; si lo hace en la anteúltima, es GRAVE y si recae en la antepenúltima, es ESDRÚJULA. A partir de esta clasificación es que podemos aplicar las reglas que se indican a continuación:

Palabra según la posición de la sílaba tónica	Palabra con acento ortográfico obligatorio	Ejemplos
Aguda ↓ .../.../... (última sílaba)	Toda palabra <b>aguda</b> que termine con las letras: <b>n, s o vocal</b>	<i>Comunicación (co-mu-ni-ca-ción) atrás (a-trás) Manejó (ma-ne-jó)</i>
Grave ↓ .../.../... (anteúltima sílaba)	Toda palabra grave que <b>no terminan en n, s o vocal.</b>	<i>Árbol (ár-bol) Carácter (ca-rác-ter) Túpac (Tú-pac)</i>
Esdrújula ↓ .../.../.../ (antepenúltima sílaba)	Todas las palabras esdrújulas llevan acento ortográfico (tilde)	<i>Diálogo (diá-lo-go) Ejército (e-jér-ci-to) Perímetro (pe-rí-me-tro)</i>

## 3.2 OTROS CASOS DE ACENTUACIÓN ORTOGRÁFIA

### 3.2.1 Debido a las características vocálicas: El hiato

La unión de una vocal cerrada (u, i) y otra abierta (a, e, o), sea cual sea el orden, o de dos vocales cerradas distintas forman lo que se llama un DIPTONGO. Los diptongos pertenecen a la misma sílaba y se pronuncian rápidamente, de un solo golpe, por ejemplo: Hin/ca/ pie, ciu/dad, au/to/pis/ta. . Sin embargo, cuando la intensidad del acento recae sobre la vocal cerrada esto nos obliga a pronunciar las vocales separadas así se rompe el diptongo y cada vocal pertenece a una sílaba diferente, por ejemplo: am/nis/tí/a, e/xis/tí/a, geo/gra/fí/a. A este fenómeno se lo denomina HIATO y se representa en la escritura a través de la tilde o acento gráfico contradiciendo la regla ortográfica.

### 3.2.2 Para diferenciar clases de palabras: La tilde diacrítica

La tilde diacrítica sirve para diferenciar palabras que pertenecen a diferentes categorías gramaticales pero se escriben de forma idéntica (homófonos).

Es el caso de los monosílabos que por regla general no llevan tilde.

#### Algunos ejemplos:

Homófonos	Clases de palabra	Ejemplos
El/ él	El: artículo Él: pronombre personal	El cine es mi gran pasión. Voy con él al cine.
Tu/tú	Tu: Posesivo Tú: pronombre	¿Me prestás tu libro? Tú tienes mi libro.
Mi/mí	Mi: nota musical Mi: posesivo Mí: pronombre personal	La sinfonía era en mi bemol. Mi reloj está roto. Alguien está detrás de mí.
Si/ sí	Si: nexo condicional Si: nota musical Sí: adverbio de afirmación	Si preparas la cena, voy. Tocaron una nota en si bemol Sí, yo preparo la cena

	Sí: pronombre personal	Volvió rápidamente en sí.
Mas/ más	Mas: conector adversativo Más: adverbio de cantidad	Quiero ir al teatro, mas no puedo. Me gustaría tener más tiempo.
Aun/ aún	Aun: adverbio que significa "incluso" Aún: adverbio que significa "todavía"	Aun si es verdad no lo aceptarán. Aún no ha llegado.
Se/sé	Sé: del verbo saber y ser Se: pronombre personal	¡Ya sé la lección!, ¡Sé inteligente! Ustedes se conocen mucho.

### 3.2.2.1 Tilde Diacrítica en Interrogativos y Exclamativos

Las palabras cómo, cuál, cuán, cuándo, cuánto, dónde, qué y quién llevan tilde diacrítica cuando son interrogativos y exclamativos (directos o indirectos). No llevan tilde principalmente cuando funcionan como conjunciones o relativos (introduciendo oraciones subordinadas):

#### Ejemplos con tilde:

¿Dónde fueron los niños? ¿Cuál era el juego elegido? ¡Cómo nos divertimos ayer!

¿Cuánto tiempo demoraste en llegar? ¿Quiénes fueron los más veloces? ¿Qué hicieron?

Es necesario saber quiénes vienen al evento. Decime qué tan difícil puede ser.

#### Un caso particular: porqué / por qué / porque / por que

- **porqué:** Es un sustantivo que equivale a causa, motivo, razón, y se escribe con tilde por ser palabra aguda terminada en vocal. Ej.: "No comprendo el porqué de tu actitud", "Todo tiene su porqué", "Hay que averiguar los porqués de este cambio de actitud".
- **por qué:** Se trata de la secuencia formada por la preposición por y el interrogativo o exclamativo qué. Introduce oraciones interrogativas y exclamativas directas e indirectas: ¿Por qué no llamaste? / No sé por qué te vas tan rápido.
- **porque:** Se trata de un conector. Puede usarse con dos valores:

-Como conjunción causal, para introducir oraciones subordinadas que expresan causa: "No fui a la fiesta porque no tenía ganas".

-También se emplea como encabezamiento de las respuestas a las preguntas introducidas por la secuencia por qué: —¿Por qué no viniste? —Porque no tenía ganas.

- **por que:** Puede tratarse de una de las siguientes secuencias:

- La preposición por + el pronombre relativo que. En este caso es más corriente usar el relativo con artículo antepuesto (el que, la que, etc.):

Este es el motivo por (el) que te llamé. Los premios por (los) que competían no resultaban muy atractivos. No sabemos la verdadera razón por (la) que dijo eso.

- La preposición por + la conjunción subordinante que. Esta secuencia aparece en el caso de verbos, sustantivos o adjetivos que rigen un complemento introducido por la preposición por y llevan además una oración subordinada introducida por la conjunción que:

Al final optaron por que no se presentase. Están ansiosos por que empecemos a trabajar en el proyecto. Nos confesó su preocupación por que los niños pudieran enfermar.

### 3.2.3 Acentuación de letras mayúsculas

Las mayúsculas llevan tilde si les corresponde según las reglas dadas. Ejemplos: África, MARTÍN.

#### Actividades:

1. Determinar, en cada caso, si las palabras que aparecen a continuación llevan o no tilde, y explique por qué.

- a) por, fue, vi, fe, fin, dio
- b) expresion, mediacion, planificacion, reformulacion, relacion
- c) desafio, leido, bibliografia, teoria, mayoria
- d) comunicar, feliz, traducir, ubicar, felicidad.
- e) parrafo, academico, didactico, imagenes, etnico, síntesis

2. En las siguientes oraciones, indicar si la palabra en negrita lleva o no tilde, y explicar por qué [U2].

- a) No sé **como** voy a hacer para terminar el trabajo para la fecha indicada.
- b) Lamentamos informarles **que** su pedido ha sido rechazado.
- c) Hasta **cuando**, nos preguntamos, tendremos que seguir viniendo.
- d) ¿**Cual** es la secuencia dominante en el texto leído?
- e) ¡**Que** bárbaro tenés el cabello!

3. Colocar las tildes según correspondan en el siguiente fragmento.

“La Universidad como institucion tiene, a primera vista una funcion principal: formar a los profesionistas de un pais, sin embargo, esta vision la reduciria a un centro de capacitacion laboral. A lo largo de esta guia defendaremos que la institucion univer-sitaria forma ciudadanos y, por tanto, si bien es esencial que los estudiantes adquieran competencias profesionales tambien lo es el hecho de que a traves de ese proceso de profesionalizacion ellos se apropien de competencias que les ayuden a intervenir adecuadamente en su entorno social, cultural y economico. Esto es, la Universidad debe cooperar significativamente a la ciudadanizacion de sus egresados porque esto es condicion para que no solo encuentre sentido en su trabajo por criterios de eficiencia laboral, sino, sobre todo, por el significado que esta tiene para su comunidad”. (Rivera Díaz, Antonio. (2014), “El desarrollo de las competencias argumentativas”. México, Encuadre. ). [U3]

## 4.USO DE LAS MAYÚSCULAS

La escritura de las letras mayúsculas se realiza en posición inicial de palabra de acuerdo a distintas normas. Entre las más usuales encontramos obligatoriedad en:

- Todo nombre propio: *Néstor - Túpac Amaru - Carlos Gardini- América- Argentina.*
- Los títulos de jerarquía o de cargos importantes cuando equivalen a nombres propios y designan a una sola persona: *La Reina de Inglaterra - El Presidente de la República.*
- Los tratamientos si están en abreviatura, como: *Sr., D. (señor, don), U. o V. (usted), V.S. (usía).* Cuando se escriben con todas sus letras no deben llevar mayúscula: *usted, señor, don.*
- Los sustantivos y adjetivos que componen el nombre de una institución, cuerpo o establecimiento: *el Supremo Tribunal de Justicia - el Museo Nacional de Bellas Artes.*

- La primera palabra del título de cualquier obra de creación (libros, películas, cuadros, esculturas, piezas musicales, programas de radio o televisión, etc.); el resto de las palabras que lo componen, salvo que se trate de nombres propios, deben escribirse con minúscula: *Últimas tardes con Teresa, La vida es sueño, Volver al futuro, El periodismo necesita corazón, Las mañanas de la radio, La voz argentina*.
- Los sustantivos y adjetivos que forman el nombre de disciplinas científicas, cuando nos referimos a ellas como materias de estudio, y especialmente en contextos académicos (nombres de asignaturas, cátedras, facultades, etc.) o curriculares: *Soy licenciado en Biología; Me he matriculado en Arquitectura; El profesor de Cálculo Numérico es extraordinario*. Fuera de los contextos antes señalados, se utiliza la minúscula: *La medicina ha experimentado grandes avances en los últimos años*

La puntuación exige la escritura con mayúscula inicial en los siguientes casos:

- Si se trata de la primera palabra de un escrito o va después de punto: *Hoy no iré. Mañana puede que sí.*
- Si sigue a los puntos suspensivos, cuando estos cierran un enunciado: *Compramos mariscos, vino, helado... La cena resultó un éxito.* Pero si los puntos suspensivos no cierran el enunciado, sino que este continúa tras ellos, la palabra que los sigue se escribe con inicial minúscula: *Estoy pensando que... aceptaré; en esta ocasión debo arriesgarme.*
- Después de los dos puntos que siguen a la fórmula de encabezamiento o saludo de una carta: *Muy señor mío: / Le agradeceré...*
- Tras los dos puntos que anuncian la reproducción de una cita o palabras textuales: *Pedro dijo: «No volveré hasta las nueve».*

#### Aclaraciones y otros usos:

- La numeración romana se escribe con las letras mayúsculas cuando acompaña un nombre propio: *Felipe II.* En el caso que acompañe a un sustantivo común, se escribirá en versalita: *siglo xx volumen vi.*
- Cuando una palabra empieza con *ch* o *ll* se escribirá con mayúscula la *C* y la *L*: *Chimborazo – Llevaba.*
- Los puntos cardinales *norte, sur, este y oeste*, se escribirán con minúscula, pero con mayúscula sus abreviaturas: *N, S, E, O, SE.*
- Cuando no encabezan párrafo se deben escribir con minúscula los nombres de los días de la semana, de los meses, de las estaciones del año y de las notas musicales.

#### Actividad

##### Aplicar las reglas de las mayúsculas a los siguientes párrafos.

a) pascual serrano es periodista. nació en valencia, españa, en 1964. se licenció en periodismo en 1993 en la universidad complutense de madrid. entre otras actividades, fue cofundador de la revista voces, y de la publicación electrónica rebelión que hoy funciona como diario alternativo en internet. en 2011 publicó “contra la neutralidad”. “tras los pasos de john reed, ryzard kapuściński, edgar snow, rodolfo walsh y robert capa”. [U4]

b) la segunda ley de newton estipula que a toda acción se opone una reacción igual y de signo contrario. es una ley fundamental de la física, y también se aplica a otros campos como la psicología y la política. internet acaba de provocar una reacción en españa, por fin. nunca antes se había estudiado seriamente el fenómeno, y menos por parte de un peso pesado de la cultura o la política. hasta la

publicación de “la red”, de Juan Luis Cebrián; un libro que pretende analizar las consecuencias políticas, económicas y sociológicas de la nueva cultura digital. (José Cervera *Una botella medio llena*).

## 5. EL GERUNDIO

El gerundio es una forma no personal del verbo con terminación regular en *ando* para la 1º conjugación (cantar-cantando) y para 2º y 3º conjugación en *iendo*, (comer- comiendo /salir-saliendo). Los usos del gerundio son:

- En perífrasis o frases verbales: *El joven está estudiando.* (perífrasis verbal) / *El especialista español continúa viendo a Buenos Aires a hacer su propaganda.* / *Los galeristas extranjeros siguen exponiendo.*
- Con una función adverbial:

\*Manifiesta un momento anterior o simultáneo al momento significado por el verbo principal, al cual modifica. Ejemplos:

- *Habiendo abandonado la idea de un ataque violento, la amnistía constituye una salida posible.* (Anterioridad: primero abandonan la idea del ataque, luego constituyen la amnistía).
- *Los legisladores propusieron una nueva solución presentando con rapidez el proyecto.* (Simultaneidad: proponen y presentan al mismo tiempo).

\*La acción que expresa el gerundio debe interpretarse como una circunstancia (de tiempo, modo o condición) de la acción del verbo principal. Es decir, la función del gerundio es siempre de complemento circunstancial. El uso del gerundio será correcto si expresa en qué momento, de qué modo, por qué motivo o con qué condición se da la acción principal. Ejemplos correctos:

*Estuvo toda la tarde procesando la información.*

*Caminando demasiado despacio no llegará a la entrevista.*

*Regalándole flores conquistó su corazón.*

### 5.1 Usos incorrectos del gerundio

No es correcto usar gerundio con valor de posterioridad al momento significado por el verbo principal. En estos casos es necesario conjugar el gerundio, constituyendo dos oraciones -cada una con su verbo conjugado- y coordinarlas.

\*Forma incorrecta: *La víctima fue agredida en su casa, muriendo horas después en el hospital.*

\*Forma correcta: *La víctima fue agredida en su casa y murió horas después en el hospital.*

Como el gerundio es un modificador del verbo, no puede calificar a un sustantivo. En estos casos se utiliza una subordinación subordinada relativa adjetiva.

\*Forma Incorrecta: *El Gobierno ha aprobado un decreto regulando las importaciones asiáticas.*

\*Forma Correcta: *El Gobierno ha aprobado un decreto que regula las importaciones asiáticas.*

\*Forma incorrecta: *La propuesta conteniendo los 6 puntos a tratar fue publicada anteayer.*

\*Forma correcta: *la propuesta que contenía los 6 puntos a tratar fue publicada anteayer.*

**Es aceptado el gerundio como modificador de un sustantivo en la siguiente expresión: *Hombres trabajando***

#### Actividad

En los siguientes enunciados, señalar el gerundio y analizar su uso

- a) El texto, argumentando su punto de vista, nos parece muy realista.
- b) El nuevo titular de Biología ingresó en la universidad en 1980, graduándose cinco años después.
- c) El estudiante defendió su monografía apoyándose en datos bibliográficos.
- d) El Gobernador ha aprobado un decreto regulando los aumentos de precios de los combustibles.
- e) La profesora mirándome fijamente me preguntó si había leído el ensayo.
- f) El autor analiza el tema de la manipulación masiva en democracia, presentando su texto en el año 2016.

## 6. CONCORDANCIA

La concordancia es la relación entre dos o más palabras variables con respecto al género, número y persona. Existen dos tipos de concordancia: nominal (número y género) y verbal (persona y número).

### Ejemplos de concordancia nominal:

*Fuertes vientos* (adjetivo y sustantivo están en masculino y en plural)

*Los estudiantes del taller de teatro le van a ofrecer una función al público.* (Pronombre y referente concuerdan en número singular)

### Ejemplos de concordancia verbal:

*Fuertes vientos azotaron la región.* (Sustantivo y verbo concuerdan en 3º persona plural)

**Entre el sujeto y el verbo** hay una regla general: el verbo concuerda con el núcleo del sujeto en número y persona; pero existen también casos especiales de concordancia.

### Ejemplos:

- Si el núcleo del sujeto es un sustantivo colectivo, el verbo va en singular: *El periodismo transmite a la población las noticias según su punto de vista.*
- Si el núcleo del sujeto es un sustantivo colectivo seguido por un complemento en plural, el verbo puede ir en singular o plural: *Un grupo de cronistas amplían las noticias destacadas. / Un gran número de personas lee todos los días el diario.*
- Si en la oración hay varios núcleos de un sujeto seguidos de una palabra resumidora (todo, nada), el verbo va en singular: *El gusto del público, los principios de la empresa, la necesidad de venta, todo influye en el mensaje periodístico.*
- Si el sujeto está compuesto por 1º, 2º y 3º persona, el verbo en primera persona del plural: *Vos, yo, cualquier lector, compramos el diario de nuestra preferencia.*
- Si el verbo precede a un sujeto compuesto, puede concordar con el primer núcleo, en singular: *Los atrae la información y el entretenimiento.*
- Si hay varios núcleos de un sujeto unidos por el coordinante o, los verbos generalmente están en plural (pero a veces pueden ir en singular): *El titular de la página deportiva duda. ¿Ganará Boca o River? / Una crisis política o un hecho policial ocupan la primera plana.*

### Actividad

Identificar y corregir los errores de concordancia (entre sujeto y verbo, sustantivo y adjetivo o pronombre y referente) que se encuentran en este fragmento.

El texto titulado “La criminalización mediática” fue publicado en la revista *Encrucijadas* en el año 2005, y tratan el tema de la manipulación de la información que hace los medios de comunicación en relación con la exclusión social. El texto fuente se inscribe en el contexto del post neoliberalismo en Argentina y de las consecuencias de las políticas de privatización y

desindustrialización implementada en la década de los '90. Las temáticas abordadas por el autor en esta oportunidad forman parte de varias de sus publicaciones.

El artículo es argumentativo, intenta persuadir a sus lectores de que los medios de comunicación contribuyen a crearle una realidad particular a partir de imaginarios sociales.

## 7. LISTADO DE CONECTORES

RELACIÓN	CONECTIVOS
Adición	y, también, además, más, aún, adicional a lo anterior, otro aspecto, asimismo, por añadidura
Contraste	pero, sin embargo, por el contrario, no obstante, aunque, a pesar de, inversamente, en cambio
Causa/ efecto	porque, por consiguiente, así pues, por tanto, por lo tanto, por esta razón, puesto que, ya que, en consecuencia, de ahí que, así, por este motivo, pues, por eso, de modo que, según
Temporalidad	después, luego, más tarde, antes, seguidamente, a continuación, entre tanto, posteriormente, ahora, ya, enseguida, inmediatamente, cuando, en el momento, tiempo después, finalmente
Comparación	así como, tal como, tanto como, del mismo modo, de la misma manera, asimismo, igualmente
Énfasis	sobre todo, ciertamente, lo que es más, lo que es peor, repetimos, en otras palabras, como si fuera poco, lo que es más importante, especialmente
Reformulación, Ilustración o ampliación	por ejemplo, en otras palabras, es decir, tal como, verbigracia, como es el caso de, de esta manera, así, así como
Orden	primero, segundo, siguiente, luego, después, a continuación, finalmente, antes, desde entonces, en primer lugar, por último, al final, al principio, inicialmente, enseguida
Cambio de perspectiva	por otra parte, de otra manera, en otro sentido, por el contrario, en contraste con
Condición	si, con tal que, supongamos, puesto que, siempre que, ya que
Resumen o conclusión	para terminar, resumiendo, por último, finalmente, en conclusión, en suma, en síntesis, como conclusión, en resumen

## 8. PARADIGMA VERBAL

### MODO INDICATIVO

Presente	Pretérito Perfecto Simple	Pretérito Imperfecto	Futuro Imperfecto	Condicional Simple
canto cantas canta cantamos cantáis cantan	canté cantaste cantó cantamos cantasteis cantaron	cantaba cantabas cantaba cantábamos cantabais cantaban	cantaré cantarás cantará cantaremos cantareis cantarán	cantaría cantarías cantaría cantariámos cantariais cantarian
Préterito Perfecto Compuesto	Pretérito Anterior	Pretérito Pluscuamperfecto	Futuro Perfecto	Condicional Compuesto
he cantado has cantado ha cantado hemos cantado habéis cantado han cantado	hube cantado hubiste cantado hubo cantado hubimos cantado hubisteis cantado hubieron cantado	había cantado habías cantado había cantado habíamos cantado habíais cantado habían cantado	habré cantado habrás cantado habrá cantado habremos cantado habréis cantado habrán cantado	habría cantado habrías cantado habría cantado habriámos cantado habriaís cantado habrian cantado

### MODO SUBJUNTIVO

Presente	Pretérito Imperfecto		Futuro Imperfecto
cante cantes cante cantemos cantéis canten	cantara cantaras cantara cantáramos cantaraís cantaran	cantase cantases cantase cantásemos cantaseis cantasen	cantare cantares cantare cantaremos cantareis cantaren
Préterito Perfecto Compuesto	Pretérito Pluscuamperfecto		Futuro Perfecto
haya cantado hayas cantado haya cantado hayamos cantado hayáis cantado hayan cantado	hubiera o hubiese hubieras o hubieses hubiera o hubiese hubiéramos o hubiésemos hubieraís o hubieseis hubieran o hubiesen	cantado cantado cantado cantado cantado cantado	hubiere cantado hubieres cantado hubiere cantado hubiéremos cantado hubiereis cantado hubieren cantado

### MODO IMPERATIVO

canta tú cantad vosotros
-----------------------------

## 9. SOLUCIONARIO

### Puntuación

1) Los enunciados que presentan errores de puntuación son:

a) porque existe una enumeración y solamente se coloca una conjunción delante del último elemento. La manera correcta es la siguiente:

*Forma correcta: En contraste, los medios no muestran ningún interés por visibilizar la participación de las mujeres y su poder como agentes sociales en las esferas política, económica, educativa y cultural.*

d) ya que se debe usar comillas para las citas textuales. La manera correcta es la siguiente:

*Forma correcta: Según Aimmé Vega Montiel "... la Asamblea General de la ONU aprobó la Declaración sobre la eliminación de la violencia contra la Mujer, que en su artículo primero la define como la violencia que se encuentra dirigida contra la mujer por el hecho de serlo."*

2) Mi abuela tenía el pelo blanco en una ola encrespada sobre la frente que le daba cierto aire colérico. Llevaba casi siempre un bastoncillo de bambú con puño de oro que no le hacía ninguna falta porque era firme como un caballo. Repasando antiguas fotografías, creo descubrir en aquella cara espesa, maciza y blanca, en aquellos ojos grises, bordeados por un círculo ahumado, un resplandor de Borja y, aun de mí. Supongo que Borja heredó su gallardía, su falta absoluta de piedad. Yo, tal vez, esta gran tristeza.

3) El fragmento que posee una correcta puntuación es el siguiente:

Es evidente que las mujeres están prácticamente ausentes de los medios hoy en día. Tras más de una década, la investigación académica sigue mostrando que están claramente infra-representadas por estos medios, y cuando lo están, se las sigue describiendo a través de una gama reducida de papeles estereotipados. Cada día corroboramos que la representación de las mujeres en el discurso de los medios de comunicación tradicionales y de las nuevas tecnologías reproduce los estereotipos sexistas que, o bien asocian a las mujeres a roles tradicionales (supuesta vulnerabilidad, sumisión, adscripción al espacio doméstico, etc.) o bien las representan como objetos sexuales o como grupos de consumo que solo se interesan en la compra de artículos de moda y belleza. En contraste, los medios no muestran ningún interés por visibilizar la participación de las mujeres y su poder como agentes sociales en las esferas política, económica, educativa y cultural. En este contexto, llama la atención el tratamiento que reciben las informaciones relacionadas con la violencia de género en los programas de noticias.

4) Los errores de puntuación en los ILD son los siguientes:

a) La autora cuestiona si los medios de comunicación promueven la erradicación de la violencia de género contra las mujeres y afirma que son los responsables de buscar soluciones. (uso incorrecto de la coma).

b) "El estudio de la violencia de género en los medios" es un artículo académico que fue extraído de la revista Question en el año 2009, que se especializa en periodismo y comunicación.Y trata la polémica de la violencia de género en los medios. (Ambigüedad)

c) Marcelo Pereyra es un destacado periodista. (uso incorrecto de la coma).

d) Por otra parte, las mujeres están estereotipadas en los medios de comunicación actualmente. Es decir, que están ausentes en cuanto a su participación en dichos medios. (uso incorrecto de la coma)

## Acentuación

### Ejercicio 1

- a) No llevan tilde por ser palabras monosílabas.
- b) Llevan tilde por ser palabras agudas y terminar con la letra “n”.
- c) Llevan tilde para señalar el hiato. Es decir, marca gráficamente que el sonido fuerte cae sobre la vocal cerrada de la unión de dos vocales.
- d) No llevan tilde por tratarse de palabras agudas que terminan en consonantes que no son “n” o “s”.
- e) Llevan tilde por ser palabras esdrújulas.

### Ejercicio 2

- a)-c)-d)- Las palabras en negrita llevan tilde por tener un sentido interrogativo.
- b) No lleva tilde porque es un pronombre relativo.
- e) Lleva tilde por su sentido exclamativo

### Ejercicio 3

La Universidad como institución tiene, a primera vista una función principal: formar a los profesionistas de un país, sin embargo, esta visión la reduciría a un centro de capacitación laboral. A lo largo de esta guía defenderemos que la institución universitaria forma ciudadanos y, por tanto, si bien es esencial que los estudiantes adquieran competencias profesionales también lo es el hecho de que a través de ese proceso de profesionalización ellos se apropien de competencias que les ayuden a intervenir adecuadamente en su entorno social, cultural y económico. Esto es, la Universidad debe cooperar significativamente a la ciudadanización de sus egresados porque esto es condición para que no solo encuentre sentido en su trabajo por criterios de eficiencia laboral, sino, sobre todo por el significado que esta tiene para su comunidad.

## Uso de Mayúsculas

Escritura correcta del primer fragmento: Pascual Serrano es periodista. Nació en Valencia, España, en 1964. Se licenció en Periodismo en 1993 en la Universidad Complutense de Madrid. Entre otras actividades, fue cofundador de la revista Voces, y de la publicación electrónica Rebelión que hoy funciona como diario alternativo en Internet. En 2011 publicó Contra la neutralidad. Tras los pasos de John Reed, Ryzard Kapuściński, Edgar Snow, Rodolfo Walsh y Robert Capa.

Escritura correcta del segundo fragmento: La segunda ley de Newton estipula que a toda acción se opone una reacción igual y de signo contrario. Es una ley fundamental de la física, y también se aplica a otros campos como la sicología y la política. Internet acaba de provocar una reacción en España, por fin. Nunca antes se había estudiado seriamente el fenómeno, y menos por parte de un peso pesado de la cultura o la política. Hasta la publicación de La Red, de Juan Luis Cebrián; un libro que pretende analizar las consecuencias políticas, económicas y sociológicas de la nueva cultura digital. (José Cervera, Una botella medio llena)

## Gerundio

- a) Incorrecto: gerundio: argumentando. Se refiere a un sustantivo.
- b) Incorrecta: gerundio: graduándose. Graduarse es posterior a ingresar en la universidad.
- c) Correcto: gerundio: apoyándose. Es al mismo tiempo que defiende y se apoya.
- d) Incorrecto: gerundio: regulando. Modifica a un sustantivo.
- e) Correcto: gerundio: mirándome. Las dos acciones se dan en simultáneo.
- f) Incorrecto: gerundio presentando. El análisis del tema y la presentación del texto no son acciones simultaneas.

## **Concordancia**

Escritura correcta del fragmento: El texto titulado “La criminalización mediática” fue publicado en la revista Encrucijadas en el año 2005, y **trata** el tema de la manipulación de la información que **hacen** los medios de comunicación en relación con la exclusión social. El texto fuente se inscribe en el contexto del post neoliberalismo en Argentina y de las consecuencias de las políticas de privatización y desindustrialización **implementadas** en la década de los '90. **La temática abordada** por el autor en esta oportunidad forma parte de varias de sus publicaciones.

El artículo es argumentativo, intenta persuadir a sus lectores de que los medios de comunicación contribuyen a crearles una realidad particular a partir de imaginarios sociales.

## **Sitios consultados:**

<https://www.gramaticas.net>

<http://www.rae.es>

## ANEXO 3

# MODELOS DE EXAMEN

1.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA  
SEMINARIO DE COMPRENSIÓN Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS  
EXAMEN FINAL

Tema 1

APELLIDO:.....NOMBRE:.....DNI:.....

Carrera.....Aula de examen.....

**PRIMERA PARTE:**

**1) Leer el texto y los paratextos, luego resolver las consignas**

**ESTUPIDEZ VIRAL<sup>1</sup> LAS REDES QUE ATONTAN<sup>2</sup>**

*Antonio Fernández Vicente<sup>3</sup>*

La Historia de la humanidad es la confluencia de historias estúpidas. Y esto no es ser pesimista, sino un realista bien informado. A fin de cuentas, todos somos un poco estúpidos, yo mismo por escribir unas líneas sobre la estupidez y tú, lector, por leerlas. Sin embargo, es cierto que para el observador atento de la estupidez hay fenómenos regulares de disparate que se difunden con rapidez en nuestros días. La estupidez se vuelve viral y se contagia de forma instantánea. Es un logro de nuestra querida civilización digital.

En ocasiones, la incapacidad para comprender y la presunción de sabiduría se convierten, por utilizar uno de esos lenguajes que embrutecen, en *trending topic<sup>4</sup>*. Me estoy refiriendo, claro está, a la estupidez funcional que es heredera de la televisión, y que toma la forma informe y caótica de lo que se llaman redes sociales. Siempre han existido, y nuestra sociedad ha sido en toda época una gran malla de vínculos y relaciones interconectadas. Pero existen algunas prácticas que hacen de la estupidez funcional un fenómeno contagioso. La más importante es la aceleración. Cuando se lee muy deprisa -o muy despacio- no se entiende nada. Ahora se vive muy deprisa, y ocurre que el pensamiento humano opera en tiempos lentos. Pero para actualizarse en esas redes que se instalan en nuestras vidas, nos sometemos a la tiranía del tiempo real, de la lectura transversal, panorámica y de la escritura fugaz, impensada.

No hay tecnología neutral: las distracciones constantes del WhatsApp nos impiden centrar la atención en aquello que tengamos delante. Impiden también los momentos de soledad auténtica, son máquinas de transmitir mensajes que producen olvido por saturación. Aniquilan la posibilidad de pensamiento; violentan las conversaciones que disminuyen en la misma medida en que pasamos nuestras vidas en las pantallitas. Hay que ser estúpido para pasar la mayor parte de la vida pendiente de una pantallita que como el espejo mágico, nos halaga y encandila. El smartphone es lo contrario de lo que dice: es una privación sensorial, un instrumento que debilita nuestro pensamiento y nuestra imaginación.

Las redes se han convertido en la nueva religión, en el opio al que el individuo común acude para encontrar un entorno familiar, repleto de lugares comunes, de clichés, de vídeos estúpidos y *memes* que ni siquiera son ridículos, porque lo ridículo puede conllevar parte de transgresión. Son superficiales en el peor de los sentidos, como simple repetición de lo mismo.

La lectura de mensajes cortos, que se encubren unos a otros y se funden con la escritura acelerada difunde sin límites la ignorancia bajo la forma de ilusión ilustrada. Y aniquila la curiosidad. El prisionero de la red se cree poderoso cuando lo único que hace es someterse a la lógica destructiva de la conectividad permanente. Es curioso que las nuevas izquierdas también se sirvan de estos mundos virtuales de espectáculo lamentable para representar lo que tendría que ser nueva política. También ellos desconectan de los tiempos lentos en favor de esta adoración de la velocidad que acaba con la inteligencia. Y con la política.

A veces me pregunto por qué somos tan dóciles. Una situación social y económica tan lamentable tendría que producir un levantamiento popular inmediato. Pero sólo parece haber dos motivos que podrían desencadenarlo: la supresión del ocio improductivo (fútbol, televisión basura...) y la de las redes sociales. Sería una hecatombe. Una revolución fría. Me despido como otro estúpido más, consciente de serlo, quizás un poco más tras haber escrito las líneas precedentes.

1. Que se expande como un virus, rápidamente y produce contagio.
2. Publicado el 1/4/2017 en Rebelión.org.
3. Máster en Filosofía y Doctor por la Universidad de Murcia donde obtuvo el Premio Extraordinario de doctorado. Ha sido profesor visitante en diversas universidades de Francia, e Italia. Es docente de la Universidad Castilla, La Mancha en la Facultad de Periodismo. Imparte cursos y seminarios sobre cine, literatura y música. Publica sus artículos en distintos y variados medios de comunicación.
4. En español, tendencia, tema de tendencia, tema del momento.

**2)** ¿Qué afirmaciones de las que siguen incluirías en un resumen del texto leído? Señálalas con una cruz. (2 Puntos.) Agrega otra frase que podría formar parte de ese texto resutivo.

- a) El uso que se hace en la actualidad de las redes sociales obstaculiza la comunicación intrapersonal
- b) La participación en las redes sociales tal como se da en la actualidad es adictiva y perniciosa
- c) Los mensajes que se producen en las redes sociales generan y difunden conocimiento sustancial y profundo.
- d) El uso de las tecnologías de la comunicación y las redes sociales no es inofensivo
- e) El uso de las redes sociales colabora en el desarrollo del pensamiento y la imaginación

## **SEGUNDA PARTE:**

**1)** ¿Estás de acuerdo con la postura del autor? Justifica tu respuesta con al menos un argumento personal. Escribe un texto argumentativo de aprox. 10 líneas que comience con la mención del autor y su punto de vista. 3 puntos

**2)** Escribí un ILD sobre el texto leído (5 puntos). Recordá incluir todos los aspectos descriptivos, explicativos que corresponden a lo solicitado: referencia bibliográfica, presentación, idea central, argumentos del autor, etc. Alrededor de 20 líneas

2.

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA**  
**SEMINARIO DE COMPRENSIÓN Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS**  
**EXAMEN FINAL**  
**TEMA 1**

**APELLIDO:** .....**NOMBRE:**.....**DNI:**.....

**Carrera**.....**Aula de examen**.....

**PRIMERA PARTE:**

- 1) Leer el texto y los paratextos, luego resolver las consignas**

**LA COMUNICACIÓN ES ACCIÓN: COMUNICAR DESDE Y EN LAS PRÁCTICAS SOCIALES<sup>1</sup>. Por Washington Uranga<sup>2</sup>**

**Comunicación y producción de conocimiento.**

Para dar cuenta de la tarea que implica la construcción del conocimiento, comenzamos por poner en común aquel que compromete a la constitución de nuestras propias subjetividades, formas de ser. No podemos evitar auto-reconocernos como sujetos que transitamos la vida en medio de la crisis, sujetos que nos constituimos interpelados<sup>3</sup> por el desconcierto, la inestabilidad, las inseguridades y la tensión entre el dolor y la felicidad. Pero también interpelados por la tarea sustancial de no dejar de pensarnos y re-descubrirnos como sujetos de conocimiento que reaprenden el mundo a la vez que se reaprenden y, precisamente en ese acto, se encaminan hacia la transformación individual y colectiva. Este constante proceso de aprender y re-aprender es también un proceso atravesado por la comunicación.

Por eso la investigación en comunicación es un soporte fundamental para el análisis de las prácticas sociales<sup>4</sup> y para una mejor construcción de los escenarios. Porque resultan imprescindibles ciertos saberes, instrumentos y técnicas que permitan reconocer cómo “lo comunicacional” se constituye en este espacio y cómo colabora en la construcción de los sujetos en medio de las relaciones individuales y colectivas. Y porque no se puede entender la trama de la vida contemporánea si no se la mira también a través de la clave de la comunicación.

Es necesario investigar también cómo a través del sistema mediático son “habladas” las realidades de los sujetos y de los actores sociales, de los poderosos, pero también de los dominantes. Desentrañar esta trama supone también dejar en evidencia mecanismos de dominación en la sociedad actual.

Así, la voluntad de emprender y sostener la tarea de investigar y producir conocimiento en comunicación significa una decisión política estratégica que supone la articulación, es decir, el diálogo de las dimensiones políticas y culturales del complejo entramado social.

Conocemos poco todavía sobre la comunicación en relación a las prácticas sociales. El desarrollo tecnológico complejiza día a día el campo de nuestra acción. De allí que avanzar en el estudio y la investigación sobre los procesos comunicacionales en relación directa con las prácticas sociales es una decisión que debería ayudarnos a hacer lecturas más certeras de las prácticas sociales en escenarios concretos y particulares y para comprenderlos en relación con otros más globales. También para comprendernos cada uno y cada uno de nosotros y nosotras como sujetos en este momento histórico que nos toca vivir.

**El papel del comunicador**

Visto así y reconociendo la tradición periodística como origen de nuestra profesión, tenemos que decir que hoy el papel del comunicador adquiere un grado de complejidad y una trascendencia muy importante en la construcción de lo social.

Por esta misma razón preferimos expresar esta nueva realidad definiendo al comunicador como un facilitador del diálogo público en el espacio público, a modo de articular saberes entre actores diversos y plurales.

Esta definición acrecienta la responsabilidad ética del comunicador con la veracidad, pero también con su apego a la necesaria pluralidad de voces que está en la base misma del derecho a la comunicación entendido como derecho humano fundamental.

Por último: la labor de los comunicadores debe dar cuenta de un compromiso político con la sociedad en la que están insertos, con los actores que en ella se constituyen. Un compromiso político, entiéndase bien, que es un aporte a la construcción del bien común. Sin comunicadores comprometidos políticamente con la sociedad y firmemente asentados en valores éticos es imposible el cambio social y, en general, la construcción de sociedades más humanas, más justas y más equitativas.

1.<http://www.washingtonuranga.com.ar/> septiembre de 2005

Washington Uranga es periodista, docente e investigador de las Universidades de Buenos Aires y La Plata, redactor especial del diario Página 12 (Buenos Aires) y dirige la Maestría en Periodismo de la Facultad de Ciencias Sociales de la UBA.

3. Interrogados, exigidos, demandados.

4. Una **práctica social** es un **modo recurrente de realizar una cierta actividad**, compartido por todos los integrantes de una **comunidad**.

**2)** ¿Qué te permite deducir la lectura de cada uno de los paratextos que acompañan este texto?

2 puntos

## SEGUNDA PARTE:

**1)** ¿Te parece correcta la postura del autor? Justifica tu respuesta con al menos un argumento personal. Escribe un texto argumentativo de 10 líneas aprox. que comience con la mención del autor y su punto de vista. 3 puntos

**2)** Escribí un ILD sobre el texto leído (5 puntos). Recordá incluir todos los aspectos descriptivos y explicativos que corresponden a lo solicitado: referencia bibliográfica, presentación, idea central, argumentos del autor, etc. Alrededor de 20 líneas.

**3.**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA  
SEMINARIO DE COMPRENSIÓN Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS  
EXAMEN FINAL.**

**Tema 1**

**APELLIDO.....NOMBRE:.....DNI:.....  
CARRERA.....AULA DE EXAMEN.....**

**PRIMERA PARTE:**

**1) Leer el texto y los paratextos, luego resolver las consignas**

**LA INFLUENCIA DE LOS MEDIOS MASIVOS EN LA FORMACION DEL SUJETO: UNA PERSPECTIVA PSICOANALÍTICA.<sup>1</sup> Por Enrique Guinsberg<sup>2</sup>**

El rol de los medios masivos de difusión en la formación del Sujeto siempre ha sido muy señalado, pero poco estudiado por las ciencias sociales y los comunicólogos en general.

Las “ciencias sociales” poco tienen en cuenta los esenciales aportes que pueden brindar los marcos teóricos de la psicología (y el psicoanálisis en particular) cuya especificidad es precisamente el estudio del sujeto.

El del psicoanálisis es el paradigma teórico que mejor comprende a la Subjetividad, pero debe ubicarla dentro de los procesos culturales.

Múltiples datos demuestran que si bien la familia sigue teniendo un peso afectivo central, es bastante menor respecto de los procesos de ideologización y construcción de la realidad, donde la relación del sujeto con los medios tiene un peso fundamental

Respecto a la estructuración del aparato psíquico, recordemos que el niño nace puro ELLO, a partir de los cuales se forman el YO y el SÚPER YO<sup>3</sup> en el citado proceso de socialización que se realiza con la intervención de las múltiples instituciones sociales citadas.

La constitución del Yo es producto tanto de un complejo proceso de identificaciones como del paulatino reemplazo del principio del placer por el principio de realidad. Y si bien en ambos la familia y luego la escuela tienen el rol central, hoy no puede negarse ni minusvalorarse la creciente influencia de los medios masivos de difusión, por llegar antes que tales instituciones o porque no todos los niños acceden al aparato educativo.

Es cierto que los modelos identificatorios básicos surgen sobre todo de los vínculos afectivos del niño con sus relaciones directas (padres, abuelos, maestros más tarde.), Pero ¿cómo dejar de ver que hoy el niño se encuentra en contacto con múltiples modelos y figuras provenientes por ejemplo de un televisor con el que se relaciona desde siempre, y luego con caricaturas, juegos electrónicos, etc.?

Modelos de todo tipo, llamativos, impactantes y deseados por su éxito, omnipotencia, belleza, son exponentes de un poder y fuerza que los niños ven en los padres, pero ante los cuales éstos pueden quedar comparativamente disminuidos, dejan una evidente secuela que hasta ahora no ha sido analizada cuantitativa y cualitativamente con el rigor que merece. Una elemental observación sobre los comportamientos de nuestro tiempo permite ver cómo existe un muy alto grado de identificación con múltiples figuras mediáticas. Este es un proceso psicológico mediante el cual un sujeto asimila un aspecto, una propiedad, un atributo de otro y se transforma, total o parcialmente, sobre el modelo de éste. La personalidad se constituye y se diferencia mediante una serie de identificaciones.

Asimismo, junto a esa llegada directa, existe otra indirecta a través del entorno familiar y educativo -ya formados e ideologizados por los medios -, compañeros de juegos, etc. que transmiten comportamientos, normas, modelos, necesidades y actitudes cotidianas fomentadas por los héroes prototípicos, anuncios publicitarios, consejos de personajes admirados y seguidos, etc.

En este sentido no puede olvidarse que el juego es una expresión típica del mundo infantil que no responde sólo a una actividad de diversión sino también es expresión de sus necesidades afectivas - por eso las terapias se hacen mediante su ejercicio-, lo que hace que jugar con imágenes de los héroes televisivos o juguetes promocionados por las emisoras, o a ser tales héroes implica la internalización de las significaciones y contenidos de los mismos: se trata de un modelo a imitar y a seguir. Al respecto es evidente que los modelos promocionados de manera positiva son aquellos que responden a los valores de una cultura determinada, mientras que se hace lo contrario con aquellas expresiones rechazadas por ella.

En cuanto al paso del principio del placer al de realidad resulta evidente la incidencia de los medios al ser estos actualmente no sólo los que muestran a esta última sino incluso "construyen" lo que debe entenderse por "realidad". Evidencia que recalcan numerosos estudiosos, por ejemplo, Eliseo Verón al afirmar categóricamente que "los medios informativos son el lugar donde las sociedades industriales producen nuestra realidad".

1.Psicología en Estudio, Maringá, v. 8, n. 1, p. 3-12, jan./jun. 2003

#46+15

2.Psicólogo argentino residente en México desde 1976, con Maestría en Ciencias de la Comunicación y Doctorado en Estudios Latinoamericanos. Desde 1979 es Profesor-Investigador de Tiempo Completo en la Universidad Autónoma Metropolitana-Xochimilco, México D.F. Codirector de la revista semestral Subjetividad y Cultura.

Autor de múltiples artículos, así como de ponencias en congresos internacionales, y de los siguientes libros: Sociedad, salud y enfermedad mental; Control de los medios, control del hombre. Medios masivos y formación psicosocial; Publicidad: manipulación para la reproducción; La salud mental en el neoliberalismo; y junto con Marie Langer, Memoria, historia y diálogo psicoanalítico.

3.EL ELLO es el reservorio de los impulsos. Opera de acuerdo al principio del placer y desconoce las demandas de la realidad. (impulsivo, egoísta, amante del placer) El SUPER YO es la parte del psiquismo que representa los pensamientos morales y éticos recibidos de la cultura (conciencia moral) El YO surge a partir de cumplir de manera realista los deseos y exigencias del ELLO de acuerdo con el mundo exterior y atiende las demandas del SUPER YO.

**2) ¿Qué te permite deducir la lectura de cada uno de los paratextos que acompañan este texto? 2 puntos**

**SEGUNDA PARTE:**

- 1) Los medios de difusión tienen una influencia notoria en la formación de la subjetividad". ¿Estás de acuerdo con la afirmación anterior? Escribe un texto argumentativo de aprox. 10 líneas que justifique tu respuesta. Comenzá refiriéndote al autor y su postura. 3 puntos.
- 2) Escribí un ILD sobre el texto leído (5 puntos). Recordá incluir todos los aspectos descriptivos y explicativos que corresponden a lo solicitado: referencia bibliográfica, presentación, idea central, argumentos del autor, etc. Alrededor de 20 líneas

4.

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA MATANZA  
SEMINARIO DE COMPRENSIÓN Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS  
EXAMEN FINAL. 11 de diciembre de 2019**

Tema 1

APELLIDO:.....NOMBRE:.....DNI:.....

Carrera.....Aula de Examen.....

**PRIMERA PARTE:**

**1) Leé el texto y los paratextos, luego resolvé las consignas en este mismo documento (si es necesario se pueden agregar hojas debidamente numeradas, pero no se deben dejar espacios en blanco ni tachar los renglones).**

**LA IMAGEN DE LA ENFERMERA A TRAVÉS DE LOS MEDIOS DE COMUNICACIÓN DE MASAS<sup>1</sup> POR CRISTINA HEIERLE VALERO<sup>2</sup>**

A pesar de que las enfermeras han conseguido logros espectaculares, estos no han cambiado la imagen que de ellas se trasmite. La imagen enfermera está plagada de estereotipos. A nuestro juicio la imagen de la profesión enfermera funciona como separada del sistema de los cuidados médicos y del sistema nacional de salud. Esto se debe a la ausencia de signos visibles que identifiquen a los miembros de esta profesión, como si las enfermeras no necesitaran que se visualice su imagen.

Las imágenes no son estructuras aisladas. Cuando alguien interpreta una imagen lo hace de acuerdo con los valores previos en relación con ella. Este análisis nos lleva al concepto de estereotipo, "el conjunto de creencias y valores -comúnmente aceptado-, sobre los atributos que caracterizan a un grupo social, y que ayuda a categorizar dichos atributos para hacer más coherente la comprensión del mundo".

Los medios de comunicación de masas actúan como agentes que refuerzan y divultan determinados estereotipos y valores. En la actualidad, los estereotipos sobre las enfermeras comparten y refuerzan los valores sociales existentes en las relaciones entre hombre-mujer, profesional-ayudante, experto-aficionado, etc., trasmítidos y afianzados por los medios de comunicación de masas. Sin duda, como afirma Siles, "la evolución de la coexistencia de una enfermería vocacional ligada al género, con una enfermería profesional y científica ha sido, a la vez una fuente de conflictos y de enriquecimiento".

Los medios de comunicación son fundamentales en la creación y difusión de los estereotipos tal como muestra el uso en los medios de estereotipos sexuales. Es conocida y muy visible la utilización por la industria pornográfica de la imaginería enfermera.

En un estudio realizado en España se identificaron diecinueve imágenes en las que se mostraban enfermeras. En ninguna aparecían como protagonistas de la noticia, sino como alguien no identificado, que se diluye en el grupo, acompañantes secundarias, sin autonomía.

En varias investigaciones realizadas en Grecia, EE. UU., Inglaterra, entre otros países se concluye que la imagen que se proyecta de las enfermeras es la de poca independencia profesional y escaso nivel académico. Se las identifica con la caridad y la religión, con baja remuneración y malas condiciones de trabajo y con tendencia a efectuar tareas secundarias. Sostienen estos trabajos que la imagen que la sociedad tiene de las enfermeras está llena de estereotipos que incluyen las figuras de santas, prostitutas, brujas y heroínas.

Desde luego, el sometimiento al que ha estado abocada la profesión de enfermera ha sido sostenido por la transmisión de una imagen tradicional de la profesión como asistente de enfermeros (varones) y médicos.

La imagen que se proyecta de las enfermeras está fundamentada en una idea falsa del cometido profesional. Esto se traduce en un desconocimiento de la población sobre lo que representa la profesión. Raramente pueden verse imágenes que representen la intelectualidad, la toma de decisiones con respecto a la salud de la población y los servicios a la sociedad de las enfermeras. No se visualiza dónde trabajan, no se informa de la evolución de la carrera y se las sigue considerando como ayudantes del médico. Lo que se trasmite y percibe es una imagen poco reconocida y respetada.

El hecho de que la enfermería haya pasado de ser una vocación a ser una disciplina académica debería haber propiciado un cambio en la imagen que de las enfermeras trasmiten los medios, sin embargo, pocas veces aparecen como protagonistas de una noticia, sino que se las sigue mostrando marginalmente y como relleno o decoración.

<sup>1</sup>Publicado en el nro. 49 de la Revista de Enfermería y Humanidades “Cultura de los cuidados” en 2017.

<sup>2</sup>Profesora de Enfermería Comunitaria. Escuela Universitaria de Enfermería Virgen de las Nieves, Granada, España

**2) Señala con una cruz el punto de vista sostenido por la autora en el texto (2 ptos.)**

- a) Los medios de comunicación son fundamentales en la creación y difusión de estereotipos negativos de las enfermeras.
- b) La industria pornográfica utiliza muy a menudo imágenes de enfermeras.
- c) Casi nunca se ven en los medios imágenes que representen la intelectualidad, la toma de decisiones con respecto a la salud y los servicios a la sociedad de las enfermeras.

**SEGUNDA PARTE:**

**1) Escribí un informe descriptivo sobre el texto leído (5 pts.). Recordá incluir todos los aspectos descriptivos, explicativos que corresponden a lo solicitado: referencia bibliográfica, presentación, idea central, argumentos del tf, etc. Importante: evitá repetir frases del texto. Usá la reformulación. (extensión aproximada de 20 a 25 líneas).**

**2) A continuación, desarrollá tu opinión a favor o en contra del punto de vista de la autora. Justificá tu postura con al menos un argumento personal. Recordá incluir como prueba un ejemplo o una anécdota. (extensión 10 líneas aprox. 3ptos)**

**Lic. Roxana Scorzo**  
Coordinadora

# **Matemática**

---

**COLABORADORA:**  
**Esp. Gabriela Ocampo**



# PROGRAMA



## FUNDAMENTACIÓN

La matemática a lo largo de la historia del pensamiento ha cumplido un rol esencial. Desde los tiempos de Pitágoras, la matemática en su forma más pura, ha constituido una forma de pensamiento fundamental en nuestra cultura occidental.

Consideramos que un alumno aspirante a ingresar en una carrera de Ingeniería, Tecnicaturas o Arquitectura debe poseer determinados conocimientos previos elementales para poder abordar materias básicas comunes a todas las Ingenierías como ser: álgebra, análisis matemático, física, representaciones gráficas y química, como también las materias matemáticas que figuran en las Tecnicaturas y en Arquitectura.

La resolución de problemas atraviesa todas estas materias de manera permanente. Como también el dominio del lenguaje simbólico y gráfico propios de la matemática. Las figuras planas elementales sus características y el cálculo de perímetros y áreas son conocimientos básicos que también están presentes en las materias antes mencionadas. El estudio de los cuerpos geométricos, las construcciones utilizando útiles de geometría y las distintas transformaciones geométricas son algunas de las herramientas imprescindibles para encarar la Matemática Superior.

Las funciones son el eje central en la formación de conceptos que un futuro ingeniero debe dominar. Las funciones admiten una enorme cantidad de transformaciones de distinta naturaleza que nos permiten integrar temas geométricos, matemáticos y de la vida cotidiana en forma permanente. Por eso su abordaje es fundamental en esta etapa de ingreso a carreras de ingeniería.

## OBJETIVOS

- Desarrollar un pensamiento hipotético-deductivo, propio de la disciplina.
- Adquirir hábitos de orden y síntesis.
- Desarrollar habilidades que le permitan dar respuesta a situaciones problemáticas concretas.
- Incorporar el lenguaje específico de la Ciencia Matemática que le permita expresarse, en forma oral y escrita, con rigurosidad científica.
- Adquirir destreza en la realización de generalizaciones e hipótesis simples en base a la observación, experimentación e intuición

## **CRITERIOS DE EVALUACIÓN**

La evaluación escrita consistirá en un conjunto de cuestiones que integran los contenidos mínimos señalados. En su corrección se tiene en cuenta el dominio y manejo de los distintos temas, la interpretación de las consignas, la forma de organizar la información, la capacidad de manejarse con las situaciones que se expresan en forma coloquial y emplear los contenidos teóricos estudiados para traducirlas en gráficos y símbolos y resolver la situación pedida. Se evaluará el orden y prolijidad en sus construcciones, el uso correcto de los útiles de geometría, y todos sus desarrollos y justificaciones.

En el examen escrito, el aspirante encontrará una tabla en la que se indica el puntaje parcial de cada ítem de la evaluación, también una leyenda aclaratoria donde se explicitan las ideas antes descriptas. Por otra parte, y para mantener un ÚNICO CRITERIO de corrección de los exámenes, cada profesor recibe el día del examen, cuales son los criterios para llevar adelante el proceso de corrección, en qué casos se considera Bien, Regular o Mal el ejercicio. Estos criterios se respetan también, en el proceso de revisión de exámenes que realizan en conjunto las coordinadoras de ambas materias.

## **CONTENIDOS**

### **Módulo 1**

#### **Conjuntos numéricos**

Conjuntos numéricos: Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales, Reales. Generalidades de cada uno de ellos. Propiedades de los números reales. Operaciones. Desigualdades. Radicales: operaciones y racionalización de denominadores. Números complejos: propiedades, representación y operaciones en forma binómica.

### **Módulo 2**

#### **Expresiones algebraicas enteras y racionales**

Polinomios: definición. Igualdad de polinomios. Operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división. Factoreo de polinomios: factor común, factor común por grupos, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados, factoreo por método de Gauss. Expresiones algebraicas racionales: definición y operaciones básicas.

### **Módulo 3**

#### **Ecuaciones enteras y fraccionarias**

Ecuaciones de primer grado. Ecuaciones con valor absoluto. Ecuaciones cuadráticas. Ecuaciones fraccionarias. Propiedades. Problemas.

### **Módulo 4**

#### **Inecuaciones**

Concepto. Propiedades de las desigualdades. Inecuaciones con valor absoluto.

## Módulo 5

### Funciones-función lineal-sistemas de ecuaciones-función cuadrática

Sistema de representación cartesiano. Relaciones. Funciones. Dominio e imagen. Función lineal. Características principales. Funciones definidas por tramos. Sistemas de ecuaciones: definición. Métodos de resolución analíticos y gráficos. Función cuadrática: elementos característicos.

## Módulo 6

### Funciones logarítmicas y exponenciales

Logaritmos: definición, propiedades y ecuaciones logarítmicas. Función logarítmica: principales características. Desplazamientos.

Ecuaciones exponenciales. Funciones exponenciales: principales características. Desplazamientos

## Grilla de clases de Matemática

CONTENIDO	NÚMERO DE CLASES															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
MÓDULO 1	X	X														
MÓDULO 2			X	X	X											
MÓDULO 3						X										
MÓDULO 4							X									
MÓDULO 5								X	X	X	X					
MÓDULO 6												X	X	X	X	
INTEGRACIÓN																X

# GUÍA DE ORIENTACIÓN ACERCA DE LA ORGANIZACIÓN DEL CONTENIDO DEL MANUAL

Este material resume los principales temas que necesitan conocer para poder desarrollar las materias que tendrán en las carreras tanto de Ingeniería como las Tecnicaturas y Arquitectura.

La organización de Matemática y Geometría es del tipo Teórico-Práctico distribuidas por Módulos.

MATEMÁTICA	GEOMETRÍA
<b>Módulo 1:</b> Programa completo y Conjuntos Numéricos	<b>Módulo 1:</b> Programa completo. Problemas
<b>Módulo 2:</b> Expresiones Algebraicas enteras y racionales	<b>Módulo 2:</b> Elementos de geometría plana
<b>Módulo 3:</b> Ecuaciones	<b>Módulo 3:</b> Movimientos y Semejanzas
<b>Módulo 4:</b> Inecuaciones	<b>Módulo 4:</b> Trigonometría
<b>Módulo 5:</b> Funciones lineales y cuadráticas. Sistemas de ecuaciones	<b>Módulo 5:</b> Elementos de geometría del espacio
<b>Módulo 6:</b> Funciones exponenciales y logarítmicas	Apéndice final

En cada uno de los módulos encontrarán:

- Desarrollo teórico de los distintos temas: en clase se explicarán los temas, pero es importante que lean e interpreten los conceptos que se explican allí.
- Algunas notas históricas breves
- Ejemplos de ejercicios resueltos: es necesario que los interpreten, que traten de hacerlos ustedes mismos, siempre con lápiz y papel presente.
- Ejercitación para resolver: Es importante que tengan en cuenta que en clase se resolverán ejercicios, pero el tiempo es muy poco y la gran mayoría los deberán resolver ustedes y consultar las dudas que les surgen. Ambas materias requieren de mucha ejercitación por parte de ustedes, y algo importante, todo ejercicio o actividad comienza con una buena lectura del enunciado, tratando en primer lugar de distinguir cuáles son los datos de ese problema, interpretar la simbología, recurrir a libros, apuntes, web, manual de ingreso, etc. Si este paso no lo tienen claro es difícil resolver ejercicios. Luego pasar al proceso de resolución del ejercicio y cuando se logra obtener una respuesta es importante que vuelvan sobre el comienzo del ejercicio y analicen la coherencia de esa respuesta. A modo de ejemplo, si les piden el precio de algún producto y obtienen una respuesta negativa deberán preguntarse qué pasó, algo no está bien. Es importante también que aprendan a justificar respuestas, explicar un procedimiento, utilizar los útiles de geometría, realizar representaciones gráficas precisas, entre otras cuestiones.

- Links a Autoevaluaciones: las mismas no son obligatorias, pero es una manera de que ustedes autorregulen sus aprendizajes. Cuando terminan de resolverlas podrán ver el puntaje obtenido y algunas explicaciones breves que hacen referencia a la solución del ejercicio propuesto.
- Links a videos tutoriales: temas teóricos, y resolución de ejercicios.
- Algunas respuestas de los ejercicios: las respuestas completas las podrán descargar de la página de la Universidad cuando ingresas con tu DNI en el sistema de ingresantes o adquirirlas en la librería “El Mástil” de la Universidad.
- Referencias bibliográficas: hemos colocado una lista de libros que hemos consultado para elaborar el material. Es fundamental que se acostumbren como futuros alumnos universitarios a recurrir a bibliografía, muchos temas tendrán que estudiarlos solos o bien profundizar conceptos que se desarrollan en una clase, ver ejercicios resueltos, etc.

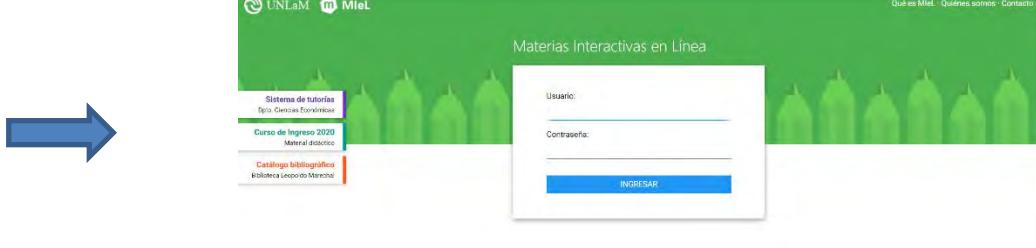
## Información adicional

- **Clases de consulta:** se les informará a través de los profesores del curso los horarios y aulas donde se darán CLASES DE CONSULTA. Estas clases son para que puedan consultar acerca de las dudas que surgen al resolver ejercicios. Son de asistencia optativa y es importante que entiendan que no son clases adicionales sino un espacio de trabajo de tipo taller, ustedes son los que deben hacer los ejercicios y cuentan con un docente a quien recurrir frente a las dudas que les surgen.
- **Material disponible en la Web:** en el sistema de ingresantes tendrás acceso a cronogramas de las materias, materiales digitales y enlaces que te ayudarán en este trayecto de formación.
- **Links a Autoevaluaciones:** como dijimos antes, las mismas no son obligatorias, pero es una manera de que ustedes autorregulen sus aprendizajes. Cuando terminan de resolverlas podrán ver el puntaje obtenido y algunas explicaciones breves que hacen referencia a la solución del ejercicio propuesto. A modo de ejemplo:

<https://goo.gl/kK8QNd> (Matemática)  
<https://goo.gl/WV1DMG> (Geometría)

- **Alumnos que solicitan cambio de carrera:** deberán aprobar un examen INTEGRADOR con contenidos de ambas asignaturas, Matemática y Geometría. Se utilizará, como base de estudio, este mismo material y se aconseja proveerse de los TP de repaso de ambas asignaturas que se han elaborado en la instancia última del curso de admisión.
- **Link a videos tutoriales:** en la plataforma MIEL encontrarán muchos materiales acompañados de videos tutoriales, también realizamos videos cortos con explicaciones de ejercicios diversos. Pueden suscribirse a nuestros canales de YOUTUBE, es importante que no consulten cualquier canal, hay muchos videos disponibles en la web, pero no todos son de calidad, ni son muy claros, por eso les adjuntamos tres de nuestros canales, donde encontrarán material diseñado exclusivamente para el curso de ingreso de UNLaM:  
[https://www.youtube.com/channel/UCr4Khmo3EaUBxmqNBxwPrsA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCr4Khmo3EaUBxmqNBxwPrsA?view_as=subscriber)  
<https://www.youtube.com/channel/UCWd3SVm0bdNr-jX3ObjRETw>  
<https://www.youtube.com/channel/UCitgBmRGDQVYEPVU2V2YnrA>

- **Material digital disponible en la plataforma de la Universidad:** disponen de materiales especialmente diseñados para el curso de ingreso. Podrán acceder a ellos a través de la pestaña de libre acceso señalada con la flecha en la siguiente imagen o bien ingresando a la misma usando como usuario y contraseña el DNI. Allí encontrarán incluso una carpeta exclusiva para los aspirantes a carreras de Ingeniería y arquitectura.



- **Ejercitación de repaso:** durante las últimas semanas del cursado de Matemática y Geometría les informaremos, siempre a través de los profesores a cargo de los cursos de cómo acceder a los TP de repaso de ambas materias. Se actualiza en forma permanente, nunca es el mismo, su objetivo es focalizar en los temas más importantes como preparación última para los exámenes. Les adjuntamos a **modo de ejemplo** uno de los TP de Repaso y un examen que ha sido tomado en una instancia anterior.

## EJEMPLO DE TP DE REPASO

### CURSO DE ADMISIÓN 1ra. Instancia – 2020 MATEMÁTICA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA E INVESTIGACIONES TECNOLÓGICAS

#### EJERCITACIÓN DE REPASO

**1)** Resolver las siguientes operaciones en forma exacta, empleando radicales:

a)  $\sqrt{28} - \sqrt{7}\left(\frac{1}{2} - 3\sqrt{63}\right) =$

b)  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} =$

**Respuestas:** a)  $63 + \frac{3}{2}\sqrt{7}$       b)  $5 - \sqrt{10}$

**2)** Resolver las siguientes operaciones con polinomios e indicar de qué grado es el polinomio obtenido como resultado final

a)  $(3x^3 - 6 + x^6 - x) : (x^3 - 3) =$

b)  $T(x) = (2x - 4)^3 - 3x(x - 4) =$

c)  $S(x) = 4(x - 5)(x + 1) - (-2x + 3)^2 =$

d)  $U(x) = (3x - 4)(3x + 4) - \frac{1}{4}(6x - 1)^2 =$

**Respuestas:** a) Cociente:  $x^3 + 6$  grado 3 Resto:  $-x + 12$  No se puede usar Ruffini  
b)  $T(x) = 8x^3 - 51x^2 + 108x - 64$  grado 3

c)  $S(x) = -4x - 29$  d)  $U(x) = 3x - \frac{65}{4}$  grado 1

**3)** Considerando los Polinomios del ejercicio 1, se pide:

a) Calcular el valor de  $h$ , si existe, para que  $S(x)$  sea igual a  $P(x)$ , siendo

$$P(x) = (25h^2 - 13)x + (5h - 26)$$

b) Calcular el valor de  $a$ , si existe, para que  $U(x)$  sea igual a  $Q(x)$ , siendo

$$Q(x) = \left(\frac{1}{4}a - 2\right) + (-5a + 23)x + (a - 4)x^2$$

c) Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

c1)  $T(-2) = -4132$  c2)  $U(-1) < (\sqrt{7} - 4)^2$

**Respuestas:** a)  $h = -\frac{3}{5}$  b) No existe c1) V c2) V

**4)** Simplificar, indicando previamente para qué valores numéricos está definida cada fracción:

$$h(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 - 3x + 2x^2 - 6}$$

$$j(x) = \frac{5x^2 - 45}{x^3 + 2x^2 - 11x - 12} =$$

**Respuestas:**  $h(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 3}$  Dh(x) :  $\mathbb{R} - \{-2; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$

$$j(x) = \frac{5x + 15}{x^2 + 5x + 4} Dj(x) : \mathbb{R} - \{-4; -1; 3\}$$

**5)** Resolver las siguientes operaciones con fracciones algebraicas indicando cuáles son los valores para los que está definida

a)  $\frac{-x-1}{x^2+2x-15} - \frac{x+4}{2x+10} =$  **Rta:**  $\frac{-x+2}{2x-6}$  D=  $R - \{-5; 3\}$

b)  $\frac{\frac{x^2-36}{2x+12}}{x^2-12x+36} =$  **Rta:**  $\frac{4x}{x-6}$  D=  $R - \{-6, 0, 6\}$

$$\frac{x^2-36}{8x}$$

**6)** Resolver las siguientes ecuaciones:

a)  $\log_3(x-3) + \log_3(x+1) = 2$  **Rta:**  $x=1+\sqrt{13}$  la otra se descarta

b)  $2\log_4(x-2) = \log_4(x-4) + \log_4(x+5)$  **Rta:**  $x=24/5$

c)  $\frac{3^{2x+5}}{9} = 3^{x+1}$  **Rta:**  $x=-2$

d)  $9 = 3 \cdot 2^{(x+1)}$  **Rta:**  $x = \log_2 3 - 1 \cong 0.58$

**7)** Resolver las siguientes inecuaciones, representar el conjunto solución en la recta y expresarlo como intervalos o unión de intervalos.

a)  $-2|x+6| < -4$       b)  $-3x^2 - 5 \geq -8$       c)  $(x-2)(x+\frac{9}{2})x \leq 0$

d)  $-3x^2 - 15x + 18 \geq 0$       e)  $-2x(x+5)\left(x-\frac{3}{4}\right) > 0$

**Respuestas:** a)  $(-\infty; -8) \cup (-4; +\infty)$  b)  $[-1; 1]$  c)  $(-\infty; -\frac{9}{2}] \cup [0; 2]$  d)  $[-6; 1]$

e)  $S = (-\infty; -5) \cup \left(0; \frac{3}{4}\right)$

**8)** Hallar la ecuación de la recta perpendicular a  $3x + 2y = 4$  cuya raíz es  $-6$ . Hallar gráfica y analíticamente la intersección entre las dos rectas.

**Rta:**  $y = \frac{2}{3}x + 4$ ,  $(-12/13; 44/13)$

**9)** Hallar el valor de “h” para que la recta  $-4x+y=-1$  resulte perpendicular a  $3h \cdot x - y = 6$ . Graficar ambas rectas y hallar analíticamente su punto de intersección.

**Rta:**  $h = -1/12$  Punto de intersección  $(-20/17; -97/17)$

**10 a)** Graficar la siguiente función en un sistema de ejes cartesianos

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x \leq -2 \\ 3x+2 & x > -2 \end{cases}$$

**b)** Indicar, justificando, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

i) El Dominio de la función es el conjunto de los números reales

ii)  $f(-2) = -4$

iii)  $f(x) = 13$ , entonces  $x = 5$

iv)  $f\left(-\frac{5}{2}\right) = f\left(-\frac{4}{3}\right)$

v) El punto  $\left(-\frac{3}{2}; 0\right) \in f$

c) Determinar el valor de "a" para que la única raíz o cero de la función  $g(x)$  sea  $x=5$ , siendo:

$$g(x) = \begin{cases} ax+10 & x > 4 \\ \frac{x}{4}-6 & x \leq 4 \end{cases} \quad \text{Para el valor de "a" hallado graficar } g(x).$$

**Rtas:** ver al final

11) Un granjero decide criar patos y compra una cierta cantidad entre machos y hembras. Se empiezan a reproducir y la población crece en función del tiempo y este crecimiento está dado por la fórmula  $p(t) = -2t^2 + 20t + 22$ , en donde  $p$  es el número de patos y  $t$  los años transcurridos desde la compra.

- a) ¿Cuántos patos compró?
- b) ¿Cuándo se da la mayor población de patos y cuántos patos son?
- c) ¿En algún momento hubo 84 patos? Justificar.
- d) ¿En algún momento se extinguieron? Si es así, ¿Cuándo?

**Rtas:** 22 patos , a los 5 años y son 72 patos, nunca, a los 11 años

12) a) Determinar la ecuación de la función cuadrática cuyo vértice es  $V=(-1;12)$  y corta al eje "y" en  $(0;11)$ . Calcular sus raíces y graficarla

$$\text{Rta: } y = -(x+1)^2 + 12 \quad \text{Raíces: } x_{1-2} = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

b) Hallar todos los valores de "b" para que la gráfica de  $f(x) = -4x^2 + b.x - 16$  no corte al eje de las "x".

$$\text{Rta: } -16 < b < 16 \quad \text{o bien } b \in (-16;16)$$

c) Hallar todos los valores de "b" para que la gráfica de  $g(x) = 6x^2 + b.x + 24$  corte al eje de las "x" en un solo punto.

$$\text{Rta: } b=24 \text{ o } b=-24$$

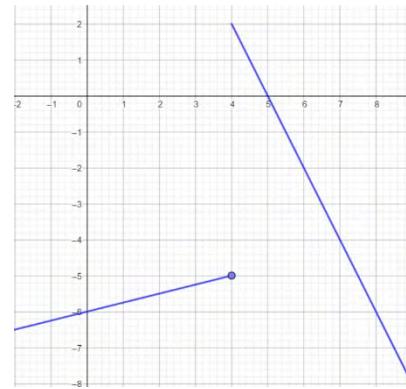
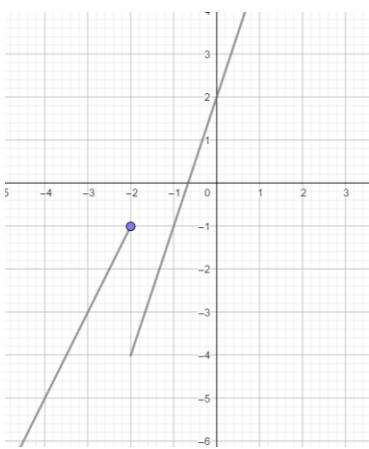
13) Dada las siguientes funciones:

$$h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 7 \quad f(x) = \log_2(x+3), \quad h(x) = 2^{-3x} - 8 \quad i(x) = -2x^2 + 2x + 12$$

Determinar Dominio e Imagen. Calcular analíticamente para cada una de las raíces, si es que existen, ordenada al origen, si posee asíntota dar su ecuación. Indicar conjunto de positividad y negatividad, y graficarlas.

#### Respuesta ejercicio 10

- a) Gráfico
- b) **Rtas:** V, F, F,V,F
- c)  $a = -2$



### IMPORTANTE

Les recordamos dos formularios de autoevaluación que figuran en el cronograma, si no los completaron es un buen momento para hacerlo y recuerden que pueden realizar consultas en las tutorías virtuales.

#### AUTOEVALUACIONES

<http://cort.as/-LBSG>

<http://cort.as/-LBT6>

**EJEMPLO DE EXAMEN con Respuestas**  
**(CORRESPONDE A LA 1º INSTANCIA ADMISIÓN 2020)**

Notarán que en el mismo aparecen los puntajes de cada uno de los ejercicios y un encabezado que deberán completar con sus datos personales.

Esto NO ES MODELO DE EXAMEN, solo un ejemplo tomado anteriormente. Siempre variaremos las evaluaciones

Materia: **MATEMATICA** Departamento: **INGENIERIA**

Tema 1

A completar por el estudiante:

Fecha de examen: 16/09/2019

Carrera: .....	
Nombre y apellido: .....	
DNI: .....	Aula del examen: .....

EJERCICIOS	1a)	1b)	2a)	2b)	3a)	3b)	4a)	4b)	5	6
Puntaje del Ej.	1	0.5	1,5	0,5	1	0,5	1	1.5	1	1.5
Calificación c/u										
Nota final	Firma docente									

En cada ejercicio escribe todos los razonamientos que justifican la respuesta en forma clara y precisa. No necesariamente se debe respetar el orden de los ejercicios. Todos los cálculos auxiliares deben figurar en la hoja de manera prolífica y clara. Se puede usar calculadora.

1. a) Resolver  $\left(-2x + \frac{1}{2}\right)^3 - 6(x-1)(x + \frac{1}{2}) =$

b) Al resultado obtenido en el ítem 1.a denominarlo P(x), teniendo en cuenta esto, indicar si la siguiente desigualdad es V o F  $P(-1) > (\sqrt{3} + 1)^2$

2. a) Resolver la siguiente inecuación:  $-2x^2 + 5x + 3 \geq 0$ . Expresar el conjunto solución como intervalo o unión de intervalos y graficarlo en la recta numérica.

b) Indicar si el número  $\sqrt{2} + 3$  pertenece al conjunto solución de dicha inecuación. Explicar.

3.a) Determinar el valor de "a" para que la única raíz o cero de la función g(x) sea x=4, siendo:

$$g(x) = \begin{cases} ax + 4 & x > 2 \\ \frac{x}{2} - 5 & x \leq 2 \end{cases}$$

b) Para el valor de "a" hallado graficar g(x).

4-a) Determinar el valor de "k" para que el siguiente sistema de ecuaciones resulte incompatible:

$$\begin{cases} (k+1)x - y = 4 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

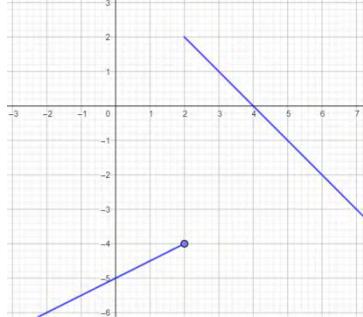
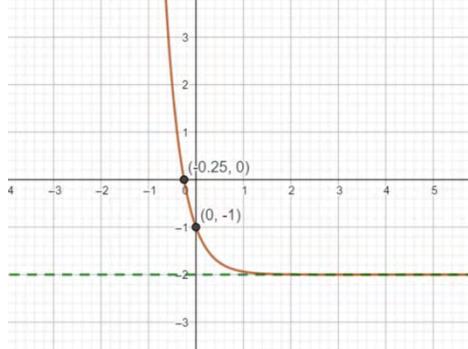
b) Resolver, indicando que valores de x le dan sentido a la siguiente operación:

$$\frac{\frac{x^2 - 100}{2x + 20}}{x^2 - 20x + 100} =$$
$$\frac{4x}{}$$

5. Hallar todos los valores de “b” para que la gráfica de  $f(x) = -3x^2 + b \cdot x - 12$  no corte al eje de las “x”.

6) Dada la siguiente función exponencial  $h(x) = 4^{-2x} - 2$ , determinar su dominio e imagen. Calcular analíticamente su raíz, indicar ordenada al origen, ecuación de su asíntota y graficar la curva correspondiente

# SOLUCIONES del examen de MATEMÁTICA de 16/09/2019

TEMA 1	PUNTAJE
<b>1 a)</b> $P(x) = -8x^3 + \frac{3}{2}x + \frac{25}{8}$	1
<b>1b)</b> $P(-1) = \frac{77}{8} \cong 9,62 > (\sqrt{3} + 1)^2 \cong 7,46$ VERDADERO $(25/8)-(3/2)+8$ $77/8$	0,5
<b>2a)</b> $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3 \quad S = [-\frac{1}{2}; 3]$  	1,5
<b>2b)</b> $\sqrt{2} + 3 \cong 4,41 \notin Solución$	0,5
<b>3 a)</b> $a.x+4=0, a.4+4=0 \rightarrow a = -1$	1
<b>3b)</b>  	0,5
<b>4 a)</b> $k+1=-3/2 \rightarrow k=-5/2$	1
<b>b)</b> $\frac{2x}{x-10} \quad x \neq 10 \wedge x \neq -10 \wedge x \neq 0$	1,5
<b>5.</b> $-12 < b < 12$ o bien $b \in (-12; 12)$	1
<b>6.</b> $D=\text{Reales}$ $I=(-2; +\infty)$ Raíz $x=-1/4$ Ordenada al origen $y=-1$ Asíntota horizontal $y=-2$  	1,5

Autoras del capítulo de Matemática: Lic. Roxana Scorzo y Esp. Gabriela Ocampo

# MÓDULO 1

## CONJUNTOS NUMÉRICOS

Recordemos los diferentes tipos de números que conforman el conjunto de los números reales:

Los **números naturales (N)** son los que usamos para contar:

1, 2, 3, 4, 5.....

Los **números enteros (Z)** son los naturales junto con los opuestos de los naturales y el cero:

..... -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.....

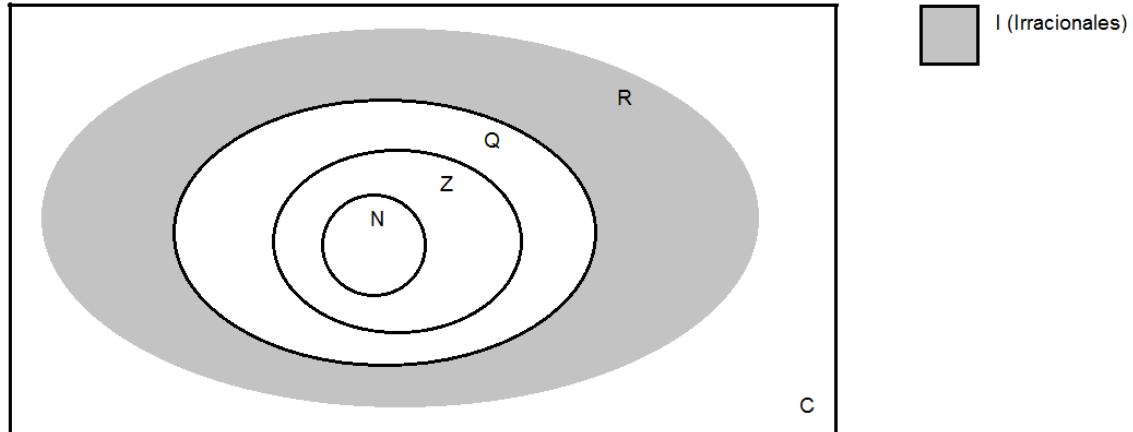
El conjunto de los **números racionales ( Q )** esta formado por los números que pueden expresarse como un cociente de números enteros , o sea de la forma  $\frac{p}{q}$  con  $q \neq 0$ .

$$\frac{2}{3}, \frac{15}{10}, \frac{125}{478}, \frac{1234}{1200657}, \frac{28}{14}, \frac{3}{1}; 0.2; 3.\bar{1}; 0.12121212 .....; 1,5$$

Hay números que no pueden expresarse como un cociente de enteros, a estos los llamamos **números irracionales (I)**:

$$\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}, \pi, e, \frac{1}{e}, \dots$$

Los números irracionales presentan una *expresión decimal infinita que no es periódica*.

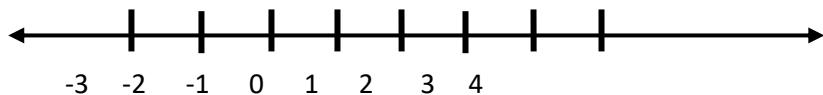


Al conjunto de los números racionales y los irracionales se lo llama conjunto de los **Números Reales (R)**. En símbolos:

$$N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \quad I \subseteq R \quad Q \cup I = R$$

$$\frac{2}{3} \in Q, \sqrt{2} \in I, -5 \in Z, 3.1 \notin Z, \sqrt{5} \notin Q$$

El hecho de que cada número real se pueda expresar en forma única, permite tener una forma de asociar cada número real con un único punto de la **recta numérica**. Elegimos un punto sobre una recta orientada, punto que llamaremos origen y lo asociamos con el cero. Hacia la derecha de dicho punto y con intervalos equidistantes se ubican los enteros positivos, y hacia la izquierda los enteros negativos. Entre los enteros se ubicarán los números restantes.



Los números reales están **ordenados**. Decimos que  **$a$  es menor que  $b$**  ( $a < b$ ) si  $b-a > 0$ . Geométricamente esto significa que  $a$  está a la izquierda de  $b$  en la recta real.

## Ejercicio 1

Completa el siguiente cuadro, especificando todos los conjuntos de números a los cuales pertenece cada uno de los siguientes números. Recuerda que un número puede pertenecer a más de un conjunto.

	N	Z	Q	$\notin Q$	I	R
$\frac{1}{2}$						
$-\frac{1}{2}$						
$\sqrt{-4}$						
$-\sqrt[3]{8}$						
0,3333333...						
2,3245245...						
$10/2$						
$8/5$						
$\pi - 1$						
7.46474849505152...						
5						
$\sqrt{2} - 2$						

## Ejercicio 2

Responde con verdadero o falso y justifica tu respuesta:

- a) Todo número decimal se puede expresar como un número fraccionario.....
- b) Todo número entero es racional.....
- c) La intersección del conjunto de los racionales con el de los irracionales es el conjunto vacío.....
- d) Todo número racional puede expresarse como decimal.....

## Ejercicio 3

Responde con verdadero o falso y justifica tu respuesta:

- a)  $\pi < 3,1415592655$  .....
- b)  $-6 < -10$  .....
- c)  $\frac{10}{11} < \frac{12}{13}$  .....
- d)  $8 \leq 8$  .....

### Propiedades de las operaciones con números reales

#### Adición

1.- La adición es **comutativa**

$$a + b = b + a$$

#### Multiplicación

La multiplicación es **comutativa**

$$a \cdot b = b \cdot a$$

2.- La adición es **asociativa**

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

La multiplicación es **asociativa**

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

3.- El **neutro de la adición** es el “0”

$$a + 0 = 0 + a = a$$

El **neutro de la multiplicación** es el “1”

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

4.- El **inverso aditivo u opuesto** es “-a”

$$a + (-a) = 0$$

El **inverso multiplicativo o recíproco** es  $1/a$

si  $a \neq 0$

$$a \cdot (1/a) = 1$$

5.- La multiplicación es **distributiva** respecto de la suma

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

## Definición de sustracción:

$a - b = a + (-b)$  Restar dos números significa sumar el minuendo con el opuesto del sustraendo.

## Definición de división:

$a : b = a \cdot \frac{1}{b}$  siendo  $b \neq 0$  Dividir dos números significa multiplicar el dividendo por el recíproco del divisor.

Analizar si las propiedades anteriores se cumplen o no para la sustracción y división de números reales

## Ejercicio 4

Indica cuál/es propiedades básicas de las operaciones con números reales intervienen en cada uno de los enunciados:

- a)  $(a + b) + 4 = (b + a) + 4$
- b)  $4 \cdot a \cdot (-b) = 4 \cdot [a \cdot (-b)]$
- c)  $a(b + 0) + c\left(\frac{1}{c}\right) - [\sqrt{2} + (-\sqrt{2})] = a \cdot b + 1 \quad \text{si } c \neq 0$
- d)  $g \cdot h \cdot (x + 3) = (x + 3) \cdot h \cdot g$
- e)  $h \cdot 1 - q = h - q$

## Ejercicio 5

Aplicaremos algunas de las propiedades:

- a) Utiliza la propiedad conmutativa de la adición para escribir una expresión equivalente a  $2y + 3x = \dots$
- b) Utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación para escribir una expresión equivalente a:  $(41x)(-3y) = \dots$
- c) Utiliza las propiedades asociativa y conmutativa de la adición para escribir una expresión equivalente a  $(8x + 9) + 6y = \dots$
- d) Utiliza las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación para escribir una expresión equivalente a  $(2x \cdot 3y)(4z) = \dots$

## Ejercicio 6

Encuentra:

- a) El producto de cualquier número distinto de cero y el recíproco de su opuesto.
- b) El número que, al multiplicarlo por el recíproco de  $-\frac{1}{8}$  da como resultado 2.
- c) Si el recíproco del número real  $(a - 4)$  es  $1/5$ , determina el opuesto de  $(a + 1)$ .
- d) El recíproco de -5, aumentado en 8.
- e) El doble del opuesto de -6 más la cuarta parte de 3.

## Números Racionales:

### Operaciones y Propiedades

$$1) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

$$2) \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$3) \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

$$4) \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a.d \pm b.c}{b.d}$$

$$5) \frac{a.c}{b.c} = \frac{a}{b} \quad \text{si } c \neq 0$$

$$6) \text{ si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{entonces} \quad a.d = b.c$$

\***Recuerda que** para sumar números racionales con denominadores distintos debes usar un denominador común, que conviene que sea el mínimo común múltiplo entre ellos y se calcula como el *producto de los factores primos comunes y no comunes con su mayor exponente*.

Aplícalo para sumar  $\frac{4}{36} + \frac{7}{120} = \underline{\hspace{2cm}}$

36	2	120	2
18	2	60	2
9	3	30	2
3	3	15	3
1		5	5
			1

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

El denominador común es:  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$  (MCM)

$$\frac{4}{36} + \frac{7}{120} = \frac{40 + 21}{360} = \frac{61}{360}$$

\***Recuerda que la división por cero “0” es imposible.**

La definición de división nos dice que si  $\frac{a}{b} = c$  entonces  $a = b.c$ , de modo que si  $b = 0$  tendremos

$\frac{a}{0} = c$  y por definición sería  $a = 0.c$ , y no hay valor posible para  $c$  tal que al multiplicarlo por cero nos permita obtener un resultado  $a$  distinto de cero.

Por otra parte, si además de ser cero el valor de  $b$  también lo es el valor de  $a$  tendríamos  $\frac{0}{0} = c$  por definición tendríamos que  $0 = 0.c$ , en este caso el valor de  $c$  puede ser cualquiera, decimos que el resultado es indeterminado.

**\*Recuerda que cero es el único número real que no tiene recíproco.**

**\*Recuerda que** si  $a \neq 0$  entonces  $a^{-1} = \frac{1}{a}$

## Ejercicio 7

Sustituye el símbolo  $\square$  por  $=$  ó  $\neq$  para que la expresión resulte verdadera para todos los números reales  $a, b, c, d$ , siempre que las expresiones estén definidas (todo denominador es distinto a cero):

$$\begin{array}{lll} a) \frac{ab + ac}{a} \quad \square \quad b + ac & b) \quad \frac{ab + ac}{a} \quad \square \quad c & c) \quad \frac{b+c}{a} \quad \frac{b}{a} + \frac{c}{a} \quad \square \\ d) (a : b) : c \quad \square : (b : c) & e) (a - b) - c \quad a - (\square c) & f) \frac{a-b}{b-a} \quad -1 \quad \square \end{array}$$

## Ejercicio 8

Resuelve sin utilizar calculadora y escribe el resultado exacto:

$$a) \frac{\frac{1}{3} + \frac{8}{24}}{\frac{5}{6}} =$$

$$b) \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{8} + \frac{2}{5}} =$$

$$c) 1 - \frac{4}{5} : \frac{2}{15} + \frac{3}{8} \left( -\frac{2}{9} \right) - \frac{11}{12} =$$

$$d) \left[ \frac{p}{q} + \frac{p}{q} : \left( -\frac{h}{h} \right) \right]^6 = \quad \text{Sabiendo que } q \neq 0 \quad y \quad h \neq 0$$

## Ejercicio 9

Explica qué ocurre con el valor de la fracción  $\frac{1}{x}$  a medida que:

- a)  $x$  toma valores cada vez mayores

- b)  $x$  toma valores negativos que se alejan cada vez más de cero
- c)  $x$  se aproxima cada vez más a cero.
- d) ¿Obtienes la misma conclusión si te acercas a cero por los valores positivos que por los negativos? Justifica

## DESIGUALDADES

Recordemos, como dijimos más arriba, que  $a < b$  si  $a - b < 0$

- Si  $a$  y  $b$  son dos números reales, sólo una de las expresiones siguientes es verdadera:  
 $a = b$       ó       $a > b$       ó       $a < b$
- Si  $a < b$  y  $b < c$  entonces  $a < c$  (propiedad transitiva de la desigualdad)
- Si sumamos a ambos miembros de una desigualdad un mismo número, el sentido de la desigualdad se mantiene: si  $a < b$  entonces  $a + c < b + c$
- Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un mismo número, la desigualdad se mantiene si el número es positivo, y cambia si el número es negativo  
 Si  $a < b$  entonces  $a \cdot c < b \cdot c$  si  $c > 0$   
 $a \cdot c > b \cdot c$  si  $c < 0$

### Ejercicio 10

Describe qué sucede con el valor de  $\frac{x+3}{4-x}$ . (Para ayudarte puedes confeccionar una tabla de valores)

a) cuando  $x > 4$ , y  $x$  se aproxima cada vez más a 4.....

.....

b) cuando  $x < 4$ , y  $x$  se aproxima cada vez más a 4.....

.....

### Ejercicio 11

Responde con verdadero o falso y justifica tu respuesta:

(Recuerda que para demostrar que una expresión es falsa basta encontrar un contraejemplo)

a) Si  $a < b \Rightarrow -a < -b$  .....

b) Si  $\frac{3}{a} < 1 \Rightarrow 3 < a$  .....

- c) Si  $a < b \Rightarrow \frac{a}{b} < 1$  .....
- d) Si  $a < b \Rightarrow a - 4 < b - 4$  .....
- e) Si  $a.b > 0 \Rightarrow a > 0 \wedge b > 0$  .....
- f)  $a.b < 0 \Leftrightarrow a > 0 \wedge b < 0$  .....
- g)  $a < 0 \wedge b > 0 \Rightarrow ab < 0$  .....

## Ejercicio 12

Escribe las siguientes proposiciones como desigualdades:

- a)  $x$  es positivo.....
- b)  $y$  es no negativo.....
- c) la suma entre  $x$  e  $y$  es un número negativo.....
- d)  $a$  es menor que  $-3$ .....
- e)  $b$  es mayor o igual que  $100$ .....
- f) el anterior de  $c$  es menor o igual que  $5$ .....
- g)  $a$  no es mayor que  $b$ .....
- h)  $c$  no es igual al producto de  $a$  por  $b$ .....
- i)  $x$  está comprendido entre  $-2$  y  $4$ .....
- j)  $x$  es a lo sumo  $8$ .....
- k)  $x$  está comprendido entre  $-2$  y  $4$  o es igual a  $4$ .....
- l)  $x$  es mayor que  $-5$  y menor que  $\frac{1}{2}$ .....
- m)  $x$  es mayor que  $-5$  o menor que  $\frac{1}{2}$ .....

## INTERVALOS

Si  $a < b$  llamamos intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre  $a$  y  $b$  ( $a$  y  $b$  se llaman extremos). Si los extremos pertenecen al intervalo es cerrado, si no pertenecen, el intervalo es abierto.

$$(a ; b) = \{ x / x \in R \wedge a < x < b \}$$



$$[a ; b] = \{ x / x \in R \wedge a \leq x \leq b \}$$



## Ejercicio 13

Expresa el intervalo en términos de desigualdades y grafícalo:

- a)  $(-2,6)$  .....
- b)  $[3,4)$  .....
- c)  $[-3,2]$  .....
- d)  $[5, \infty)$  .....

## Ejercicio 14

Expresa la desigualdad con notación de intervalo y grafícalo:

- a)  $x \leq 1$  .....
- b)  $-2 < x \leq 4$  .....
- c)  $x > 5$  .....
- d)  $1 \leq x \leq 7$  .....

## VALOR ABSOLUTO

Si  $x$  es un número real entonces el valor absoluto de  $x$  es :  $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

## Geométricamente está relacionado con el concepto de distancia.

El valor absoluto de un número representa la distancia de ese número al cero.

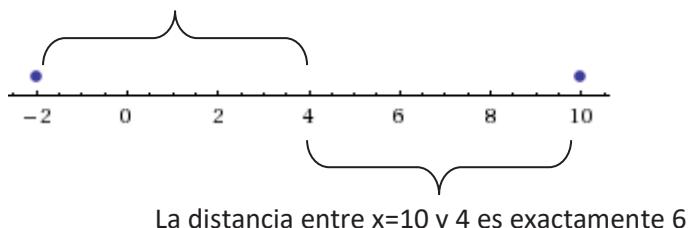
En el caso que calculemos la distancia entre dos números (siendo ninguno de ellos el cero), por ejemplo, entre el número 3 y el número 12 la distancia es evidentemente 9 (corroborar geométricamente). Resulta de calcular  $|12-3|=|9|=9$ , o lo que es lo mismo  $|3-12|=|-9|=9$  (aplicando la definición de valor absoluto). Luego la distancia entre  $a$  y  $b$  se puede expresar como  $|b-a|=|a-b|$ .

Analizar el caso en que  $a=3$  y  $b=-7$  y comprobar geométricamente.

Si tenemos  $|x-4|=6$  significa que la distancia entre un “x” cualquiera y 4 es exactamente 6. Es decir,  $x = -2$  y  $x = 10$  son los valores numéricos que hacen verdadera a la expresión anterior.

Veamos esto representado en la recta numérica:

La distancia entre  $x=-2$  y 4 es exactamente 6



La distancia entre  $x=10$  y 4 es exactamente 6

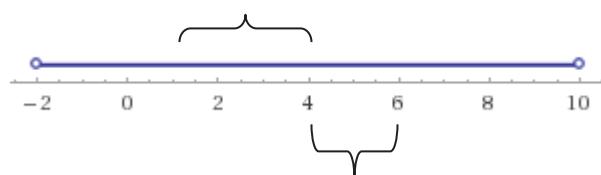
### Importante:

Si tenemos  $|x+4|=|x-(-4)|=6$  significa que la distancia entre un “x” cualquiera y -4 es exactamente 6

Si en cambio tenemos  $|x-4| < 6$  significa que la distancia entre un “x” cualquiera y 4 es menor a 6. Es decir, los valores que toma “x” ya no son  $x = -2$  y  $x = 10$  sino los que hacen verdadera la expresión anterior, son los comprendidos entre -2 y 10 es decir  $-2 < x < 10$

Veamos esto representado en la recta numérica:

Por ejemplo, si  $x=1$  la distancia entre 1 y 4 vale 3 es decir resulta menor a 6



Si por ejemplo  $x = 6$  la distancia entre 6 y 4 vale 2 es decir menor a 6

### Propiedades del valor absoluto:

- 1.-  $|a| \geq 0$
- 2.-  $|a| = |-a|$
- 3.-  $|ab| = |a| \cdot |b|$
- 4.-  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad b \neq 0$
- 5.-  $|a+b| \leq |a| + |b|$
- 6.-  $|a-b| \geq |a| - |b|$
- 7.-  $|x| < a \wedge a > 0 \Leftrightarrow -a < x < a$
- 8.-  $|x| > a \wedge a > 0 \Leftrightarrow x > a \vee x < -a$

## Ejercicio 15

Evalúa cada una de las expresiones:

- a)  $|100| = \dots$
- b)  $|-3| = \dots$
- c)  $\|-6| - |-2| = \dots$
- d)  $|-2 + |2|| = \dots$
- e)  $3 + |-2| = \dots$
- f)  $-1 - |1 - |-1|| = \dots$
- g)  $\frac{1}{|-1|} = \dots$
- h)  $|3 - \pi| = \dots$
- i)  $|\sqrt{3} - 2| = \dots$

## Ejercicio 16

Escribe las siguientes proposiciones como desigualdades:

- a) el módulo de  $t$ , menos 2 es menor que 50 .....
- b) la distancia máxima de  $x$  a 3 es 5 .....
- c)  $x$  está al menos a 2 unidades de 3 .....

## Ejercicio 17

Escribe la expresión sin utilizar los símbolos del valor absoluto:

- a)  $|x| \quad \text{si } x \text{ es negativo} \dots$
- b)  $|-x| \quad \text{si } x \text{ es negativo} \dots$
- c)  $|x-2| \quad \text{si } x < 2 \dots$

d)  $|x - 2|$  si  $x = 2$  .....

e)  $|5 - x|$  si  $x > 5$  .....

f)  $|5 - x|$  si  $x < 5$  .....

## EXPONENTES Y RADICALES

Así como podemos reemplazar a la suma de  $n$  términos de  $x$  por  $n \cdot x$ :  $\underbrace{x + x + x + \dots}_{n \text{ términos}} = n \cdot x$

Podemos reemplazar el producto de  $n$  factores de  $x$  por  $x^n$ :  $\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot \dots}_{n \text{ factores}} = x^n$

$n$  es el exponente, y  $x$  es la base, al resultado obtenido lo llamamos potencia.

### Propiedades de la potenciación

a)  $x^m \cdot x^n = x^{(m+n)}$

b)  $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$

c)  $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$

d)  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$

e)  $\frac{x^m}{x^n} = x^{(m-n)}$

### Ejercicio 18

Evalúa:

a)  $3^4 = \dots$  b)  $3^{-4} = \dots$  c)  $-3^4 = \dots$

.d)  $(-3)^4 = \dots$  e)  $(-3)^{-4} = \dots$  f)  $\frac{2^3}{5} = \dots$

g)  $\frac{2^{-3}}{5} = \dots$  h)  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \dots$  i)  $-\frac{2^3}{5} = \dots$

j)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \dots$  k)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \dots$  l)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^0 = \dots$

m)  $(-1)^{-1} = \dots$  n)  $1^{-1} = \dots$  o)  $-(-1)^{-1} = \dots$

p)  $2^{-1} - 2^1 = \dots$  q)  $\frac{2^{-2}}{3^{-3}} = \dots$  r)  $\frac{2^{-1} - 3^{-1}}{2^{-1} + 3^{-1}} = \dots$

s)  $\frac{(-1)^5 - 2^6}{(-1)^{-1}} = \dots$  t)  $\frac{0^1}{1^0} = \dots$

## NOTACIÓN CIENTÍFICA

En la ciencia es común trabajar con números muy grandes o muy chicos. Por ejemplo, el diámetro de un glóbulo rojo es 0,0065 cm., la distancia de la tierra al sol es 150.000.000 Km., y el número de moléculas en 1 g de agua es 33.400.000.000.000.000.000.

Resulta complicado trabajar con números tan largos, de modo que estas medidas suelen expresarse recurriendo a una forma abreviada llamada notación científica.

Esta forma de escritura recurre a los exponentes enteros.

Cada cero en los números del ejemplo representa una potencia de 10, por ejemplo el número 100 representa dos múltiplos de 10. en la notación científica 100 puede ser escrito como 1 por 2 múltiplos de 10:  $100 = 1 \times 10^2$ .

Diremos que la *notación científica* toma la forma:

$$a \cdot 10^n, \text{ donde } 1 \leq |a| < 10 \text{ y } n \text{ es un número entero}$$

En el que el exponente sobre el 10 (2 en el ejemplo de arriba) indica cuántos lugares hay que mover el decimal del coeficiente (el 1 en el ejemplo de arriba) para obtener el número original. En nuestro ejemplo, el exponente 2 nos dice que hay que mover el decimal a la derecha dos lugares para generar el número original.

La notación científica también puede ser usada cuando el coeficiente es un número distinto a 1, por ejemplo:

$$5.7 \times 10^6 = 5\underset{\substack{\text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \\ \text{4} \\ \text{5} \\ \text{6}}}{7}00000$$

Cuando la notación científica se usa con número menores a 1, el exponente sobre el 10 es negativo, y la coma se mueve hacia la izquierda:

$$6.5 \times 10^{-3} = 0\underset{\substack{\text{-3} \\ \text{-2} \\ \text{-1}}}{,}0065$$

Por consiguiente, usando la notación científica:

- ✓ el diámetro de un glóbulo rojo: 0,0065 cm. =  $6,5 \times 10^{-3}$
- ✓ la distancia de la tierra al sol: 150.000.000 Km. =  $1,5 \times 10^8$
- ✓ el número de moléculas en 1g de agua: 33.400.000.000.000.000.000 =  $3,34 \times 10^{22}$

### Ejercicio 19

Escribe los números dados en notación científica:

a)  $403000 =$

b)  $1000000 =$

c)  $0,0000234 =$

## Ejercicio 20

Escribe los números dados en forma decimal:

$$a) 98,7 \cdot 10^3 =$$

$$b) 135 \cdot 10^{-5} =$$

$$c) 4,02 \cdot 10^{10} =$$

## Ejercicio 21

Sin utilizar calculadora escribe la respuesta en notación científica

$$a) (200)^2 \cdot (30000000)^3 \cdot (0,00001)^5 = \quad b) \left[ (10000000)^{-1} \cdot (0,0000000001) \right]^{-1} =$$

$$c) \frac{(30000)^2}{(20000) \cdot (0,0001)^4} = \quad d) \frac{(200000)^{-5}}{(0,00003)^{-1} \cdot (400000)^{-6}} =$$

Sistema Internacional de Unidades o *Sistema Internacional (SI)* es una extensión y puesta al día del antiguo sistema métrico y fue adoptado en 1960. Se construye sobre siete unidades básicas que representan magnitudes físicas particulares:

Cantidad Física	Nombre	Símbolo
longitud	metro	m.
masa	kilogramo	Kg.
tiempo	segundo	s.
temperatura	grado kelvin	°K.
Cantidad de sustancia	mol	mol.
Corriente eléctrica	Ampere	A.
Intensidad luminosa	Candela	cd.

A partir de las unidades fundamentales y de las suplementarias se expresan las restantes unidades derivadas del SI

## Ejercicio 22

Efectúe las siguientes conversiones:

$$a.- 8 \text{ h} = \dots \text{ s.}$$

$$b.- 0,0200 \text{ mm} = \dots \text{ dm.}$$

$$c.- 2.600 \text{ dm}^3 = \dots \text{ l.}$$

$$d.- 1 \text{ dl} = \dots \text{ l.}$$

$$e.- 8 \text{ cm.} = \dots \text{ mm.}$$

$$f.- 5 \text{ Kg.} = \dots \text{ mg.}$$

$$g.- 9 \text{ m}^3 = \dots \text{ l.}$$

$$h.- 5 \text{ h} = \dots \text{ s.}$$

$$i.- 0,05 \text{ Km.} = \dots \text{ m.}$$

$$j.- 2 \text{ h } 5 \text{ m } 15 \text{ s} = \dots \text{ s.}$$

$$k.- 20 \text{ m/s} = \dots \text{ Km/h}$$

$$l.- 60 \text{ Km/h} = \dots \text{ m/s.}$$

## Ejercicio 23

Resuelve los siguientes problemas:

- El Pionner 10 es una sonda del espacio profundo, demoró 20 meses para viajar de Marte a Júpiter. Si la distancia de Marte a Júpiter es de 998 millones de kilómetros, obtén la velocidad promedio del Pionner 10 en kilómetros por hora (supón que hay 30,4 días en un mes). Expresa el resultado utilizando notación científica
- Los futuros computadores podrán ser fotónicos, es decir, operados por señales de luz, en lugar de electrónicos. La velocidad de la luz ( $3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$ ) será un factor limitante para el tamaño y la velocidad de tales computadores. Supón que una señal debe ir de un elemento de un computador fotónico a otro en un nanosegundo ( $10^{-9} \text{ s}$ ) ¿Cuál es la distancia máxima posible, expresada en centímetros, entre estos dos computadores? Expresa el resultado utilizando notación científica.
- La capacidad de almacenamiento de un computador se describe en kilobytes, donde 1k representa a un kilobyte (aproximadamente 1000 bytes) de memoria. Si se requiere un byte para representar un solo símbolo como una letra, un número, un signo de puntuación ¿cuántos símbolos, aproximadamente, es capaz de almacenar un computador de 512 k? Expresa el resultado a) en forma decimal, b) en notación científica.

## RADICALES

Las raíces de los números reales se definen como

Donde  $n$  es el índice de la raíz, y  $x$  es el radicando.

$$\sqrt[n]{x} = r \Leftrightarrow r^n = x$$

Si  $n$  es impar obtendremos un resultado único para cualquier valor de  $x$  perteneciente a los reales.  
Si  $n$  es par y  $x$  positivo se considera como solución a la positiva, es decir:

**La raíz enésima de  $x$  es el número positivo que elevado a la  $n$  da  $x$**

De modo que  $\sqrt[4]{4} = 2$

Si  $n$  es par y  $x$  es negativo el resultado NO ES UN NÚMERO REAL. Es decir  $\sqrt{-4}$  no pertenece al conjunto de los números reales.

Para cualquier número real  $x$  y para cualquier entero positivo  $n \wedge n \neq 1$  es:

De modo que  $x^{\frac{1}{n}}$  es otra forma de designar la raíz enésima de  $x$ .

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

Definimos entonces:  $x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \sqrt[n]{x^m}$

Si  $x > 0$ , se puede tomar cualquier combinación de signos para los valores  $m$  y  $n$ .

Si  $x < 0$  puede suceder que, para algunas combinaciones de signos de  $m$  y  $n$ , la expresión  $x^{\frac{1}{n}}$  no pertenece al conjunto de los números reales.

En particular se cumple que:

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(\sqrt{x})^2 = x \quad \text{si } x \geq 0$$

## Propiedades de los radicales

$\sqrt[n]{a}$  y  $\sqrt[n]{b}$  existen y son números reales, se cumple:

$$a) \sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$b) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \text{si } b \neq 0$$

$$c) \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a} \quad \text{si } a \geq 0$$

## Ejercicio 24

Evalúa:

$$a) \sqrt[3]{-125} = \quad b) \sqrt{25a^2} = \quad c) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} = \quad d) (\sqrt{b})^2 = \quad (b > 0)$$

$$e) \left(\frac{1}{64}\right)^{1/2} = \quad f) (-8)^{-1/3} = \quad g) \sqrt{h^2} = \quad (h < 0)$$

$$h) (25)^{-1/2} = \quad i) \frac{3^{1/2}}{4} = \quad j) \left(\frac{3}{4}\right)^{1/2} =$$

## Ejercicio 25

Expresa cada uno de los siguientes radicales como una potencia de exponente fraccionario:

a)  $\sqrt[5]{x^3} = \dots$

b)  $\sqrt{x \cdot y} = \dots$

c)  $\sqrt[4]{\frac{1}{5}} = \dots$

d)  $\sqrt[3]{(x \cdot y)^2} = \dots$

## Ejercicio 26

Realiza las operaciones y expresa la respuesta en la forma más simple posible, utilizando sólo exponente positivo:

a)  $(4x^{1/2})(3x^{1/3}) = \dots$  b)  $(-5x)x^{5/3} = \dots$

c)  $x^{1/2}x^{1/4}x^{1/8} = \dots$  d)  $(b^2b^4)^{1/4} = \dots$

## Operaciones entre radicales.

### Suma y resta

Dos números reales cualesquiera se pueden sumar. Por ejemplo la suma entre 5 y  $\sqrt{3}$  se puede expresar como  $5 + \sqrt{3}$ . Esta suma no se puede simplificar.

Pero cuando estamos en presencia de radicales semejantes (con igual índice y radicando) es posible aplicar factor común (propiedad distributiva) para simplificar una suma o resta.

#### Ejemplos:

1)  $3\sqrt{5} + 8\sqrt{5} - \sqrt{5} = (3+8-1)\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$  Al extraer factor común  $\sqrt{5}$  es posible sumar y restar los coeficientes. (En la unidad 2 trabajaremos más con factor común, que es la propiedad distributiva usada para convertir de una suma a una multiplicación)

2)  $6\sqrt{5} - 7\sqrt{2}$  No tienen ningún factor común, la expresión no puede simplificarse más.

En algunos casos es necesario primero simplificar los radicales dados, para decidir si existen radicales semejantes.

Para resolver

3)  $3\sqrt{8} - 7\sqrt{2} + \sqrt{32}$  primero debemos simplificar aquellos radicales que se puedan, extrayendo factores.

$$= 3\sqrt{2^3} - 7\sqrt{2} + \sqrt{2^5} = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2^2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

Ahora sí, que queda bien explícito que los radicales son semejantes, procedemos a sacar factor común  $\sqrt{2}$

$$= (6 - 7 + 4)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Otro ejemplo:

4)  $3\sqrt{27} + \sqrt{80} - \sqrt{108} + 4\sqrt{75} - \sqrt{5} =$  primero simplificamos los radicales para saber si existen radicales semejantes

$$3\sqrt{3 \cdot 9} + \sqrt{5 \cdot 16} - \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 3} + 4\sqrt{3 \cdot 25} - \sqrt{5} = 3 \cdot 3\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 5\sqrt{3} - \sqrt{5} = \text{ o también}$$

$$3\sqrt{3^3} + \sqrt{2^4 \cdot 5} - \sqrt{2^2 \cdot 3^3} + 4\sqrt{3 \cdot 5^2} - \sqrt{5} = 3 \cdot 3\sqrt{3} + 2^2 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 5\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

Realizamos luego, los productos en los coeficientes

$$= 9\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{3} + 20\sqrt{3} - \sqrt{5} = \text{ ahora podemos observar que algunos términos tienen el radical } \sqrt{3} \text{ y otros } \sqrt{5}$$

Procedemos a sacar como factor común esos radicales entre los términos que los contienen.

$$= (9 - 6 + 20)\sqrt{3} + (4 - 1)\sqrt{5} = 23\sqrt{3} + 3\sqrt{5} \quad \text{y este es el resultado final.}$$

## Multiplicación y división de radicales

Si los radicales a multiplicar o dividir tienen el mismo índice, debes aplicar propiedad distributiva y multiplicar los radicandos.

Ejemplos:

1)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

2)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 6} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

3)  $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{12 \cdot 9} = \sqrt[3]{108} =$  es posible que el radical resultante se pueda simplificar, si es así, factoremos y extraemos factores.

$$\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3} = 3 \cdot \sqrt[3]{4} \quad \text{que es el resultado final}$$

$$2) \frac{12\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = \frac{12}{3} \sqrt{\frac{6}{3}} = 4\sqrt{2}$$

En algunos casos vas a necesitar racionalizar el denominador, procedimiento que encontrarás más adelante

Si los radicales tienen distinto índice, es necesario escribirlos con un índice común, procedimiento que no revisaremos en este curso.

## Ejercicio 27

Realiza las siguientes operaciones (sugerencia importante: a partir de acá resolver luego de enseñar polinomios)

$$a) (1 + \sqrt{2})^2 - 3\sqrt{2} =$$

$$b) (\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) =$$

$$c) 5 + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{25} + 3\sqrt{125} =$$

$$d) \frac{2}{3}\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{9} + \sqrt{6} =$$

$$e) 3 \cdot 4^{1/3} - \sqrt[3]{32} =$$

$$f) \frac{\sqrt[4]{48}}{2} - \frac{\sqrt[4]{3}}{2} - \sqrt[4]{243} =$$

$$h) (\sqrt{2} - 1)^3 - \sqrt{2}(3 + \sqrt{2})$$

$$i) \sqrt{5} \cdot \left( 3\sqrt{5} - \frac{1}{2} \right) + \sqrt{20} =$$

## Ejercicio 28

Calcula la diagonal de un cuadrado de lado  $2\sqrt{3}$

## Ejercicio 29

Responde verdadero o falso y justifica tu respuesta (Supón que todas las variables representan números positivos):

a)  $\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x} + \sqrt{y}$  .....

b)  $5\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = 5\left|\frac{a}{b}\right| \quad b \neq 0$  .....

c)  $x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{2}{3}} = 1$  .....

d)  $(t^2 + 16)^{\frac{1}{2}} = t + 4$  .....

e)  $x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$  .....

f)  $\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{2}}} = x$  .....

g)  $36 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 6\sqrt{x}$  .....

h)  $(-2)^{-1} \cdot (-2)^{-1} = \frac{1}{4}$  .....

i)  $\left[(-9)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = -9$  .....

j)  $\left[(-9)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 9$  .....

## Racionalización de denominadores

Racionalizar significa quitar los irracionales del denominador.

El método de racionalización consiste en multiplicar la fracción por 1, pero expresado de manera conveniente, para qué al multiplicar los denominadores, se simplifique y “desaparezca” la raíz del denominador.

Veamos algunas alternativas

a)  $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  se multiplica y divide por el mismo radical

b)  $\frac{1}{\sqrt[5]{7}} = \frac{1}{\sqrt[5]{7}} \cdot \frac{\sqrt[5]{7^4}}{\sqrt[5]{7^4}} = \frac{\sqrt[5]{7^4}}{\sqrt[5]{7 \cdot 7^4}} = \frac{\sqrt[5]{7^4}}{\sqrt[5]{7^5}} = \frac{\sqrt[5]{7^4}}{7}$  se multiplica y divide por un radical con el mismo

índice pero que el radicando tenga como exponente la diferencia entre el índice y el exponente del radicando dado, en este caso  $5 - 1 = 4$

c)  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y}$  se multiplica y divide por un binomio conjugado al dado, tiene un término igual y otro opuesto, para luego poder aplicar la propiedad de diferencia de cuadrados y conseguir simplificar la raíz.

## Ejercicio 30

Racionaliza:

a)  $\frac{1}{\sqrt{3}} =$       b)  $\frac{2}{\sqrt{2y}} =$       c)  $\frac{y}{\sqrt[6]{y^5}} =$       d)  $\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} =$       e)  $\frac{4}{2 - \sqrt{2+x}} =$

f)  $\frac{43}{\sqrt{2} - 3\sqrt{5}} =$       g)  $\frac{x-9}{\sqrt{x}-3} =$

## NÚMEROS COMPLEJOS

Cada ampliación del campo numérico supone la introducción de nuevos números que hacen posibles operaciones que hasta entonces carecían de sentido, por no estar definidas.

La necesidad de restar  $3 - 5$ , por ejemplo, impuso la creación de los números negativos, pasando así de  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Z}$ . El tener que dividir  $8$  por  $5$ , por ejemplo, justificó la creación de los números racionales, pasando de  $\mathbb{Z}$  a  $\mathbb{Q}$ .

La necesidad de expresar ciertas medidas como, por ejemplo, la medida de la diagonal de un cuadrado de lado una unidad ( $1$ ), justificó la admisión de los números irracionales en el campo numérico, que pasó de  $\mathbb{Q}$  a  $\mathbb{R}$ .

Ahora nos enfrentamos a la imposibilidad de extraer raíces cuadradas (o en general de índice par) de números negativos, que aparecen al resolver algunas ecuaciones de segundo grado. Deberemos admitir como válidos nuevos números.

## Surgen nuevos números

Intentemos resolver la ecuación  $x^2 + 1 = 0$  resulta  $x^2 = -1$  entonces  $x = \pm\sqrt{-1}$

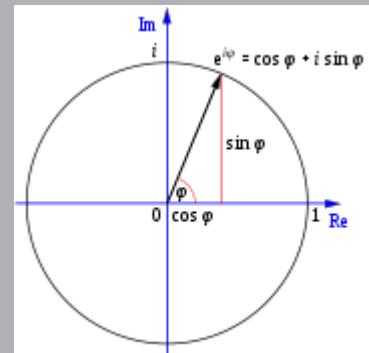
No existe un número real, ni positivo, ni negativo que elevado al cuadrado sea un número negativo. Esta operación no tenía resultado, los matemáticos inventaron, entonces, un nuevo número que precisamente tuviera esta condición, su cuadrado es -1. Le pusieron el nombre de  $i$ .

$$i^2 = -1 \rightarrow i = \sqrt{-1}$$

**Nota histórica:** la notación correspondiente a los números imaginarios se debe a Euler, quien a su vez descubrió una fórmula que lleva su nombre, como se observa en la figura de abajo, de múltiples aplicaciones en el campo de la ciencia.

Leonhard Euler (1707-1783)

- La simbología se debe a él, quien además de hacer importantes contribuciones a casi todas las ramas de las matemáticas, fue uno de los primeros en aplicar el cálculo a problemas de la vida real en la Física. Sus extensos escritos publicados incluyen temas como construcción de barcos, acústica, óptica, astronomía, mecánica y magnetismo.



Al crear este nuevo número, inmediatamente surgieron otros:

Ya que al resolver la ecuación  $x^2 + 9 = 0$  resulta  $x^2 = -9$  entonces  $x = \pm\sqrt{-9} = \pm\sqrt{9}\sqrt{-1} = \pm 3i$

En nuestro conjunto de números debemos admitir números de la forma: **(número real).i**

Por ejemplo:  $2i$ ,  $-4i$ ,  $\frac{11}{5}i$ ,  $\sqrt{7}i$  .....

Al resolver ecuaciones cuadráticas del estilo de:  $x^2 - 4x + 13 = 0$

Aplicamos la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas y resulta:

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-52}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}\sqrt{-1}}{2} = \frac{4 \pm 6i}{2} = 2 \pm 3i$$

Obtenemos así dos soluciones:  $2 + 3i$  y  $2 - 3i$ .

Debemos entonces ampliar nuestro nuevo conjunto de números, para incluir a aquellos de la forma:

$$(número real) + (número real).i .$$

Por ejemplo:  $2-5i$ ,  $3+\frac{2}{7}i$ ,  $\sqrt{2}+\sqrt{3}i$ , ....

## Definiciones

A los números de la forma  $a + bi$  donde  $a$  y  $b$  son números reales e  $i = \sqrt{-1}$  se les llama **números complejos**.

Al conjunto de todos los números complejos se lo designa con la letra  $C$

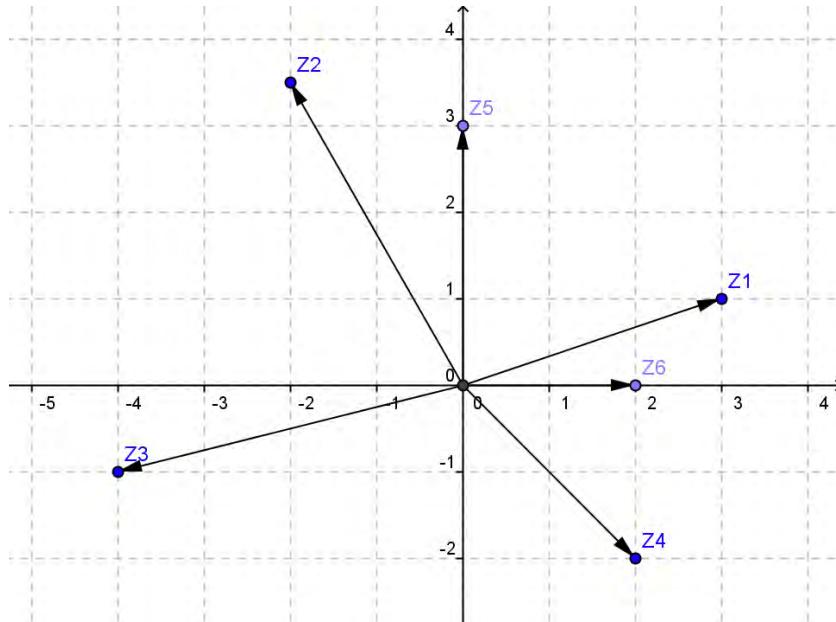
En un número complejo  $Z = a + bi$  a “ $a$ ” se le llama parte real  $\text{Re}(Z)$  y a “ $b$ ” parte imaginaria  $\text{Im}(Z)$ . Nota que tanto la parte real como la parte imaginaria son números reales.

Esta forma de expresar un número complejo se llama **forma binómica**, existen otras formas de expresarlos, pero no las trabajaremos en este curso.

Los números complejos se representan en un plano (llamado plano de Gauss) a partir de sus dos componentes, el eje horizontal es el eje real y el vertical es el eje imaginario. Se representa mediante un **vector** donde el origen coincide con el origen de coordenadas y el extremo es el punto cuyas componentes son respectivamente la parte real e imaginaria del complejo del complejo.

En el gráfico siguiente te mostramos la representación gráfica de los complejos:

$$Z_1 = 3 + i, Z_2 = -2 + 3,5i, Z_3 = -4 - i, Z_4 = 2 - 2i, Z_5 = 3i \text{ y } Z_6 = 2$$



Observa que si  $b = 0$ , el número complejo solo tiene parte real. Por lo tanto, los números reales forman parte de los números complejos.  $Z_6$  es un ejemplo de complejo real.

Todos los complejos reales se representan sobre el eje real.

Al número  $i$  se le llama **unidad imaginaria**.

A los números complejos de la forma  $bi$  ( $a = 0$ ) se los llama **imaginarios puros**. Sólo tienen parte imaginaria, la parte real es 0.  $25i$  es un ejemplo de complejo imaginario puro. Se los representa sobre el eje imaginario (Eje vertical)

$3, -\frac{9}{7}, 43\sqrt{2}$  son complejos reales

$5i, -7i, -\frac{2}{7}i, -3\sqrt{2}i$  son complejos imaginarios puros.

La distancia que separa el punto que representa al número complejo con la intersección de los dos ejes, se lo llama **módulo del número complejo**.

Aplicando el teorema de Pitágoras, se lo calcula como  $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

El módulo de un número complejo es un número real y al ser una distancia siempre es positivo o 0.

Dos números complejos son iguales si y solo si tienen la misma parte real y la misma parte imaginaria.

## Ejercicio 31

Señala en cada caso la opción correcta:

- $\sqrt[3]{-27} =$       a)  $-3$       b)  $3$       c)  $\pm 3$       d)  $|3|$
- $9^{1/2} =$       a)  $3$       b)  $|3|$       c)  $4,5$       d) Es un complejo no real
- Si  $F = \sqrt{-64}$ , entonces    a)  $F$  es entero    b)  $F$  es un complejo no real    c)  $F=8$

## Operaciones con números complejos

### Suma:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Se suman las partes reales para obtener la parte real y se suman las partes imaginarias para obtener la parte imaginaria.

Ejemplo:  $(2 - 6i) + \left(3 + \frac{6}{5}i\right) = (2 + 3) + \left(-6 + \frac{6}{5}\right)i = 5 - \frac{24}{5}i$

### Resta:

Primero presentamos la siguiente definición:

### Complejos opuestos:

Dos números complejos son opuestos si y solo si tienen la parte real opuesta y la parte imaginaria también opuesta.

El opuesto de  $z = a + bi$  es  $-z = -a - bi$

**Ejemplo:** El opuesto de  $z = 4 - 2i$  es  $-z = -4 + 2i$

Representa en un mismo gráfico un número complejo y su opuesto. ¿Qué conclusión puedes extraer?.....

Para restar dos números complejos sumamos el minuendo con el opuesto del sustraendo.

$$Z_1 - Z_2 = Z_1 + (-Z_2) = (a + bi) - (c + di) = (a + bi) + (-c - di) = (a - c) + (b - d)i$$

En definitiva, se restan las partes reales para obtener la parte real y se restan las partes imaginarias para obtener la parte imaginaria de la resta o diferencia.

## Ejercicio 32

Resuelve las siguientes operaciones con números complejos:

a)  $(2+8i)+(-5+7i)-(1-9i) =$

b)  $(-14-20i) - (-1-i) + (1+i) =$

c)  $(-2-6i) - (-3-7i) + 4i - (-3i) =$

d)  $-2-3i - (-4+9i) - [(1-2i) + (2-4i)] =$

e)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{3} + i\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{3} + i\right) + (\sqrt{5} + i) + (\sqrt{5} - i) =$

f)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{7}}{3}i\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{7}}{3}i\right) =$

## Ejercicio 33

Dados los números complejos  $Z_1 = a + 4bi$  y  $Z_2 = -3 - 5ai$ , hallar los valores reales de a y b, tal que la suma entre ellos resulte igual a :  $Z = -10 - 2i$

## Ejercicio 34

Calcula los valores reales de h y j tal que :  $(h + 5i) + (\frac{1}{2} - ji) = 3 + 5i$ .

## Multiplicación:

Para resolverla aplicamos la propiedad distributiva:

$$(a + bi) \cdot (c + di) = a.c + a.d.i + b.c.i + b.d.i^2 = \quad \text{como } i^2 = -1$$

$$a.c + a.di + b.c.i + b.d.(-1) = a.c - b.d + a.di + b.c.i = (a.c - b.d) + (a.d + b.c)i$$

**Ejemplo:**

$$(3+4i).(-2+3i) = -6 + 9i - 8i + 12i^2 = -6 + i - 12 = -18 + i$$

## Ejercicio 35

Multiplica los siguientes números complejos:

a)  $(-3 + 7i) \cdot \left(\frac{1}{2} - 5i\right) =$

e)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i\right) \cdot \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}i\right) =$

b)  $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}i\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}i\right) \cdot (-4 + 2i) =$

f)  $(2 + \sqrt{3}i) \cdot (-5 - \sqrt{2}i) \cdot (-5 + \sqrt{2}i) =$

c)  $(2\sqrt{6} + 5i) \cdot (-\sqrt{3} + \sqrt{2}i) =$

g)  $-4i \cdot (-2 + i) =$

d)  $(2-3i) \cdot (2-3i) =$

h)  $\left(\sqrt{5} - \frac{1}{4}i\right) \left(\sqrt{5} + \frac{1}{4}i\right) =$

## Ejercicio 36

Determina el valor real de  $a$  para que el número complejo  
 $Z = (8 + ai) \cdot (a - 8i)$  sea un número imaginario puro .

## CONJUGADO DE UN NÚMERO COMPLEJO:

El conjugado de un número complejo  $Z = a + bi$  es otro complejo de la forma  $\bar{Z} = a - bi$ .

Dos números complejos conjugados tienen la misma parte real y parte imaginaria opuesta

Ejemplo: El conjugado de  $Z = -4 + \frac{3}{2}i$  es  $\bar{Z} = -4 - \frac{3}{2}i$

Representa en un mismo gráfico un número complejo y su conjugado. ¿Qué conclusión puedes formular?.....

### Propiedad:

El producto de un número complejo y su conjugado es un número real no negativo

$$Z \cdot \bar{Z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 - abi + abi - b^2i^2 = a^2 + b^2 = |Z|^2$$

Vuelve a mirar el ejercicio 35 h .

Aplicaremos esta propiedad para dividir dos números complejos.

### División:

Intentemos dividir  $\frac{26-13i}{3+2i}$ .

Si multiplicamos dividendo y divisor por  $3-2i$  (el conjugado del divisor), el resultado no se altera y, además, como denominador se obtiene un número real, de acuerdo a la propiedad anterior:

$$\frac{26-13i}{3+2i} = \frac{(26-13i).(3-2i)}{(3+2i).(3-2i)} = \frac{78-52i-39i+26i^2}{9-4i^2} = \frac{78-26-52i-39i}{9+4} = \frac{52-91i}{13} = 4-7i$$

Obteniendo así el resultado.

Verifica la división anterior multiplicando el cociente por el divisor.

En general:  $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi).(c-di)}{(c+di).(c-di)} = \frac{a.c+b.d+bci-adi}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$

Otro ejemplo:  $\frac{1+3i}{2-i} = \frac{(1+3i).(2+i)}{(2-i).(2+i)} = \frac{2-3+i+6i}{2^2+1^2} = \frac{-1}{5} + \frac{7}{5}i$

### Ejercicio 37

Divide los siguientes números complejos:

a)  $(1+3i) : (3-2i) =$

c)  $(-2+1/3i) : (-1+i) =$

b)  $(-5+i) : (2i) =$

d)  $(2+\sqrt{3}i) : (2-\sqrt{3}i) =$

### Ejercicio 38:

Resolver:  $\frac{3i(-2i+1)}{-1+3i} =$

### Potencias de la unidad imaginaria

Estudiaremos ahora las potencias sucesivas de la unidad imaginaria  $i$ :

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^2 \cdot i^4 = -1 \cdot 1 = -1$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$i^9 = i^8 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

Al ser  $i^4 = 1$  observamos que las potencias se repiten, obteniendo los valores  $1, i, -1, -i$

Así,  $i^{14} = i^4 \cdot i^4 \cdot i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-1) = -1$

Entonces para obtener una potencia de  $i$  con exponente más grande, lo dividimos por 4.

Por ejemplo para calcular  $i^{127}$  dividimos 127 por 4, el cociente es 31 y el resto 3. Entonces:

$$i^{127} = i^{31 \cdot 4 + 3} = (i^4)^{31} \cdot i^3 = 1^{31} \cdot (-i) = 1 \cdot (-i) = -i$$

Entonces resulta qué al elevar  $i$  a un número entero, la potencia es igual a la que se obtiene elevando  $i$  al resto de dividir el exponente por 4.

En nuestro ejemplo:

$$i^{127} = i^3 \quad 3 \text{ es el resto de dividir } 127 \text{ por } 4.$$

Resuelve ahora:

$$i^{63} = \qquad \qquad \qquad i^{83} =$$

$$i^{26} = \qquad \qquad \qquad i^{20} =$$

$$i^{33} = \qquad \qquad \qquad i^{-2} =$$

### Ejercicio 39

Dados  $Z_1 = -3 + i$ ,  $Z_2 = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}i$ ,  $Z_3 = \frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}i$ ,

Resolver

a)  $Z_1^2 =$       b)  $Z_1^{-1} =$       c)  $(Z_1 + Z_2) \cdot i =$       d)  $(2 \cdot Z_3)^2 =$

### Ejercicio 40

Dado el complejo  $Z = 3 - 3i$ , se pide :

a) Hallar el producto entre  $Z$  y  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ .

b) Dividir  $Z$  por el conjugado de  $-6 - i$ .

c) Restar  $Z$  del cuadrado de su opuesto.

d) Representar los números complejos resultados de las tres partes.

## Ejercicio 41

Resolver las siguientes operaciones con números complejos:

$$\text{a) } \frac{(-2i)^2 \cdot (4-2i)}{1-5i} =$$

$$\text{b) } \frac{(1-i^7)-(2-3i^9)}{(1-2i)^2} =$$

$$\text{c) } \frac{i^{21} \cdot (2+i^{32}) - (-i)i^{40} + (6-i)^2}{i^7} =$$

$$\text{d) } \left( \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{3} i \right)^2 =$$

## Ejercicio 42

Resolver los siguientes cálculos y contestar la consigna pedida en algunos de ellos:

$$\text{a) } (\sqrt{2}-3i)^2 - (3-i)(3+i) + 3\sqrt{2}i = \quad \text{Representa su opuesto.}$$

$$\text{b) } \left( \frac{3+i}{1-i} \right)^{-1} + i^{71} = \quad \text{Representa su conjugado.}$$

$$\text{c) } \sqrt{-36} + \frac{1}{2}i - \sqrt[3]{-27} = \quad .$$

$$\text{d) } \left( \frac{\sqrt{2}-i}{i} + 4\sqrt{2}i \right)^2 = \quad \text{¿Qué complejo puedes sumarle para obtener un imaginario puro?}$$

$$\text{e) } \frac{2i}{(1-i)^2} + \frac{(1+i)^2}{2i} =$$

$$\text{f) } \left[ 4^{\frac{1}{3}} \cdot (\sqrt[3]{2}+i) - 4^{\frac{1}{3}}i \right]^{-2} = \quad \text{¿Qué puedes decir de su conjugado?}$$

Recomendamos para complementar los temas vistos en este capítulo que consulten el material disponible en MIEL MATERIAS INTERACTIVAS (<http://miel.unlam.edu.ar/>) . Entre ellos ponemos énfasis en los videos tutoriales, adjuntamos algunos links de acceso a los mismos:

<https://youtu.be/N27y71wfFFA>

<https://youtu.be/LxfiJs5fNfQ>

<https://youtu.be/JPDvjE9HUc8>

# MÓDULO 2

## EXPRESIONES ALGEBRAICAS POLINOMIOS

Un **polinomio de grado  $n$  en la variable  $x$**  es una expresión de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

Siendo:  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$   $\wedge$   $a_n \neq 0$  se los denomina **coeficientes**

$$n \in \mathbb{N}_0$$

**x** es la variable o indeterminada.

$a_n x^n; a_{n-1} x^{n-1}; a_{n-2} x^{n-2}; a_2 x^2; a_1 x^1; a_0 x^0$  son los **términos**

del polinomio

De acuerdo a la cantidad de términos el polinomio recibe diferentes denominaciones:

- Polinomio de un solo término no nulo: **MONOMIO**. Ejemplo:  $P(x) = 3x^4$
- Polinomio de dos términos no nulos: **BINOMIO**. Ejemplo:  $Q(x) = 2x^3 - 4$
- Polinomio de tres términos no nulos: **TRINOMIO**. Ejemplo:  $M(x) = 6x^5 + 2x - 4$
- Polinomio de cuatro términos no nulos: **CUATRINOMIO**.

**Ejemplo:**  $H(y) = 2y^3 + 3y^2 + y + 5$

$a_n$  se denomina **coeficiente principal**. Así en los ejemplos anteriores:

en  $P(x)$  es 3, en  $Q(x)$  es 2, en  $M(x)$  es 6, en  $H(y)$  es 2.

$a_0$  se denomina **coeficiente del término independiente**. Así en los ejemplos anteriores:

en  $P(x)$  es 0, en  $Q(x)$  es -4, en  $M(x)$  es -4, en  $H(y)$  es 5

### Polinomio nulo

Si todos los coeficientes valen cero tenemos entonces  $P(x) = 0$  al cual denominamos: **Polinomio Nulo**

## Polinomio normalizado

Si el coeficiente principal de un polinomio es 1 al polinomio se lo denomina Mónico o Normalizado.  
Ejemplos:

$$G(y) = y^3 + 4y^2 + \frac{2}{3}y + 5 \quad Q(x) = x - 6$$

## Grado del polinomio

El exponente  $n$  es el **grado del polinomio** con  $a_n \neq 0$ . El polinomio nulo carece de grado.

Teniendo en cuenta los ejemplos anteriores:  $P(x) = 3x^4$  es de grado 4,  
 $H(y) = 2y^3 + 3y^2 + y + 5$  es de grado 3,  $G(x) = x - 6$  es de grado 1.

## Polinomios ordenados

Cuando los exponentes de las variables están ordenados de manera creciente o decreciente se dice que el polinomio está ordenado. Ejemplos:

$M(x) = 6x^5 + 2x - 4$  Está ordenado en forma decreciente en cambio  $H(y) = 3 + 2y + 3y^2 + y^4$

Está ordenado en forma creciente.

## Polinomios completos

Un polinomio es completo, si tiene un término por cada exponente hasta su grado.

$T(y) = 3 + 2y^3 + 3y^2 - 5y$  es un polinomio completo.

**Ejemplo:**  $M(x) = 6x^5 + 2x - 4$  es un polinomio incompleto, si queremos expresarlo de manera completa escribimos:  $M(x) = 6x^5 + 2x - 4 + 0.x^4 + 0.x^3 + 0.x^2$ . Agregamos los exponentes que faltan con coeficientes 0.

## Especialización de un polinomio

Muchas veces es necesario asignarle a la variable un valor numérico, así pues:

Si  $M(x) = 6x^5 + 2x - 4$  y nos piden  $M(2)$  debemos sustituir a la variable  $x$  por el número 2 obteniendo  $M(2) = 6.2^5 + 2.2 - 4 = 192$

## Términos semejantes

Decimos que dos términos **son semejantes** cuando tienen igual parte literal:

En el polinomio  $P(x) = 2x - 3x^2 + 3x^4 + 7x^3 + 2x^4$  los términos  $3x^4$  y  $2x^4$  son semejantes porque tienen la misma parte literal

A los términos donde la variable está elevada a la potencia 1 se lo suele llamar TÉRMINO LINEAL.

Si la variable está elevada al cuadrado, a la 2, se lo denomina TÉRMINO CUADRÁTICO.

**Recuerda, el exponente de la variable de cada término debe ser un entero no negativo**

Exponente Negativo	Exponente Fraccionario
-----------------------	---------------------------

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x^{-3} + 2x^2 - 7x + 5x^{\frac{1}{2}} + 6 & & \text{No es un polinomio} \end{array}$$

## Igualdad entre polinomios

Dos polinomios son iguales si tienen el mismo grado y todos los coeficientes de términos semejantes son iguales.

**Ejemplo:** Dados

$$P(x) = 3x^5 - 4 + \frac{1}{2}x - 2x^3 \quad Q(x) = 0,5x + 3x^5 + 5x^2 - 4 + 7x^3 \quad T(x) = 0,5x + 3x^5 - 2x^3 + 0x^2 - 4$$

Los polinomios  $P$  y  $Q$  son ambos de quinto grado, cumplen que los coeficientes de  $x^5$ , de  $x$  y los términos independientes son iguales, pero el coeficiente de  $x^3$  vale -2 en  $P$  y 7 en  $Q$ , no son iguales. Y el coeficiente de  $x^2$  vale 0 en  $P$  (no hay un término en  $x^2$ ) y 5 en  $Q$ , no son iguales. Por estas dos últimas características, los polinomios  $P$  y  $Q$  no son iguales:

$$P(x) \neq Q(x)$$

Basta con que dos polinomios tengan un coeficiente de términos semejantes distinto, para que los polinomios sean distintos.

Por otro lado, los polinomios  $P$  y  $T$  cumplen que ambos son de quinto grado, el coeficiente en  $x^5$  vale 3 en los dos, el coeficiente en  $x^4$  vale 0 en los dos, el coeficiente en  $x^3$  vale -2 en los dos, el coeficiente en  $x^2$  vale 0 en los dos (que esté escrito el 0 o no, no hay diferencia), el coeficiente en  $x$  vale lo mismo en los dos polinomios,  $0,5 = \frac{1}{2}$  expresado de distinta forma pero es el mismo número en los dos y el término independiente vale -4 en los dos polinomios, es decir  $P$  y  $T$  tienen todos los coeficientes de términos semejantes iguales, entonces son polinomios iguales:

$$P(x) = T(x)$$

### Otro ejemplo:

Encuentra el valor de **a**, **b**, **c**, **d**, para que los polinomios **M** y **N** resulten iguales, siendo:

$$M(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + x + 3 \quad M(x) = (a-1)x^3 + (b+2)x^2 + cx + c + d$$

Como dijimos anteriormente todos los coeficientes de términos semejantes deben ser iguales, entonces

$$\begin{cases} \frac{2}{5} = a - 1 & \text{para que los coeficientes de } x^3 \text{ sean iguales} \\ \frac{1}{3} = b + 2 & \text{para que los de } x^2 \text{ sean iguales} \\ 1 = c & \text{para que los en } x \text{ sean iguales} \\ 3 = c + d & \text{para que los terminos independientes sean iguales} \end{cases}$$

Resolviendo las ecuaciones resulta:

$$a = \frac{7}{5}, \quad b = -\frac{5}{3}, \quad c = 1, \quad d = 2$$

## Ejercicio 1

Determina cuáles de las siguientes expresiones algebraicas son polinomios. Si la expresión es un polinomio indica cuál es su grado y cuál es su coeficiente principal y el término independiente.

	Si es polinomio	No es polinomio	Grado	Coeficiente principal	Término independiente
a) $3x^5 - x^{1/2}$					
b) $\sqrt{2} - 3x^3 + x$					
c) $2 - x + 2x^2 - 3x^4$					
d) $4^{-1} + 4x - 7x^5 + 6$					
e) $3x^2 - \frac{1}{2}x + 5 - x^{-1} + x^{-2}$					

## Ejercicio 2

i) Inventar un polinomio que cumpla:

- Sea un trinomio, de grado 5, cuyo coeficiente cuadrático sea -8.
- Un monomio de grado 1.
- Un binomio cualquiera.
- Un cuatrinomio completo y ordenado en forma decreciente.

ii) Encontrar, si existen, los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , las que haya en cada caso, de manera que resulten  $T(x) = U(x)$  siendo :

a)  $T(x) = (3-a)x^3 + bx^2 - (c-d)x + 3d$  y  $U(x) = -12 + 5x + \frac{1}{2}x^3 - 3x^2$

b)  $T(x) = (a^2 - 5)x^3 + 24x^2 + (2b+3)x + 6$  y  $U(x) = (a+8) - 7x - x^3 + (b^2 - 1)x^2$

### Ejercicio 3

Dados:  $P(x) = 3x^2 - x + 2x^3 - 1$  y  $Q(x) = \frac{1}{2}x - x^4 - x^3 + 2$

Calcular:  $P(-2)$   $P(-1/2)$   $Q(0)$   $Q(-1)$

- a) Indicar el grado de  $P(x)$  y  $Q(x)$
- b) Indica cuál es el término cúbico de cada uno.
- c) Indicar cuál es el coeficiente del término cuadrático de  $P(x)$  y cuál el del término lineal de  $Q(x)$

## OPERACIONES CON POLINOMIOS

### Adición y Sustracción

*La suma o resta de dos o más polinomios es otro polinomio que se obtiene sumando o restando los coeficientes de los términos semejantes.* Ejemplos:

1)  $(x^4 + 3x^3 + 2x - 5) + (-3x^4 + 5x^3) = -2x^4 + 8x^3 + 2x - 5$

2)  $(x^5 + 2x^3 - x - 5) - (-3x^4 + 6x^3 - \frac{1}{2}x - 1) = x^5 + 2x^3 - x - 5 + 3x^4 - 6x^3 + \frac{1}{2}x + 1 =$   
 $= x^5 + 3x^4 - 4x^3 - \frac{1}{2}x - 4$

### Multiplicación

*El producto de dos polinomios es otro polinomio que se obtiene multiplicando cada término de uno de los polinomios por cada término del otro.* (Aplicamos propiedad distributiva y agrupamos términos semejantes)

Recuerda que al multiplicar potencias de igual base se obtiene otra potencia de la misma base en la que el exponente es la **suma** de los exponentes dados.

**Ejemplos:**

$$1) (x^4 + 3x^3 + 2x - 5) \cdot (-3x^4 + 5x^3) = -3x^8 + 5x^7 - 9x^7 + 15x^6 - 6x^5 + 10x^4 + 15x^4 - 25x^3 = \\ = -3x^8 - 4x^7 + 15x^6 - 6x^5 + 25x^4 - 25x^3$$

$$2) (x+4)(5x+2) = 5x^2 + 2x + 20x + 8 = 5x^2 + 22x + 8$$

## Ejercicio 4

Efectúa las operaciones indicadas y expresa el resultado ordenado de forma decreciente

$$a) (x^3 - 5x^2 + 6x^5) - (2x + 3x^2 - 5) =$$

$$b) (x^3 - 5x^2 + 6x^5) + (2x + 3x^2 - 5) =$$

$$c) (x-6)(x^2 + 4)$$

$$d) (x^3 - 5x^2 + 6x^5) \cdot (2x + 3x^2 - 5) =$$

$$e) 2x^3(x-5) + x^3 - (6 + x^4) =$$

$$f) \frac{1}{2}x - \left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{4}x - 1\right) - x^2 =$$

## Productos Notables

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \text{Diferencia de cuadrados}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{Cuadrado de un binomio}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{Cubo de un binomio}$$

**Ejemplos:**

$$1) (x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$2) (3x-2)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-2) + (-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$3) (x+5)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 5 + 3 \cdot x \cdot 5^2 + 5^3 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

$$4) (3x-7)(3x+7) = 9x^2 - 49$$

## Ejercicio 5

Demuestra que son ciertas cada una de las igualdades indicadas en el recuadro de arriba (productos notables).

## Ejercicio 6

Resuelve los siguientes cálculos:

a.  $\left(2y - \frac{3}{2}\right)^2 - (y - 4)\left(y + \frac{1}{2}\right) - 2y^2 =$

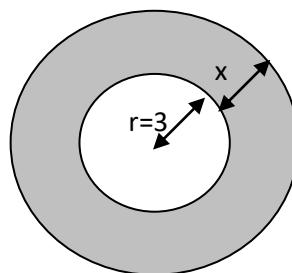
b.  $\frac{2}{3} \cdot (z - 6) \left(2z + \frac{1}{3}\right) =$

c.  $4y^4 - \left(\frac{1}{2}y^2 - 6\right)^3 - y^6 - 1 =$

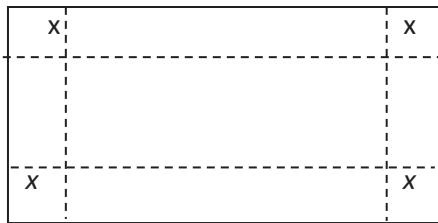
d.  $x^2 - (3x - 5)(3x + 5) + 4 =$

## Ejercicio 7

- Expresa como polinomio el perímetro y el área de un triángulo equilátero cuyos lados y altura tienen respectivamente las siguientes expresiones  $3x^3 + \frac{1}{2}x - 1$  ;  $x - 4$
- Expresa como polinomio el perímetro y el área de un rectángulo cuya base y altura tienen respectivamente las siguientes expresiones  $3x^2 + \frac{1}{4}x - 1$  ;  $2x - 4$
- Determina el área sombreada expresándola como un polinomio.



- Se va a construir una caja abierta con una pieza rectangular de cartón de 50 cm. por 70 cm. Recortando cuadrados idénticos de longitud  $x$  de cada una de las esquinas de la hoja de cartón, doblando luego los lados por las líneas punteadas.



Expresa como un polinomio

- el volumen de la caja.
- el área de la superficie de la caja.

## División de Polinomios

Primero veremos cómo se dividen monomios:

Ejemplos: a)  $30x^4 : 15x = 2x^3$       b)  $-x^5 : x = -x^4$       c)  $3x : 3x = 1$

Es decir, se dividen los coeficientes entre si y se aplica la propiedad de la potenciación: cociente de potencias de igual base.

Hay un método para dividir polinomios que es similar al algoritmo de la división entera:

$$\begin{array}{r} 9 \mid \underline{4} \\ - \underline{\underline{8}} \quad 2 \\ \cancel{1} \end{array} \qquad 9 = 2 \cdot 4 + 1$$

En general:

$D \mid \underline{d}$ $\cancel{R} \quad C$	$D = d \cdot C + R \quad \rightarrow \quad \frac{D}{d} = C + \frac{R}{d}$ D: dividendo,    d: divisor,    C: cociente,    R: resto
--	---

Recuerda que dividir dos polinomios llamados Dividendo  $D(x)$  y divisor  $d(x)$  significa encontrar otros dos polinomios, llamados Cociente  $C(x)$  y Resto  $R(x)$ , que cumplan:

- $D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$
- El grado del resto es menor al grado del divisor, o es el polinomio nulo (que no tiene grado).

Con estas condiciones, el cociente y el resto siempre existen y son únicos.

### Ejemplo:

Divide  $3x^4 + 5x^2 - x^3 + 7$  por  $x^2 - 3x + 2$

1º Ordenamos el dividendo y el divisor en potencias decrecientes de  $x$ . Completamos el dividendo en caso que falten términos (el divisor no hace falta completarlo), y dividimos:

$$\begin{array}{r}
 3x^4 - x^3 + 5x^2 + 0x + 7 \\
 \underline{-} \quad 3x^4 - 9x^3 + 6x^2 \\
 \hline
 8x^3 - x^2 + 0x \\
 \underline{-} \quad 8x^3 - 24x^2 + 16x \\
 \hline
 23x^2 - 16x + 7 \\
 \underline{-} \quad 23x^2 - 69x + 46 \\
 \hline
 53x - 39
 \end{array}$$

Se divide hasta que el grado del polinomio resto es menor  
 que el grado del polinomio divisor

De modo que:

$$3x^4 + 5x^2 - x^3 + 7 = (x^2 - 3x + 2)(3x^2 + 8x + 23) + 53x - 39$$

y

$$\frac{3x^4 + 5x^2 - x^3 + 7}{x^2 - 3x + 2} = 3x^2 + 8x + 23 + \frac{53x - 39}{x^2 - 3x + 2}$$

Sean  $P_{(x)}$  y  $Q_{(x)}$  polinomios, con  $Q_{(x)} \neq 0$ , entonces existen y son únicos los polinomio  $C_{(x)}$  y otro  $R_{(x)}$ , tales que

$$P_{(x)} = C_{(x)} \cdot Q_{(x)} + R_{(x)} \quad y \quad \text{Gr}(R) < \text{Gr}(Q) \text{ ó } R=0$$

Cuando el resto es cero decimos que el polinomio dividendo es **divisible** por el polinomio divisor.

Si el polinomio divisor es de la forma  $(x - c)$  entonces  $P_{(x)} = C_{(x)} \cdot (x - c) + R_{(x)}$

$$\text{Si } x = c \rightarrow P_{(c)} = R$$

Esto nos permite determinar si un polinomio es o no divisible por otro de la forma  $x - c$ . Bastará hallar el valor numérico o especialización del polinomio en  $x = c$  y ver si el resto es o no cero.

## TEOREMA DEL RESTO

Cuando un polinomio  $P_{(x)}$  se divide por otro de la forma  $x - c$ , el resto es el valor numérico del polinomio en  $x = c$ .  
 En símbolos:  $R = P(c)$

**Ejemplo:**

Determina el resto para  $P_{(x)} = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 6$  si se lo divide por  $x - 2$

$$R_{(2)} = P_{(2)} = 2 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 = 24 \quad \text{Este es el valor del resto.}$$

Si dividimos en la forma tradicional podemos verificar:

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 5x - 6 \\ \underline{-} \quad 2x^4 - 4x^3 \\ \hline 4x^3 - 3x^2 \\ \underline{-} \quad 4x^3 - 8x^2 \\ \hline 5x^2 + 5x \\ \underline{-} \quad 5x^2 - 10x \\ \hline 15x - 6 \\ \underline{-} \quad 15x - 30 \\ \hline 24 \end{array}$$

Cuando se divide un polinomio de grado  $n$  por otro de la forma  $x - c$  (de primer grado y mónico) se puede hacer también la división empleando la **Regla de Ruffini**:

*Recuerda que:* los coeficientes del polinomio dividendo deben estar ordenados en forma decreciente y debe estar completo.

Raíz del divisor:	2      0      -3      5      -6 <hr/> 2      4      8      10      30
	2      4      5      15 <b>(24)</b> coeficientes del resultado      resto

El cociente se obtiene con los coeficientes obtenidos y es de un grado menor que el dividendo es decir:  $C(x) = 2x^3 + 4x^2 + 5x + 15$

¿Les preguntamos, por qué el cociente es un grado menor que el dividendo en este tipo de divisiones?

## Ejercicio 8

Resolver: a)  $4y^5 : 3y =$    b)  $\frac{1}{3}m : 2m =$    c)  $5z^4 : (-5z^4) =$    d)  $\frac{1}{4}x^3 : x =$

## Ejercicio 9

Resolver las siguientes divisiones cuando sea posible aplicar la regla de Ruffini.:

a)  $\left(\frac{1}{2}y + 3y^3 - 5\right) : (y^2 - 2)$

b)  $(x + 3x^3 - 1 + 2x^5) : (x^3 - 2x)$

c)  $(y + 2y^3 - 4) : (y - 2)$

d)  $(-y + 3y^2 - y^4) : (y^2 - y)$

e)  $(5x + 4x^3 - 4x^2) : (x + 3)$

## RAÍZ O CERO DE UN POLINOMIO

Un número es una raíz de un polinomio si el valor numérico del polinomio para ese valor de la variable es 0

### Ejemplos:

Si  $P(x) = 4x + 20$ , una raíz de él es  $x = -5$  ya que  $P(-5) = 4 \cdot (-5) + 20 = -20 + 20 = 0$

Si  $Q(x) = x^2 - 25$  sus raíces son  $x = -5$  y  $x = 5$  ya que  $Q(5) = 5^2 - 25 = 25 - 25 = 0$  y  $Q(-5) = (-5)^2 - 25 = 25 - 25 = 0$

El método más sencillo, para buscar raíces de polinomios, es igualar el polinomio a cero y resolver la ecuación para despejar x (cuando sea posible).

En el polinomio  $Q(x)$  anterior

$$Q(x) = x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow |x| = \sqrt{25} \Rightarrow x = 5 \text{ o } x = -5$$

Otro método que usaremos para buscar raíces de polinomios es el Método de Gauss, que explicaremos en la próxima sección (Factorización de polinomios)

Las raíces de un polinomio son muy importantes en el proceso de factorización, ya que se cumple la siguiente propiedad:

$a$  es raíz de un polinomio  $P(x) \Leftrightarrow x - a$  es un divisor de  $P(x)$

Entonces al ser 0 el resto de dividir  $P(x)$  por  $x - a$ , es posible factorear el polinomio de la forma  $P(x) = (x - a) \cdot C(x)$ , siendo  $C(x)$  el cociente que resulta de dividir  $P(x)$  por  $(x - a)$

# FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Factorizar un polinomio es expresarlo como un producto de polinomios primos. Hasta ahora multiplicamos polinomios, ahora vamos a realizar el procedimiento inverso, trataremos de escribir el polinomio como un producto de otros polinomios. Cada polinomio interviniente en este producto se llama **factor**.

## Factor común

Es el proceso contrario a la multiplicación entre un monomio por un polinomio

**Ejemplo:**

Vamos a factorizar:  $3x^3 - 6x + 27x^2$

Vemos que  $3x$  es un factor común a los tres términos, la expresión factorizada resultará ser:

$$3x^3 - 6x + 27x^2 = 3x(x^2 - 2 + 9x)$$

Si se aplica propiedad distributiva en el 2º miembro se obtiene el primer miembro.

- Puede suceder que los términos de una expresión no tengan un factor común, sin embargo, en determinados casos, se podrá factorizar *agrupando los términos* de manera apropiada.

## Factor común por grupos

**Ejemplo:**

Factoriza:  $x^3 - 2x^2 + 5x - 10$

Agrupamos los primeros dos términos y los dos últimos resulta:

$$x^3 - 2x^2 + 5x - 10 = (x^3 - 2x^2) + (5x - 10)$$

Vemos que en cada grupo hay un factor común, de modo que se podrá expresar como:

$$x^3 - 2x^2 + 5x - 10 = x^2(x - 2) + 5(x - 2) =$$

En cada uno de estos dos términos tenemos nuevamente un factor común ( $x - 2$ ) y en el último paso sacamos nuevamente factor común  $x - 2$ .

$$x^2(x - 2) + 5(x - 2) = (x - 2)(x^2 + 5)$$

- Si reconocemos un polinomio como una forma de un producto notable, tendremos nuevamente, la posibilidad de factorizar. Así tenemos:

## Trinomio cuadrado perfecto

Esta forma de factoreo está vinculada con la regla del cuadrado de binomio, es decir:

$$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

Ahora el dato es el segundo miembro y deberás llegar al primero, en el que el polinomio está expresado en forma factoreada, recordemos que:  $(x+4)^2 = (x+4).(x+4)$

Ejemplo:  $4x^2 + 1 - 4x = (2x-1)^2$

## Diferencia de cuadrados

Esta forma de factoreo está vinculada con otro producto notable:  $(x+5).(x-5) = x^2 - 25$

Observa que el segundo miembro es una diferencia entre dos cuadrados, ahora se debe pasar de la expresión del 2º miembro a la del 1º. Así pues:

a)  $x^4 - 9 = (x^2 - 3).(x^2 + 3)$

b)  $9x^2 - 1 = (3x-1).(3x+1)$

## Factorización empleando raíces del polinomio

### 1-Empleando el teorema de Gauss

El teorema de Gauss establece que si un polinomio, con coeficientes enteros, tiene una raíz racional de la forma  $\frac{k}{a}$  (fracción irreducible), entonces se cumple que  $k$  es un divisor del término independiente y  $a$  es un divisor del coeficiente principal.

- **Ejemplo con coeficiente principal distinto a 1**

$$2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$$

Buscamos en primer lugar una raíz del polinomio para ello consideramos:

Divisores del término independiente (6):  $k = 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6$

Divisores del coeficiente principal (2):  $a = 1, -1, 2, -2$

Las posibles raíces del polinomio son:  $\frac{k}{a}$  Es decir: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6,  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $-\frac{3}{2}$

El polinomio podría ser divisible por alguno de estos binomios:  $(x - 1)$ ,  $(x + 1)$ ,  $(x - 2)$ ,  $(x + 2)$ ,

$(x + 3)$ ,  $(x - 3)$ ,  $(x + 6)$ ,  $(x - 6)$ ,  $(x + \frac{1}{2})$ ,  $(x - \frac{1}{2})$ ,  $(x + \frac{3}{2})$  ó  $(x - \frac{3}{2})$ . Es decir  $\left( x - \frac{k}{a} \right)$ .

Recurriendo al teorema del resto verificamos cuál de los posibles cocientes  $\frac{k}{a}$  hace cero al polinomio dado.

En este caso, una de ellas, es -2, :  $2(-2)^3 - 3(-2)^2 - 11(-2) + 6 = -16 - 12 + 22 + 6 = 0$ .

Es decir -2 es una raíz y por lo tanto, uno de los divisores del polinomio dado es  $x+2$ , resolvemos la división entre el polinomio dado y el divisor hallado usando la Regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrr} & 2 & -3 & -11 & 6 \\ -2 & & -4 & 14 & -6 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & 0 \end{array}$$

Cociente:  $2x^2 - 7x + 3$  Resto: 0

Entonces el polinomio dado puede expresarse como el producto entre el cociente obtenido y el divisor, resultando:

$$2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = (2x^2 - 7x + 3).(x + 2)$$

En este caso se puede repetir el procedimiento con:  $2x^2 - 7x + 3$ . Luego veremos un ejemplo.

- **Ejemplo con coeficiente principal igual a 1**

Si el coeficiente principal vale uno las posibles raíces del polinomio son los divisores, positivos y negativos, del término independiente.

Ejemplo:  $x^4 + x^2 - 3x^3 - 5x + 6$ .

Las posibles raíces son 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6.

En este caso una de ellas es 3 ya que:  $3^4 + 3^2 - 3 \cdot 3^3 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$

El divisor entonces es:  $x-3$ . Resolvemos el cociente  $(x^4 + x^2 - 3x^3 - 5x + 6) : (x - 3)$  usando Regla de Ruffini:

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -3 & 1 & -5 & 6 \\ 3 & & 3 & 0 & 3 & -6 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

El factoreo queda expresado entonces:  $x^4 + x^2 - 3x^3 - 5x + 6 = (x - 3)(x^3 + x - 2)$

En este caso el segundo factor puede volver a factorearse por el mismo método, siendo 1 una raíz.

Nos queda entonces que el divisor es  $x-1$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + x - 2 = (x^2 + x + 2)(x - 1)$$

O sea, el factoreo final es:

$$x^4 + x^2 - 3x^3 - 5x + 6 = (x - 3)(x^3 + x - 2) = (x - 3)(x^2 + x + 2)(x - 1)$$

## 2-Encontrando una raíz igualando a 0

Muchas veces la raíz puede obtenerse por despeje, veamos algunos ejemplos:

$x^3 - 27$  En este caso la raíz es 3 y se calcula mediante un sencillo despeje. El polinomio divisor es entonces  $x-3$ . Resolvemos el cociente  $(x^3 - 27) : (x - 3)$  aplicando la regla de Ruffini:

	1	0	0	-27
3		3	9	27
	1	3	9	0

Cociente:  $x^2 + 3x + 9$

Es decir:  $x^3 - 27 = (x^2 + 3x + 9).(x - 3)$

**Otro ejemplo:**

$$x^3 - \frac{1}{8}$$

Por despeje, su raíz es  $\frac{1}{2}$ , es decir, el divisor resulta  $x - \frac{1}{2}$ . Calculamos el cociente:

	1	0	0	-1/8
1/2		1/2	1/4	1/8
	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0

Entonces el factoreo es:  $x^3 - \frac{1}{8} = \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$

**Último ejemplo:**

Factorear:  $x^5 - 32$

El divisor resulta  $x-2$

Aplicando Ruffini

	1	0	0	0	0	-32
2		2	4	8	16	32
	1	2	4	8	16	0

Luego:

$$x^5 - 32 = (x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$$

**Nota importante:** en todos los casos si se aplica propiedad distributiva en la expresión factoreada y se agrupan términos semejantes se obtiene el polinomio del cual partimos.

Es decir, les recordamos una vez más que se trata de una igualdad entre dos miembros donde lo que pretendemos es expresar al polinomio dado como producto de factores primos.

## Ejercicio 10

i) Factorear los siguientes polinomios:

$A(x) = 12x^3 - 36x^2$	$B(y) = 49y^2 - \frac{1}{25}$	$C(y) = \frac{25}{4}y^2 + 16 - 20y$
$D(y) = 64y^2 - 1$	$E(x) = x^3 + 4x^2 + 3x + 12$	$F(y) = \frac{25}{9}y^2 + 4 - \frac{20}{3}y$
$G(x) = 36x^2 - 25$	$H(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$	$I(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 24$
$J(x) = x^3 + 64$	$K(x) = x^5 - 32$	$L(x) = 25x^3 + 50x^5 - 75x^4$
$M(x) = \frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x$	$N(x) = x^3 - 7x - 6$	$\tilde{N}(y) = y^2 - 121$
$O(h) = 2h^4 - 8h^3 + 3h^2 - 12h$	$P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$	$Q(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8x - 24$
$R(y) = 16y^4 - 1$	$S(x) = x^2 + 5x - 14$	$T(h) = 15h^3 - \frac{20}{7}h^2$
$U(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{8}x$	$V(a) = a^4 + 36 - 12a^2$	$W(x) = \frac{3}{2}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{128}x$
$X(z) = z^4 - 2z^3 + z^2$	$Y(x) = x^3 - 14x^2 + 65x - 100$	$Z(x) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$

ii) Encontrar, si es posible, los valores de m, h y p para que resulte  $P(x) = Q(x)$

$$P(x) = (mx - p)^2$$

$$Q(x) = h x^2 - 24x + 9 \quad \text{con} \quad p > 0$$

$$m = \underline{\hspace{2cm}} \quad p = \underline{\hspace{2cm}} \quad h = \underline{\hspace{2cm}}$$

iii) Encontrar, si es posible, los valores de a y b para que resulte  $P(x) = Q(x)$

$$P = (5x + 4)(5x - a)$$

$$Q = b x^2 - 16$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$

iv) Resolver  $(-3x + 4)^2 - 9(x - 3)(x + 1)$

Al resultado obtenido denominarlo  $H(x)$ , teniendo en cuenta esto, determinar el valor de "a", si existe, para que  $H(x) = (a - 2)x + (a + 47)$

v) Resolver  $\left(-3x + \frac{1}{3}\right)^3 - 9(x - 1)(x + \frac{1}{3}) =$

Al resultado obtenido denominarlo  $Q(x)$ , teniendo en cuenta esto, indicar si la siguiente desigualdad es V ó F  $Q(-1) > (\sqrt{5} + 1)^2$

# EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES

Una expresión racional es un **cociente** entre dos polinomios  $\frac{P(x)}{Q(x)}$ , con la condición que  $Q(x) \neq 0$

**Ejemplo:**

La expresión racional  $\frac{x+2}{2x-3}$  no está definida para  $x = \frac{3}{2}$  ya que es el valor de la variable que anula el denominador. Es decir, esta expresión tiene sentido para  $\mathfrak{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Una expresión racional representa un número real cuando se le asignan valores a las variables, así la expresión  $\frac{x+2}{2x-3}$  representa al número (-3) cuando  $x = 1$ , al número (-2/3) cuando  $x = 0$ , al (12/17) cuando  $x = 10$ , etc.

Es posible aplicar las reglas de factorización ya estudiadas y además simplificar la expresión siempre que al especializar a la misma en un valor real no resulte una expresión indeterminada.

**Ejemplo:**

Simplifica  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ . Esta expresión tiene sentido para  $\mathfrak{R} - \{1, -1\}$

Factorizamos el numerador y simplificamos:  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x+1}$

Observa que esta cancelación sólo es posible si  $x-1$  es distinto de cero, es decir, si  $x \neq 1$ .

## OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS FRACCIONARIAS

### Adición y sustracción

El algoritmo es el mismo que usamos para sumar o restar fracciones recordemos entonces el procedimiento:

Se multiplica 

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{20} = \frac{8+3}{20} = \frac{11}{20}$$



Se divide

- Sacamos el común denominador que es el MCM entre los denominadores, en este caso resultó ser 20.
- Luego debemos obtener las fracciones equivalentes a las dadas con denominador 20, para ello hacemos el proceso indicado arriba de dividir los denominadores y al resultado obtenido multiplicarlo por los numeradores. Obteniendo de esta manera fracciones equivalentes a las dadas de denominador 20.

Veamos un ejemplo sencillo con letras:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b^3} = \frac{a \cdot b^2 + c}{b^3}$$

Ahora desarrollaremos otros ejemplos:

#### Con el mismo denominador:

1)  $\frac{x+7}{5} + \frac{2x-3}{5} - \frac{2x+1}{5} =$  Como las fracciones ya tienen un denominador común, directamente se suman o restan los numeradores, según se indique.

$$= \frac{x+7+2x-3-(2x+1)}{5} =$$
 Se realizan los cálculos en el numerador, sumando o restando los términos semejantes.

$$= \frac{3x+4-2x-1}{5} = \boxed{\frac{x+3}{5}}$$
 Como la fracción obtenida es irreducible, es el resultado final.

2)  $\frac{x}{x+1} + \frac{2x-5}{x+1} - \frac{3x+5}{x+1} = \frac{x+2x-5-(3x+5)}{x+1} = \frac{3x-5-3x-5}{x+1} = \boxed{\frac{-10}{x+1}}$

#### Con denominadores diferentes:

En este caso hay que conseguir fracciones equivalentes a las dadas, que posean el mismo denominador.

$$1) \quad \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \quad \text{Se busca el común denominador que es el MCM entre ellos.}$$

Los denominadores deben ser factoreados y el MCM se obtiene multiplicando todos los factores, comunes o no, con el mayor exponente.

En este caso,  $x+2$  y  $x-2$  ya están factoreados, entonces el MCM es  $(x+2)(x-2)$ , es decir:

$$\overline{(x+2)(x-2)}$$

Para completar el numerador, se divide el denominador común por cada denominador y el resultado se lo multiplica por el numerador correspondiente (Obteniendo así fracciones equivalentes a las dadas).

$$\frac{(x-2)(x-2) - (x+2)(x+2)}{(x+2)(x-2)} \quad \text{Luego se realizan las multiplicaciones en el numerador}$$

$$= \frac{x^2 - 4x + 4 - (x^2 + 4x + 4)}{(x+2)(x-2)} = \quad \text{se suman o restan los términos semejantes.}$$

$$= \frac{x^2 - 4x + 4 - x^2 - 4x - 4}{(x+2)(x-2)} = \frac{-8x}{(x+2)(x-2)} \quad \text{Decidimos ahora si es posible simplificar factores. En este caso no es posible.}$$

Por último, realizamos las operaciones pendientes en el denominador.  $= \boxed{\frac{-8x}{x^2 - 4}}$

$$2) \quad \frac{4x}{x+1} + \frac{x+6}{x^2-1} =$$

Comenzamos factoreando los denominadores.  $= \frac{4x}{x+1} + \frac{x+6}{(x+1)(x-1)} =$

Buscamos el común denominador (MCM), lo dividimos por cada denominador y multiplicamos por

el numerador correspondiente.  $= \frac{4x(x-1) + x+6}{(x+1)(x-1)} =$

Aplicamos propiedad distributiva para multiplicar en el numerador.  $= \frac{4x^2 - 4x + x + 6}{(x+1)(x-1)} =$

Y sumamos términos semejantes:

$$= \frac{4x^2 - 3x + 6}{(x+1).(x-1)} =$$

Ahora decidimos si es posible simplificar, para ello podemos probar si las raíces del denominador son raíces del numerador.

- si alguna es raíz, factoreamos el numerador (ya tenemos una raíz) y simplificamos.
- si ninguna es raíz, significa que no se puede simplificar, salvo quizá algún coeficiente.

En este caso  $N(-1) = 4.(-1)^2 - 3.(-1) + 6 \neq 0$  y  $N(1) = 4.1^2 - 3.1 + 6 \neq 0$  ninguna de las raíces del denominador es raíz del numerador, entonces no es posible simplificar.

Para terminar, realizamos la multiplicación del denominador:

$$= \boxed{\frac{4x^2 - 3x + 6}{x^2 - 1}}$$

## Multiplicación y división

Recordemos los algoritmos de multiplicaciones y división de fracciones:

1 3

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{6} = \frac{3}{2}$$

Primero simplificamos numeradores con denominadores.

1 2

Luego multiplicamos numeradores y denominadores entre sí.

En el caso de las expresiones racionales primero debemos tener en cuenta que sólo pueden simplificarse factores, por eso el proceso requiere como paso previo a la simplificación el factoreo de los numeradores y denominadores:

$$\frac{x-2}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{x} = \frac{x-2}{\cancel{(x+2)(x-2)}} \cdot \frac{\cancel{x+2}}{x} = \frac{1}{x}$$

El proceso de la división es similar, es posible transformarla en una multiplicación, invirtiendo la segunda fracción (el divisor).

$$\frac{\frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 4}}{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 6x + 9}} = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 4} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 6x + 9}$$

Factoreamos todos los numeradores y denominadores:

$$= \frac{(x-3)(x+3)}{(x+4)(x+1)} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{(x+3)^2} =$$

Simplificamos factores iguales:

$$= \frac{(x-3)(\cancel{x+3})}{(x+4)(\cancel{x+1})} \cdot \frac{(x-1)(\cancel{x+1})}{(x+3)^2} =$$

Resulta:

$$= \frac{(x-3)(x-1)}{(x+4)(x+3)} =$$

Realizamos las multiplicaciones:

$$= \boxed{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 7x + 12}}$$

## Ejercicio 11

Indicar para qué valores reales las siguientes expresiones racionales están definidas y simplificarlas

a)  $\frac{4x^2 + 1 - 4x}{4x^2 - 1} =$       b)  $\frac{x^2 - x - 6}{4x^3 - 12x^2} =$       c)  $\frac{6x^2 + 4x}{3x^3 + 2x^2 + 3x + 2} =$       d)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2} =$

## Ejercicio 12

Resolver las siguientes operaciones, indicando para qué valores está definida cada una.

a)  $\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{x+3}{x-1} + \frac{1-2x}{x+1} =$       b)  $\frac{2x-1}{x^2-1} : \frac{4x-2}{x-1} =$       c)  $\frac{a-1}{6a} \cdot \frac{2a^2 + 2a + 2}{a^3 - 1} =$

$$\text{d)} \frac{x-2}{x^2-3x-4} - \frac{x-2}{x^2+x} + \frac{3}{4x} = \quad \text{e)} \frac{3y^4}{9y} \cdot \frac{15y^2}{20y^3} = \quad \text{f)} \frac{x^2+6x+8}{x^4-2x^3-8x^2} : \frac{x^2-16}{20x^3-80x^2} =$$

$$\text{g)} \frac{x^2+4x+4}{3x^2+6x+12} \cdot \frac{x^3-8}{x^2-4} = \quad \text{h)} \frac{-7y+3}{y^2+16-8y} - 1 + \frac{y-2}{y-4} =$$

$$\text{i)} \frac{-9x+4}{x^2-4} : \frac{-18x+8}{4-x^2} = \quad \text{j)} \frac{x^2+2x}{3x^4+12x^2} \cdot \frac{x^4-16}{x^2+4+4x} \cdot \frac{6x}{x-2} =$$

$$\text{k)} \frac{3x-1}{x^2+2x-3} - \frac{x+4}{x^2-9} = \quad \text{l)} \frac{2}{y+3} - \frac{y}{y-1} + \frac{y^2+2}{y^2+2y-3} =$$

$$\text{m)} \frac{\frac{x^2-25}{x^2+10x+25}}{\frac{2x-10}{6x}} = \quad \text{n)} \frac{\frac{8x^3}{x+1}}{\frac{4x}{(x+1)^3}} = \quad \text{o)} \frac{\frac{3y-12}{y^2-7y+12}}{\frac{y-2}{2y-6}} =$$

# MÓDULO 3

## ECUACIONES

### DEFINICIÓN Y GENERALIDADES

Una **ecuación** es la igualdad entre dos expresiones algebraicas. Cada una de las dos expresiones se llama *miembro*.

$$3x^4 + 4x - x^3 = 7x^2 - \sqrt{2}$$

Una ecuación puede ser:

- **Verdadera para determinados valores de la variable** para la cual está definida:

$$3x + 5 = 2x - 6$$

Es verdadera sólo si  $x = -11$ , decimos que ésta es la *solución* de la ecuación.

- **Verdadera para todos los valores de la variable** para los que está definida:  
 $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ . En este caso estamos en presencia de una **identidad**.

- **Falsa para todos los valores de la variable** para los que está definida:

$$3x + 1 = 5x + 3 - 2x. \text{ En este caso estamos en presencia de una } \text{contradicción}.$$

El conjunto de todas las soluciones de una ecuación se llama **conjunto solución**.

Una vez encontradas todas las soluciones de la ecuación decimos que la hemos *resuelto*.

Una manera de resolver una ecuación es transformarla en una **ecuación equivalente** más simple.

Para ello podemos recurrir a cualquiera de las siguientes operaciones:

- Sumar o restar en ambos miembros de la ecuación una misma expresión algebraica,
- Multiplicar o dividir ambos miembros de la ecuación por una misma expresión algebraica, siempre y cuando esta expresión no sea cero.
- Agrupar los términos semejantes en un mismo miembro.
- Reemplazar un miembro, o ambos, por una identidad.

**Ejemplo:**

Dividimos ambos miembros por  $\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{cccccc} \frac{2}{3}y + 5 = 8 & \xrightarrow{\text{Restamos 5 en ambos miembros}} & \frac{2}{3}y = 3 & \xrightarrow{\text{Dividimos ambos miembros por } \frac{2}{3}} & \frac{2}{3}y & = \frac{3}{2} \\ & & \xrightarrow{\text{Resolvemos operaciones}} & & & \xrightarrow{\text{Resolvemos cálculos}} \\ & & & & & y = \frac{9}{2} \end{array}$$

Restamos 5 en ambos miembros. Resolvemos operaciones.

Resolvemos cálculos

## ECUACIONES DE PRIMER GRADO EN UNA VARIABLE

Son ecuaciones que se pueden expresar como  $ax+b=0$  si  $a \neq 0$ .

Se trata de polinomios de primer grado, donde  $a$  y  $b$  son números reales,  $x$  es la variable.

**Ejemplo 1**

$$3x + 28 = 42$$

$$3x = 42 - 28$$

$$x = 14 : 3$$

$$x = \frac{14}{3}$$

Primero restamos 28 en ambos miembros y luego dividimos por 3. Por una cuestión de practicidad no anotamos cada uno de los pasos descriptos. En este caso el conjunto solución es:

$$S = \left\{ \frac{14}{3} \right\}$$

**Ejemplo 2:**

$$3.(x-4) - 6 = \frac{1}{2}x - 5$$



Aplicamos propiedad distributiva

$$3x - 12 - 6 = \frac{1}{2}x - 5$$



En ambos miembros sumamos 12 y 6 y restamos  $\frac{1}{2}x$

$$3x - \frac{1}{2}x = -5 + 18$$



Agrupamos las "x" realizando la operación indicada.

$$\frac{5}{2}x = 13$$



En ambos miembros multiplicamos por  $\frac{2}{5}$

$$x = 13 \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{26}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{26}{5} \right\}$$

## ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Para resolver ecuaciones con valor absoluto es necesario recordar que: un número real y su opuesto tienen el mismo módulo o valor absoluto. Entonces,

Si  $|\Delta| = a$  ( $a > 0$ ) entonces  $\Delta = a \quad \vee \quad \Delta = -a$

Si  $|\Delta| = 0$  entonces  $\Delta = 0$

### Ejemplo 3

$$|x + 6| - 4 = 7$$

$$|x + 6| = 7 + 4$$

$$|x + 6| = 11 \Rightarrow x + 6 = 11 \vee x + 6 = -11$$



$$x + 6 = 11 \Rightarrow x = 11 - 6 \Rightarrow x = 5$$

$$x + 6 = -11 \Rightarrow x = -11 - 6 \Rightarrow x = -17$$

$$S = \{5, -17\}$$

En todos los casos se puede hacer la verificación del resultado obtenido reemplazando en la ecuación original a la variable y resolviendo los cálculos correspondientes.

### Ejemplo 4

$$-5 \cdot |3x - 1| = -20$$

$$|3x - 1| = -20 : (-5)$$

$$|3x - 1| = 4 \Rightarrow 3x - 1 = 4 \quad \vee \quad 3x - 1 = -4$$



$$3x - 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{4+1}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$3x - 1 = -4 \Rightarrow x = \frac{-4+1}{3} \Rightarrow x = -1$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3}; -1 \right\}$$

## ECUACIONES FRACCIONARIAS

Existen muchas formas de resolver este tipo de ecuaciones, pero cualquiera sea la que se elija, **primero siempre, debe determinarse** cuáles son los valores que la incógnita no puede valer. Estos valores son los que anulan los denominadores. Veamos algunos ejemplos:

### Ejemplo 5

$$\frac{3}{x+1} - \frac{5}{x-2} = \frac{2x-4}{x^2-x-2}$$

Para poder determinar que valores anulan los denominadores conviene factorearlos:

$$\frac{3}{x+1} - \frac{5}{x-2} = \frac{2x-4}{(x+1)(x-2)}$$

Es decir los valores que anulan los denominadores son -1 y 2. Concluimos que la ecuación está definida si  $x \neq -1 \wedge x \neq 2$ .

Ahora procedemos a resolverla, para ello es más cómodo igualar a cero, es decir, en ambos miembros restamos:  $\frac{2x-4}{(x+1)(x-2)}$ . Nos queda entonces:

$$\frac{3}{x+1} - \frac{5}{x-2} - \frac{2x-4}{(x+1)(x-2)} = 0$$

Vamos a resolver la suma algebraica del primer miembro como ya lo hemos visto en el capítulo anterior:

$$\frac{3}{x+1} - \frac{5}{x-2} - \frac{2x-4}{(x+1)(x-2)} = 0 \Rightarrow \frac{3.(x-2) - 5.(x+1) - (2x-4)}{(x+1).(x-2)} = 0$$

Multiplicamos ambos miembros por  $(x+1).(x-2)$  ya que no es cero por la condición que establecimos. Además, resolvemos las multiplicaciones que aparecen en el numerador. Nos queda entonces:

$$3x - 6 - 5x - 5 - 2x + 4 = 0$$

$$-4x - 7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{4}$$

Verificamos:  $\frac{3}{-\frac{7}{4}+1} - \frac{5}{-\frac{7}{4}-2} = \frac{2(-\frac{7}{4})-4}{(-\frac{7}{4})^2 - (-\frac{7}{4})-2} \rightarrow -\frac{8}{3} = -\frac{8}{3}$

El conjunto solución es:  $S = \left\{-\frac{7}{4}\right\}$

## Ejercicio 1

Resolver las siguientes ecuaciones indicando cuáles son los valores que le dan sentido a la misma cuando corresponda.

a)  $\frac{8x-1}{5} = \frac{2x+3}{3}$

b)  $\frac{x}{4} - x = -3 + 4.(x-1)$

c)  $(x-5).4 = -10(x+6) - 5x$

d)  $\frac{x+6}{-2} + 5x = -3$

e)  $|4x-1| - \frac{1}{2} = 5$

f)  $-6\left|x + \frac{1}{3}\right| = -16$

g)  $-6|x+2| = 12$

h)  $\frac{x}{x^3-27} + \frac{x+2}{2x^2+6x+18} = \frac{2}{4x-12}$

i)  $\frac{x}{x^3+8} + \frac{1}{3x+6} = \frac{2x-6}{6x^2-12x+24}$

j)  $\frac{x+4}{x^3-x^2+3x-3} + \frac{2x+1}{2x^2+6} = \frac{1}{x-1}$

k)  $\frac{x+2}{9x^2-1} + \frac{2x+1}{9x^2+1-6x} = \frac{1}{3x+1}$

l)  $\frac{-2x+1}{x^2+2x-15} + \frac{x+1}{2x+10} = \frac{2x-3}{4x-12}$

## Ejercicio 2

$x = -1$

$x + x^2 = -1 + x^2$

a) Encuentra el error:

$x(1+x) = (x-1)(x+1)$

$x = x - 1$

$0 = -1$

b) Indicar cuál de las siguientes expresiones son ecuaciones y resolver aquellas que lo son:

$$\mathbf{b-1)} \frac{3}{x-2} + \frac{4x}{x-2} = 0 \quad \mathbf{b-2)} \frac{3}{x-2} + \frac{4x}{x-2} = \quad \mathbf{b-3)} \frac{3}{x-2} + \frac{4x}{x-2} = \frac{4x^2}{(x-2)^2}$$

## Ejercicio 3

Despeja "r" en:

- a)  $C = 2\pi r$
- b)  $I = C.r.t$
- c)  $S = 2\pi r h$
- d)  $A = C + Crt$
- e)  $S = \frac{a}{1-r}$
- f)  $S = \frac{a - rl}{1-r}$

## Ejercicio 4 Problemas

- a) ¿Qué edad tiene Fernando si el doble de la edad que tendrá dentro de 10 años supera a su edad actual en 35 años?
- b) ¿Qué número hay que sumar al numerador y al denominador de  $\frac{1}{2}$  para obtener una fracción equivalente a  $\frac{5}{4}$ ?
- c) El lunes Juan compró 5 discos para la computadora. Dos días después el precio de ellos se redujo en 50 centavos de dólares por disco. María compró 10 discos en la oferta y pagó US\$9 más que Juan. ¿Cuál era el precio original de cada cd en dicha moneda?
- d) La suma de tres números consecutivos es 66 ¿Cuáles son estos tres números?
- e) Divide el número 18 en tres partes, sabiendo que la primera es igual al triple de la segunda y la tercera es igual a la cuarta parte de la diferencia de las dos primeras ¿Cuál es el valor de cada una de esas partes?
- f) Compré una cierta cantidad de libros que conseguí de oferta a \$500 c/u, me recargaron \$120 al total de mi compra por usar tarjeta de crédito y gasté en total \$3620 ¿Cuántos libros compré en total?

# ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO EN UNA VARIABLE

Son ecuaciones que se pueden expresar como  $ax^2 + bx + c = 0$       si     $a \neq 0$ .

El primer miembro es un polinomio de segundo grado, donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales,  $x$  es la variable.

**Para resolver ecuaciones cuadráticas se puede aplicar la “fórmula cuadrática”.**

Recordemos que *resolver* significa hallar las raíces o soluciones de la ecuación.

Por tratarse de una ecuación de 2º grado obtendremos siempre dos raíces.

## Fórmula cuadrática

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Estas raíces pueden ser: a) reales y distintas, b) reales e iguales, c) complejas conjugadas, dependiendo esto del valor que toma la expresión que está bajo el signo radical ( $b^2 - 4ac$ ) y que se denomina **DISCRIMINANTE**.

Si  $b^2 - 4ac > 0$  las raíces son reales y distintas

Si  $b^2 - 4ac = 0$  las raíces son reales e iguales ( se las denomina raíces dobles)

Si  $b^2 - 4ac < 0$  las raíces son complejas y conjugadas

### Ejemplo 1:

Resuelve  $x^2 + 2x - 3 = 0$        $a = 1$  ,    $b = 2$  ,    $c = -3$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$x_1 = 1$  ,    $x_2 = -3$        $x_1 \neq x_2$  raíces reales y diferentes

### Ejemplo 2:

Resuelve:  $9x^2 - 12x + 4 = 0$        $a = 9$  ,    $b = -12$  ,    $c = 4$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{2 \cdot 9} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{18}$$

$x_1 = \frac{2}{3}$  ,    $x_2 = \frac{2}{3}$        $x_1 = x_2$  raíz doble

**Ejemplo 3:**

Resuelve:  $x^2 + 5x + 8 = 0$        $a = 1$  ,  $b = 5$  ,  $c = 8$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{-7}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + i\sqrt{7}}{2} \quad x_2 = \frac{-5 - i\sqrt{7}}{2} \quad \text{raíces complejas conjugadas}$$

**Ejercicio 5**

Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas:

- a)  $3x^2 - 5x - 2 = 0$
- b)  $(2x+1)^2 = 1$
- c)  $x(x-1) - x(2x+1) = 2(1+x) - 5$
- d)  $\frac{x-1}{x^2-9} - \frac{3x+5}{x+3} = \frac{x+3}{x-3}$
- e)  $-x^2 + 3x = 6 + x$
- f)  $4x^2 - 5x = 0$
- g)  $x.(x-6) + 5x = 2x^2 + 1$
- h)  $-x^2 + 5 = 0$

**Propiedades de las raíces****Suma y Producto de raíces de ecuaciones cuadráticas**

Sea la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$  (1)

Sus raíces están dadas por:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\begin{aligned} &+ \quad x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &\quad x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$


---

Sumamos miembro a miembro:  $x_1 + x_2 = 2\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{b}{a}$  (2)

Multiplicamos miembro a miembro:

$$x_1 \cdot x_2 = \left( -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \cdot \left( -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) =$$

$$\left( -\frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 = \frac{c}{a} \quad (3)$$

Vemos que la suma y el producto de las raíces de una ecuación cuadrática se puede obtener como:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Verifica estas propiedades con las raíces de la ecuación del **Ejemplo 1**

Por otro lado, podemos escribir una ecuación equivalente a la (1) si dividimos ambos miembros por  $a$ :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad (4)$$

Si observamos (2), (3) y (4) vemos que el coeficiente del término lineal es el inverso aditivo (opuesto) de la suma de las raíces, y el término independiente es igual al producto de las raíces.

### Ejemplo 1:

Encuentra la suma y el producto de las raíces de la ecuación:  $2x^2 - 6x + 5 = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{2} = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$$

### Ejemplo 2:

Encuentra una ecuación cuadrática para la cual la suma de las raíces es  $-\frac{4}{5}$  y el producto es  $\frac{2}{3}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{5}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - \left(-\frac{4}{5}\right)x + \frac{2}{3} = 0 \rightarrow x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{2}{3} = 0 \rightarrow 15x^2 + 12x + 10 = 0$$


---

Estas propiedades nos permiten también **reconstruir la ecuación**:

**Ejemplo 3:**

Encuentra una ecuación cuadrática cuyas raíces son  $3$  y  $-\frac{2}{5}$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3 - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 3 \left( -\frac{2}{5} \right) = -\frac{6}{5}$$

$$x^2 - \frac{13}{5}x - \frac{6}{5} = 0 \rightarrow 5x^2 - 13x - 6 = 0$$


---

**Forma factoreada de la ecuación cuadrática**

El objetivo es escribir una ecuación cuadrática si se conocen sus raíces. Para ello utilizamos el principio de la igualdad de un producto con "0" (cero), si  $a$  y  $b$  son dos números reales, el producto  $a \cdot b$  es cero si  $a$  es cero ó  $b$  es cero.

**Ejemplo:**

Escribe una ecuación cuadrática cuyas raíces sean  $-3$  y  $4$ :

$$x = -3 \quad o \quad x = 4 \quad \therefore \quad x + 3 = 0 \quad o \quad x - 4 = 0$$

Multiplicando resulta:  $(x + 3) \cdot (x - 4) = 0 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

Hemos considerado  $a = 1$  podemos obtener otras ecuaciones equivalentes a ésta multiplicando ambos miembros por un mismo número real distinto de cero, por ejemplo, si multiplicamos por  $-2$  ambos miembros obtenemos:

$-2x^2 + 2x + 24 = 0$  Esta ecuación tiene las mismas soluciones que la anterior  $x = -3$  y  $x = 4$ , es equivalente a ella.

**Ejercicio 6**

Reconstruye la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$  con  $a = 1$ , sabiendo que sus raíces son:

a)  $x_1 = -6$  ;  $x_2 = -\frac{1}{2}$

b)  $x_1 = 0$  ;  $x_2 = -\frac{3}{5}$

c)  $x_1 = 1 - \sqrt{3}$  ;  $x_2 = 1 + \sqrt{3}$

d)  $x_1 = 2$  ;  $x_2 = 8$

## Ejercicio 7

Determina en cada caso el valor que debe tener  $m$  para que la ecuación:

a)  $2x^2 + \frac{1}{2}x + m = 0$  tenga una raíz doble.

b)  $x^2 + x + m = 1$  tenga una raíz nula.

c)  $x^2 - 8x + m = 0$  tenga una raíz igual al triple de la otra.

d)  $-x^2 + 3x + m = 0$  tenga una raíz 4 unidades mayor a la otra.

## Ejercicio 8

Determina el valor de  $k$  para que la ecuación:

a)  $4x^2 + kx + 6 = 0$  tenga una raíz igual a  $-2$

b)  $3x^2 + kx - 2 = 0$  tenga raíces cuya suma sea  $6$

c)  $2x^2 + (4-k)x - 17 = 0$  tenga raíces iguales en valor absoluto pero de signo contrario

d)  $(k+2)x^2 + 5x + 2k = 0$  tenga raíces cuyo producto sea  $2/3$

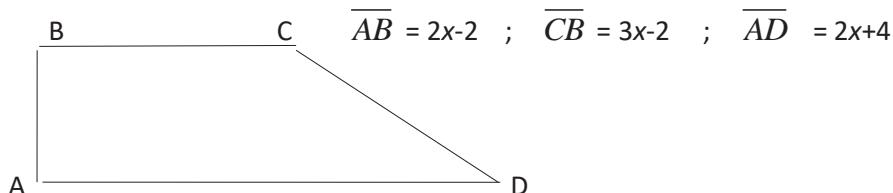
## Ejercicio 9

Dada la ecuación  $18x^2 - 12kx + (6k - 2) = 0$ , determinar el valor de  $k$  para que:

- a) sus raíces sean iguales:
- b) sus raíces sean opuestas:
- c) sus raíces sean recíprocas:
- d) una de sus raíces sea nula.

## Ejercicio 10 Problemas

- a) La suma del cuadrado de un número entero y el cuadrado del doble del consecutivo es 232  
¿Cuál es el número?
- b) Calcula el perímetro de un rectángulo cuya área es  $168 \text{ cm}^2$ , sabiendo que la diferencia entre la base y la altura es 2 cm.
- c) La base de un rectángulo es 3 cm. más larga que su altura. Si el área del rectángulo es  $180 \text{ cm}^2$ , halla la base y la altura
- d) Un jardín rectangular tiene un perímetro de 76 metros y un área de 360 metros cuadrados.  
Halla las dimensiones del jardín
- e) El producto de dos números es 1 más que tres veces su suma. Halla los números si su diferencia es 9.
- f) El área del trapecio rectángulo ABCD es 34. Calcula el perímetro.



### Nota histórica

#### Álgebra básica UN POCO DE HISTORIA



El origen de la palabra ALGEBRA está en el libro titulado *Al-jabr wa'l muqabalah* escrito por el árabe Al-Hwarizmi en el s. IX.

En él se exponen los métodos para resolver ecuaciones de primer y segundo grado casi como ahora, excepto que no usa números negativos, por lo que sólo se resuelven ecuaciones de 2º grado con coeficientes positivos.



# MÓDULO 4

## INECUACIONES

Hasta aquí nos dedicamos a resolver ecuaciones, sin embargo, muchas veces los problemas a resolver se presentan como desigualdades:

**Ejemplo 1:**  $2x + 3 < 7$

Resolver una desigualdad significa encontrar todos los valores de  $x$  para los cuales es verdadera la desigualdad.

A esta desigualdad se la denomina **Inecuación**.

Cuando resolvemos una inecuación el resultado obtenido se llama **conjunto solución** y puede expresarse como intervalo o unión de intervalos y representarse en la recta numérica.



$$2x + 3 < 7 \rightarrow x < 2 \text{ inecuación (desigualdad)}$$

$$2x + 3 = 7 \rightarrow x = 2 \text{ ecuación (igualdad)}$$



Una desigualdad puede ser:

- **condicional**, cuando es válida para determinados valores y falsa para otros.
- **absoluta**, cuando es válida para todos los números reales,
- **contradictoria**, cuando es falsa para todos los números reales.

Para resolver una inecuación se procede de manera semejante a como hicimos para resolver una ecuación. El objetivo será dejar de un lado de la desigualdad a la incógnita, y para ello trabajamos con desigualdades equivalentes.

Recordemos algunas propiedades de las desigualdades:

- Si  $a$  y  $b$  son dos números reales, sólo una de las expresiones siguientes es verdadera:  
$$a = b \quad \text{ó} \quad a > b \quad \text{ó} \quad a < b$$
- Si  $a < b$  y  $b < c$  entonces  $a < c$
- Si sumamos a ambos miembros de una desigualdad un mismo número, el sentido de la desigualdad se mantiene: si  $a < b$  entonces  $a + c < b + c$
- Si multiplicamos ambos miembros de una desigualdad por un mismo número (distinto de cero), la desigualdad se mantiene si el número es positivo, y cambia si el número es negativo

Si  $a < b$  entonces  $a \cdot c < b \cdot c$  si  $c > 0$

$a \cdot c > b \cdot c$  si  $c < 0$

Mostraremos ejemplos de diferentes tipos de inecuaciones, para resolverlas se requiere aplicar propiedades de las desigualdades, operaciones y del valor absoluto.

¿Cómo procedemos para resolver la inecuación del Ejemplo 1?

$$2x + 3 < 7$$

Restamos "3" en ambos miembros:  $2x + 3 - 3 < 7 - 3$

Simplificamos  $2x < 4$

Dividimos ambos miembros por "2"  $\frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$

Simplificamos  $x < 2$

El conjunto solución es:  $S = (-\infty; 2)$ ,

Gráficamente:



**Ejemplo 2:**  $3x - 4 \leq 7x + 5$

Sumamos "4" en ambos miembros:  $3x - 4 + 4 \leq 7x + 5 + 4$

Simplificamos  $3x \leq 7x + 9$

Restamos "7x" en ambos miembros:  $3x - 7x \leq 7x + 9 - 7x$

Simplificamos

$$-4x \leq 9$$

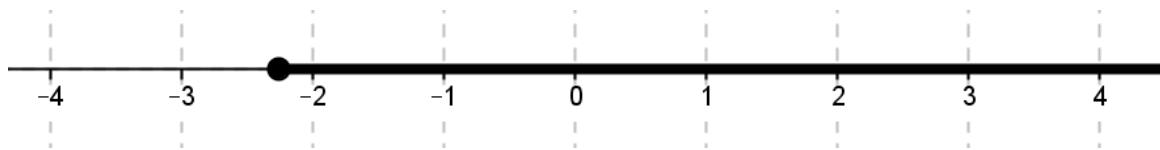
Dividimos ambos miembros por “- 4”       $\frac{-4x}{-4} \geq \frac{9}{-4}$  (cambia el sentido de la desigualdad)

Simplificamos

$$x \geq -\frac{9}{4}$$

El conjunto solución es :  $S = \left[ -\frac{9}{4}; \infty \right),$

Gráficamente:



Ejemplo 3:       $-4 < 2x + 1 \leq 5$

Un número real  $x$  es solución de esta desigualdad si y sólo si es solución de la desigualdad  $-4 < 2x + 1$  y de  $2x + 1 \leq 5$

Resolvemos la 1<sup>a</sup> desigualdad

$$\begin{aligned} -4 < 2x + 1 &\rightarrow -4 - 1 < 2x + 1 - 1 \rightarrow -5 < 2x \\ \rightarrow \frac{-5}{2} &< \frac{2x}{2} \rightarrow -\frac{5}{2} < x \rightarrow x > -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

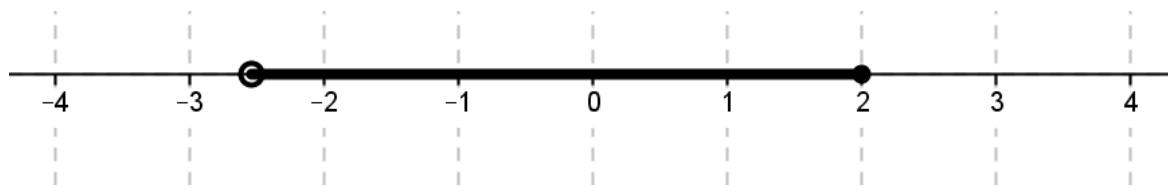
Resolvemos la 2<sup>a</sup> desigualdad

$$\begin{aligned} 2x + 1 \leq 5 &\rightarrow 2x + 1 - 1 \leq 5 - 1 \rightarrow 2x \leq 4 \\ \rightarrow \frac{2x}{2} &\leq \frac{4}{2} \rightarrow x \leq 2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, las soluciones son todas aquellos valores de  $x$  que son mayores que  $-\frac{5}{2}$  y menores o iguales que 2; la solución expresada en forma de intervalo es:  $S = \left( -\frac{5}{2}; 2 \right]$ , y expresada como

$$\text{conjunto es } S = \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{5}{2} < x \leq 2 \right\}$$

Gráficamente:



También se puede resolver trabajando simultáneamente ambas desigualdades, recuerda que la idea es aislar  $x$ :

$$\begin{aligned}-4 < 2x + 1 \leq 5 &\rightarrow -4 - 1 < 2x + 1 - 1 \leq 5 - 1 \rightarrow -5 < 2x \leq 4 \\ \rightarrow \frac{-5}{2} < \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2} &\rightarrow -\frac{5}{2} < x \leq 2\end{aligned}$$

---

**Ejemplo 4:**  $\frac{2}{x-3} > 0$

Un cociente es positivo cuando el numerador y el denominador tienen el mismo signo.

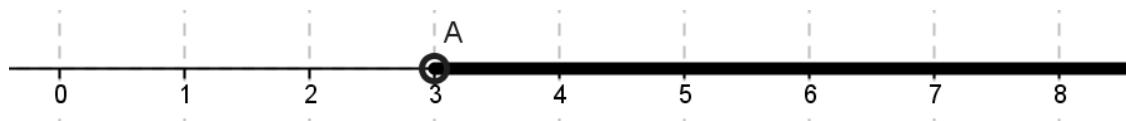
En este caso el numerador es siempre positivo, en tanto que el denominador es positivo para los valores de  $x$  mayores que 3.

$$x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

Este es entonces el conjunto solución para este ejemplo:

$$S = (3; \infty), \text{ ó } S = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$$

Gráficamente:



**Ejemplo 5:**  $\frac{x-3}{x+2} \geq 0$

Esta inecuación es un cociente entre dos expresiones algebraicas, para determinar el conjunto solución analizamos el signo del numerador, el del denominador y aplicamos la regla de los signos.

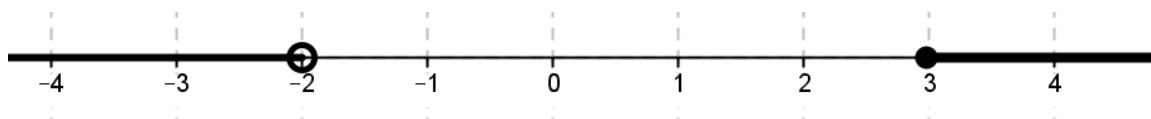
Podemos resumir esto haciendo una tabla de signos:

Nota que los intervalos analizados están limitados por aquellos números que son raíces del numerador o del denominador

	$(-\infty; -2)$	-2	$(-2; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$x - 3$	-	-	-	0	+
$x + 2$	-	0	+	+	+
$\frac{x-3}{x+2}$	+	no $\exists$	-	0	+

$$S = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty) \quad \text{o} \quad S = \{x \in \mathbb{R} / x < -2 \quad \vee \quad x \geq 3\}$$

Gráficamente:



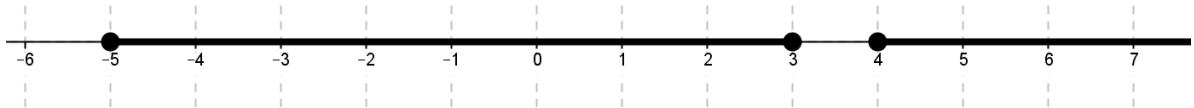
**Ejemplo 6:**  $(x+5) \cdot (x-3) \cdot (4-x) \leq 0$

Esta inecuación está expresada como un producto entre tres factores, para resolverla analizamos el signo de cada uno de los factores que intervienen:

	$(-\infty; -5)$	-5	$(-5; 3)$	3	$(3; 4)$	4	$(4; +\infty)$
$x + 5$	-	0	+	+	+	+	+
$x - 3$	-	-	-	0	+	+	+
$4 - x$	+	+	+	+	+	0	-
$(x+5) \cdot (x-3) \cdot (4-x)$	+	0	-	0	+	0	-

$$S = [-5; 3] \cup [4; +\infty) \quad \text{or} \quad S = \{x \in \mathfrak{R} / -5 \leq x \leq 3 \quad \vee \quad x \geq 4\}$$

## Gráficamente:

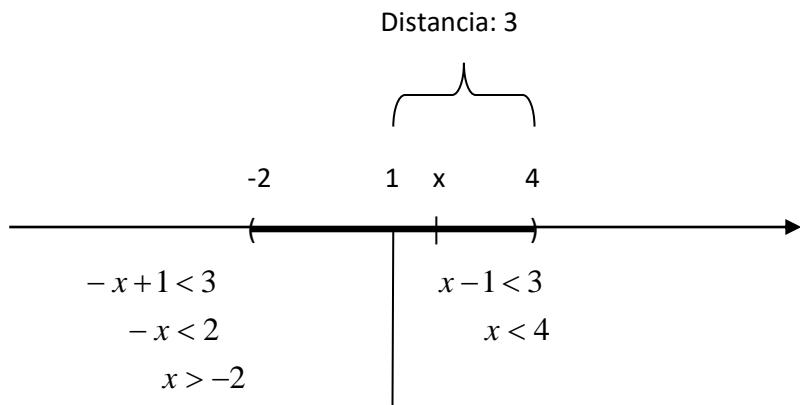


**Ejemplo 7:**  $|x - 1| < 3$

En esta inecuación aparece el valor absoluto. Aplicamos las propiedades del módulo explicitadas en la unidad 1:

$$\begin{aligned} |x-1| < 3 &\Leftrightarrow -3 < x-1 < 3 \\ -3+1 < x-1+1 < 3+1 &\rightarrow -2 < x < 4 \\ = (-2;4) \quad \circ \quad S = \{x \in \mathfrak{R} / -2 < x < 4\} \end{aligned}$$

Geométricamente: son todas las  $x$  cuya distancia al "1" es menor que "3"



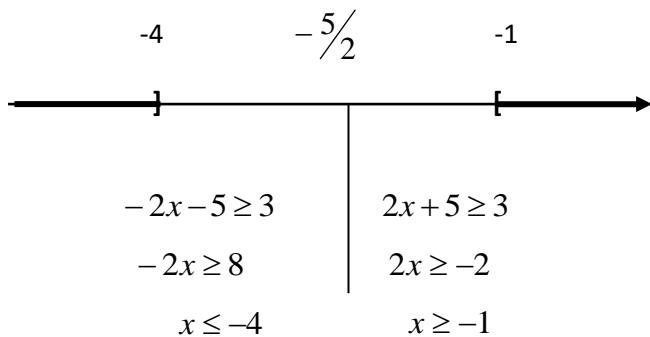
**Ejemplo 8:**  $|2x + 5| \geq 3$

Para resolverla nuevamente aplicamos propiedades del valor absoluto explicitadas en la Unidad 1

$$\begin{aligned}
 |2x+5| \geq 3 &\Leftrightarrow 2x+5 \geq 3 \quad \vee \quad -2x-5 \geq 3 \\
 2x+5-5 \geq 3-5 &\quad \vee \quad -2x-5+5 \geq 3+5 \\
 2x \geq -2 &\quad \vee \quad -2x \geq 8 \\
 x \geq -1 &\quad \vee \quad x \leq -4
 \end{aligned}$$

El conjunto solución es:  $S = (-\infty; -4] \cup [-1; +\infty)$  ó  $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -4 \vee x \geq -1\}$

Geométricamente: son todas las  $x$  cuya distancia a  $-\frac{5}{2}$  es mayor o igual que "3/2"



**Ejemplo 9:**  $x^3 + 3x^2 - 13x < 15$

En este caso, a diferencia del ejemplo 6, en el que la inecuación se presenta como un producto de factores y en el segundo miembro existe un cero, acá no sucede. Entonces, en primer lugar, nos conviene expresarla así:  $x^3 + 3x^2 - 13x - 15 < 0$

Ahora factoreamos el polinomio del primer miembro y luego procedemos, como en el ejemplo 6, analizando el signo del producto que nos queda.

Factoreamos aplicando uno de los métodos explicados anteriormente (sugerimos que piensen cuál es y cómo se aplica)

Resulta entonces:

$$(x-3).(x+5).(x+1) < 0$$

Realizando un análisis similar al realizado en el ejemplo 6 se llega a la siguiente solución:

$$S = (-\infty; -5) \cup (-1; 3) \quad \text{o} \quad S = \{x \in \mathfrak{R} / x < -5 \quad \vee \quad -1 < x < 3\}$$

Gráficamente:



## Ejercicio 1

Resolver las siguientes inecuaciones, expresar el conjunto solución como intervalo o unión de intervalos y graficar

$$a) \quad -2 \leq x + 3 \leq 3$$

$$b) \quad -3 \geq x + 1 \geq -5$$

$$c) \quad -1 \leq 2 - x \leq 4$$

$$d) \quad x(x-3) > 0$$

$$e) \quad x(x+1) < 0$$

$$f) \quad |x| \geq 2$$

$$g) \quad |x| < -7$$

$$h) \quad |x| < 4$$

$$i) \quad |x-3| < 5$$

$$j) \quad |x+2| \geq 4$$

$$k) \quad |x| > -1$$

$$l) |2x - 6| + 8 < 20$$

$$m) -3 \cdot |x + 5| \geq -\frac{1}{6}$$

$$n) 5 \cdot |5 - x| - 4 < 26$$

$$\tilde{n}) (x - 1)^2 + 6 > 18$$

$$o) x^2 - 6 < 3$$

$$p) -4 \cdot (x - 3)^2 \leq -25$$

$$q) \frac{(x + 5) \cdot (x - 1)}{-2} < 0$$

$$r) -x^2 + 2x + 3 > 0$$

$$s) 3(x - 2)(x - 3)(x + 7) > 0$$

$$t) x^3 - 3x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$u) \sqrt{(x - 2)^2} \geq 3$$

$$v) \left| \frac{2x + 3}{-3} \right| > \sqrt{2}$$

## Ejercicio 2

Expresa el enunciado en términos de una desigualdad usando valor absoluto:

- a) El peso de una caja no puede variar más de 2 Kg. si su peso es de 30 Kg.
- b) El radio de un rulemán no puede variar más de 0,01 cm. de 1 cm.
- c) La diferencia de dos temperaturas  $T_1$  y  $T_2$  de una mezcla química tiene que estar entre  $5^\circ C$  y  $10^\circ C$ .

## Ejercicio 3

### Problemas

1) Usa la relación  $C = \frac{5}{9}(F - 32)$  para determinar:

- a) El intervalo en la escala Fahrenheit que corresponde a  $20 \leq C \leq 30$
- b) El intervalo en la escala Celsius que corresponde a  $50 \leq F \leq 90$

2) De acuerdo con la ley de Hooke, la fuerza  $F$  (en Kg.) requerida para estirar cierto resorte  $x$  cm., más allá de su longitud normal, está dada por  $F = 4,5x$ . Si  $10 \leq F \leq 18$ , ¿Cuáles son los valores correspondientes de  $x$ ?

3) Una fábrica produce 23000 arandelas diariamente. Si el diámetro  $d$ , medido en milímetros, de una arandela verifica que  $|d - 236| \geq 5,1$ , la arandela es considerada defectuosa y es desechada. ¿Cuál debe ser el valor del diámetro para que la pieza no sea desechada?

4) Para analizar la probabilidad de que una moneda sea buena se lanza 100 veces y se anota el número  $x$  de caras obtenidas. La estadística enseña que la probabilidad de que moneda sea falsa se

obtiene resolviendo  $\left|\frac{x-50}{5}\right| \geq 1,645$  ¿Para qué valores de  $x$  la moneda es buena?

5) La cantidad  $c$  de tuercas producidas diariamente en una fábrica verifica:  $|c - 325000| < 10500$ .  
i) ¿Cuál es la cantidad mínima que produce la fábrica en una jornada de trabajo? ii) ¿y la máxima?

6) Un disco de computadora debe mantenerse en un intervalo de temperaturas dado por  $|x - 24,4^\circ C| \leq 3,7^\circ C$ , ¿Cuáles son las temperaturas mínima y máxima del intervalo?

7) El ingreso por vender  $x$  unidades de un producto es  $R=24.55x$ . El costo de producir  $x$  unidades es  $C=15.4x+150.000$ . Para obtener una utilidad, el ingreso debe ser mayor al costo ¿Para qué valores de  $x$  dará utilidades este producto?

8) El lado de un cuadrado se mide usando regla y se anota 24.2 cm pudiendo cometer un error en esa medición de 0.15 cm. Usando estas mediciones determinar el intervalo que contenga las posibles áreas del cuadrado.

- 9) Se pone en operación un aparato electrónico en un ambiente con humedad relativa  $h$  en el intervalo definido por  $|h - 50| \leq 30$ . ¿Cuáles son las humedades relativas mínimas y máximas para la operación de este aparato?
- 10) El tiempo en horas necesario para efectuar un determinado trabajo cumple con la siguiente desigualdad  $\left| \frac{t-15}{2} \right| \leq 1$ . Determinar el intervalo de tiempo que puede llevar dicho trabajo. Si se tardan 16hs 30minutos en realizar el trabajo ¿El tiempo se encuentra en dicho intervalo?

# UNIDAD 5

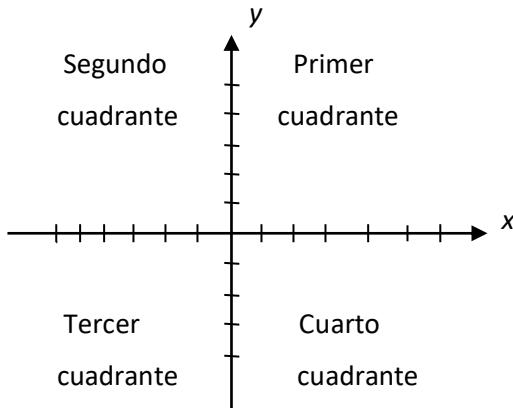
## FUNCIONES – SISTEMAS DE ECUACIONES

### SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

Vimos que cada punto en la recta numérica está asociado con un número real y viceversa. Ahora veremos que cada punto del plano está asociado con un par ordenado de números.

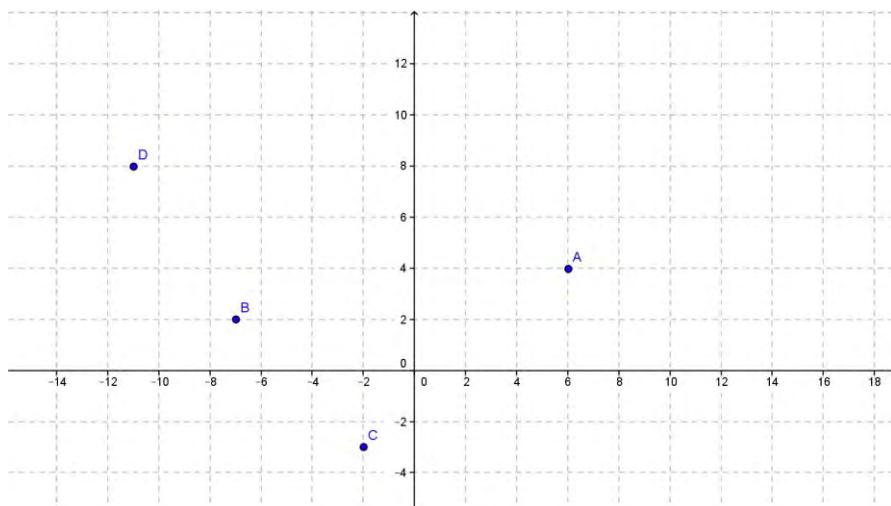
Un sistema de coordenadas cartesianas está constituido por dos rectas numéricas llamadas *ejes*, que se cortan perpendicularmente en un punto que llamamos *origen*.

Se asigna usualmente al eje horizontal la letra “*x*”, y se llama *eje de abscisas*, y al eje vertical se le asigna la letra “*y*” y se lo llama *eje de ordenadas*. Los ejes dividen al plano en cuatro *cuadrantes*.



Un punto en el plano cartesiano queda definido cuando se dan sus coordenadas *x* e *y*, en ese orden, primero se menciona la abscisa y luego la ordenada correspondiente.

A(6;4); B(-7;2); C(-2;-3); D(-11;8).



## Ejercicio 1

Al gráfico anterior agrega los puntos de E (0;6) y F (6;0)

## FUNCIONES

Comenzamos definiendo qué se entiende por *relaciones*, se dice que entre dos conjuntos A y B existe una relación cuando existe una correspondencia entre los elementos de A (conjunto de partida) y de B (conjunto de llegada).

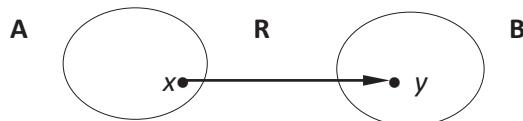
Una relación es un conjunto formado por pares ordenados  $(x ; y)$  relacionados entre sí por alguna condición o propiedad.

$$R = \{(x; y) / x \in A \wedge y \in B \wedge x R y\}$$

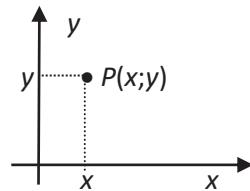
**x:** primer componente del par ordenado

**y:** segunda componente del par ordenado

Una relación se puede representar por un diagrama de flechas (diagrama de Venn):



También se puede representar en un sistema de ejes cartesianos ortogonales, en él cada par ordenado perteneciente a la relación será representado por un punto del plano



**Gráfica de una relación** es el conjunto de puntos del plano que satisfacen la relación.

**Dominio de una relación** son los elementos del conjunto de partida que tienen un elemento correspondiente en el conjunto de llegada; son las primeras componentes de los pares ordenados.

En un diagrama de Venn son los elementos del conjunto de partida relacionados con elementos del conjunto de llegada.

En un gráfico cartesiano son las abscisas de los puntos representados ( $x$ ) que tienen una correspondiente  $y$ .

En una expresión matemática son las  $x$  que permiten calcular la  $y$ .

**Imagen de una relación** es el conjunto de elementos del conjunto de llegada asociados con elementos del conjunto de partida. Son las segundas componentes de los pares ordenados.

En un diagrama de flechas son los elementos del conjunto de llegada a los cuales les llega una flecha.

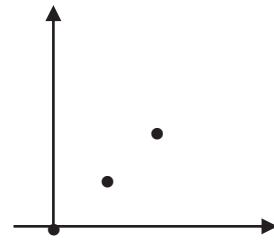
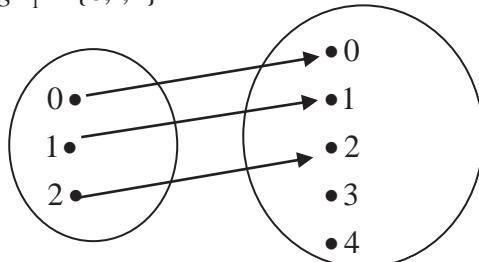
En un gráfico cartesiano son las ordenadas de los puntos representados.

En una expresión matemática son los valores de  $y$  que se obtienen para las  $x$  del conjunto de partida

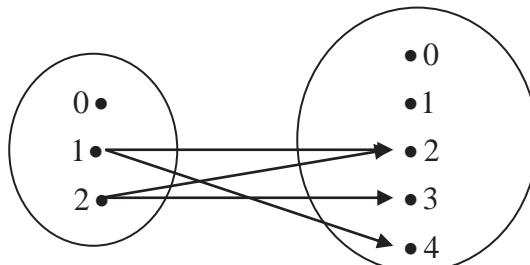
**Ejemplo 1:**  $R_1 = \{(0;0), (1;1), (2;2)\}$

$$DomR_1 = \{0,1,2\}$$

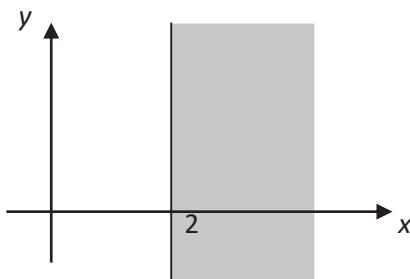
$$ImagR_1 = \{0,1,2\}$$



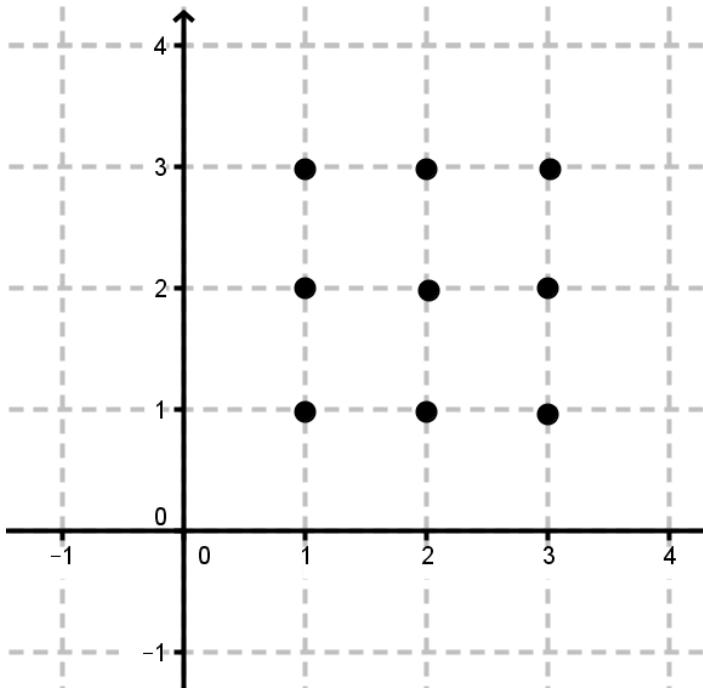
**Ejemplo 2**  $R_2 = \{(1;2), (1;4), (2;3), (2;2)\}$   $DomR_2 = \{1,2\}$   
 $ImagR_2 = \{2,3,4\}$



**Ejemplo 3**  $R_3 = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 2\}$   $DomR_3 = [2; +\infty)$   
 $ImagR_3 = \mathbb{R}$



**Ejemplo 4**  $R_4 = \{(x; y) \in \mathbb{N}^2 / x \leq 3 \wedge y < 4\}$   $\text{Dom } R_4 = \{1, 2, 3\}$   
 $\text{Imag } R_4 = \{1, 2, 3\}$

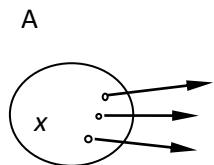


En la vida diaria el concepto de función se utiliza habitualmente para establecer una relación o dependencia de una cantidad respecto de otra. Por ejemplo: la demanda es una función del precio, el tiempo que tardaré en llegar a un cierto lugar será función de la distancia que tendré que recorrer, la nota que sacaré en el parcial será función de las horas de estudio, etc.

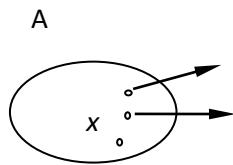
Supongamos que se les pide a 4 personas que escriban su nombre y su edad, y luego esas mismas personas deben escribir su nombre y la marca de los automóviles que poseen. La primera relación es sin duda una función por que a cada persona le corresponde una edad, y solo una, en cambio en el segundo caso, puede suceder que una persona tenga más de un vehículo, y en ese caso a un mismo nombre se le asocia más de un elemento.

En matemática el concepto de función tiene un sentido más restrictivo.

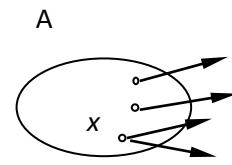
Una **relación funcional o función** es una regla que asigna a cada elemento  $x$  del conjunto de partida un único elemento  $f(x)$  en el conjunto de llegada.



es función



no es función

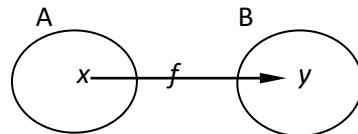


no es función

De modo que las relaciones funcionales son también un conjunto de pares ordenados, pero éstos deben cumplir dos condiciones:

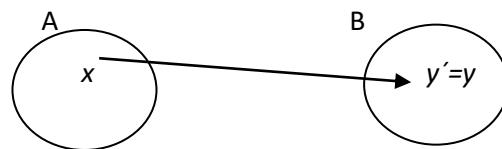
**Existencia:** todo elemento del conjunto de partida debe tener imagen

$$\forall x \in A \exists y \in B / (x; y) \in f$$



**Unicidad:** a todo elemento del conjunto de partida le corresponde un único elemento en el conjunto de llegada.

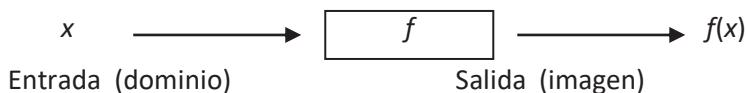
$$Si (x; y) \in f \wedge (x; y') \in f \Rightarrow y = y'$$



Para que una función quede perfectamente definida hay que indicar el *conjunto de partida*, con lo cual definimos el dominio, el *conjunto de llegada* y la *regla* que permite obtener para cada  $x$  una  $y = f(x)$  llamada imagen de la función  $y$  que está contenida en el conjunto de llegada. Es decir, cuando hablamos de función estamos en presencia de una terna: Dominio- Conjunto de llegada (puede o no coincidir con la Imagen) y ley de correspondencia.

Resulta útil concebir a una función como una máquina. Si  $x$  está en el dominio de la función entonces  $x$  entra en la máquina, se acepta como una entrada y la máquina produce una salida  $f(x)$  de acuerdo con la regla de la función, así podemos concebir el dominio como todas las entradas posibles y la imagen como el conjunto de todas las salidas posibles.

Las funciones programadas de una calculadora son un buen ejemplo de una función como máquina. Se desea, por ejemplo, hallar la raíz cuadrada de un número, si el número es negativo la máquina marcará error porque los números negativos no están en el dominio de esta función, es decir, no es una entrada aceptable. Si el número es no negativo, aparecerá un resultado.



Cuando definimos una función y el dominio no es explícito, se entiende que el dominio es el mayor conjunto de valores de  $x$  para los cuales existe  $y$ . Este es el llamado *dominio natural*.

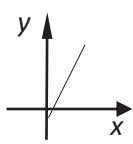
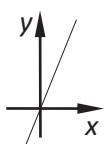
En general se dirá  $f : A \rightarrow B / y = f(x)$ ,  $x$  va tomando distintos valores del dominio, la regla ( $f$ ) permite obtener los valores correspondientes de  $y$ . Dado que el valor de la variable  $y$  en  $y = f(x)$  siempre depende de la elección de  $x$ , decimos que  $y$  es la **variable dependiente**. La elección de  $x$  es independiente de  $y$ , por consiguiente  $x$  es la **variable independiente**.

## Gráfica de una función

Muchas veces se utiliza una función para describir problemas de la ciencia, la ingeniería, el comercio. Para interpretar y utilizar datos obtenidos de tal función, es útil presentar los datos en forma gráfica.

Si  $f$  es una función con dominio  $A$ , entonces la **gráfica de  $f$**  es el conjunto de pares ordenados  $\{(x; f(x)) / x \in A\}$  pertenecientes al plano cuya  $y = f(x)$ .

Decir por ejemplo:  $y = 2x$  no alcanza para tener definida la función, no es lo mismo definir la función como de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , que definirla como de  $\mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$



Vemos que la regla es la misma  
pero no es la misma función.

Dos funciones son iguales si y solo si tienen el mismo dominio y para cada elemento del dominio la misma imagen, obtenida a través de la ley de formación:

$$D_f = D_g \wedge \forall x \in D \rightarrow f(x) = g(x)$$

Las funciones se pueden expresar en diferentes **registros de representación**. Explicaremos esto mediante un ejemplo:

Supongamos tener en el conjunto de partida los números naturales, y observamos que estos números se relacionan con los del conjunto de llegada de la siguiente manera:

1 → 1	
2 → 8	
3 → 27	$f$ es la regla “elevar el número al cubo”
4 → 64	
5 → 125	
⋮ ⋮ ⋮	

Si escribimos  $f(3)$  estamos pidiendo aplicar la regla “ $f$ ” al número 3, al hacerlo obtenemos  $3^3 = 27$ , de modo que  $f(3) = 27$ .

En este ejemplo la función se presenta mediante una tabla es decir el registro de representación se denomina **numérico**. Si la misma función la expresamos así:

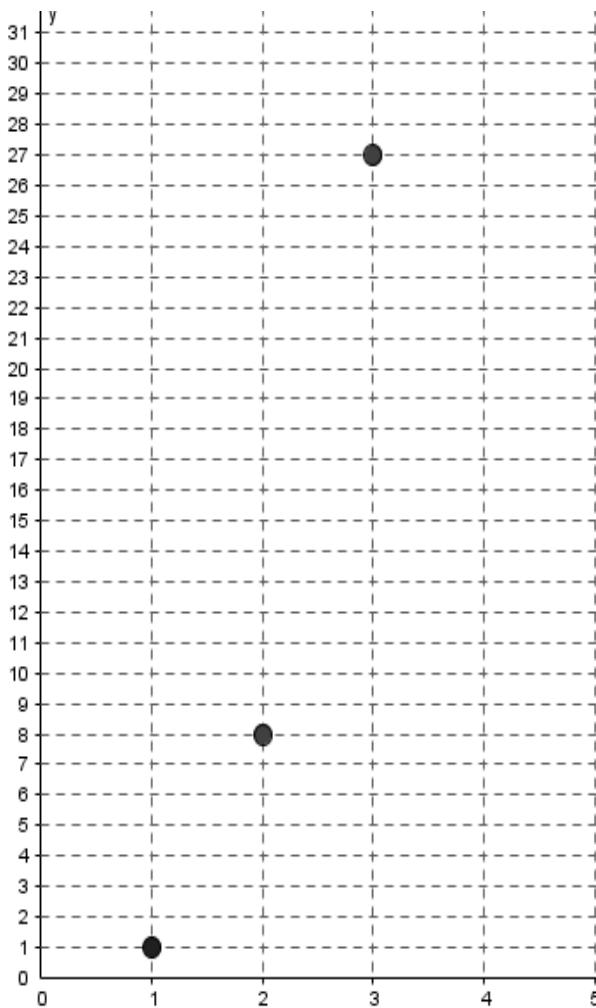
$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} / f(x) = x^3$$

Estamos utilizando un lenguaje de símbolos es decir el registro de representación es **analítico** también denominado **algebraico o simbólico**.

Si en cambio decimos: La función que le asigna a cada número natural su cubo. En este caso la función se expresa en registro **verbal o coloquial**.

Finalmente, si mostramos esta representación la función se expresa en registro **gráfico**

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$



En síntesis:

Hay cuatro maneras de representar una función:

- *verbalmente*, mediante una descripción en palabras, en el lenguaje coloquial
- *numéricamente*, mediante una tabla de valores (función tabular)
- *visualmente*, mediante una gráfica
- *algebraicamente*, mediante una fórmula

**Otro ejemplo:**

#### 1- Expresada algebraicamente

El área de un círculo depende del radio del mismo. La regla que relaciona a  $r$  con el área se expresa con la ecuación  $A = \pi r^2$ . Con cada número positivo  $r$  existe un número  $A$  asociado, decimos que  $A$  es función de  $r$ . En este caso el dominio debe ser  $\mathbb{R}^+$  dado que “ $r$ ” es un radio y no tiene sentido que sea 0 o un número negativo.

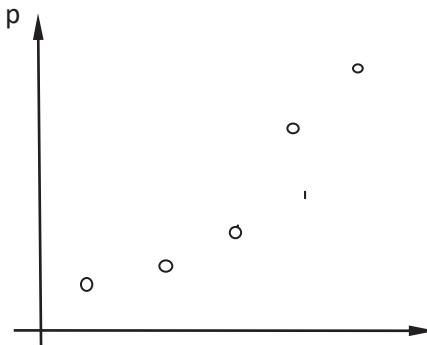
## 2- Expresada verbalmente

La función anterior expresada verbalmente es: El área de un círculo es directamente proporcional al cuadrado de su radio siendo la constante de proporcionalidad el número  $\pi$ .

## 3- Expresada numérica y visualmente

La población del mundo se da en forma aproximada en el siguiente cuadro: o en el gráfico de la derecha:

Año	Población (en millones)
1900	1650
1920	1860
1940	2300
1960	3020
1980	4450
2000	5800



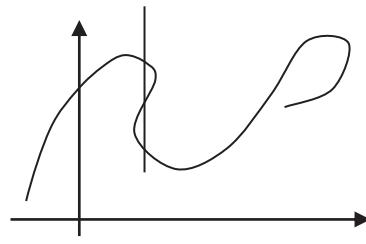
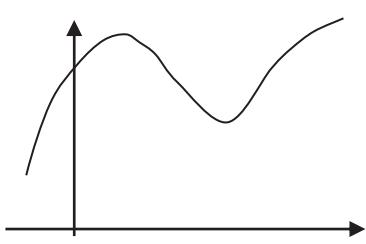
La gráfica nos permite absorber todos los datos a la vez. Es imposible una fórmula exacta que dé la población en cada instante, pero sí es posible hallar una expresión que permita una aproximación. Esta función, que es un ajuste razonablemente bueno, se llama **modelo matemático** para el crecimiento de la población.

Uno de los inconvenientes de la representación mediante trazado de puntos es que a veces no se puede conseguir una representación fiable, aún cuando se marque un gran número de puntos.

Recomendamos ver este video: Síntesis concepto de función:  
<https://www.youtube.com/watch?v=rWtLUWdz1tw>

## Prueba de la recta vertical para determinar si una relación es función

Una curva en el plano  $x$  y es la gráfica de una función si y sólo si una recta vertical que barre el dominio interseca la gráfica de la relación en un solo punto para cada valor de  $x$ .



Recomendamos ver este video: prueba de la recta vertical:  
<https://www.youtube.com/watch?v=oPqVsKdGr8s>

## Ejercicio 2

Expresa la regla funcional en el registro solicitado:

Registro analítico:

- Eleve al cubo la  $x$  y luego sume 2.
- Divida a  $x$  por 6 y luego reste 3.
- A  $x$  réstale 4 y a dicho resultado élévelo al cuadrado.

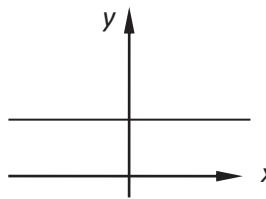
Registro verbal, numérico y gráfico:

d)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = 3x$

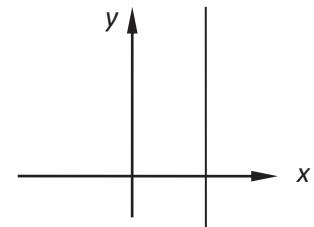
## Ejercicio 3

Indica cuáles de los siguientes gráficos corresponden a funciones de reales en reales:

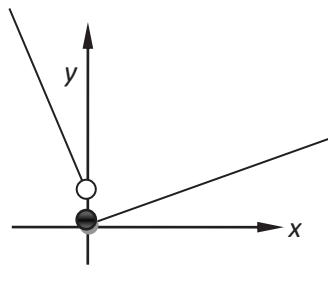
a)



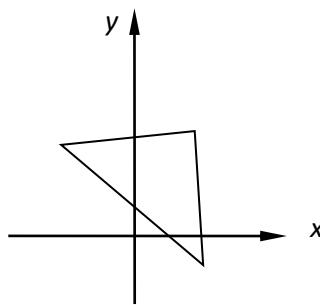
b)



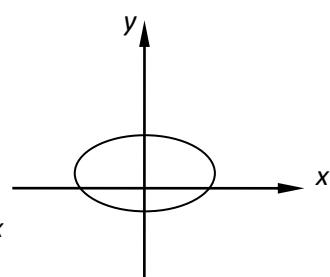
c)



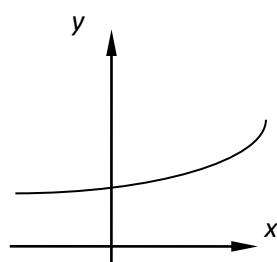
d)



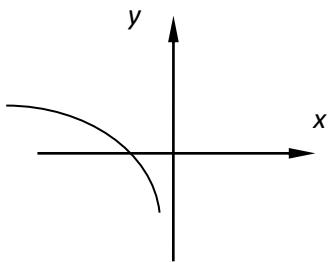
e)



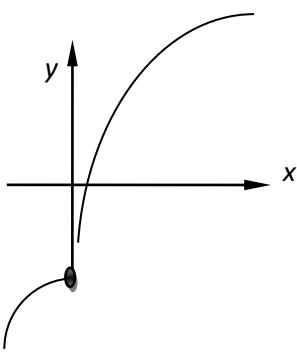
f)



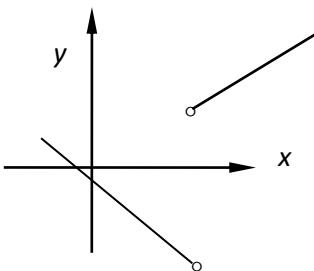
g)



h)



i)



#### Ejercicio 4

Si  $f(x) = \sqrt{x}$  encuentra: a)  $f(0) =$

b)  $f(2) =$

c)  $f(4) =$

d)  $f(a) =$

e)  $f(x + h) =$

#### Determinación del dominio para que una relación defina una función

Analíticamente se determina si una relación es función analizando el dominio, deberá existir un único valor de  $y$  para cada valor de  $x$ :

**Ejemplo 1:** Hallar el dominio para que la siguiente fórmula determine una función:  
 $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

Como no se puede calcular la raíz con índice par para números negativos, (en el conjunto de los números reales) se debe plantear que:

$$x^2 - 9 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 9 \rightarrow |x| \geq 3 \rightarrow x \geq 3 \vee x \leq -3.$$

El dominio de la función son todas las  $x$  que pertenecen a los intervalos  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ :

$$D = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$$

**Ejemplo 2:** Hallar el dominio para que la siguiente fórmula determine una función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-7}{x+2}}.$$

Tenemos nuevamente una raíz con índice par y un cociente. Para que la expresión tenga solución en el conjunto de los reales se debe plantear que:  $x+2 \neq 0 \wedge \frac{x-7}{x+2} \geq 0$ .

Para analizar el signo de la ecuación  $\frac{x-7}{x+2} \geq 0$  podemos valernos de una tabla de signos, dónde se analiza el signo de los dos factores que intervienen. La expresión  $(x-7)$  es igual a 0 en  $x = 7$ . Para todos los valores de  $x > 7$  es  $x-7 > 0$ ;  $x+2$  es igual a 0 para  $x = -2$ . Para valores de  $x > -2$  es  $x+2 > 0$  y para valores menores es  $x+2 < 0$ .

	$(-\infty; -2)$	$(-2; 7)$	$(7; +\infty)$
$x-7$	-	-	+
$x+2$	-	+	+
$\frac{x-7}{x+2}$	+	-	+

De acuerdo al último renglón de la tabla el dominio de la función es :  $D = (-\infty; -2) \cup [7; +\infty)$

**Ejemplo 3:** Determina el dominio:  $y^2 = x+2$

Despejando  $y$  resulta:  $|y| = \sqrt{x+2}$

Vemos que para un mismo valor de  $x$  hay dos valores distintos de  $y$ . Si tomamos, por ejemplo

$x = 7$  resulta  $|y| = \sqrt{7+2} \rightarrow y_1 = 3$  ,  $y_2 = -3$ . De modo que no estamos en presencia de una función, no se cumple la unicidad de imagen.

## Ejercicio 5

Hallar el dominio para que cada una de las siguientes fórmulas determinen una función:

$$a) \quad y = 2x + 3$$

$$c) \quad y = \frac{x+1}{x}$$

$$e) \quad y = \frac{3x+2}{x^2 - 1}$$

$$b) \quad y = x^2 + 3x - 1$$

$$d) \quad y = \frac{3x+1}{2x-2}$$

$$f) \quad y = \sqrt{x^2 - 5}$$

$$g) \quad y = \sqrt{1-x}$$

$$h) \quad y = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$i) \quad y = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$$

$$j) \quad y = 2^{x+1}$$

$$k) \quad y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

$$l) \quad y = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}$$

$$m) \quad y = (x^2 - x + 3)^{-1}$$

$$n) \quad y = \frac{x-2}{|x-2|}$$

$$o) \quad y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+2}}$$

## FUNCTION LINEAL

Se llama función lineal a una función polinómica de grado menor o igual a 1.

Una función lineal es una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

dada por  $f(x) = mx + b$  con  $m, b \in \mathbb{R}$

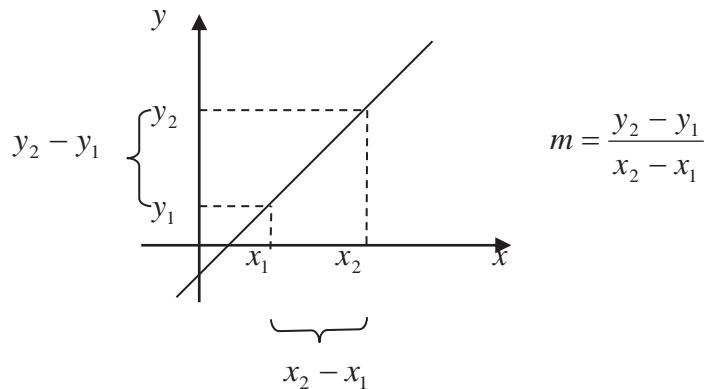
El dominio de esta función es el conjunto de los números reales, su gráfica representa a una recta de pendiente  $m$  y ordenada al origen  $b$ .

La ordenada al origen es la ordenada del punto en el que la gráfica de la función corta al eje  $y$ . Es el valor que toma  $y$  cuando la  $x$  vale 0

La pendiente indica cómo y cuánto varía la variable dependiente por unidad de variación de la independiente. En el caso de la función lineal la pendiente es el valor que indica la inclinación de la recta, es decir la pendiente está asociada con el ángulo que la recta forma con el eje de las abscisas.

Tomemos dos puntos cualesquier de la recta  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  con distinta abscisa, a medida que vamos de un punto al otro el cambio en  $x$  es  $(x_2 - x_1)$ , y el cambio en  $y$  es  $(y_2 - y_1)$ .

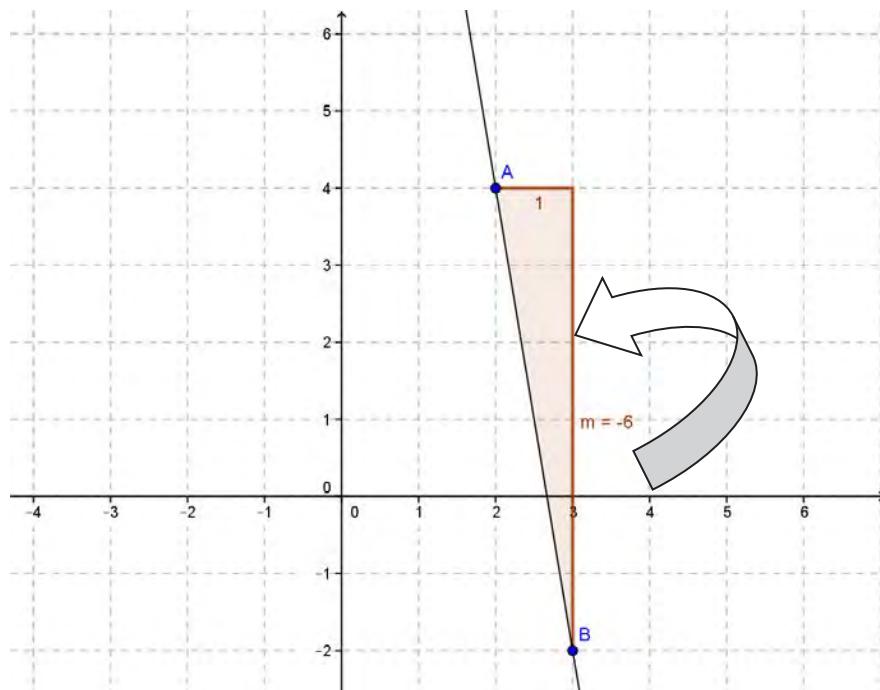
La pendiente es la **razón del cambio** en  $y$  dividido por el cambio en  $x$ .



Si la recta asciende de izquierda a derecha entonces la pendiente es positiva, en este caso el ángulo que la misma forma con el eje de las abscisas es agudo. Si de izquierda a derecha la recta desciende entonces la pendiente es negativa, y en este caso el ángulo es obtuso.

Un caso particular es el de la recta con  $m = 0$ , se trata de una recta de la forma  $y = b$ , cuya gráfica es paralela al eje  $x$  (horizontal) y se la suele denominar función constante, en este caso el ángulo es nulo.

**Ejemplo:** Determina la pendiente de la recta que une los puntos: A(2;4) y B(3;-2), observa el gráfico para comprender mejor.



$m = \frac{-2 - 4}{3 - 2} = \frac{-6}{1} = -6$  Observa que el ángulo determinado entre el eje x y la recta tomado en sentido contrario a las agujas del reloj es obtuso.

### Ejercicio 6:

Determina la pendiente de la recta que une los puntos y graficarlas.

a) A(3;2) y B(6;7)

b) C(-5;5) y D(-5;-2)

c) E (-3;7) y F(1;-1)

d) G(0;0) y H(7;3)

e) I(3;2) y J(-2;3)

f) K(-2;-3) y L(8;-3)

g) M(-5;5) y N(5;-2)

### Ejercicio 7:

Completa la siguiente tabla:

Función	Pendiente	Ordenada al origen
$y = 3x + 2$		
$y = -4 + \frac{3}{2}x$		

<u>Función</u>	Pendiente	Ordenada al origen
$2 - 4x = y$		
$y = -3.....$	2,8	

$3 = x + 5y$		
$y = \dots$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6$		
$y = 2x \dots$		-5

Si conocemos la pendiente  $m$  de la recta y las coordenadas de un punto  $(x_1; y_1)$  de la misma, entonces la ecuación se puede expresar como

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

También si conocemos dos puntos pertenecientes a la recta de coordenadas:  $(x_1; y_1)$  y  $(x_2; y_2)$  podemos hallar la ecuación de la recta usando la siguiente expresión:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad \text{siendo} \quad y_2 \neq y_1 \wedge x_2 \neq x_1$$

### Ejemplo

a) Determina la ecuación de la recta si  $m = \frac{2}{3}$  y  $P(-1; 4)$

$$y - 4 = \frac{2}{3}(x - (-1)) \rightarrow y - 4 = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$$

b) Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos:  $M=(-3; 5)$  y  $Q=(4; 3)$

$$\frac{y - 5}{3 - 5} = \frac{x - (-3)}{4 - (-3)} \Rightarrow \frac{y - 5}{-2} = \frac{x + 3}{7} \Rightarrow \frac{y}{-2} = \frac{x}{7} + \frac{3}{7} - \frac{5}{2} \Rightarrow y = \left(\frac{x}{7} - \frac{29}{14}\right) \cdot (-2)$$

Aplicando propiedad distributiva resulta:

$$y = -\frac{2}{7}x + \frac{29}{7}$$

**Importante:** recomendamos profundizar el tema de función lineal consultando los materiales que figuran en Miel Materias Interactivas <http://miel.unlam.edu.ar/> especialmente diseñados para este curso: Función lineal

Link a material dinámico con Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/ge39pqBP>

### Ejercicio 8

Para cada uno de los siguientes casos determina la ecuación de la recta y grafica:

- a)  $m = 2$       A(3;-4)
- b)  $m = -\frac{1}{4}$       B(6; 2)
- c)  $m=0$       C(3;-2)

### Ejercicio 9

Obtén la ecuación de la recta de ordenada al origen igual a 7 y ángulo de inclinación  $\alpha = 45^\circ$

### Ejercicio 10

¿Son colineales M(0;-3), N(1; 4), S(2; 11)? Justifica.

### Ejercicio 11

Dada la recta  $y = \frac{2}{3}x + 1$ , indica si:

- a) Si P(3;3) pertenece a la recta.....
- b) Si Q(2;2) pertenece a la recta.....

### Ejercicio 12

Dada la recta  $2x + 3y = 5$  indica:

- a) Tres puntos que pertenecen a la recta.....
- b) Tres puntos que no pertenecen a la recta.....

### Ejercicio 13

Determina en cada caso la ecuación de la recta que une los puntos A y B y represéntala en una hoja cuadriculada:

a) A(0;0)

B(7;3)

b) A(3;2)

B(-2;3)

c) A(-2;-3)

B(8;-3)

$y = \dots$

$y = \dots$

$y = \dots$

## Ejercicio 14

Para cada uno de los siguientes casos determinar la ecuación de la recta y representarlas en hoja cuadriculada:

a)  $m = 2$  ; A(3;-4)

b)  $m = -\frac{1}{4}$  ; B(6; 2)

$y = \dots$

$y = \dots$

## Ejercicio 15

Grafica en hoja cuadriculada:

a)  $y = 2x + 3$

b)  $y = \frac{3}{2}x - 2$

c)  $y = 5x$

d)  $y = -\frac{1}{3}x$

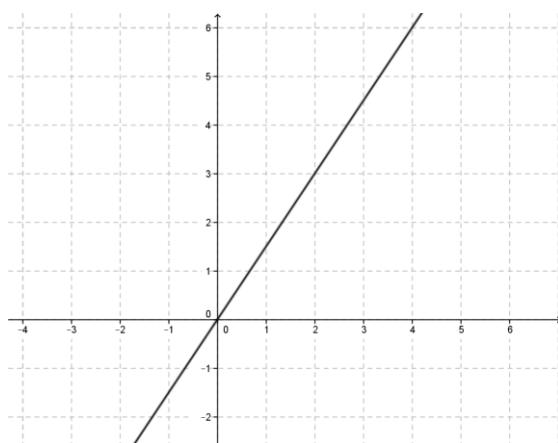
e)  $y + x = 0$

f)  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$

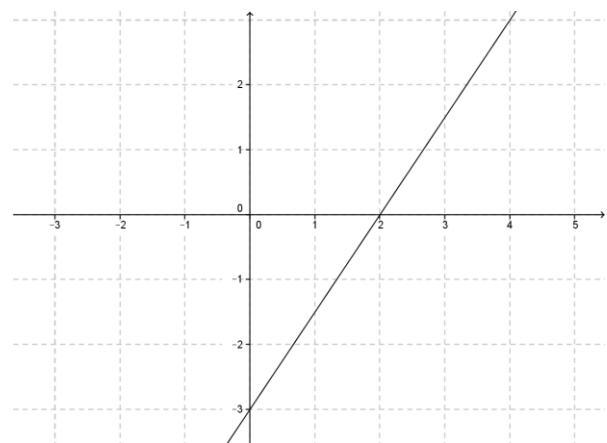
## Ejercicio 16

Obtén la ecuación de las siguientes rectas:

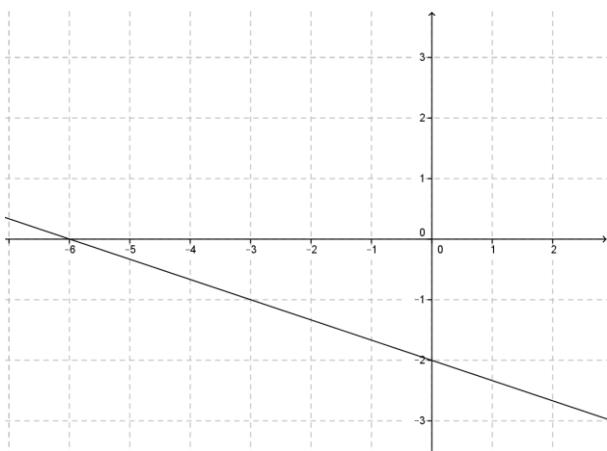
a)



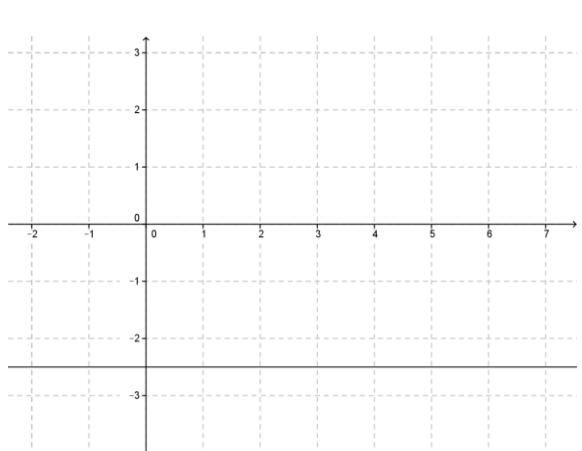
b)



c)



d)



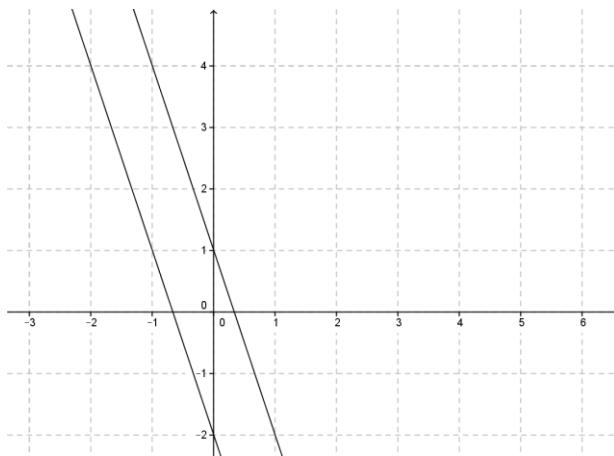
## Ejercicio 17

Determina las intersecciones con los ejes de  $y = -2x + 3$ . Verifica gráficamente.

## RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES

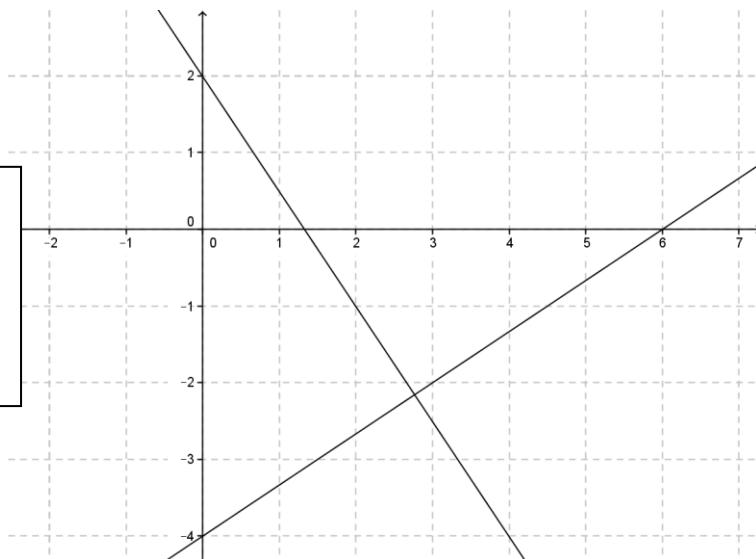
Dos o más rectas que tienen la misma pendiente son paralelas.

$$\begin{cases} y = -3x + 1 \\ y = -3x - 2 \end{cases}$$



Dos rectas son perpendiculares cuando sus pendientes son recíprocas y opuestas.

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 2 \\ y = \frac{2}{3}x - 4 \end{cases}$$



### Ejercicio 18

Dada la función  $y = 2x - 3$  determina:

- si el punto A(-1; 5) pertenece a la recta; justifica
- ¿qué abscisa tiene el punto B de ordenada  $\frac{1}{2}$ , sabiendo que pertenece a la recta?
- los puntos de intersección con los ejes;
- la expresión de la recta paralela que pasa por el origen;
- la expresión de la recta perpendicular que pasa por C(2; 2);

- f) la expresión de la recta paralela que corta al eje de ordenadas en 1;
- g) la expresión de la recta paralela que corta al eje de abscisas en - 5/2
- h) la intersección entre las dos últimas rectas;
- i) representa todas las rectas en hoja cuadriculada.

## Ejercicio 19

Obtén el valor del parámetro  $k$  de modo que  $3kx + 5y - 2 = 0$  sea una recta que:

- a) pase por el origen
- b) pase por P(-1; 4)
- c) sea paralela al eje  $x$
- d) sea paralela al eje  $y$

## Ejercicio 20

- a) Escribe las ecuaciones explícitas de las rectas que contienen a los lados del romboide ABCD si A(2;-2), B(4;-1), C(6;-2), D(4;-5). Grafica en hoja cuadriculada
- b) Determina el perímetro del romboide.

## Ejercicio 21

Obtén el área del triángulo determinado por la recta  $r$  y los ejes coordenados, siendo  $r$  la recta que pasa por M(4;1) y es perpendicular a la recta  $s: y = \frac{1}{2}x$

## Ejercicio 22

Obtén  $h$  y  $k$  de manera tal que las rectas  $3y - 5x - 3 = 0$ ;  $2kx + y + h = 0$  sean:

- a) perpendiculares
  - b) paralelas
  - c) coincidentes
- .

## Ejercicio 23

Determina  $k \in \mathbb{R} - \{0\}$  /  $\frac{x}{k} + \frac{3}{5}y - 2k = 0$  tenga abscisa al origen igual a 3.

## Ejercicio 24

Escribe la ecuación de la recta mediatrix del segmento  $\overline{PQ}$  si  $P(\frac{1}{2}; -1)$  y  $Q(-\frac{1}{2}; 3)$ . Grafica.

Recuerda: la mediatrix de un segmento es la recta perpendicular trazada por su punto medio.

## Ejercicio 25

¿Qué particularidad tienen dos funciones lineales con la misma ordenada  $b$  al origen?

## Ejercicio 26

Determina el número  $a$  de modo que la pendiente de la recta que pasa por los puntos  $P_1(-2; 3-a)$ ,  $P_2(4; -a)$ , tenga el valor  $m = -5/12$

## Ejercicio 27

- Encuentra la ecuación de la recta que pasa por  $(3; -4)$  y tiene pendiente  $-2$ .
- Si la recta contiene a los puntos  $(a; 8)$  y  $(5; b)$ , encuentra  $a$  y  $b$ .

## Ejercicio 28

La recta  $r_1$  es perpendicular a la recta  $r_2$ , y la recta  $r_2$  es perpendicular a la recta  $r_3$ . Las rectas  $r_1$  y  $r_3$  no son coincidentes.

- ¿Cuál es la relación entre las pendientes de las rectas  $r_1$  y  $r_3$ ?
- ¿Cuántos puntos tienen en común las rectas  $r_1$  y  $r_3$ ?
- Si la recta  $r_1$  tiene una ecuación  $y = mx + b$ , escribe una ecuación para la recta  $r_3$ .

## Ejercicio 29

Encuentra  $a$  de modo que las gráficas de  $5y = ax + 5$  y  $\frac{1}{4}y = \frac{1}{10}x - 1$  sean paralelas.

## Ejercicio 30

Encuentra  $k$  de modo que las gráficas de  $x + 7y = 70$  y  $y + 3 = kx$  sean perpendiculares entre sí.

## Ejercicio 31

Para cierta función lineal  $f$  es:  $f(-1) = 3$  y  $f(2) = 4$ .

- Encuentra una ecuación para  $f$ . ....
- Encuentra  $f(3)$  .....
- Encuentra  $a$  tal que  $f(a) = 100$ . ....

## Ejercicio 32

Plantea, resuelve e interpreta gráficamente los siguientes problemas, en cada uno de ellos pon de manifiesto las variables que intervienen. Suponiendo que la relación entre las variables es lineal, escribe la ecuación que las vincula.

- El prospecto de un medicamento indica una dosis de 2,5 mg por kilogramo de peso del paciente.
- Una empresa de servicios médicos ofrece un plan de \$1000 por grupo familiar, con un adicional de \$100 por cada estudio.
- El valor de una máquina fotocopiadora nueva es de \$5200, después de dos años de uso su valor es de \$4225, encuentra su valor después de 5 años.
- El agua se congela a  $32^{\circ}$  F ( $0^{\circ}$  C) y hierve a  $212^{\circ}$  F ( $100^{\circ}$  C), ¿Qué temperatura Celsius corresponde a una temperatura ambiente de  $70^{\circ}$  F?

## Ejercicio 33

Para reparar un piso de madera un especialista cobra \$50 el metro cuadrado, más una suma fija por viático de \$20.

- Escribe la función lineal que relaciona el precio del arreglo en función de la superficie a reparar.
- Si se desea reparar 20 metros cuadrados, ¿cuál es el importe a pagar?
- ¿Cuántos metros cuadrados deberá reparar el colocador para ganar \$2300?
- Indica qué representan la ordenada al origen y la pendiente de la función representada.

## Ejercicio 34

Una pequeña empresa compra una computadora en 4000 dólares. Después de 5 años el valor esperado de la computadora será 200 dólares. Para cuestiones de contabilidad, la empresa aplica la función denominada: depreciación lineal para evaluar el valor de la computadora en un tiempo dado. Esto significa que  $V$  es el valor de la computadora en dólares y  $t$  el tiempo en años.

- Determinar la fórmula que vincula  $V$  con  $t$ .
- Determinar el dominio en el contexto del problema.

- c) Graficar
- d) ¿Qué representa la pendiente?
- e) Calcular el valor depreciado de la computadora dos años y medio luego de haber hecho la compra.

## FUNCIONES DEFINIDAS POR TRAMOS

Muchas veces las funciones no se definen de la misma forma para todos los elementos de su dominio. Es decir, para ciertos valores de "x" su imagen se calcula usando una ley de formación y para otros valores una forma diferente a la anterior. Veamos un ejemplo:

$$f(x) = \begin{cases} -3+x & x \leq 4 \\ x+1 & x > 4 \end{cases}$$

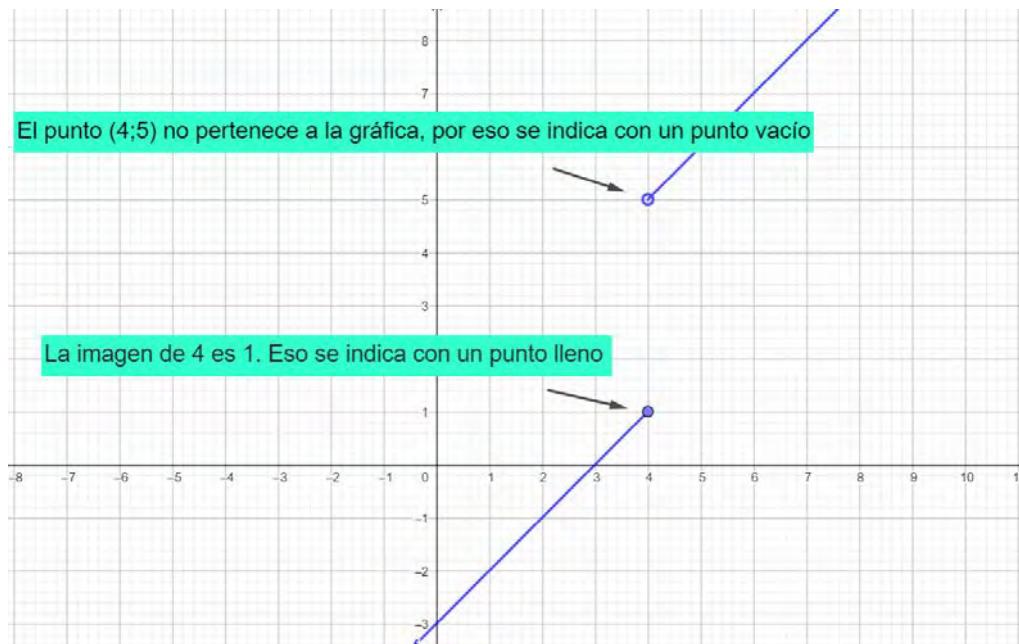
Es importante señalar que no se trata de dos funciones diferentes, sino de una **ÚNICA FUNCIÓN**, definida en este, caso por dos tramos diferentes. Si  $x$  es mayor o igual que 4 su imagen se calcula mediante  $-3+x$  y si  $x$  es mayor a 4 usamos  $x+1$  para determinar su imagen.

Entonces si tenemos que determinar la imagen de 6 usamos la rama inferior es decir  $f(6)=6+1=7$ .

En cambio si queremos determinar la imagen de 2 usamos la rama superior es decir,  $f(2)=-3+2=-1$

La imagen de 4 es:  $f(4) = -3+4=1$

Veamos la gráfica:



## Ejercicio 35

1. Graficar las siguientes funciones definidas por tramos:

a) 
$$g(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x \geq 6 \\ x - 1 & x < 6 \end{cases}$$

b) 
$$h(x) = \begin{cases} 4 & x \leq 3 \\ -x + 4 & x > 3 \end{cases}$$

c) 
$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & x > 1 \\ 2x + 2 & x \leq 1 \end{cases}$$

d) 
$$p(x) = \begin{cases} 3 - x & x \leq -2 \\ 6 & -2 < x \leq 4 \\ 2x + 1 & x > 4 \end{cases}$$

2. a)

Graficar la siguiente función y luego

b) Responder V ó F justificando la respuesta:

$f(x) = \begin{cases} x + 2 & x > 1 \\ 3x - 2 & x \leq 1 \end{cases}$	<p>b1) La imagen de 1 vale 3 b2) El punto P = (-2;0) <math>\in f(x)</math></p>
---	--

3. a) Determinar el valor de “a” para que la única raíz o cero de la función  $g(x)$  sea  $x=6$ , siendo:

$$g(x) = \begin{cases} ax + 6 & x > 3 \\ \frac{x}{3} - 4 & x \leq 3 \end{cases}$$

b) Para el valor de “a” hallado, graficar  $g(x)$  e indicar cuál es el conjunto imagen de dicha función.

4. Un plan de teléfono celular cuesta \$250 fijo por mes con 300 minutos gratis y cada minuto adicional que se excede a los libres cuestan \$2. Escribe la función costo mensual de la tarifa a pagar con este plan. Graficarla y calcular el costo que se deberá abonar, si se excede en 150 minutos respecto a los libres.

## IMPORTANTE

Sugerimos completar la información mirando el siguiente video donde explicamos un ejercicio de funciones por tramos o por trozos: <https://youtu.be/CYjq1UaGzi0>

También recomendamos que consulten en Miel materias interactivas las PREGUNTAS FRECUENTES y el GLOSARIO



Preguntas frecuentes

¿Cómo se calcula la pendiente de una recta?

Me resultó útil · Modificar · Eliminar · A 4 personas les resultó útil

Haciendo el cociente entre el incremento o variación de la variable dependiente y el incremento o variación de la variable independiente:  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

¿Cómo determino si una relación es función?

Me resultó útil · Modificar · Eliminar · A 0 personas les resultó útil

En primer lugar debes distinguir los conjuntos de partida y llegada de dicha relación. Luego verificar que a todo elemento del conjunto de partida le corresponde un único elemento del conjunto de llegada. El conjunto de partida en el caso de las funciones lo denominamos Domínio de la función.

En el link observarán un ejemplo de una función polinómica

GO <https://oggm.miel.es/av3ck9aUgjg/>

¿Cómo es la ecuación segmentaria de una recta?

Me resultó útil · Modificar · Eliminar · A 0 personas les resultó útil

Mediane el link accederán a un archivo con el cual podrán interactuar a través de los deslizadores y ver la forma de la ecuación segmentaria de una recta

GO <https://oggm.miel.es/M2zVkeDk>

¿Cómo reconocer si una gráfica cartesiana es o no función?

Me resultó útil · Modificar · Eliminar · A 0 personas les resultó útil



Glosario

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios cuando la suma entre ellos es de  $90^\circ$ . Decimos entonces que uno es el "complemento" del otro.

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios cuando la suma entre ellos es de  $180^\circ$ . Decimos que uno de ellos es el "suplemento" del otro.

Bisectriz

La bisectriz es la semirrecta que divide a un ángulo en dos ángulos congruentes.

Función

Una función " $f$ " es una regla que asigna a cada elemento " $x$ " de un conjunto A exactamente un elemento " $y$ " o " $f(x)$ ", en un conjunto B.

Imagen de una función

Es el subconjunto del conjunto de llegada, al cual pertenecen todos los elementos que son imagen de algún elemento del dominio de la función.

Inversos o reciprocos, números

Dos números son inversos o reciprocos si al multiplicarlos se obtiene 1.

Ej:  $5$  y  $1/5$  son inversos.

# SISTEMAS DE ECUACIONES

Un conjunto de dos o más ecuaciones que contienen las mismas incógnitas constituyen un **sistema de ecuaciones**.

Si las incógnitas son dos, el conjunto de pares ordenados que hacen ciertas a todas las ecuaciones del sistema constituyen la **solución del sistema**.

**Resolver** un sistema es encontrar el conjunto solución.

Nos referiremos en particular a la **resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas**.

Veremos cuatro métodos algebraicos para resolverlos y el método gráfico.

## Método de sustitución

Los pasos a seguir son:

1. **Despeja** una de las incógnitas de una de las ecuaciones del sistema.
2. **Sustituye** la expresión hallada en la otra ecuación, con lo cual obtienes una ecuación de primer grado con una incógnita.
3. **Resuelve** la ecuación con una incógnita obtenida en el paso anterior.
4. **Reemplaza** el valor hallado en la expresión de la incógnita despejada en el primer paso para obtener el valor de la segunda incógnita.
5. **Verifica** si el par de valores encontrados es la solución del sistema.
6. **Escribe** la solución del sistema.

La resolución del sistema puede efectuarse despejando primero  $x$ ,  $y$  hallando luego  $y$ , o despejando primero  $y$ ,  $x$  y hallando luego  $x$ .

Sea el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$$

Aplicaremos paso a paso el método:

1. **Despeja** una de las incógnitas de una de las ecuaciones del sistema.

Este ejemplo lo resolveremos despejando primero  $x$ .

$$x = \frac{1+3y}{2}$$

2. **Sustituye** la expresión hallada en la otra ecuación, con lo cual obtienes una ecuación de primer grado con una incógnita.

$$3 \frac{1+3y}{2} - 7y = -6$$

3. **Resuelve** la ecuación con una incógnita obtenida en el paso anterior.

$$\frac{3+9y}{2} - 7y = -6 \rightarrow 3 + 9y - 14y = -12 \rightarrow -5y = -15 \rightarrow \boxed{y = 3}$$

4. **Reemplaza** el valor hallado en la expresión de la incógnita despejada en el primer paso para obtener el valor de la segunda incógnita.

$$x = \frac{1+3.3}{2} \rightarrow \boxed{x = 5}$$

5. **Verifica** si el par de valores encontrados es la solución del sistema:

$$\begin{cases} 2.5 - 3.3 = 1 \\ 3.5 - 7.3 = -6 \end{cases} \quad \text{se cumplen}$$

6. **Escribe** la solución del sistema:

$$\boxed{S = \{(5;3)\}}$$

## Método de igualación

Los pasos a seguir son:

1. **Despeja** la misma incógnita en ambas ecuaciones del sistema.
2. **Iguala** los segundos miembros de las igualdades obtenidas en el punto anterior, obtendrás una ecuación de primer grado con una incógnita
3. **Resuelve** la ecuación obtenida en el paso anterior para obtener la incógnita.
4. **Calcula el valor de la otra incógnita** reemplazando en cualquiera de las ecuaciones del paso 1
5. **Verifica**
6. **Escribe el conjunto solución**

Sea el mismo sistema que resolvimos por el método de sustitución:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$$

Aplicemos paso a paso el método de igualación:

**1.- Despeja** la misma incógnita en ambas ecuaciones del sistema.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 & \rightarrow x = \frac{1+3y}{2} \\ 3x - 7y = -6 & \rightarrow x = \frac{-6+7y}{3} \end{cases}$$

**2.- Iguala** los segundos miembros de las igualdades obtenidas en el punto anterior,

$$\frac{1+3y}{2} = \frac{-6+7y}{3}$$

**3.- Resuelve** la ecuación obtenida en el paso anterior para obtener la incógnita.

$$\frac{1+3y}{2} = \frac{-6+7y}{3} \rightarrow 3(1+3y) = 2(-6+7y) \rightarrow 3+9y = -12+14y \rightarrow -5y = -15 \rightarrow y = 3$$

$$4.- x = \frac{1+3y}{2} \Rightarrow x = \frac{1+3.3}{2} \Rightarrow x = 5$$

**5.- Verifica** el par de valores hallados.

$$\begin{cases} 2.5 - 3.3 = 1 \\ 3.5 - 7.3 = -6 \end{cases}$$

**6.- Escribe** la solución del sistema.

$$S = \{(5;3)\}$$

# Método de reducción por sumas y restas o de la combinación lineal o de las ecuaciones equivalentes

Los pasos a seguir son:

1. **Iguala** el valor absoluto de los coeficientes de una de las incógnitas. Para ello puedes multiplicar una o ambas ecuaciones por un número conveniente para lograrlo.
2. **Suma o resta** las ecuaciones, según sean los signos de los coeficientes de la incógnita elegida, de manera de eliminar dicha incógnita (resta si tienen el mismo signo, suma si tienen signos opuestos). Quará una ecuación con una incógnita.
3. **Resuelve** la ecuación obtenida para determinar el valor de la incógnita.
4. **Calcula el valor de la otra incógnita:** reemplazando el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones del sistema y despejando la otra incógnita.
5. **Verifica** el par de valores obtenidos.
6. **Escribe** la solución del sistema.

Sea el mismo sistema que resolvimos por los dos métodos anteriores:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$$

Apliquemos paso a paso el método de sumas y restas:

1. **Iguala** el valor absoluto de los coeficientes de una de las incógnitas.

Si una de las ecuaciones tiene coeficiente 1, basta multiplicarla por el otro coeficiente. En el peor de los casos se debe multiplicar cada una de las ecuaciones por el valor absoluto del coeficiente de dicha incógnita correspondiente a la otra ecuación.

Eliminaremos la  $x$ , para ello multiplicamos la primer ecuación por 3 (coeficiente de la  $x$  de la segunda ecuación) y multiplicamos la segunda ecuación por 2 (coeficiente de la  $x$  de la primera ecuación):

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3(2x - 3y) = 3 \cdot 1 \\ 2(3x - 7y) = 2 \cdot (-6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 3 \\ 6x - 14y = -12 \end{cases}$$

2. **Suma o resta** las ecuaciones, según sean los signos de los coeficientes de la incógnita elegida, de manera de eliminar dicha incógnita (resta si tienen el mismo signo, suma si tienen signos opuestos). Quará una ecuación con una incógnita.

Dado que en nuestro ejemplo los coeficientes de  $x$  en ambas ecuaciones tienen el mismo signo, las vamos a restar para anular esta incógnita:

$$\begin{array}{r} 6x - 9y = 3 \\ - \quad 6x - 14y = -12 \\ \hline 5y = 15 \end{array}$$

3. **Resuelve** la ecuación obtenida para determinar el valor de la incógnita.

$$5y = 15 \rightarrow \boxed{y = 3}$$

4. **Calcula el valor de la otra incógnita:** reemplazando el valor obtenido de una de las incógnitas, en cualquiera de las ecuaciones del sistema y despejando la otra incógnita.

$$\begin{array}{l} 2x - 3.3 = 1 \\ 2x - 9 = 1 \\ 2x = 10 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 5} \end{array}$$

5. **Verifica** el par de valores hallados.

$$\begin{cases} 2.5 - 3.3 = 1 \\ 3.5 - 7.3 = -6 \end{cases}$$

6. **Escribe** la solución del sistema.

$$\boxed{S = \{(5;3)\}}$$

## Método de determinantes

Cuando hay que resolver sistemas de más de dos ecuaciones con más de dos variables los métodos anteriores se tornan largos y difíciles. Hay otros métodos que facilitan la tarea, uno de los más sencillos es el método de determinantes.

Vamos a comenzar dando una definición de determinante:

Sean  $a, b, c$  y  $d$  cuatro números reales cualesquiera, el símbolo

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

se llama determinante de 2x2 o determinante de segundo orden. Los números  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  son los elementos del determinante. El valor del determinante se obtiene como:  $a.d - b.c$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$$

A partir de estas consideraciones podemos decir que los pasos a seguir para resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas son:

1. **Ordena** las ecuaciones de modo tal que los términos que contienen las variables queden en el primer miembro y el término que no la contiene en el segundo miembro. Verifica que los términos que contienen variables iguales queden encolumnados.
2. **Escribe y resuelve** el determinante formado por los coeficientes de las variables ( $\Delta$ ).
3. **Escribe y resuelve** el determinante asociado con una de las variables ( $\Delta_x$  o  $\Delta_y$ ). Para ello se reemplaza en el determinante del 2º paso la columna de los coeficientes de la variable en cuestión por la columna de los términos independientes.
4. **Calcula** la incógnita dividiendo el valor del determinante hallado en el paso 3º.- por el valor del determinante hallado en el paso 2º.-
5. **Repite** los pasos 3º.- y 4º.- para la otra variable.
6. **Verifica** el par de valores hallados.
7. **Escribe** la solución del sistema.

Sea el mismo sistema que resolvimos por los métodos anteriores:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$$

Aplicemos paso a paso el método de determinantes:

1. **Ordena** las ecuaciones de modo tal que los términos que contienen las variables queden en el primer miembro y el término que no la contiene en el segundo miembro. Verifica que los términos que contienen variables iguales queden encolumnados.

En nuestro ejemplo todo esto se cumple.

2. **Escribe y resuelve** el determinante formado por los coeficientes de las variables.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -7 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-7) - 3 \cdot (-3) = -14 + 9 = -5 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

3. **Escribe y resuelve** el determinante asociado con una de las variables. Para ello reemplaza en el determinante del 2º paso la columna de los coeficientes de la variable en cuestión por la columna de los términos independientes.

Aplicaremos 1º para la variable  $x$ .

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -6 & -7 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-7) - (-6)(-3) = -7 - 18 = -25 \quad \boxed{\phantom{00}}$$

4. **Calcula** la incógnita dividiendo el valor del determinante hallado en el paso 3º.- por el valor del determinante hallado en el paso 2º.-

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-25}{-5} \rightarrow \boxed{x = 5}$$

5. **Repite** los pasos 3º.- y 4º.- para la otra variable.

Aplicamos para la variable  $y$ .

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-6) - 3 \cdot 1 = -12 - 3 = -15$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-15}{-5} \rightarrow \boxed{y = 3}$$

6. **Verifica** el par de valores hallados.

$$\begin{cases} 2.5 - 3.3 = 1 \\ 3.5 - 7.3 = -6 \end{cases}$$

7. Escribe la solución del sistema.

$$S = \{(5;3)\}$$

## Método gráfico

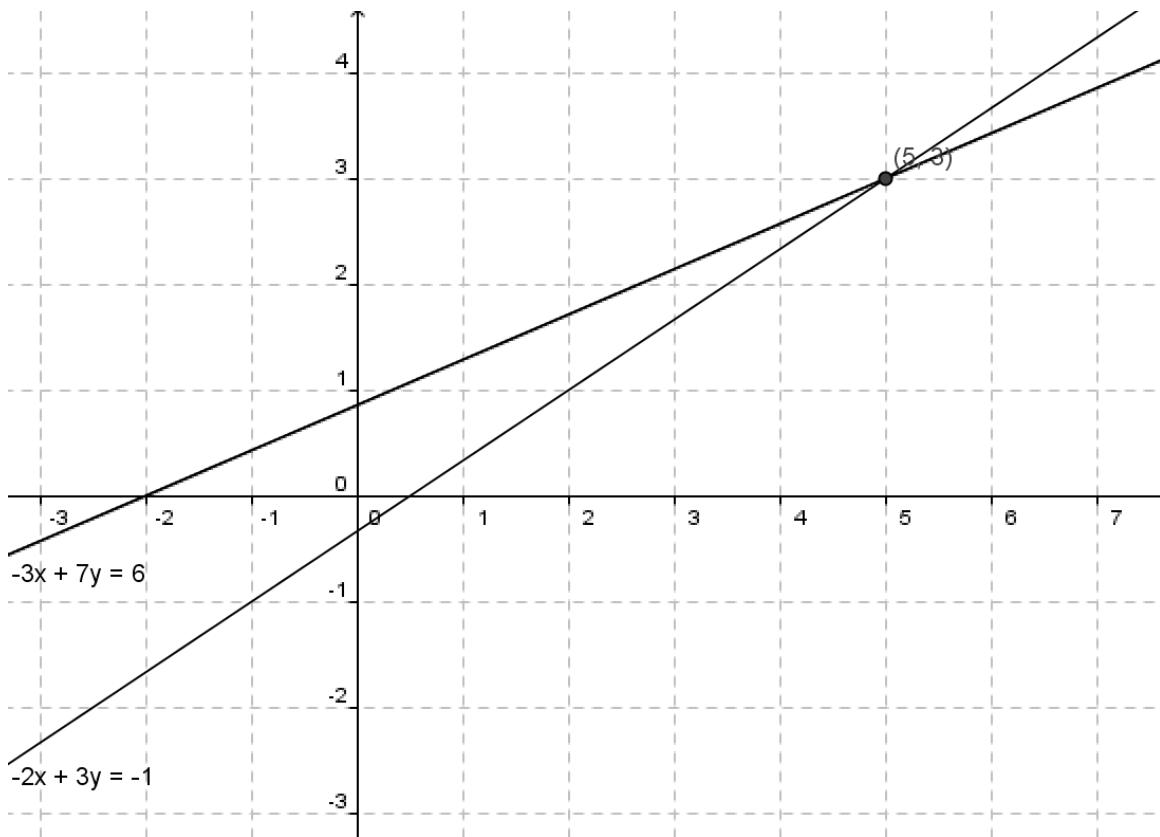
Vimos que:

“Resolver un sistema es encontrar el conjunto solución” y además que “El conjunto de pares ordenados que hacen ciertas a todas las ecuaciones del sistema constituyen la solución del sistema”.

Esto significa que tratamos de encontrar todos los pares ordenados o puntos que las dos ecuaciones tienen en común. Gráficamente significa encontrar los puntos de intersección entre las funciones.

Sea el mismo sistema que resolvimos por los métodos algebraicos:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - 7y = -6 \end{cases}$$



La solución del sistema está dada por las coordenadas del punto de intersección de ambas rectas:

$$S = \{(5;3)\}$$

En este caso obtuvimos un único punto (par ordenado) como solución del sistema.

Trata de explicar

a) ¿Qué puedes decir con respecto a la solución cuando las rectas son coincidentes? Ayúdate con un gráfico.....

b) ¿Qué puedes decir con respecto a la solución cuando las rectas son paralelas? Ayúdate con un gráfico.....

## Clasificación de sistemas de ecuaciones

Cuando las rectas se cortan en un punto la solución es única, y en ese caso decimos que se trata de un **sistema compatible determinado** (SCD).

Cuando las rectas son coincidentes las soluciones son infinitas, decimos que es un **sistema compatible indeterminado** (SCI).

Cuando las rectas son paralelas (no coincidentes) no hay solución, es un **sistema incompatible** (SI).

### Ejercicio 36

i) Resuelve utilizando el método de igualación y el método gráfico. Clasifica el sistema.

$$a) \begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x - 8 = -2y \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 1 = 2y \end{cases}$$

ii) Resuelve los ejercicios ya resueltos en el ítem anterior, pero utilizando el método de determinantes.

a) 
$$\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\Delta =$$

$$\Delta_x =$$

$$\Delta_y =$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x - 8 = -2y \end{cases}$$

$$\Delta =$$

$$\Delta_x =$$

$$\Delta_y =$$

c) 
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 1 = 2y \end{cases}$$

$$\Delta =$$

$$\Delta_x =$$

$$\Delta_y =$$

¿Qué puedes decir respecto de los valores de los determinantes en cada caso? Escribe tus conclusiones.

.....

.....

.....

## Ejercicio 37

Determina el valor de  $k$  para que el sistema

$$\begin{cases} 2x + ky = 13 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

a) Admita como solución  $S=\{(2; 3)\}$

b) Sea incompatible

c) Sea indeterminado.

## Ejercicio 38

Analiza para los distintos valores del parámetro  $k$ :

$$a) \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - ky = -11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x + 8y = 12 \\ kx + 2y = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} kx - 3y = 2 \\ 2x + (k - 5)y = k \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + 9y = -3 \\ 2x + k^2y = k \end{cases}$$

## Ejercicio 39

Completar el sistema de ecuaciones, si es posible, de manera que cumpla la condición pedida, en cada caso

$$\begin{cases} 4y = 6x - 8 \\ -2y = \dots \end{cases}$$

a) Sea un sistema compatible indeterminado

b) Su solución sea el origen de coordenadas.

c) Su solución sea  $S = \{(2; -1)\}$

d) Sea un sistema compatible determinado (con solución distinta a la del inciso c)

e) No tenga solución

## Ejercicio 40

a) Escribe el sistema de ecuaciones en el plano que representa a dos rectas que se cortan en el

punto P(1;2), si una de ellas tiene pendiente igual a 4 y la otra tiene pendiente igual a 3.

Representa.

b) Escribe el sistema de ecuaciones en el plano que representa a dos rectas que se cortan en

P(3;2), si una de ellas debe cortar al eje de ordenadas en  $y = 8$  y la otra en  $y = -2$ . Grafica

c) Escribe el sistema de ecuaciones en el plano que representa a dos rectas que se cortan en

P(2;5), si una de las rectas debe cortar al eje de abscisas en  $x = 3$  y la otra en  $x = 6$ . Grafica.

## Ejercicio 41

Resuelve los siguientes problemas:

a) Si la suma de dos números es 36 y el cociente es  $1/2$ , encuentra los dos números

b) Hace 18 años Juan tenía tres veces más años que su hijo Pablo. Sabiendo que en la actualidad Juan tiene el doble de años que su hijo, se desea saber los años que tienen actualmente cada uno.

c) Se busca un número de dos cifras de modo que la cifra de las decenas más el triple de las unidades sume 10, pero la diferencia entre el doble de las cifras de las decenas y las unidades sea 6. Determina el número

d) La diferencia entre el lado mayor de un rectángulo y el doble del otro es 4 m. Si al lado mayor se le restan 2 m. y se le suma el otro, la suma sería 20 m. ¿Cuánto mide cada lado?

e) En una boutique hay 50 remeras distribuidas en dos estantes. Si se pasaran 5 remeras del estante de abajo al de arriba, la cantidad de remeras del estante de arriba sería el cuádruple de la del estante de abajo. ¿Cuántas remeras hay en cada estante?

f) En un pueblo de 6000 habitantes se casaron el 15% de las mujeres con el 10% de los hombres. ¿Cuántos matrimonios se formaron?

g) Si se aumenta en 6cm la base y la altura de un rectángulo el perímetro sería de 36cm. Si a la base en cambio se la disminuye en 2cm el rectángulo resulta ser un cuadrado. ¿Cuánto miden la base y la altura del rectángulo original?

- h)** Una compañía papelera vende dos tipos de cuadernos a precios mayorista, los rayados a \$50 y a \$70 los cuadriculados. Una librería hace un pedido de 500 cuadernos y envía un cheque por \$ 28600, ¿cuántos cuadernos de cada tipo encargó el librero?
- i)** En un remate se vende un lote de dos tipos distintos de computadoras. Por la venta de 58 computadoras se obtienen \$41 8000. Si uno de los tipos se vendió a \$6000 y el otro a \$8500, ¿cuántas computadoras de cada tipo se vendieron?
- j)** Un comerciante compra una remesa de 24 radio relojes y gasta \$70000, en este importe está incluido el cargo por envío, que es de \$7000. Compra radio relojes de AM que cuestan \$2500 cada uno, y de AM/FM que cuestan \$3000 cada uno. ¿Cuántos compró de cada tipo?
- k)** Determinar las coordenadas de los vértices de un triángulo que se encuentra en el primer cuadrante, su base coincide con el eje "x" y sus otros dos lados están limitados por las rectas  $y= 2x-4$  ;  $y=-4x+20$ . Luego calcular el área de dicho triángulo.

## Ejercicio 42

*Resuelve analíticamente, interpreta gráficamente y justifica cada una de tus respuestas.*

Un jarrón de la dinastía Ming, comprado hoy en \$3000 aumenta su valor linealmente con el tiempo, de modo tal que después de 15 años su precio será de \$3450. Por otro lado, un Buda de Jade, que también aumenta su valor linealmente, comprado hoy en \$4000 valdrá \$4400 dentro de 20 años.

- a.- Escribe una ecuación que relacione el precio  $p$  del jarrón a lo largo del tiempo  $t$ .
- b.- Escribe una ecuación que relacione el precio  $p$  del Buda a lo largo del tiempo  $t$ .
- c.- ¿Cuál de las dos piezas aumenta su valor más rápidamente? Justifica tu respuesta.
- d.- ¿En qué momento el precio de ambas piezas será el mismo?
- e.- Cuál de las dos piezas le convendrá comprar dentro de 8 años si pretendes gastar lo menos posible? ¿Cuánto gastarás?

**Importante:** recomendamos profundizar el tema de función lineal consultando los materiales que figuran en Miel Materias Interactivas <http://miel.unlam.edu.ar/> especialmente diseñados para este curso: Sistemas de Ecuaciones

Video tutorial: [https://youtu.be/ITMSRQEcl\\_A](https://youtu.be/ITMSRQEcl_A)

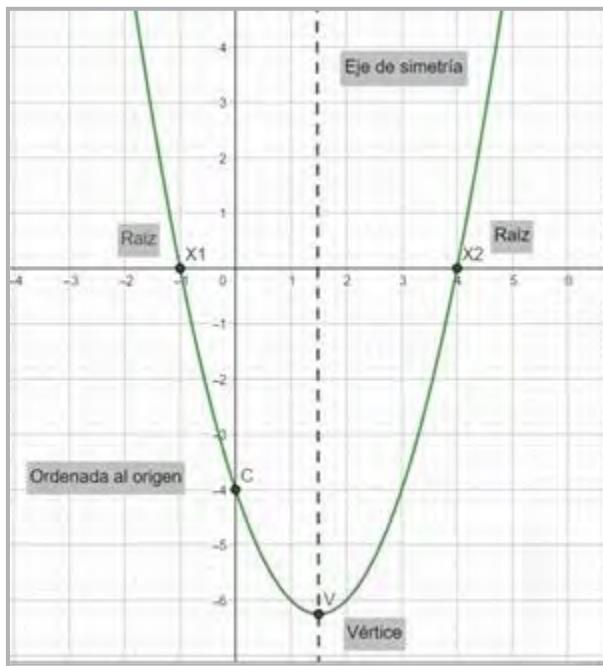
# FUNCIÓN CUADRÁTICA

Se llama función cuadrática a la función polinómica de segundo grado.

Función cuadrática es una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

dada por  $f(x) = ax^2 + bx + c$  donde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$

La gráfica de la función cuadrática recibe el nombre de **parábola**.



Elementos característicos de una parábola:

- a) Intersecciones con los ejes, raíces o ceros, ordenada al origen.
- b) Vértice.
- c) Eje de simetría.
- d) Concavidad.
- e) Conjunto imagen.
- f) Gráfica.

### Ejemplo 1

Dada  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ , determinaremos sus elementos característicos y su gráfica.

#### a) Intersecciones con los ejes. Raíces o ceros. Ordenada al origen:

La intersección con el eje de ordenadas se obtiene igualando a cero la variable independiente ( $x$ ):

Si  $x = 0$  entonces  $y = -3$  a este valor de "y" se lo llama ordenada al origen.

Siempre es el valor de "c".

La/s intersección/es con el eje de abscisas se obtiene igualando a cero la función:

$$\text{Si } y = 0 \text{ entonces } x^2 + 2x - 3 = 0$$

Ya hemos visto cómo resolver ecuaciones de segundo grado, sabemos que obtenemos 2 soluciones (tantas como sea el grado de la ecuación), y sabemos también que esas soluciones pueden ser raíces reales y distintos, o raíces reales y coincidentes o raíces complejas conjugadas.

En este ejemplo las raíces son:  $x_1 = 1$  y  $x_2 = -3$ . Es decir las intersecciones con el eje x son los puntos: (1;0) (-3;0).

En el caso de que las raíces sean iguales, es decir que se trata de una raíz doble, dicho valor coincide con la "x" del vértice, y en caso de ser raíces complejas la gráfica no tiene intersección con el eje de abscisas, es decir en este caso la función NO TIENE RAICES.

#### b) Vértice

El vértice es el punto en el cual la parábola toma su mínimo (o máximo) valor esto está relacionado con la concavidad. El vértice está ubicado sobre el eje de simetría, de modo que su coordenada en x se puede obtener como la semisuma de las intersecciones con el eje de abscisas o raíces:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1 + (-3)}{2} = -1$$

También puede hallarse usando la siguiente fórmula:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$$

La ordenada correspondiente a este valor se obtiene reemplazándolo en la función, es decir hallando la imagen de la  $x_V$

$$y_V = (-1)^2 + 2(-1) - 3 = -4$$

De modo que las coordenadas del vértice son:  $V(-1; -4)$

**c) Eje de simetría:**

Por tratarse de una recta paralela al eje de ordenadas, y dado que contiene al vértice, la ecuación del eje de simetría es:  $x = x_V$ . En este caso:  $x = -1$

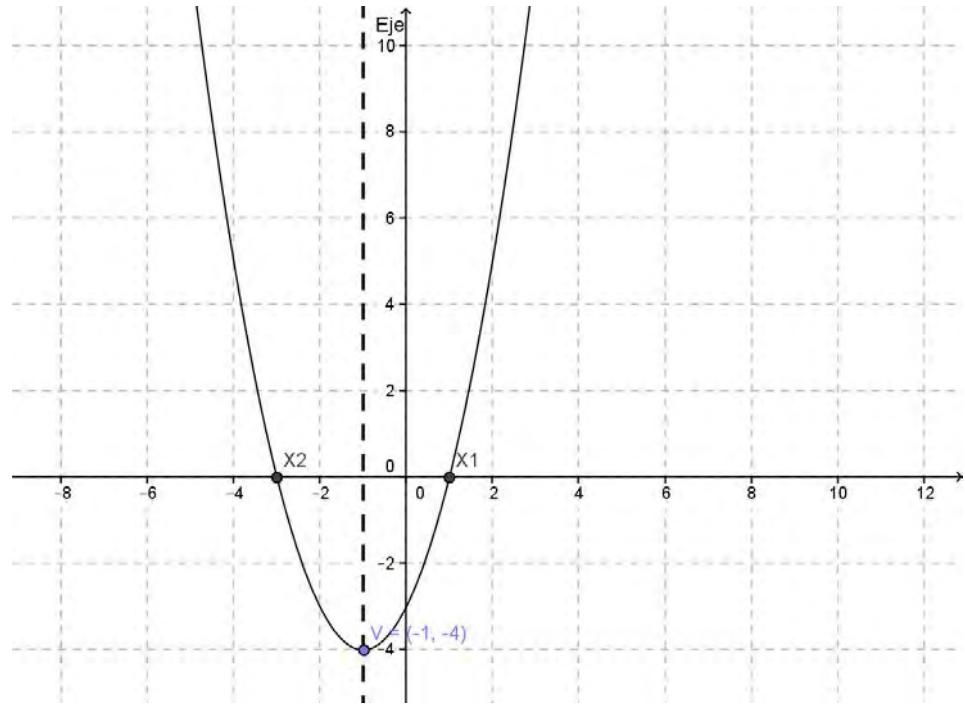
**d) Concavidad:**

El signo de “a” indica la concavidad en este caso  $a=1$ , es decir  $a > 0$ , por lo tanto la concavidad de la curva es positiva o hacia arriba.

**e) Conjunto imagen:**

El conjunto imagen en una parábola está vinculado con la  $y_V$  y la concavidad que presenta la curva. Observando la gráfica que figura en el ítem siguiente decimos en este caso que el conjunto imagen es:  $I = [-4; +\infty)$

**f) Gráfica de la parábola**



### Ejercicio 43

Obtén los elementos característicos y representa cada uno de los siguientes grupos de paráolas en un mismo sistema de ejes y efectúa observaciones:

- a) El siguiente grupo de funciones representa paráolas de la forma  $y = ax^2$

$$a) \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x^2 \\ y = -2x^2 \\ y = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

¿Qué efecto tiene sobre la gráfica la variación del valor de  $a$ ?

- b) El siguiente grupo de funciones representa paráolas de la forma  $y = ax^2 + c$

$$b) \begin{cases} y = x^2 \\ y = x^2 + 1 \\ y = x^2 - 2 \end{cases}$$

¿Qué efecto tiene sobre la gráfica la variación del valor de  $c$ ?

c) El siguiente grupo de funciones representa paráboles de la forma  $y = ax^2 + bx$

$$c) \begin{cases} y = x^2 \\ y = x^2 + 2x \\ y = x^2 - 3x \end{cases}$$

¿Qué efecto tiene sobre la gráfica la variación del valor de  $b$ ?

d) El siguiente grupo de funciones representa paráboles de la forma  $y = a(x - h)^2$

$$d) \begin{cases} y = x^2 \\ y = (x - 1)^2 \\ y = (x + 2)^2 \\ y = 3(x + 2)^2 \end{cases}$$

¿Qué efecto tiene sobre la gráfica la variación del valor de  $h$ ?

e) Para el siguiente grupo de paráboles haz observaciones con respecto a las raíces de cada uno y el gráfico correspondiente.

$$e) \begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = x^2 + x - 2 \\ y = 4x^2 - 4x + 1 \end{cases}$$

f) El siguiente grupo de funciones representa paráboles de la forma  $y = a(x - h)^2 + k$

$$f) \begin{cases} y = x^2 \\ y = (x - 1)^2 + 2 \\ y = (x + 2)^2 - 3 \end{cases}$$

¿Qué efecto tiene sobre la gráfica la variación simultánea de los valores de  $h$  y  $k$ ?

¿Tienen los valores de  $h$  y  $k$ , alguna relación con las coordenadas del vértice?

Esta última forma de expresar la parábola se denomina **forma canónica**:

$$y = a(x - h)^2 + k$$

Para pasar de la forma canónica a la polinómica simplemente tenemos que desarrollar el binomio y agrupar.

### Ejemplo 2

$$y = (x - 1)^2 + 3 \rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 3 \rightarrow y = x^2 - 2x + 4$$

Para pasar de la forma polinómica a la canónica tenemos que completar cuadrados:

### Ejemplo 3

$$y = x^2 + 2x - 3 \rightarrow y = (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

↓                                      ↑

Se divide por 2 y se eleva al cuadrado

Sumamos y restamos un mismo número de manera que los dos primeros términos y el que agregamos sean el desarrollo del cuadrado de un binomio

$$\rightarrow y = (x + 1)^2 - 1 - 3 \rightarrow y = (x + 1)^2 - 4$$

Una tercera forma de expresión para la función cuadrática es la **forma factorizada**:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Siendo  $x_1$  y  $x_2$  las raíces de la función.

En el ejemplo 3, la forma factoreada es:

$$y = (x - 1)(x + 3)$$

Si aplican propiedad distributiva obtienen la expresión polinómica.

Recomendamos ver las transformaciones de las funciones exemplificadas con paráolas <https://youtu.be/K8y5Y06XZA4>

## Ejercicio 44

Determinar los elementos característicos (raíces, intersecciones con los ejes, vértice, eje de simetría, concavidad, conjunto imagen) de las siguientes paráolas y graficarlas.

a)  $y = x^2 - 3x + 4$

b)  $y = -x^2 + 6x - 9$

c)  $y = 2x^2 + x + 1$

d)  $y = (2x - 5).(-x + 4)$

e)  $y = (-x + 4).5x + 6$

f)  $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 8$

## Ejercicio 45

Considerando la función real  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x^2 - 7x + 10$

- ¿Para qué valores de  $x$  alcanza su mínimo?
- ¿Existe algún valor real de  $x$  para el cual la función toma el valor -2?
- Verifica gráficamente

## Ejercicio 46

Considerando la función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = 3x^2 - 9x + k$  determina el valor de  $k$  para que la gráfica sea tangente al eje  $x$ . Luego grafica

## Ejercicio 47

Dadas la parábola  $y = 3x^2 - kx - 1$  y la recta  $y = kx - 2$  determina el/los valores de  $k$  para que:

- La recta sea tangente a la parábola.
- La recta no corte a la parábola.
- Interpreta gráficamente

## Ejercicio 48

Dada la parábola  $y = x^2 - kx + 4$

- Determina los valores reales de  $k$  para que el vértice de la parábola pertenezca al eje  $x$ .
- Determina el valor real de  $k$  para que la parábola pase por el punto  $P(3; -5)$
- Representa en un mismo gráfico las tres parábolas halladas y calcula las coordenadas del punto de intersección entre cada una de las curvas y la recta  $y = 4$

## Ejercicio 49

Dada la parábola  $y = -2x^2 + 3x + \frac{h}{2}$  determinar el valor de  $h$  para que dicha curva pase por el punto  $(-1; 4)$ .

Para el valor de  $h$  hallado determinar vértice, eje de simetría, raíces, conjunto Imagen y graficar dicha función cuadrática.

## Ejercicio 50

a) *Interpreta gráficamente y resuelve analíticamente.* Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde lo alto de un edificio, con una velocidad inicial de 30 m/seg. Su distancia  $s(t)$  en metros sobre el suelo después de  $t$  segundos está dada por la ecuación:  $s(t) = 60 + 30t - 16t^2$ .

- Determina la altura del edificio.
- ¿Cuánto tiempo tarda el objeto en llegar al piso?
- ¿Cuándo alcanza su máxima altura el objeto?
- Determina la altura máxima respecto del piso, que alcanza el objeto

b) *Interpreta gráficamente y resuelve analíticamente:* La entrada a un edificio tiene la forma de un arco parabólico y mide **3 m** de alto en su centro y **2 m** de ancho en su base. Si hay que introducir en el edificio un recipiente rectangular con líquido sin tapa de **2,5 m** de alto, ¿cuál es el ancho máximo que puede tener el recipiente? (El ancho tomado como la medida que enfrenta a la entrada del edificio)

c) Una compañía de televisión por cable , de acuerdo a un estudio de mercado sabe que el ingreso mensual de la empresa , cuando la tarifa es de  $x$  pesos mensuales viene dada por la función :  $R(x) = 500(300 - x) \cdot x$  ( $0 < x < 300$ )

Hallar cuál debe ser la tarifa mensual para que el ingreso sea máximo.

**d)** Al hacer un estudio de mercado de relojes con televisión incorporada, una compañía japonesa obtuvo las siguientes funciones de oferta y demanda de dicho producto en función del precio.

$$\text{demanda} \quad y = -\frac{1}{5}x^2 + 7.000.000$$

$$\text{oferta} \quad y = \frac{2}{25}x^2$$

Siendo "x" el precio de un tele-reloj e "y" la cantidad de tele-relojes que se demandan ese año.

¿Qué precio deberán vender los tele-relojes, para que la demanda iguale la oferta?

**e)** En una isla se introdujeron 100 venados. Al principio la manada empezó a crecer rápidamente, pero después de un tiempo los recursos de la isla empezaron a escasear y la población decreció.

Supongamos que el número de venados  $v(t)$  a los  $t$  años está dado por :

$$v(t) = -t^2 + 21t + 100 \quad t > 0$$

a) Calcular los valores de  $t$  para los cuales  $v(t) = 154$ .

b) ¿Se extingue la población? Si es así ¿cuándo ocurre?

**f)** Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde lo alto de una pared, con una velocidad inicial de 4 m/seg. Su distancia  $s(t)$  en metros sobre el suelo después de  $t$  segundos está dada por la ecuación:  $s(t) = 12 + 4t - t^2$ .

a) ¿Cuánto tiempo tarda el objeto en llegar al piso?

b) Determina la altura máxima respecto del piso, que alcanza el objeto y en qué instante la alcanza

Recomendamos ver para profundizar los temas: <https://youtu.be/UnYID6t302c>

# MÓDULO 6

## FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

### EL LOGARITMO

#### Definición

En el siguiente cálculo,  $2^3 = 8$  la operación es una potenciación, el 2 es la **base**, el 3 es el **exponente** y el 8 es la **potencia**.

Si conocemos el exponente y la potencia, pero no la base:

$$\square^3 = 8, \text{ para averiguarlo resolvemos } \square = \sqrt[3]{8} \text{ y entonces } \square = 2.$$

La operación ahora es una **radicación**, el 3 es el **índice**, el 8 el **radicando** y el 2 la **raíz**.

Si en ese mismo cálculo conocemos la base y la potencia, pero no el exponente:

$2^{\square} = 8$ , para averiguarlo debemos pensar cuál es el exponente al que debe elevarse el 2 para obtener 8, resolvemos:  $\square = \log_2 8 = 3$ .

Esta nueva operación se llama **logaritmación**, el 2 es la **base**, el 8 es el **argumento** y el 3 es el **logaritmo**.

Es una de las operaciones inversas de la potenciación y permite calcular el exponente al que debe elevarse la base para obtener el argumento.

#### Ejemplos:

$$\log_3 9 = 2 \quad \text{ya que } 3^2 = 9,$$

$$\log_2 32 = 5 \quad \text{ya que } 2^5 = 32$$

$$\log_6 1 = 0 \quad \text{ya que } 6^0 = 1$$

$$\log_4 2 = \frac{1}{2} \quad \text{ya que } 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\log_5 \frac{1}{5} = -1 \quad \text{ya que } 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$\log_7 \frac{1}{49} = -2 \quad \text{ya que } 7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$$

$$\log_{10} 0,001 = -3 \quad \text{ya que } 10^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Si intentamos resolver:

$\log_3(-9) = \dots$ , debemos buscar el exponente al que hay que elevar al 3 para obtener -9,

$3^{\square} = -9$ , este número no existe, cualquier potencia de 3 es un número positivo.

Lo mismo si intentamos resolver  $\log_{(-5)} 125 = \dots$ , es decir, nos preguntamos, cuál es el exponente del -5 para obtener como resultado el 125. No hay ninguno.

Otros casos problemáticos involucran el 0 y el 1.

$\log_1 9 = \dots$  no existe, ya que toda potencia de 1 es 1 y, más aún, si pretendemos resolver  $\log_1 1 = \dots$  no sabríamos qué resultado otorgarle, no es único.

Por otro lado, algo similar sucede si intentamos resolver  $\log_0 8 = \dots$  y preguntarnos 0 elevado a qué número es 8.

O también,  $\log_3 0 = \dots$  y tratar de encontrar un número que cumpla que el 3 elevado a ese exponente de como resultado 0.

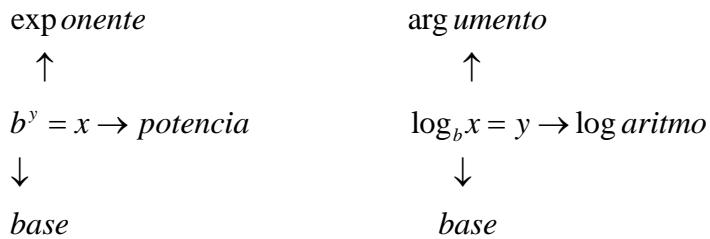
Para evitar estos problemas y para que la logaritmación sea una operación que exista siempre y el resultado sea único, al definirla se exige que tanto **el argumento como la base del logaritmo sean números positivos** y además **la base debe ser distinta de 1**.

Entonces, estamos en condiciones de dar la **Definición de logaritmo**:

Siendo b y x números reales tales que son positivos y  $b \neq 1$ , llamamos logaritmo en base b de x, al exponente real y, tal que b elevado a la y da por resultado x. En símbolos:

### **DEFINICIÓN DE LOGARITMO**

$$y = \log_b x \Leftrightarrow b^y = x \quad \text{siendo} \quad b > 0 \quad b \neq 1 \quad x > 0$$



Cada vez que resuelvas un logaritmo piensa que estas averiguando un exponente, el mejor sinónimo de la palabra logaritmo es exponente.

## Ejercicio 1

Resolver aplicando la definición de logaritmo:

a)  $\log_2 8 = \dots$  ya que .....

f)  $\log_8 2 = \dots$  ya que .....

b)  $\log_3 81 = \dots$  ya que .....

g)  $\log_{\frac{1}{2}} 4 = \dots$  ya que .....

c)  $\log_5 \frac{1}{25} = \dots$  ya que .....

h)  $\log_9 \frac{2}{3} = \dots$  ya que .....

d)  $\log_{\sqrt{2}} 4 = \dots$  ya que .....

i)  $\log_5 \sqrt[3]{5} = \dots$  ya que .....

e)  $\log_{\sqrt[3]{2}} 2 = \dots$  ya que .....

j)  $\log_{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{3}{2}} = \dots$  ya que .....

## Propiedades

1- El logaritmo de 1 en cualquier base es 0

$$\log_b 1 = 0 \quad \text{ya que} \quad b^0 = 1$$

2- El logaritmo de la base del logaritmo es 1, cualquiera sea ésta.

$$\log_b b = 1 \quad \text{ya que} \quad b^1 = b$$

3- Logaritmo en el exponente.

Considera el siguiente cálculo:  $2^{\log_2 8} = 2^3 = 8$  al resolverlo se obtiene 8, precisamente el argumento del logaritmo.

En este otro:

$p =$  Número que al hacer 3 elevado a él da 25



$$3^{\log_3 25} = 3^p = 25$$

Obviamente el resultado es 25, ya que debo elevar el 3, al exponente que cumple la condición que si hacemos 3 elevado a él permite obtener 25.

Ten en cuenta que para que esto se cumpla, la base de la potencia y la del logaritmo deben ser iguales.

En símbolos:

$$a^{\log_a b} = b$$

Si en una potenciación, el exponente es un logaritmo cuya base coincide con la base de la potencia, la potencia es igual al argumento del logaritmo que se encuentra en el exponente.

4- La logaritmación no es distributiva con respecto a ninguna de las operaciones fundamentales.

Veamos algunos contraejemplos.

Con suma

$$\log_2(2+4+8+2) \neq \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \log_2 2$$

$$\log_2 16 \neq 1+2+3+1$$

$$4 \neq 7$$

Con multiplicación

$$\log_3(3.9) \neq \log_3 3 \cdot \log_3 9$$

$$\log_3 27 \neq 1.2$$

$$3 \neq 2$$

Entonces para resolver se debe primero resolver la operación del argumento y luego calcular el logaritmo.

**5- El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.**

$$\log_b(p \cdot q) = \log_b p + \log_b q$$

Recuerda aquella propiedad del producto de potencia de igual base en la que sumabas los exponentes, los logaritmos son los exponentes.

$$\log_3(3.9) = \log_3 3 + \log_3 9$$

**Ejemplo:**  $\log_3 27 = 1+2$

$$3 = 3$$

**6- El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia entre el logaritmo del numerador menos el logaritmo del divisor.**

$$\log_b\left(\frac{p}{q}\right) = \log_b p - \log_b q$$

$$\log_5\left(\frac{125}{5}\right) = \log_5 125 - \log_5 5$$

**Ejemplo:**  $\log_5 25 = 3 - 1$

$$2 = 2$$

La próxima es la propiedad principal de los logaritmos que nos permite resolver ecuaciones exponenciales, ecuaciones en las que la incógnita se encuentra en el exponente.

**7-** El logaritmo de una potenciación es igual al producto del exponente de esa potenciación por el logaritmo de la base de la potencia.

$$\log_b(a^c) = c \cdot \log_b a$$

$$\log_2(4^3) = 3 \cdot \log_2 4$$

**Ejemplo:**  $\log_2 64 = 6$

**8-** El logaritmo de una raíz enésima es igual al cociente entre el logaritmo del radicando de la raíz y el índice de la raíz.

$$\log_b \sqrt[n]{a} = \frac{\log_b a}{n}$$

Hecho que se deriva de la propiedad anterior al expresar la radicación como una potencia

$$\log_b \sqrt[n]{a} = \log_b \left( a^{\frac{1}{n}} \right) = \frac{1}{n} \log_b a = \frac{\log_b a}{n}$$

**Ejemplo:**  $\log_3 \sqrt[5]{9} = \frac{1}{5} \log_3 9 = \frac{2}{5}$

**9- Propiedad de cambio de base** de los logaritmos:

En algunos casos nos vamos a encontrar que, para resolver un logaritmo, que está dado en una base en particular, resulta conveniente expresarlo en otra base, para ello aplicaremos la siguiente propiedad:

$$\log_b a = \frac{\log_p a}{\log_p b}$$

Calculamos el logaritmo en base b, usando otra base, en este caso p y dividiendo el logaritmo del argumento en la nueva base elegida por el logaritmo de la base original en la base nueva.

**Ejemplo:** Si queremos calcular mentalmente  $\log_8 16 =$  quizá se dificulta un poco, debemos encontrar el exponente al que se debe elevar al 8 para obtener el número 16, evidentemente el

resultado es un número comprendido entre 1 y 2 ya que  $8^1 < 8^{[\boxed{1,\dots}]} < 8^2$

El exponente buscado está entre 1 y 2.

Al observar que ambos números (base y exponente) son potencias de un mismo número, de 2, en este caso, conviene aplicar esta propiedad de cambio de base para resolverlo y usar logaritmos en base 2.

$$\log_8 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 8} = \frac{4}{3} = 1,3$$

## Ejercicio 2

Hallar y verificar los siguientes logaritmos:

a)  $\log_3 9 =$       b)  $\log_7 7 =$       c)  $\log_2 \left( \frac{1}{16} \right) =$       d)  $\log_8 1 =$

e)  $\log_5 125 =$       f)  $\log_2 \sqrt{2} =$       g)  $\log_{0,5} 4 =$       h)  $\log_{\sqrt{2}} 0,25 =$

## Ejercicio 3

Resolver aplicando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\log_2 (8 \cdot 32)$       d)  $\log_5 (5 \sqrt[5]{5})^5 =$

b)  $\log_3 (\sqrt[3]{81})^5 =$       e)  $\log_4 (4^3 \cdot \sqrt[3]{4}) =$

c)  $\log_7 7^{48} =$

## Ejercicio 4

Descomponer los siguientes logaritmos, en expresiones donde aparezcan logaritmos de argumentos más sencillos.

Te mostramos un ejemplo:

a)  $\log_c(4a^2b) = \log_c 4 + \log_c a^2 + \log_c b = \log_c 4 + 2\log_c a + \log_c b$

b)  $\log_3 2(b+c)^2 =$

c)  $\log_a 10.x^2 =$

d)  $\log_c(10.x)^2 =$

e)  $\log_c(3b)^5(a-b) =$

f)  $\log_c \frac{18}{a+b} =$

g)  $\log_c \frac{1}{a} =$

h)  $\log_a \left( c \cdot \sqrt[g]{\frac{x}{g}} \right) =$

i)  $\log_c \sqrt[7]{7.x^2k^4} =$

j)  $\log \frac{a^3 \sqrt{x}}{\sqrt[4]{y^3}} =$

## Ejercicio 5

Sabiendo que  $\log m = -2$ , calculen  $\log \left[ \frac{m \cdot \sqrt{m}}{\sqrt[3]{m^2}} \right]$

## Ejercicio 6

Calcular  $h = \log_b \frac{x.y^3}{z}$ , sabiendo que  $\log_b x = 1$ ,  $\log_b y = 2$  y  $\log_b z = 3$

## Logaritmos importantes –

### Uso de calculadora científica

De todas las bases de logaritmos posibles, existen dos que se destacan por su importancia, estas son base 10 y base e.

Los logaritmos de base 10 se llaman **logaritmos decimales o de Briggs**, en honor al matemático que primero trabajó con ellos, y al simbolizarlos suele no escribirse en ellos la base, se sobreentiende que es 10 así:  $\log 1000 = \log_{10} 1000 = 3$

Estos logaritmos pueden calcularse usando calculadora científica, para ello se emplea la tecla **[log]**:

Así, si quieres calcular  $\log 3456 = \dots$

Oprimes las teclas **[log] 3456 [=]** y resulta aproximadamente 3,53857.

Advierte que como el número tiene 4 cifras, la parte entera la puedes calcular sin necesidad de la calculadora y siempre es igual a ..... .

Esta es una de las ventajas que presentan los logaritmos decimales.

Los otros logaritmos, de base **e**, son muy empleados en matemática. El número **e** es un número irracional cuya primeras cifras decimales son 2,7182818. Al número **e** se lo suele denominar número de Euler.

El número **e** es el número al que se acerca el resultado del cálculo  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  al considerar valores de  $n$  cada vez más grandes.

Se trata de un número irracional, la letra “e” se la asignó Euler a este número quien obtuvo 26 dígitos del mismo. Mostramos a continuación 100 dígitos decimales de este número, obtenidos mediante un software matemático:

**e**≈2.71828182845904523536028747135266249775724709369995957496696762772407663035354  
7594571382178525166427

El número **e** tiene numerosas aplicaciones en varias ramas de la ciencia, biología, economía, etc.

Estos logaritmos se llaman **logaritmos naturales o neperianos** en honor al matemático Napier y suelen simbolizarse con la abreviatura **ln x**, es decir cada vez que leas **ln** piensa en:  $\log_e x$

La calculadora científica posee una tecla que permite calcularlos **ln**

Así si quieres calcular **ln 324** =.....

Oprimes las teclas **[ln]** **324 [=]** y resulta aproximadamente 5,78074.

Para calcular logaritmos expresados en otra base distinta de e y de 10, debes recurrir a la propiedad de **CAMBIO DE BASE**:

Así para calcular  $\log_3 15 = \frac{\log 15}{\log 3} = 2,46497$  al usar logaritmos decimales (base 10).

Es indistinto si se usa logaritmos naturales (base e):  $\log_3 15 = \frac{\ln 15}{\ln 3} = 2,46497$

Prueba ahora calculando:

a)  $\log_5 145 = \dots$

b)  $\log_6 54 = \dots$

c)  $\log_{\frac{1}{4}} 64 = \dots$

Algunas calculadoras permiten calcular directamente el logaritmo de un número en cualquier base, introduciendo primero el valor de la base y luego el del argumento. Revisa si la tuya es una de esas.

## Ejercicio 7

Expresar cada una de las formas dadas como un solo logaritmo:

Haremos uno de ejemplo:

$$\log_c p + \frac{1}{2} \log_c b - 3 \cdot \log_c a = \log_c p + \log_c \sqrt{b} - \log_c a^3 = \log_c \frac{p \cdot \sqrt{b}}{a^3}$$

a)  $\log 7 - \log 4 =$

e)  $9 \log 7 + 5 \log 23 =$

b)  $\log_3 10 - \log_3 5 =$

f)  $3 (\log x + \log y - \log z) =$

c)  $\log_2 (2x) - \log_2 (x+1) =$

g)  $2 + 10 \log 1,05 =$

d)  $2 \log x - \frac{1}{2} \log (x-2) =$

h)  $\frac{1}{2} (\log 215 + 8 \log 6 - 3 \log 121) =$

## Ejercicio 8

$$A = \sqrt[5]{\frac{m^3 \cdot a}{u^2}} , \quad \log m = 0,5 , \quad \log a = -1,5 , \quad \log u = 2,5 \quad \text{¿Cuánto vale A ?}$$

## Ejercicio 9

Reducir a un único logaritmo:

a)  $\log_3 x + 5 \log_{\frac{1}{3}} x =$

b)  $\log_{\frac{1}{2}} a - \log_{\sqrt{2}} a^5 =$

c)  $\log_{\sqrt{k}} 3 - 2 \log_k 5 - \log_{k^2} 3 =$

d)  $\log_4 x + \log_{\frac{1}{4}} x - 3 \log_4 x =$

## ECUACIONES EXPONENCIALES

Ecuaciones exponenciales son aquellas ecuaciones en las que la incógnita se encuentra en el exponente.

En su resolución es común aplicar logaritmos.

Analizamos algunos ejemplos:

**Ejemplo 1:**

$$9^{x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$$

Dada una ecuación exponencial observemos si es posible escribir todas las exponenciales en función de la misma base, si es posible lo hacemos: en este caso 9 y 1/3 son potencias de 3.

$$(3^2)^{x-1} = (3^{-1})^{2x} \quad \text{Aplicamos propiedades de la potenciación} \quad 3^{2(x-1)} = 3^{-2x}$$

$3^{2x-2} = 3^{-2x}$  Ahora como las potencias son iguales y la base es la misma, los exponentes deben ser iguales, entonces:

$$2x - 2 = -2x \Rightarrow 2x + 2x = 2 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\text{La solución es } x = \frac{1}{2} \quad \text{Verifiquemos } 9^{\frac{1}{2}-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2 \cdot \frac{1}{2}} ; \quad 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

Por supuesto que también podríamos haber elegido 9 o 1/3 para trabajar. Resuelve la ecuación utilizando una de estas dos bases.

**Ejemplo 2:**

$$2^{3x-5} = 24$$

En este caso no podemos expresar al 2 y al 24 como potencia de un mismo número, entonces recurrimos a los logaritmos.

Aplicamos la definición de logaritmo sabiendo que  $3x-5$  es el exponente al que hay que elevar el 2 para obtener 24, entonces:

$$3x - 5 = \log_2 24$$

Y la ecuación resultante es una ecuación lineal

$$3x - 5 = \frac{\log 24}{\log 2} = 4,5849 \Rightarrow 3x = 4,5849 + 5 \Rightarrow x = \frac{9,5849}{3} = 3,1949$$

**Ejemplo 3:**

$$4 \cdot 2,3^x = 1,5^{x+1}$$

En este caso no encontramos una base común y tenemos exponentiales en ambos miembros. Una forma de proceder es aplicar logaritmos en la misma base en ambos miembros. Esta base a elegir puede ser cualquiera, si los cálculos los vamos a realizar con la calculadora científica conviene usar base 10 o base e.

$$\log(4 \cdot 2,3^x) = \log 1,5^{x+1} \quad \text{Aplicamos las propiedades del logaritmo}$$

$$\log 4 + \log 2,3^x = (x+1) \log 1,5$$

$$\log 4 + x \cdot \log 2,3 = (x+1) \cdot 0,176 \quad \text{Resultó ahora una ecuación lineal.}$$

$$\log 4 + x \cdot 0,3617 = (x+1) \cdot 0,176 \quad \Rightarrow \quad 0,602 + x \cdot 0,3617 = 0,176 \cdot x + 0,176$$

$$\Rightarrow 0,3617x - 0,176 \cdot x = 0,176 - 0,602 \quad \Rightarrow \quad 0,1857x = -0,426$$

$$\Rightarrow x = -\frac{0,426}{0,1857} = -2,294$$

**Ejemplo 4:**

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = \frac{7}{3}$$

Esta ecuación, a diferencia de las anteriores, tiene sumas y no hay ninguna propiedad de la potencia que nos permita agruparlas, y si aplicamos logaritmos a ambos miembros no existe ninguna propiedad para el logaritmo de una suma, entonces procedemos de otra manera:

Aplicando las propiedades de la potencia aislamos  $2^x$  que es la exponencial que se repite.

$$2^x \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2 + 2^x = \frac{7}{3} \quad \Rightarrow \quad 2^x \cdot 4 + 2^x \cdot 2 + 2^x = \frac{7}{3} \quad \text{Sacamos factor común } 2^x$$

$$2^x \cdot (4+2+1) = \frac{7}{3} \Rightarrow 7 \cdot 2^x = \frac{7}{3} \Rightarrow 2^x = \frac{7}{3} : 7 \Rightarrow 2^x = \frac{1}{3} \quad \text{Aplicamos la definición de}$$

logaritmo

$$x = \log_2 \frac{1}{3} = \frac{\log \frac{1}{3}}{\log 2} = -1,5849$$

**Ejemplo 5:**

$$(9^{x+1}) - 3^x = 6534$$

Esta ecuación también tiene una resta y es posible expresar al 9 como potencia del 3.

$$(3^2)^{x+1} - 3^x = 6534 \Rightarrow 3^{2(x+1)} - 3^x = 6534 \Rightarrow 3^{2x+2} - 3^x = 6534 \quad \text{Aplicando propiedades de potencia, ahora aislamos } 3^x$$

$$3^{2x} \cdot 3^2 - 3^x = 6534 \Rightarrow (3^x)^2 \cdot 9 - 3^x = 6534 \quad \text{La ecuación resultante se parece a una ecuación cuadrática, pero en } 3^x, \text{ ya que } 3^x \text{ figura al cuadrado en un término, a la primera en otro y a la cero (no figura) en el tercero.}$$

Para clarificar la resolución recurrimos a una incógnita auxiliar, la llamamos "t", es decir,  $t = 3^x$

$$\text{Reemplazando en la ecuación resulta: } t^2 \cdot 9 - t = 6534 \Rightarrow 9t^2 - t - 6534 = 0$$

$$\text{Resolvemos: } t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 9 \cdot 6534}}{18} = \frac{1 \pm \sqrt{235225}}{18} = \frac{1 \pm 485}{18}$$

$$t_1 = \frac{486}{18} = 27 \quad \text{y} \quad t_2 = -\frac{484}{18} = -26,8$$

Averiguados los valores de t, debemos buscar los valores de nuestra incógnita, que es la x, recordando que  $t = 3^x$ .

$$t_1 = 27 \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow x = \log_3 27 = 3$$

$t_2 = -26,8 \Rightarrow 3^x = -26,8$  Pero no existe una potencia de 3 que dé un número negativo, el logaritmo no está definido para números negativos, entonces, de este valor de  $t$  no obtenemos un valor de  $x$ .

## Ejercicio 10

Resolver las siguientes ecuaciones

a)  $3^{5x+2} = 243$

b)  $16^{5-x} = 4$

c)  $8^{x-2} - 0,125 = 0$

d)  $3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$

e)  $(8^x)^2 : 9^{2x} = \frac{1}{64}$

f)  $20^x = 2^{2x+1} \cdot 5^{2x}$

g)  $3^{x^2+3x} - \frac{1}{9} = 0$

h)  $(4^x)^2 - 3 \cdot 4^x + 2 = 0$

i)  $(2^x)^2 - 2^{x+1} + 1 = 0$

j)  $\frac{3^{x^2}}{9} = 3^{2+3x}$

k)  $\frac{3^x + 3^{-x}}{3^{-x}} - 10 \cdot 3^{x-1} = 0$

l)  $\frac{3^{x-1}}{9^{x+2}} = \frac{9^{x-1}}{3^{x+1}}$

## ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Una ecuación logarítmica es aquella en la que la incógnita está afectada por la operación de logaritmación, puede figurar tanto en el argumento como en la base del logaritmo.

Normalmente en su resolución deben aplicarse la definición del logaritmo y sus propiedades.

Debido a las condiciones necesarias para la definición del logaritmo, previo a resolver una ecuación vamos a calcular el Dominio o conjunto de definición de ella.

**Ejemplo 1:**

$$\log_2(x-1) = -1$$

La incógnita figura en el argumento del logaritmo entonces se debe cumplir que:  $x - 1 > 0$  entonces  $x > 1$ . La ecuación tiene como Dominio de definición al intervalo  $D = (1; +\infty)$ . La solución a obtener debe pertenecer a este conjunto.

Para resolverla aplicamos la definición de logaritmo

$$2^{-1} = x - 1 \Rightarrow \frac{1}{2} = x - 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + 1 = x \Rightarrow \frac{3}{2} = x$$

$\frac{3}{2}$  Pertenece al intervalo Dominio, entonces es la solución de la ecuación.

**Ejemplo 2:**

$$\log_3(x+4) + \log_3(x-4) = 2$$

Para buscar el dominio ahora debemos resolver dos inecuaciones y buscar la intersección de los conjuntos solución de ellas  $x + 4 > 0$  entonces  $x > -4$  y por otro lado  $x - 4 > 0$  entonces  $x > 4$ . Los números que cumplen a la vez ambas desigualdades son los  $x > 4$  entonces el Dominio de definición al intervalo  $D = (4; +\infty)$ .

Para resolver la ecuación recurrimos a las propiedades del logaritmo

$\log_3[(x+4)(x-4)] = 2$  Debido a que la suma de dos logaritmos de igual base es el logaritmo del producto de los argumentos en esa misma base.

$\log_3(x^2 - 16) = 2$  Para eliminar el logaritmo en la ecuación, usamos su definición

$$3^2 = x^2 - 16 \Rightarrow 9 = x^2 - 16 \Rightarrow 9 + 16 = x^2 \Rightarrow 25 = x^2 \Rightarrow \sqrt{25} = |x|$$

Entonces  $x = 5$  ó  $x = -5$  pero de acuerdo al Dominio, la incógnita debe ser mayor que 4, entonces la solución de la ecuación es solo  $x = 5$

**Ejemplo 3:**

$$\log_3(2x+1) = \log_3(x+2)$$

$$2x+1 > 0 \quad y \quad x+2 > 0$$

Calculamos el Dominio  $x > -\frac{1}{2}$  y  $x > -2$  los números que cumplen a la vez

que son mayores que  $-2$  y mayores que  $-\frac{1}{2}$  son los mayores que  $-\frac{1}{2}$ , entonces el Dominio de definición es el intervalo  $D = \left( -\frac{1}{2}; +\infty \right)$ .

Para resolver la ecuación pensemos que ahora tiene logaritmo en ambos miembros, pero al ser de igual base, la ecuación expresa que los exponentes de las dos potencias son iguales y tienen la misma base, entonces el resultado, la potencia, debe ser igual, por eso podemos igualar los argumentos.

$2x+1 = x+2$  Resultando entonces una ecuación lineal  $2x-x=2-1$  entonces  $x=1$  que al pertenecer al Dominio, es la solución de la ecuación.

#### Ejemplo 4:

$$\log_6(2x+7) - \log_6(x-1) = \log_6(x-7)$$

$$2x+7 > 0 \quad y \quad x-1 > 0 \quad y \quad x-7 > 0$$

Calculamos el Dominio  $x > -\frac{7}{2}$  y  $x > 1$  y  $x > 7$  los

números que cumplen a la vez que son mayores que  $1$ , mayores que  $7$  y mayores que  $-\frac{7}{2}$  son los mayores que  $7$ , entonces el Dominio de definición al intervalo  $D = (7; +\infty)$ .

Para resolver la ecuación, aplicamos las propiedades del logaritmo:

$$\log_6 \left( \frac{2x+7}{x-1} \right) = \log_6(x-7)$$

$$\frac{2x+7}{x-1} = x-7 \quad 2x+7 = (x-7)(x-1)$$

$$\Rightarrow 2x+7 = x^2 - 8x + 7 \quad \Rightarrow 0 = x^2 - 8x + 7 - 2x - 7 \quad \Rightarrow 0 = x^2 - 10x$$

$0 = x(x-10)$  entonces  $x = 0$  ó  $x = 10$  como el conjunto de definición está formado por números reales mayores que  $7$ , la solución de la ecuación es solo  $x = 10$ .

**Ejemplo 5:**

$$\log_3 x - \log_9 x = 1$$

Para comenzar buscamos el dominio de definición, es  $x > 0$ , entonces  $D = \mathbb{R}^+$

Esta ecuación difiere de las analizadas anteriormente ya que los logaritmos que presenta tienen distintas bases, para resolverla debemos cambiar la base y expresarlos todos en una base común.

Como 9 es potencia del 3 podemos usar base 3 o base 9. Si las bases no son potencias una de otra emplearíamos algunas de las que figuran en la calculadora científica.

Usaremos base 3:

$$\log_3 x - \frac{\log_3 x}{\log_3 9} = 1 \quad \text{El logaritmo del denominador es inmediato, lo resolvemos:}$$

$$\log_3 x - \frac{\log_3 x}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \log_3 x - \frac{1}{2} \log_3 x = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \log_3 x = 1 \quad \Rightarrow \quad \log_3 x = 1 : \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \log_3 x = 2$$

Aplicando la definición, resulta:

$x = 3^2 = 9$  Como  $x = 9$  pertenece al Dominio es solución de la ecuación.

**Ejercicio 11**

Resolver las siguientes ecuaciones dando previamente el conjunto definición:

a)  $\log_{12}(4x+2) = 0$

b)  $\log(\log x) = 1$

c)  $\log_2(8x) + \log_2(4x^2) = 8$

d)  $\log_5(x+12) - \log_5(x+2) = 1$

e)  $10 \cdot \log_5 x + 5 - 5 \cdot \log_5 x = 0$

f)  $\log_2(x-3) - \log_2(2x+1) = -\log_2 4$

g)  $\log_2 x - \log_8 x = 1$

h)  $\log_{\sqrt[4]{3}}(x+1) - \log_{\sqrt{3}}(x+1) = \log_3(x+1) + 2$

$$i) \log 54 - \log 2 = 2 \log x - \log \sqrt{x}$$

$$j) \log_5^2 x - 2 \log_5 x - 8 = 0$$

$$k) \log(x-3) + \log x = \log 4$$

$$l) \log(x-8) + \log(x-2) = \log(8-x)$$

$$m) \log(x+6) - \frac{1}{2} \log(2x-3) = 2 - \log 25$$

$$n) \log_2(2x+2) - \log_2(-x+2) = 2$$

## FUNCIÓN EXPONENCIAL

Grafica en un mismo sistema de ejes las siguientes funciones:

$$a) y = 4^x$$

$$b) y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$c) y = 2^x$$

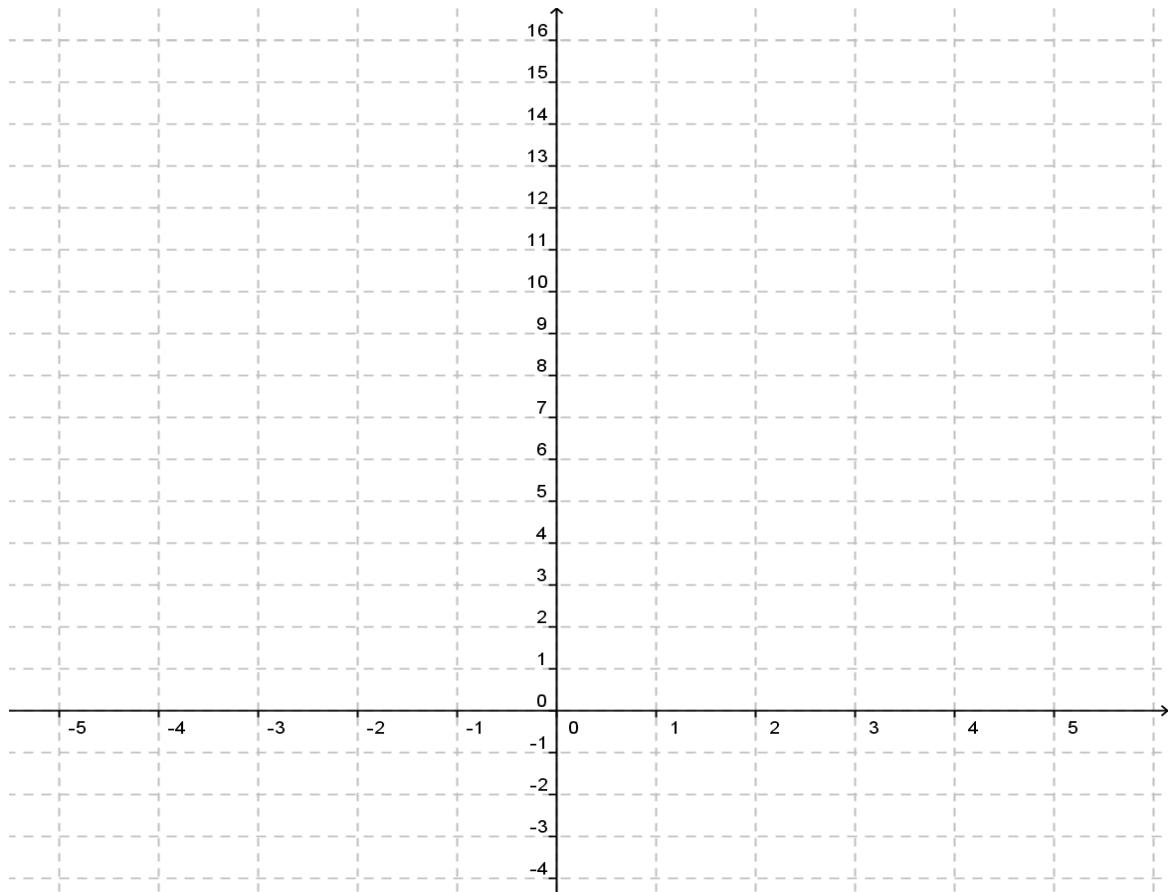
$$d) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

x	$y = 4^x$
.....	

x	$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$
.....	

x	$y = 2^x$
.....	

x	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
.....	



Observando los gráficos obtenidos, completar:

- ¿Cuál es el Dominio de estas funciones? .....
- Todas las curvas están incluidas en el semiplano ..... respecto del eje x.
- El conjunto Imagen de todas ellas es: .....
- Todas las curvas cortan al eje y en el punto de coordenadas (..... ; ..... )
- Si  $a > 1$  entonces el valor de  $y = a^x$  ..... al aumentar el valor de x.
- Si  $0 < a < 1$  entonces el valor de  $y = a^x$  ..... al aumentar el valor de x.
- Las gráficas de  $y = 2^x$  e  $y = \dots$  son simétricas entre sí respecto del eje y.
- Las gráficas de  $y = 4^x$  e  $y = \dots$  son simétricas .....

Se llama función exponencial a una función en la que la variable se encuentra en el exponente.

Función exponencial es una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

dada por  $f(x) = a^x$  siendo  $a > 0$  y  $a \neq 1$

Dominio :  $\mathbb{R}$       Imagen :  $\mathbb{R}^+ = (0 ; +\infty)$

La intersección con el eje y, es el punto de coordenadas ( 0 ; 1 ), entonces la ordenada al origen es  $y=1$

Los gráficos realizados difieren teniendo en cuenta si la base de la función exponencial es un número mayor o menor que 1 (siendo siempre positivo)

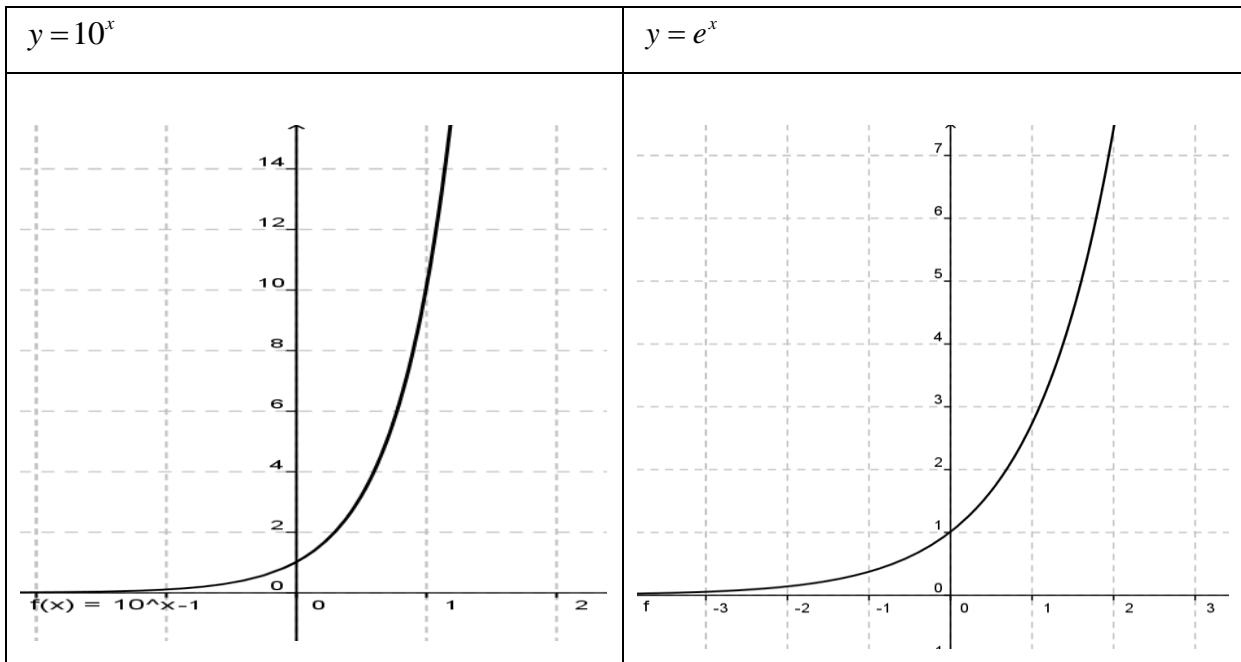
$0 < a < 1$	$a > 1$
La función es decreciente	La función es creciente

En el caso en que  $0 < a < 1$  la función se acerca a 0 al considerar valores de x cada vez más grandes, decimos que la función tiende a 0 cuando x tiende a  $+\infty$  y en el caso de  $a > 1$  la función se acerca a 0 al considerar valores de x cada vez más chicos, decimos que la función tiende a 0 cuando x tiende a  $-\infty$ , en ambos casos vemos que las curvas se acercan al eje x, se aproximan a la recta de ecuación  $y = 0$ . Se dice que la recta  $y = 0$  (eje x) es una **asíntota horizontal** de la función.

Te recomendamos que veas este documento dinámico que te ayudará a comprender mejor las gráficas antes explicadas <https://www.geogebra.org/graphing/gxqaxpur>

Ya que hemos hablado en especial de los logaritmos decimales y naturales, te presentamos los gráficos de las funciones  $y = 10^x$  e  $y = e^x$ .

Al poseer bases mayores que 1, presentan las características explicadas para ese caso:



La función  $y = e^x$  presenta propiedades especiales, que irás estudiando al avanzar en tus estudios y por ello es considerada la función exponencial por excelencia.

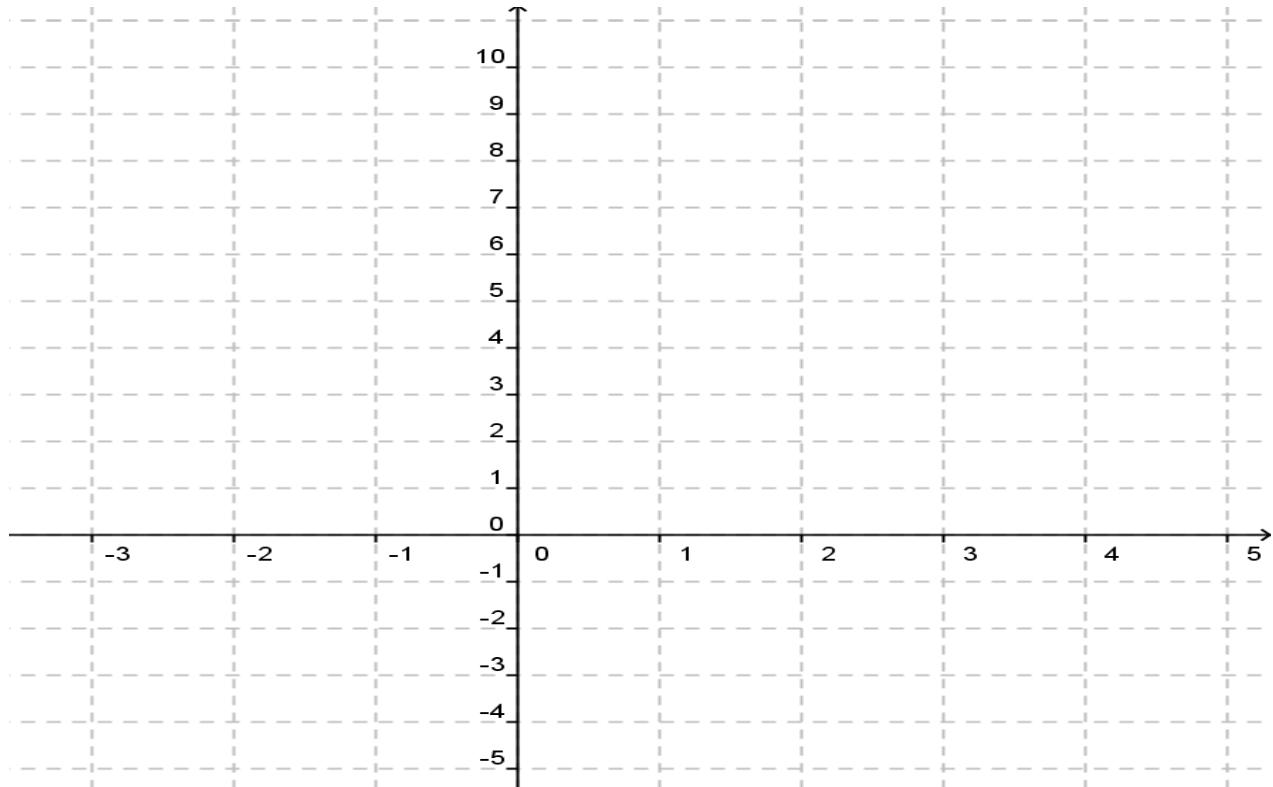
## Desplazamientos

Representa en el sistema de ejes cartesianos dado, las siguientes funciones y completa la tabla.

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 2^x + 2$$

$$h(x) = 2^x - 3$$



FUNCIÓN	$g(x) = 2^x + 2$	$h(x) = 2^x - 3$
Dominio		
Imagen		
Asíntota		
Ceros o Raíces		
Ordenada al origen		
¿Es creciente o decreciente?		
Conjunto de Positividad		
Conjunto de Negatividad		

Explica con tus palabras qué modificación sufrió, en cada caso, el gráfico de la función básica  $f(x) = 2^x$

.....

.....

.....

En general, cuando a la fórmula de una función básica se le suma un número  $k$ , su gráfica se desplaza en sentido vertical  $k$  unidades.

#### Desplazamiento vertical

Sea  $y = f(x)$

$y = f(x) + k$  es el desplazamiento vertical de  $y = f(x)$ ,

$k$  unidades hacia arriba si  $k > 0$  y  $k$  unidades hacia abajo si  $k < 0$

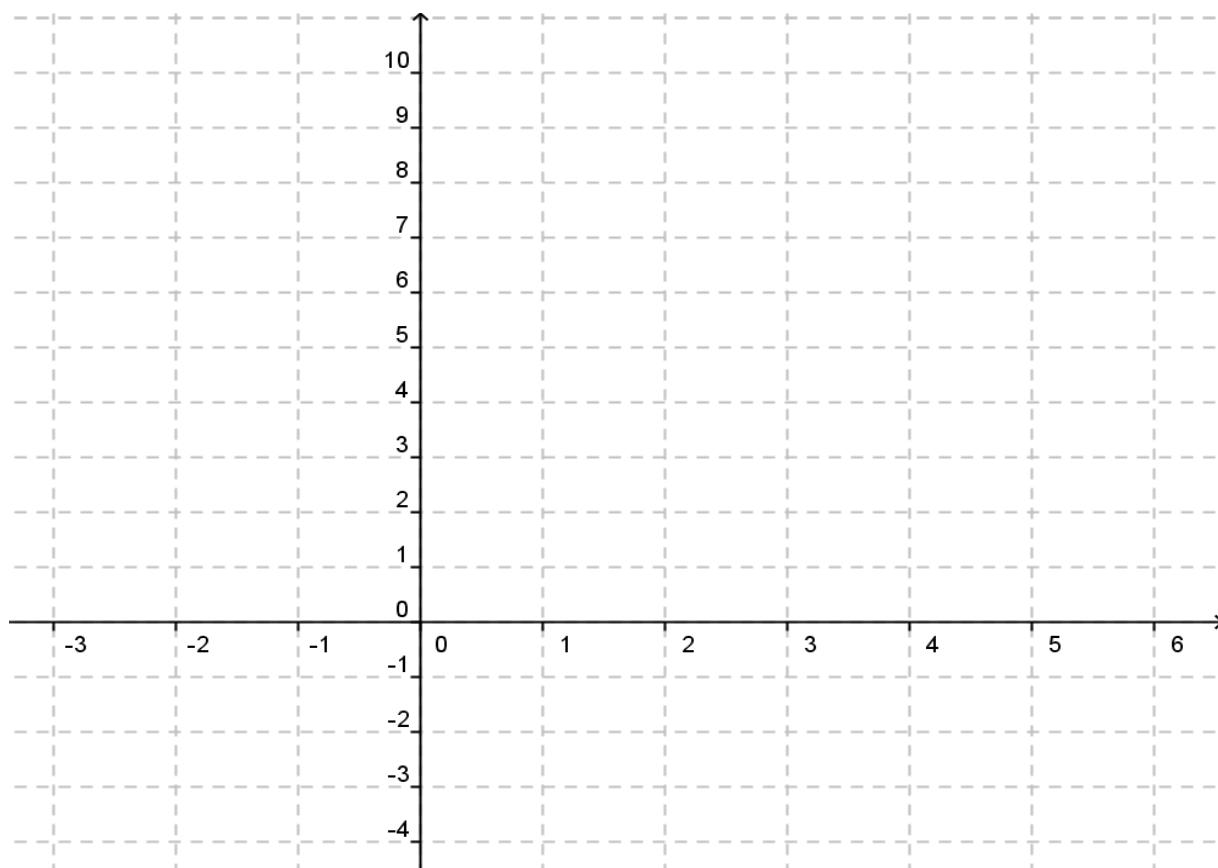
Recuerda lo analizado para la función cuadrática.

Realiza lo mismo para las funciones:

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 2^{x+1}$$

$$h(x) = 2^{x-3}$$



Completa la siguiente tabla:

FUNCIÓN	$g(x) = 2^{x+1}$	$h(x) = 2^{x-3}$
Dominio		
Imagen		
Asíntota		
Ceros o Raíces		
Ordenada al origen		
¿Es creciente o decreciente?		
Conjunto de Positividad		
Conjunto de Negatividad		

Explica con tus palabras qué modificación sufrió, en cada caso, el gráfico de la función básica  $f(x) = 2^x$

.....  
.....  
.....

En general, cuando a la variable independiente de una función básica se le resta un número  $h$ , su gráfica se desplaza en sentido horizontal  $h$  unidades.

### Desplazamiento horizontal

Sea  $y = f(x)$

$$y = f(x - h)$$

Es el desplazamiento horizontal de  $y = f(x)$ ,  $h$  unidades hacia la derecha si  $h > 0$  y  $h$  unidades hacia la izquierda si  $h < 0$

Recuerda lo analizado para la función cuadrática!

Veamos un ejemplo:

Graficaremos y analizaremos la función  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 2$

Para representarla consideraremos que la función básica  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  sufrió dos modificaciones, una debido al  $+1$  y otra al  $-2$ .

Como el  $+1$  afecta a la variable independiente de la función representa un desplazamiento en horizontal,  $h = -1$  (Recuerda que  $h$  es el número que resta a  $x$  y  $x+1$  es igual a  $x-(-1)$ ), se desplaza una unidad hacia la izquierda.

En cambio el  $-2$  resta a la función exponencial, corresponde al valor de  $k$ ,  $k = -2$ , el gráfico se desplaza 2 unidades hacia abajo.

Este desplazamiento modifica la Imagen de la función y su asíntota horizontal que también se traslada 2 unidades hacia abajo. La asíntota horizontal es la recta  $y = -2$

Para realizar el gráfico conviene calcular primero algunas características.

**Dominio:** por ser una función exponencial el Dominio es  $D = \mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$

**Ordenada al origen:**  $f(0) = \left(\frac{1}{3}\right)^{0+1} - 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^1 - 2 = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3}$

La curva corta al eje y en el valor  $-1,6$

**Raíz:** para calcularla buscamos el valor de x cuya imagen es 0 ,  $f(x) = 0$

$$0 = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$$

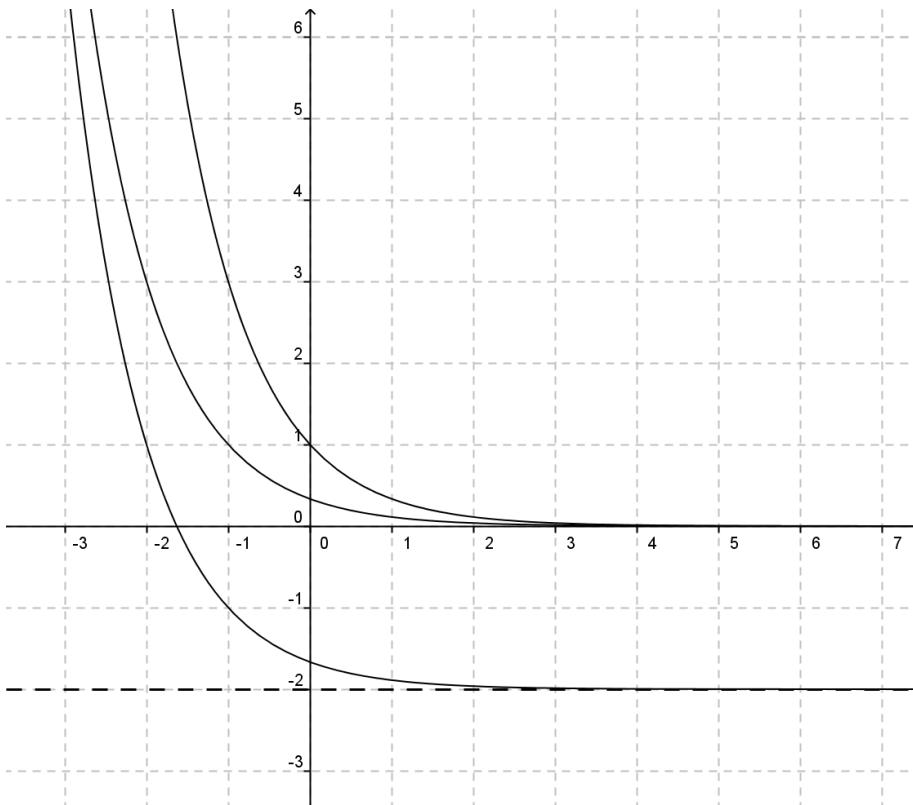
Aplicando la definición de logaritmo resulta :

$$x+1 = \log_{\frac{1}{3}} 2 \Rightarrow x = \log_{\frac{1}{3}} 2 - 1 = \frac{\log 2}{\log\left(\frac{1}{3}\right)} - 1 \cong -0,63 - 1 = -1,63$$

La curva corta al eje x en el valor  $x = -1,63$

La función es **decreciente** ya que la base del logaritmo es  $\frac{1}{3}$ , menor que 1.

En el gráfico siguiente se muestran, la función original  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  , la función desplazada una unidad hacia la izquierda  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$  y la función pedida  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 2$



Podemos completar el análisis de la función, diciendo que:

Los intervalos de negatividad y positividad son:  $C^- = (-1, 63; +\infty)$  y  $C^+ = (-\infty; -1, 63)$

El conjunto Imagen es :  $I = (-2; +\infty)$

Intenta ahora con las siguientes funciones

Recomendamos ver el siguiente video donde se explican las transformaciones de una función trascendente (irracional) para profundizar el tema: <https://youtu.be/0svluyGxO6w>

## Ejercicio 12

Para cada una de las siguientes funciones indica los desplazamientos, realiza su gráfico cartesiano e indica Dominio, Imagen, raíz, ordenada al origen, crecimiento, conjuntos de positividad y negatividad. Ecuaciones de las Asintotas,

a)  $y = 2^{x+2} + 3$

b)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 6$

c)  $y = 3^{(x+2)} - 7$

d)  $y = 4^{(x+1)} - 5$

# FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Representar en un mismo sistema de ejes cartesianos:

$$y = \log_2 x$$

$$y = \log_3 x$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

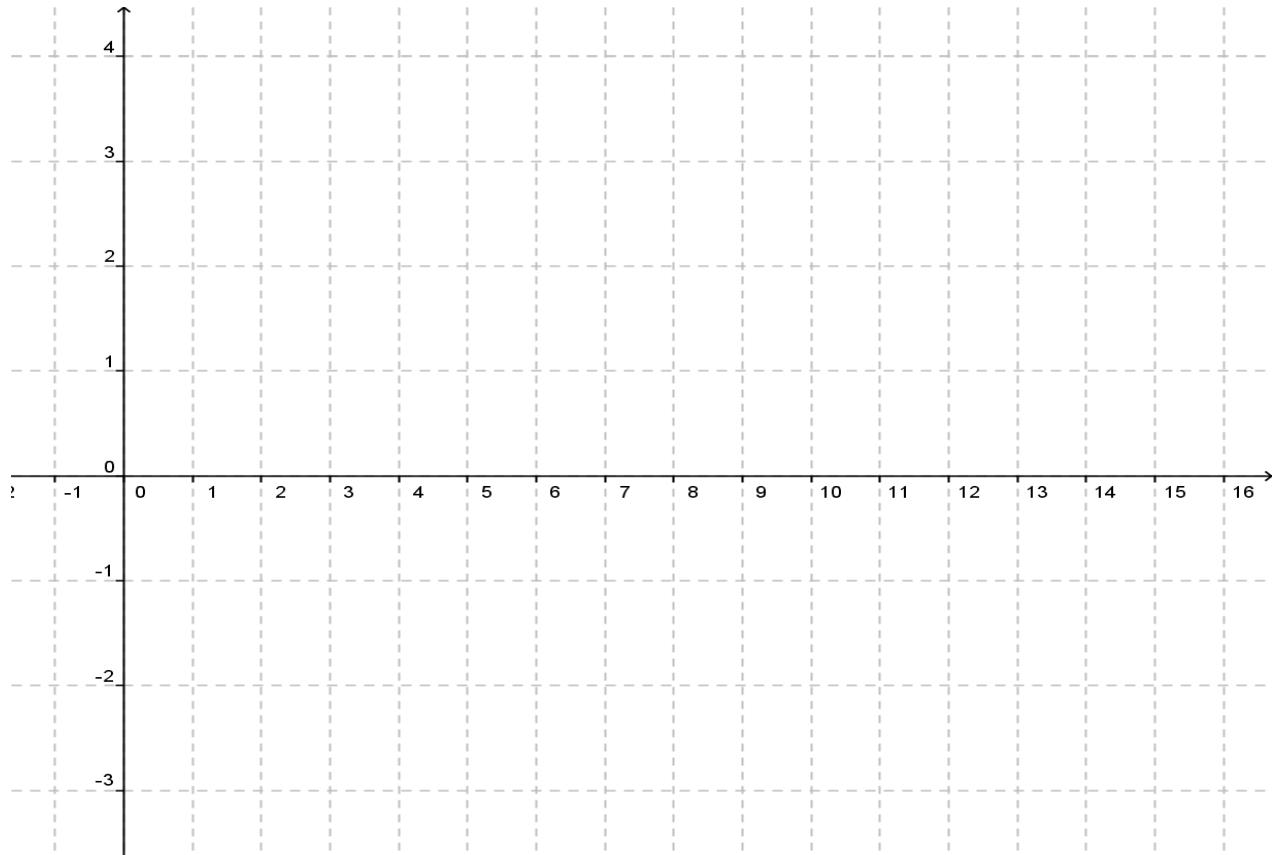
$$y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

x	y =
.....	

x	y =
.....	

x	y =
.....	

x	y =
.....	



Observando las gráficas del punto anterior, completar:

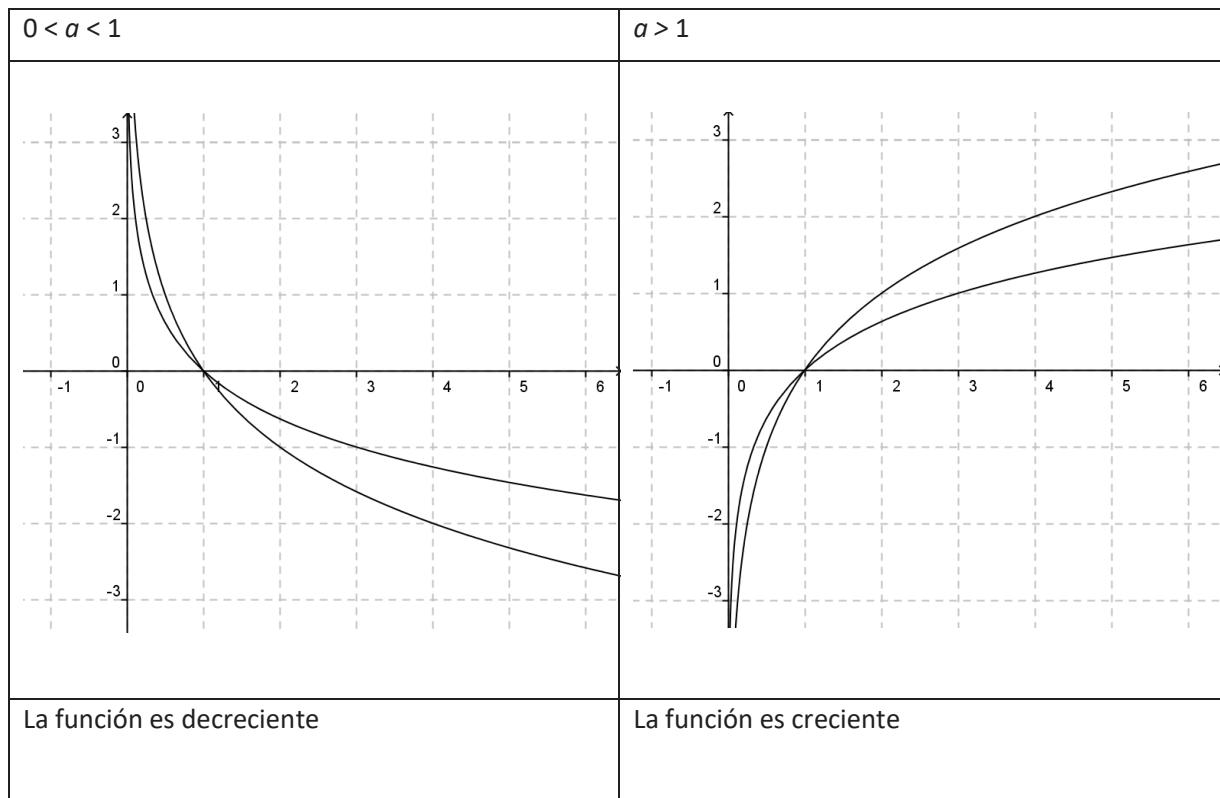
- Todas las curvas pasan por el punto ( ..... , ..... )
- Las gráficas de  $y = \log_2 x$  e  $y = \dots$  son simétricas entre sí respecto de .....
- Las gráficas de  $y = \log_3 x$  e .....  
.....
- Si  $a > 1$  entonces el valor de  $y = \log_a x$  ..... al aumentar el valor de  $x$ .
- Si  $a > 1$      $y > 0 \quad \forall x \dots$   
 $y < 0 \quad \forall x \dots$
- Si  $0 < a < 1$  entonces el valor de  $y = \log_a x$  ..... al aumentar el valor de  $x$ .
- Si  $0 < a < 1$      $y > 0 \quad \forall x \dots \wedge \quad y < 0 \quad \forall x \dots$

Función logarítmica es una función       $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$   
dada por     $f(x) = \log_a x$    siendo     $a > 0$    y    $a \neq 1$

Dominio :  $\mathbb{R}^+ = (0 ; +\infty)$     Imagen :  $\mathbb{R}$

La intersección con el eje  $x$  es el punto ( 1 ; 0 ), por consiguiente, la raíz o cero de la función es  $x = 1$ , teniendo en cuenta la propiedad de los logaritmos que indica que logaritmo de 1 en cualquier base es 0.

Los gráficos difieren de acuerdo a si la base de la función logarítmica es un número mayor o menor que 1 (siendo siempre positivo )



En el caso en que de  $a > 1$  los valores de la función se hacen cada vez más chicos ( más grandes en valor absoluto pero negativos ) al considerar valores de  $x$  cada vez más cercanos al 0, decimos que la función tiende a  $-\infty$  cuando  $x$  tiende a 0 y en el caso de  $0 < a < 1$  los valores de la función se hacen cada vez más grandes al considerar valores de  $x$  cada vez más cercanos a 0, decimos que la función tiende a  $+\infty$  cuando  $x$  tiende a 0, en ambos casos vemos que las curvas se acercan al eje  $y$ , se acercan a la recta de ecuación  $x = 0$ . Se dice entonces, que la recta  $x = 0$  (eje  $y$ ) es una **asíntota vertical** de la función.

Te recomendamos el siguiente documento dinámico para complementar las explicaciones sobre Funciones logarítmicas: gráficas de acuerdo a sus bases <https://ggbm.at/FbDrZPMp>

## Desplazamientos

Las modificaciones estudiadas, en cuanto a los desplazamientos, para las funciones exponenciales se cumplen también en las funciones logarítmicas:

**Desplazamientos horizontales y verticales**      sea  $y = \log_a(x)$

$$y = \log_a(x) + k$$

Es el desplazamiento en vertical de  $y = \log_a(x)$

$k$  unidades hacia arriba si  $k > 0$  y  $k$  unidades hacia abajo si  $k < 0$

$$y = \log_a(x - h)$$

Es el desplazamiento en horizontal de  $y = \log_a(x)$

$h$  unidades hacia la derecha si  $h > 0$  y  $h$  unidades hacia la izquierda si  $h < 0$

### Ejemplo:

Dada la función  $y = \log_2(x+3) - 4$  para representarla se puede considerar que la función básica  $y = \log_2(x)$  sufrió dos modificaciones, una debido al  $+3$  y otra al  $-4$ .

Como el  $+3$  afecta a la variable independiente de la función, representa un desplazamiento en horizontal,  $h=-3$  (Recuerda que  $h$  es el número que resta a  $x$  y  $x+3 = x-(-3)$  ), se desplaza 3 unidades hacia la izquierda.

Este desplazamiento modifica al Dominio de la función y a su asíntota vertical que también se traslada 3 unidades hacia la izquierda.

En cambio, el  $-4$  resta a la función logaritmo, corresponde al valor de  $k$ , el gráfico se desplaza 4 unidades hacia abajo.

Para realizar el gráfico conviene calcular primero algunas características.

### Dominio:

Para que el logaritmo esté definido su argumento debe ser positivo  $x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$

Esto nos indica que :  $D = (-3, +\infty)$  y su asíntota vertical es  $x = -3$

**Ordenada al origen:**  $f(0) = y = \log_2(0+3) - 4 = -4 + \log_2 3 = -4 + \frac{\log 3}{\log 2} \cong -4 + 1,58 = -2,42$

La curva corta al eje y en el valor  $-2,42$

**Raíz:** para calcularla buscamos el valor de  $x$  cuya imagen es  $0$  ,  $f(x) = 0$

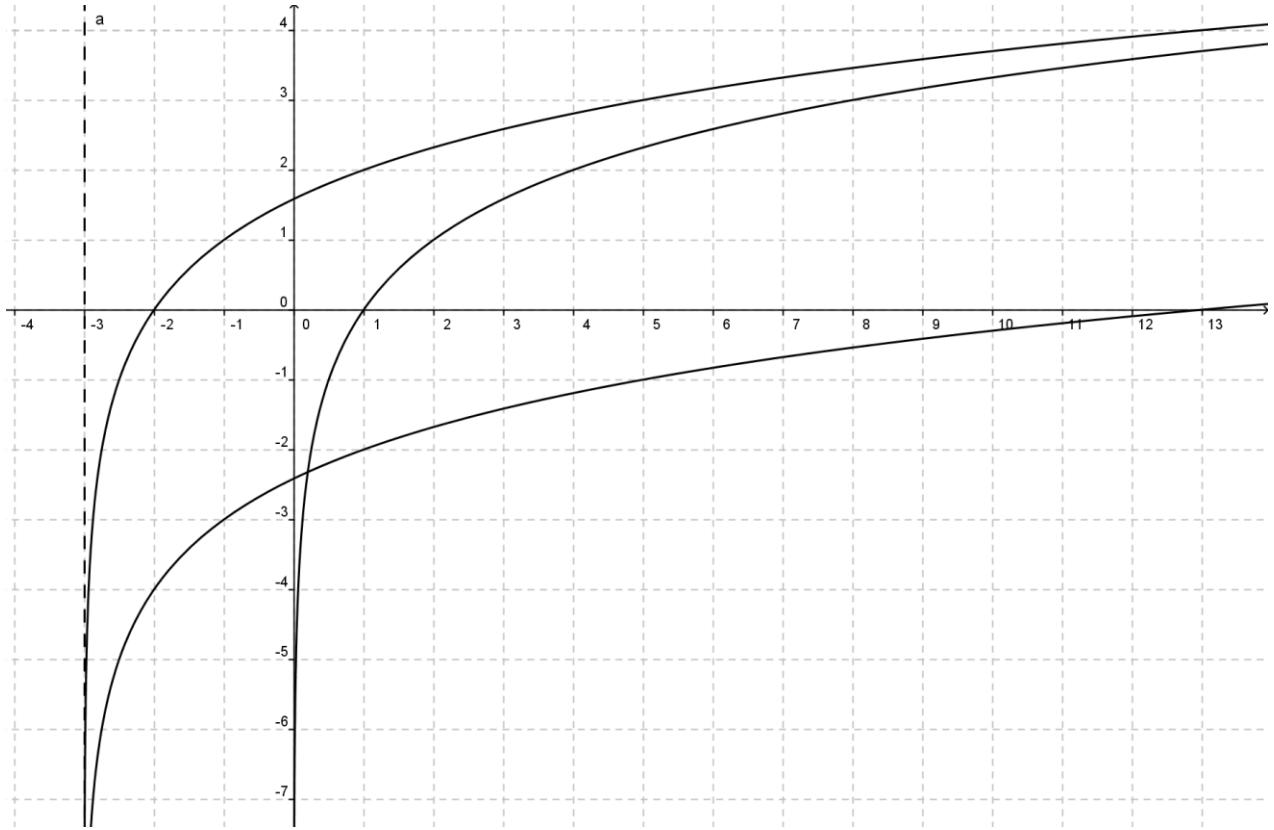
$0 = \log_2(x+3) - 4 \Rightarrow 4 = \log_2(x+3)$  Aplicando la definición de logaritmo resulta:

$$2^4 = x+3 \Rightarrow 16-3 = x \Rightarrow 13 = x$$

La curva corta al eje x en el valor  $x = 13$

La función es **creciente** ya que la base del logaritmo es 2, mayor que 1.

En el gráfico siguiente se muestran, la función original  $y = \log_2(x)$  , la función desplazada 3 unidades hacia la izquierda  $y = \log_2(x+3)$  y la función pedida  $y = \log_2(x+3) - 4$



Podemos completar el análisis de la función, diciendo que

Los intervalos de negatividad y positividad son:  $C^- = (-3; 13)$  y  $C^+ = (13; +\infty)$

El conjunto Imagen es :  $I = \mathfrak{R} = (-\infty; +\infty)$

Intenta ahora con las siguientes funciones:

### Ejercicio 13

Para cada una de las siguientes funciones realiza su gráfico cartesiano e indica Dominio, Imagen, ecuación de la Asintota, raíz, ordenada al origen, crecimiento, conjuntos de positividad y negatividad

a)  $y = \log_3(x+4) + 2$

b)  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$

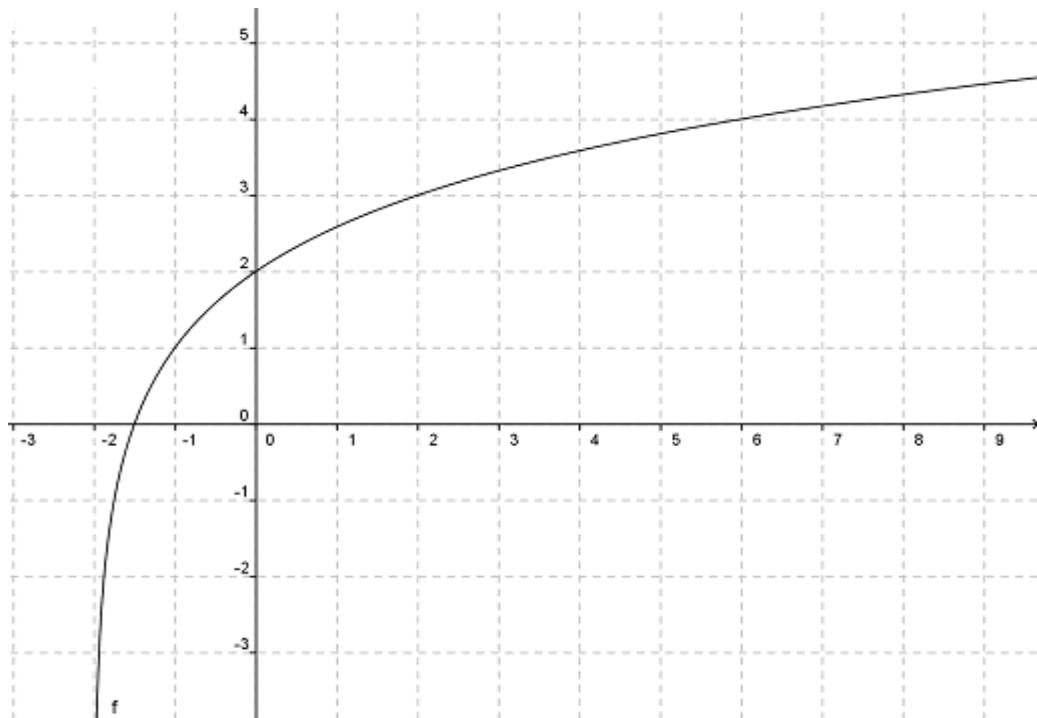
c)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$

d)  $y = \log_2(x-3) - 4$

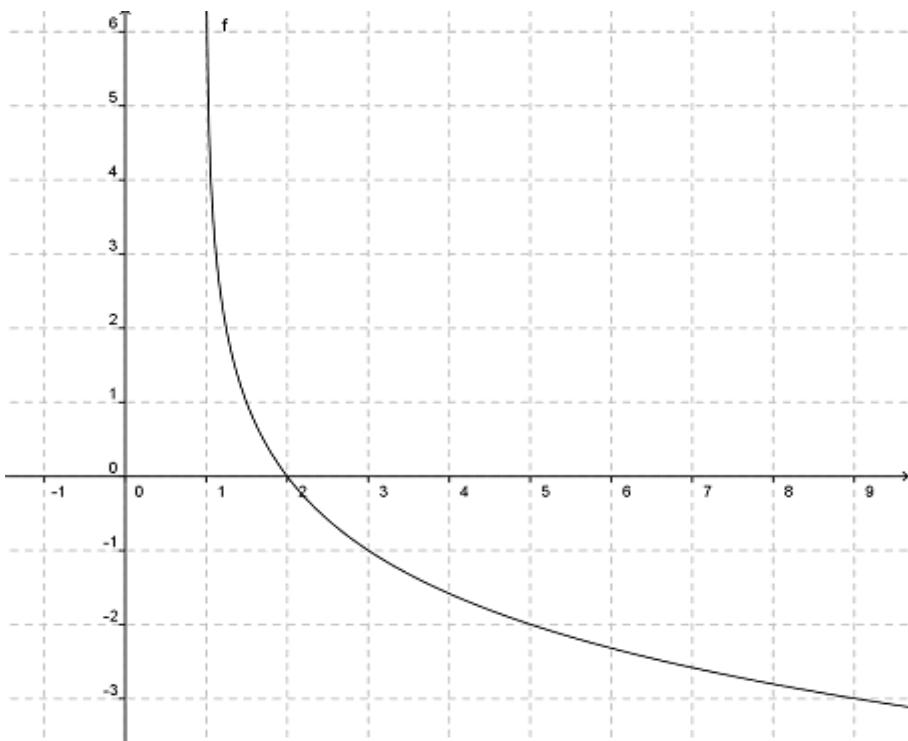
## Ejercicio 14

Los siguientes gráficos corresponden a funciones logarítmicas, de la forma  $y = a \log_2(x-h)+k$ . Calcula el valor de  $a, h$  y  $k$  en cada caso

I)



II)



### Ejercicio 15

Encuentra la función exponencial  $f(x) = Ca^x$  si la gráfica de la misma pasa por los puntos  $(1;6)$  y por  $(3;24)$ . Represéntala

# PROBLEMAS CON FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

## Ejercicio 16

Para una población de células el número  $N$  de células en el tiempo  $t$  está dado por  $N = N_0 (2^{\frac{t}{k}})$  en donde  $N_0$  es el número de células en  $t=0$  y  $k$  es una constante positiva.

¿Qué ocurre cuando  $t = k$ ?

¿Qué tiempo  $t$  se requiere para que una población crezca hasta un valor igual a  $N_1$ ?

## Ejercicio 17

El número  $Q$  de miligramos de una sustancia radiactiva que restan después de  $t$  años, está dado por  $Q = 100 e^{-0,035t}$ .

¿Cuántos mg hay en el momento inicial?

¿Después de cuántos años habrá 20 mg? Dar la respuesta al año más cercano.

## Ejercicio 18

De acuerdo con Richter, la magnitud  $M$  de un terremoto que ocurre a 100 km de distancia de cierto sismómetro está dada por  $M = \log(A) + 3$ , en donde  $A$  es la amplitud de la traza registrada (en mm) del temblor.

Obtener la magnitud de un terremoto que registra una amplitud de traza de 1 mm.

Si un sismo en particular tiene una amplitud de  $A_1$  y una magnitud de  $M_1$ , determinar la magnitud de un sismo con amplitud  $100A_1$ . Expresar la respuesta en términos de  $M_1$ .

## Ejercicio 19

En una cena se sirve un tazón de sopa caliente. Empieza a enfriarse con la ley de enfriamiento de Newton de forma que su temperatura en el tiempo  $t$  está dada por

$T(t) = 65 + 145e^{-0,05t}$ , donde  $t$  se mide en minutos y  $T$  en grados Fahrenheit.

- 1.- ¿Cuál es la temperatura inicial de la sopa?
- 2.- ¿Cuál es la temperatura después de 10 minutos?
- 3.- ¿Después de cuánto tiempo llegará la temperatura a los 100°F?

## Ejercicio 20

La población proyectada  $P$  de una ciudad está dada por  $P = 125000 (1,12)^{\frac{t}{20}}$ , en donde  $t$  es el número de años después de 1990. ¿Cuál es la magnitud de la población proyectada para el 2010?

## Ejercicio 21

La fórmula de Ehremberg  $\ln P = \ln 2,4 + 1,84 A$  es una fórmula empírica que relaciona la altura  $A$  en metros con el peso  $P$  (en kg) para niños entre 5 y 13 años. se pide:

- Calcular el peso aproximado de un niño de 1,2 m de altura
- Calcular la altura aproximada de un niño que pesa 40 kg

## Ejercicio 22

El tiempo( en horas) requerido para cargar una batería descargada por completo hasta una carga  $C$  se expresa como:  $t = -k \cdot \ln\left(1 - \frac{C}{C_0}\right)$ , donde  $k$  es una constante positiva que depende de la batería y

$C_0$  representa la carga máxima. Para cierta batería  $k=0.25$ . Si está totalmente sin carga ¿Cuánto tiempo tomará cargar hasta 90% de su carga máxima?

En el siguiente video te mostramos la clasificación de las funciones de acuerdo a la operación que afecta a la variable independiente. En este capítulo vimos funciones exponenciales y logarítmicas que pertenecen al grupo de las trascendentes, pero a lo largo de todo el manual hemos visto otro tipo de funciones como las lineales y cuadráticas. No son las únicas funciones que existen y es importante que tengas un panorama amplio del tema. Por eso te invitamos a que mires este video para profundizar el tema FUNCIONES.

[https://youtu.be/Yyk8DRN\\_uas](https://youtu.be/Yyk8DRN_uas)

# BIBLIOGRAFÍA



Altman, S., Comparatore, C.y Kurzrok, L. (2001). Matemática. Polimodal. Funciones 2. (1ra.ed.) Buenos Aires: Longseller.

Carnelli, G.; Falsetti, M.; Formica, A. y Rodriguez, M. (2010). Matemática para el Aprendamiento Universitario. Universidad Nacional de General Sarmiento.

D'Agostini, V.; Demti, G. y Pérez, M. (2019). La aplicación de la geometría en un problema de la vida cotidiana de los ingresantes a las carreras de ingeniería. III Jornadas de experiencias innovadoras en educación en la fceia. Recuperado de <https://docplayer.es/69047445-La-aplicacion-de-la-geometria-en-un-problema-de-la-vida-cotidiana-de-los-ingresantes-a-las-carreras-de-ingenieria.html>

De Guzman, M., Colera, J.y Salvador A. (1987). Matemáticas Bachillerato 2. Madrid: Grupo Editor Anaya.

Dudeney, H. (1992). El acertijo del Mandarín y otras diversiones matemáticas. Madrid: Zugarto Ediciones.

Gardner, M. (2010). Matemática para divertirse. New York: Publicaciones Dover.

Gardner M. (2011). Los acertijos de Sam Loyd. New York: Publicaciones Dover. SAT Math workbook, Kaplan Publishing.

Larson, R. (2011). Precálculo. (8va.ed.). México: Cengage Learning.

Paenza, A. (2006). Matemática ¿Estás ahí? Episodio 2. Buenos Aires: Siglo XXI Editores Argentina S. A. Universidad Nacional de Quilmes Editorial.

Puig Adam, P. (1980). Curso de Geometría Métrica. (15 ed.). Madrid: Gómez Puig ediciones. Smith, S, Randall, C. y Dossey, J., (1997) Algebra y Trigonometría. (1ra ed.). México: Addison Wesley Iberoamericana.

Speed, B., Evans, K. y Gordon K. (1998). Higher Mathematics for GCSE . (2da ed.).London: Collins Educational.

Staff of Kaplan Test Prep and Admissions (2011), SAT®. Math Workbook.(4tha ed.). New York: Kaplan Publishing

Stewart J., Lothar R. y Saleem W. (2007). Precálculo, Matemática para el cálculo. (5ta ed.). México: Thomsom.

Vance, E. (1990) Introducción a la Matemática Moderna. (1ra ed.). México: Addison Wesley Iberoamericana.



Esp. Gabriela M. Ocampo  
Coordinadora

# Geometría

---

Colaboradora:  
Lic. Roxana Scorzo



# PROGRAMA



## FUNDAMENTACIÓN

La matemática a lo largo de la historia del pensamiento ha cumplido un rol esencial. Desde los tiempos de Pitágoras, la matemática en su forma más pura, ha constituido una forma de pensamiento fundamental en nuestra cultura occidental.

Un alumno aspirante a ingresar en una carrera de Ingeniería, Tecnicaturas o Arquitectura debe poseer determinados conocimientos previos elementales para poder abordar materias básicas comunes a todas las Ingenierías como ser: álgebra, análisis matemático, física, representaciones gráficas y química, como también las materias con contenido matemático que figuran en las Tecnicaturas y en Arquitectura.

La resolución de problemas atraviesa todas estas materias de forma permanente. Como también el dominio de los lenguajes simbólico y gráfico propios de la Matemática y, en particular, de la Geometría. Las figuras planas elementales, sus características, el cálculo de perímetros y áreas son conocimientos básicos que se emplean en las materias antes mencionadas. El estudio de los cuerpos geométricos, las construcciones utilizando útiles de geometría y las distintas transformaciones geométricas son algunos de las herramientas imprescindibles para encarar la Matemática Superior.

Las funciones son el eje central en la formación de conceptos que un futuro ingeniero debe dominar. Las funciones admiten una enorme cantidad de transformaciones de distinta naturaleza que nos permiten integrar temas geométricos, matemáticos y de la vida cotidiana en forma permanente. Por eso su abordaje es fundamental en esta etapa de ingreso a carreras de ingeniería.

## OBJETIVOS

- Lograr habilidades relacionadas con la percepción de la posición en el espacio y de relaciones espaciales entre objetos.
- Construir figuras y cuerpos geométricos haciendo uso de instrumentos de geometría.
- Modelizar situaciones problemáticas basándose en figuras y cuerpos geométricos
- Reconocer y aplicar diferentes movimientos y transformaciones geométricas.
- Aplicar conceptos de trigonometría en la resolución de problemas.

## **CRITERIOS DE EVALUACIÓN**

La evaluación escrita consistirá en un conjunto de cuestiones que integran los contenidos mínimos señalados. En su corrección se tiene en cuenta el dominio y manejo de los distintos temas, la interpretación de las consignas, la forma de organizar la información, la capacidad de manejarse con las situaciones que se expresan en forma coloquial y emplear los contenidos teóricos estudiados para traducirlas en gráficos y símbolos y resolver la situación pedida. Se evaluará el orden y prolijidad en sus construcciones, el uso correcto de los útiles de geometría, y todos sus desarrollos y justificaciones.

En el examen escrito, el aspirante encontrará una tabla en la que se indica el puntaje parcial de cada ítem de la evaluación, también una leyenda aclaratoria donde se explicitan las ideas antes descriptas. Por otra parte, y para mantener un ÚNICO CRITERIO de corrección de los exámenes, cada profesor recibe el día del examen, cuales son los criterios para llevar adelante el proceso de corrección, en qué casos se considera Bien, Regular o Mal el ejercicio. Estos criterios se respetan también, en el proceso de revisión de exámenes que realizan en conjunto las coordinadoras de ambas materias.

## **CONTENIDOS**

### **Módulo 1**

#### **Resolución de problemas**

Problemas aplicados de Lógica y Matemática Básica

### **Módulo 2**

#### **Elementos de Geometría Plana**

Elementos básicos: punto, recta (posiciones relativas de dos rectas), semirrectas, segmentos, ángulos. Polígonos, elementos.

Triángulos, elementos, clasificación y propiedades. Teorema de Pitágoras

Cuadriláteros: Elementos y clasificación.

Círculo y circunferencia: Elementos y propiedades.

Cálculo de perímetros y áreas.

Problemas de aplicación.

### **Módulo 3**

#### **Movimientos y Semejanza**

Movimientos: simetría axial, simetría central, traslación y rotación. Figuras congruentes. Figuras semejantes. Construcciones geométricas básicas. Reconocimiento de simetrías en figuras. Escalas.

## Módulo 4

### Trigonometría

Razones trigonométricas. Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo.  
Búsqueda de valores de las funciones trigonométricas directas e inversas con calculadora científica.  
Resolución de triángulos rectángulos  
Ángulos orientados. Sistema circular de medición.  
Segmentos representativos y signos de las funciones trigonométricas en los distintos cuadrantes.  
Teorema del seno y del coseno. Triángulos oblicuángulos.  
Gráficos cartesianos de las funciones trigonométricas.

## Módulo 5

### Elementos de geometría del espacio

Superficies poliédricas. Elementos  
Prisma. Pirámide. Cilindro. Cono. Esfera. Elementos y propiedades.  
Cálculo de volúmenes y áreas.  
Problemas de aplicación.

### Apéndice final

Homotecias- Criterios de semejanza de triángulos

### Grilla de clases

	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6	Clase 7	Clase 8	Clase 9	Clase 10	Clase 11
Módulo 1	X						X				
Módulo 2	X	X	X								
Módulo 3				X	X						
Módulo 4						X	X	X			
Módulo 5									X	X	
Integra- ción											X

# GUÍA DE ORIENTACIÓN ACERCA DE LA ORGANIZACIÓN DEL CONTENIDO DEL MANUAL

Este material resume los principales temas que necesitan conocer para poder desarrollar las materias que tendrán en las carreras tanto de Ingeniería como las Tecnicaturas y Arquitectura.

La organización de Matemática y Geometría es del tipo Teórico-Práctico distribuidas por Módulos.

MATEMÁTICA	GEOMETRÍA
<b>Módulo 1:</b> Programa completo y Conjuntos Numéricos	<b>Módulo 1:</b> Programa completo. Problemas
<b>Módulo 2:</b> Expresiones Algebraicas enteras y racionales	<b>Módulo 2:</b> Elementos de geometría plana
<b>Módulo 3:</b> Ecuaciones	<b>Módulo 3:</b> Movimientos y Semejanzas
<b>Módulo 4:</b> Inecuaciones	<b>Módulo 4:</b> Trigonometría
<b>Módulo 5:</b> Funciones lineales y cuadráticas. Sistemas de ecuaciones	<b>Módulo 5:</b> Elementos de geometría del espacio
<b>Módulo 6:</b> Funciones exponenciales y logarítmicas	Apéndice final

En cada uno de los módulos encontrarán:

- Desarrollo teórico de los distintos temas: en clase se explicarán los temas, pero es importante que lean e interpreten los conceptos que se explican allí.
- Algunas notas históricas breves.
- Ejemplos de ejercicios resueltos: es necesario que los interpreten, que traten de hacerlos ustedes mismos, siempre con lápiz y papel en mano.
- Ejercitación para resolver: Es importante que tengan en cuenta que en clase se resolvieron ejercicios, pero el tiempo es muy poco y la gran mayoría los deberán resolver ustedes y consultar las dudas que les surgen. Ambas materias requieren de mucha ejercitación por parte de ustedes, y algo importante, todo ejercicio o actividad comienza con una buena lectura del enunciado, tratando en primer lugar de distinguir cuáles son los datos de ese problema, interpretar la simbología, recurrir a libros, apuntes, web, manual de ingreso, etc. Si este paso no lo tienen claro es difícil resolver ejercicios. Luego pasar al proceso de resolución del ejercicio y cuando se logra obtener una respuesta es importante que vuelvan sobre el comienzo del ejercicio y analicen la coherencia de esa respuesta. A modo de ejemplo, si les piden el precio de algún producto y obtienen una respuesta negativa deberán preguntarse qué pasó, algo no está bien. Es importante también que aprendan a justificar respuestas, explicar un procedimiento, utilizar los útiles de geometría, realizar representaciones gráficas precisas, entre otras cuestiones.
- Links a Autoevaluaciones: las mismas no son obligatorias, pero es una manera de que ustedes autorregulen sus aprendizajes. Cuando terminan de resolverlas podrán ver el

puntaje obtenido y algunas explicaciones breves que hacen referencia a la solución del ejercicio propuesto.

- Links a videos tutoriales: temas teóricos, y resolución de ejercicios.
- Algunas respuestas de los ejercicios: las respuestas completas las podrán descargar de la página de la Universidad cuando ingresas con tu DNI en el sistema de ingresantes o adquirirlas en la librería “El Mástil” de la Universidad.
- Referencias bibliográficas: hemos colocado una lista de libros que hemos consultado para elaborar el material. Es fundamental que se acostumbren como futuros alumnos universitarios a recurrir a bibliografía, muchos temas tendrán que estudiarlos solos o bien profundizar conceptos que se desarrollan en una clase, ver ejercicios resueltos, etc.

## Información adicional

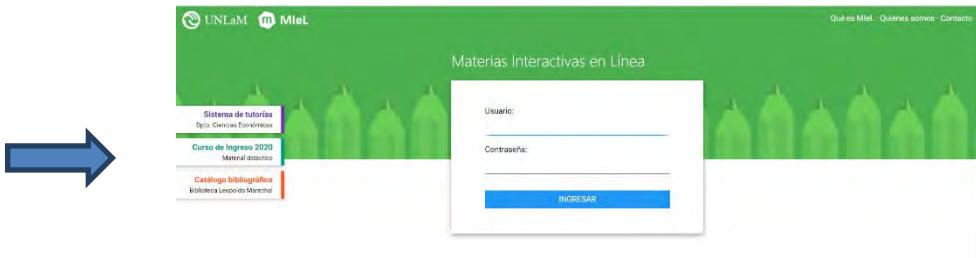
- **Clases de consulta:** se les informará a través de los profesores del curso los horarios y aulas donde se darán CLASES DE CONSULTA. Estas clases son para que puedan consultar acerca de las dudas que surgen al resolver ejercicios. Son de asistencia optativa y es importante que entiendan que no son clases adicionales sino un espacio de trabajo de tipo taller, ustedes son los que deben hacer los ejercicios y cuentan con un docente a quien recurrir frente a las dudas que les surgen.
- **Material disponible en la Web:** en el sistema de ingresantes tendrás acceso a cronogramas de las materias, materiales digitales y enlaces que te ayudarán en este trayecto de formación.
- **Links a Autoevaluaciones:** como dijimos antes, las mismas no son obligatorias, pero es una manera de que ustedes autorregulen sus aprendizajes. Cuando terminan de resolverlas podrán ver el puntaje obtenido y algunas explicaciones breves que hacen referencia a la solución del ejercicio propuesto.

<https://goo.gl/kK8QNd> (Matemática)

<https://goo.gl/WV1DMG> (Geometría)

- **Alumnos que solicitan cambio de carrera:** deberán aprobar un examen INTEGRADOR con contenidos de ambas asignaturas, Matemática y Geometría. Se utilizará, como base de estudio, este mismo material y se aconseja proveerse de los TP de repaso de ambas asignaturas que se han elaborado en la instancia última del curso de admisión.
- **Link a videos tutoriales:** en la plataforma MIEL encontrarán muchos materiales acompañados de videos tutoriales, también realizamos videos cortos con explicaciones de ejercicios diversos. Pueden suscribirse a nuestros canales de YOUTUBE, es importante que no consulten cualquier canal, hay muchos videos disponibles en la web, pero no todos son de calidad, ni son muy claros, por eso les adjuntamos tres de nuestros canales, donde encontrarán material diseñado exclusivamente para el curso de ingreso de UNLaM:  
[https://www.youtube.com/channel/UCr4Khmo3EaUBxmqNBxwPrsA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCr4Khmo3EaUBxmqNBxwPrsA?view_as=subscriber)  
<https://www.youtube.com/channel/UCWd3SVm0bdNr-jX3ObjRETw>  
<https://www.youtube.com/channel/UCitgBmRGDQVYEPVU2V2YnrA>

- **Material digital disponible en la plataforma de la Universidad:** disponen de materiales especialmente diseñados para el curso de ingreso. Podrán acceder a ellos a través de la pestaña de libre acceso señalada con la flecha en la siguiente imagen o bien ingresando a la misma usando como usuario y contraseña el DNI. Allí encontrarán incluso una carpeta exclusiva para los aspirantes a carreras de Ingeniería y arquitectura.



- **Ejercitación de repaso:** durante las últimas semanas del cursado de Matemática y Geometría les informaremos, siempre a través de los profesores a cargo de los cursos de cómo acceder a los TP de repaso de ambas materias. Se actualiza en forma permanente, nunca es el mismo, su objetivo es focalizar en los temas más importantes como preparación última para los exámenes. Les adjuntamos a modo de ejemplo uno de los TP de Repaso y un examen que ha sido tomado en una instancia anterior.

### CURSO DE ADMISIÓN 2020 - Primera Instancia – GEOMETRÍA

#### DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA E INVESTIGACIONES TECNOLÓGICAS

## Ejercitación de repaso

**1)** En un polígono regular cada ángulo interior tiene una amplitud de 150 °.

a) Calcular la cantidad de lados del polígono ¿Cuál es el nombre que recibe?

b) Calcular la suma de los ángulos interiores

c) Calcular la medida de cada ángulo exterior, en el sistema circular y en el sexagesimal. .

$$\text{Rtas. a) } 12 \text{ lados, dodecágono, b) } 1800^\circ \text{ c) } 30^\circ = \frac{1}{6}\pi$$

**2)a)** Construir, empleando los útiles de geometría, un decágono regular.

b) Calcular la medida de cada ángulo interior y la medida de cada ángulo exterior de dicho polígono. (Expresarlos en el sistema circular y sexagesimal)

c) En el mismo dibujo, construir además la mediatrix de uno de sus lados, (emplea, también, los útiles de geometría) y la bisectriz de uno de sus ángulos interiores.

$$\text{Rta: b) } \text{ext} = 36^\circ = \frac{1}{5}\pi, \text{ int} = 144^\circ = \frac{4}{5}\pi$$

**3)** Un rectángulo es tal que uno de sus lados es  $26$  cm menor que los  $5/6$  del otro lado, tiene un perímetro de  $124$  cm y está inscripto en una circunferencia. Se pide.

a) Calcular las medidas de sus lados y de su diagonal.

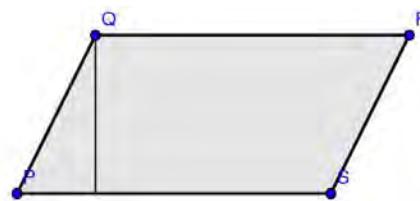
b) Calcular la medida del radio de la circunferencia y su longitud.

c) Calcular el área de un sector circular de dicho círculo que tiene un ángulo central de  $75^\circ$ .

Rta: Lados de  $48$  cm y  $14$  cm, diagonal=  $50$  cm, radio=  $25$  cm,

$$\text{long}= 157,07 \text{ cm}, \text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 25^2 \cdot \frac{5}{12} \pi = 409,06 \text{ cm}^2$$

**4)** Sabiendo que, el siguiente paralelogramo de  $104$  cm de perímetro y cumple que el lado  $\overline{PS}$  supera al triple de  $\overline{PQ}$  en  $4$  cm y que el ángulo interior correspondiente al vértice P vale  $42^\circ$ .



Calcular los lados y el área del paralelogramo

Rta:  $\overline{PQ} = 12$  cm  $\overline{PS} = 40$  cm,  $h = 8.029$  cm Área=  $321,18 \text{ cm}^2$

**5)** Calcular el área del círculo y la longitud de la circunferencia inscripta en un cuadrado cuya área es de  $256 \text{ cm}^2$

Determinar también la diagonal de dicho cuadrado y el área de un sector circular cuyo ángulo central es de  $140^\circ$ .

Rta: Lado =Diámetro circ. = $16$ cm, Área círculo= $200.96 \text{ cm}^2$  Long circ.= $50,24$ cm

$$\text{Diagonal : } 16\sqrt{2} \text{ cm} = 22,62 \text{ cm}, \text{Área sector circular} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{9} \pi \cdot 8^2 \text{ cm}^2 = 78,15 \text{ cm}^2$$

**6)a)** Construye, utilizando los útiles de geometría, un rectángulo cuyas diagonales midan  $12$  cm y uno de los ángulos que determinan mide  $50^\circ$ .

**b)** Calcula empleando trigonometría, las medidas de los lados del rectángulo.

Lados,  $5,0714$  cm y  $10,875$  cm

**7)** Sabiendo que el seno  $\beta = \frac{12}{13}$  y es un ángulo del segundo cuadrante, calcular el valor de las

restantes funciones trigonométricas del ángulo  $\beta$ , aplicando las relaciones entre ellas. (Ten cuidado con los signos)

$$\text{Rtas : } \sec \hat{\beta} = -\frac{13}{5} \quad \cos \hat{\beta} = -\frac{5}{13} \quad \cotg \beta = -\frac{5}{12} \quad \cosec \beta = \frac{13}{12}, \quad \tg \beta = -\frac{12}{5}$$

**8)** Juan compra un terreno triangular en Chacabuco, los lados del terreno miden  $70$  m,  $90$  m y  $120$  m.

a) Calcular las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo

b) Calcular la superficie del triángulo.

c) Si se realiza un plano de la zona a escala y el lado del terreno que mide  $120$  metros se representa por un segmento que mide  $8$  cm. Indicar cuál es la escala usada, y cuánto van a medir en el dibujo los otros dos lados del triángulo

Rtas. a)  $48^\circ 11' 22''$ ,  $96^\circ 22' 45''$ ,  $35^\circ 25' 53'$  b)  $3130,5 \text{ m}^2$

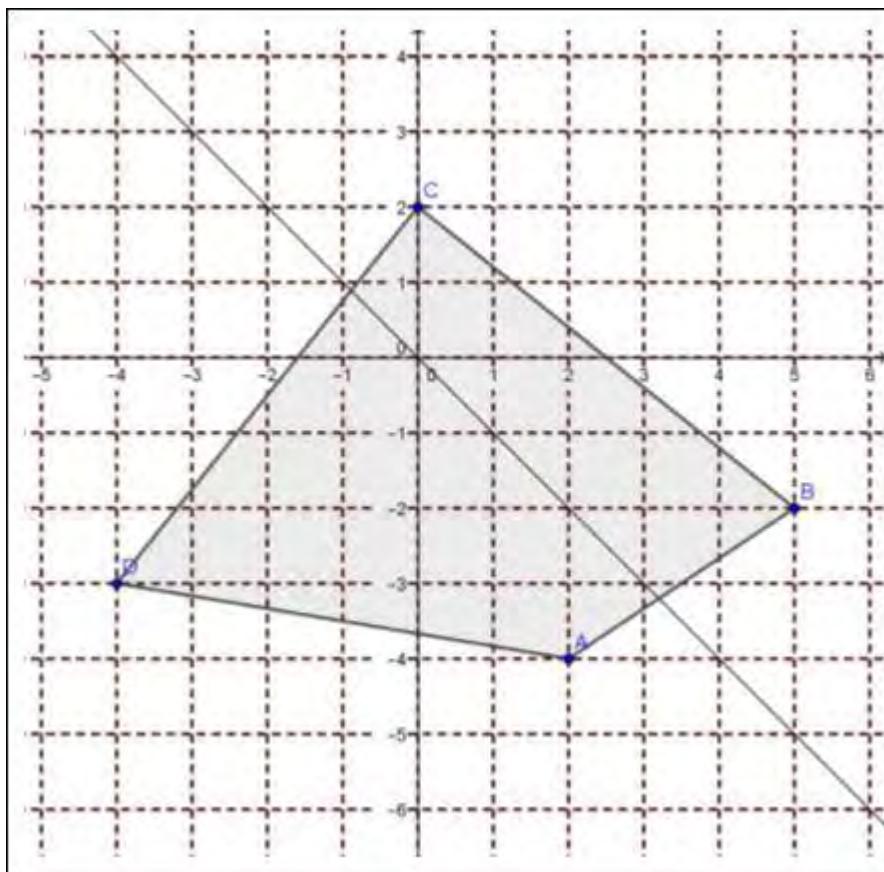
9) Colocar V o F en la columna de la derecha, según si la afirmación es verdadera o falsa.

a) El coseno de un ángulo del cuarto cuadrante es negativo.	
b) $\frac{5}{36}\pi = 25^\circ$	
c) $\cos(150^\circ) = -\cos 30^\circ$	
d) En todo rombo las diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio	
e) $\frac{1}{\cos \sec \alpha} = \cos \alpha$ cualquiera sea el ángulo $\alpha$	
f) Un muro de 20 metros se representa en un plano con una longitud de 10 cm, entonces la escala empleada es 1 : 5	

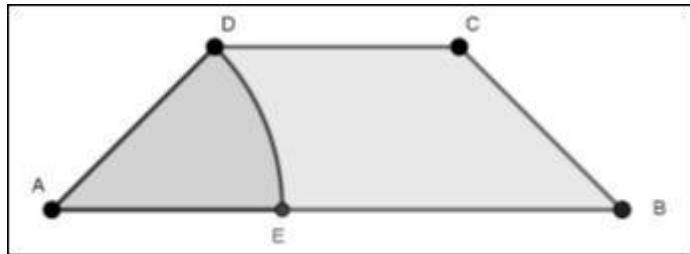
Rtas: F,V,V, V, F , F

10) a) Hallar gráficamente la figura simétrica al cuadrilátero ABCD a través de la simetría axial con respecto de la recta  $y = -x$ . (Hazlo en esta misma hoja)

b) Calcular en forma analítica la medida de la diagonal  $\overline{BD}$  y escribir las coordenadas de los vértices del cuadrilátero transformado A'B'C'D'



11) Sabiendo que, en el siguiente trapecio isósceles, los lados iguales miden 8 cm y la medida de cada ángulo agudo es dos séptimas partes de la medida de cada ángulo obtuso. Se pide:



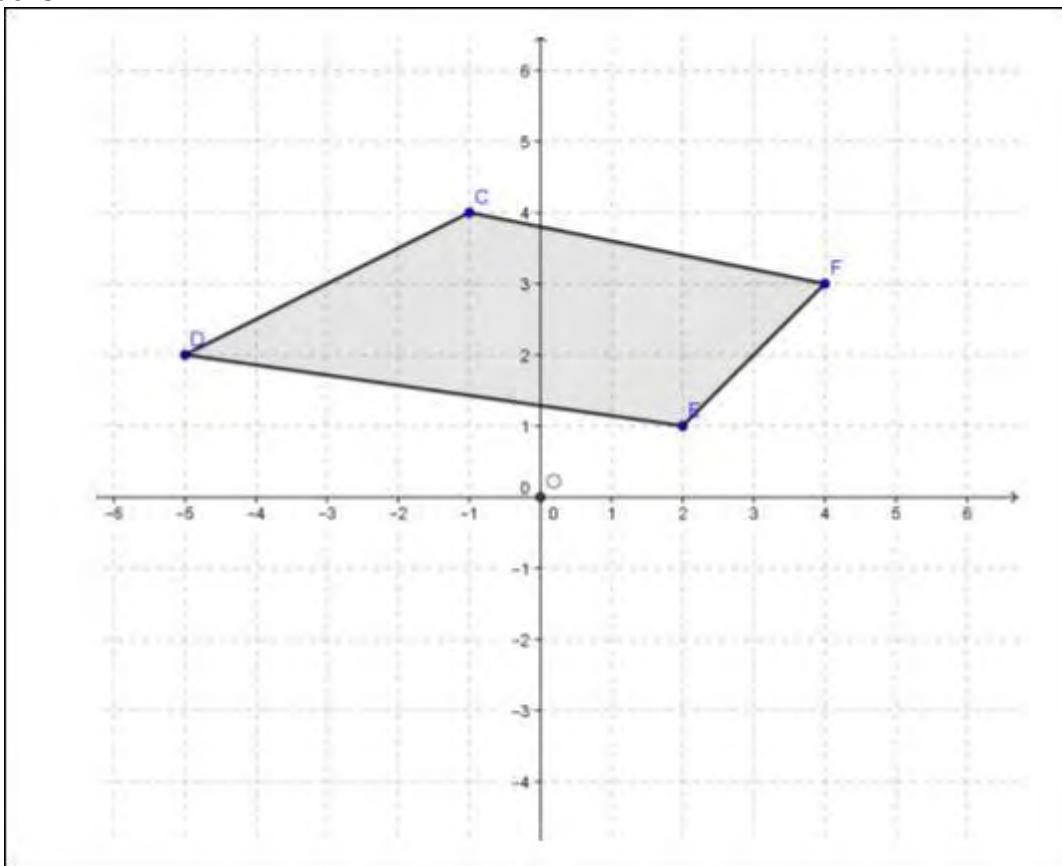
a) Calcular las medidas de los cuatro ángulos interiores del trapecio. (Expresarlos en el sistema circular y sexagesimal)

b) Calcular el área del sector circular  $D\hat{A}E$  graficado.

Rtas: a)  $\hat{B} = \hat{A} = 40^\circ = \frac{2}{9}\pi$ ,  $\hat{C} = \hat{D} = 140^\circ = \frac{7}{9}\pi$ , b) Área sect circ=  $\frac{64}{9}\pi \text{ cm}^2 \approx 22,34 \text{ cm}^2$

12 a) Hallar gráficamente el cuadrilátero transformado del CDEF a través de la rotación o giro con centro en el origen y ángulo de  $-90^\circ$  (Hazlo en esta misma hoja)

b) Escribir las coordenadas de los vértices del cuadrilátero transformado  $C'D'E'F'$ . Calcula la medida del lado  $\overline{C'D'}$



13) Construir, empleando regla, transportador y compás, un triángulo ABC que cumpla,  $\overline{BC} = 24 \text{ cm}$ ;  $A = 120^\circ$  y  $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ .

c) Calcular AC y los otros dos ángulos del triángulo empleando teorema del seno o coseno.

Rta:  $C=21^{\circ}9'7''$   $B=38^{\circ}50'53''$   $AC=17,37\text{cm}$

**14)** Dado un prisma recto de base cuadrada, cuya altura mide 3,4 cm y su volumen es de  $217.6 \text{ cm}^3$ , calcular:

- a) La medida de la arista de la base
- b) El área total del prisma

Rta: Área total =  $236,8 \text{ cm}^2$  arista = 8 cm.

**15)** Calcular el radio de la base, el área lateral y total de un cilindro que tiene un volumen de  $1008\pi \text{ cm}^3$  (aproximadamente  $3166,73 \text{ cm}^3$ ) y su altura es de 7 cm.

Rta: radio=12cm, Área lateral=  $168\pi \text{ cm}^2 = 527,79 \text{ cm}^2$ , Área total=  $456\pi \text{ cm}^2 = 1432,57\text{cm}^2$

**16)** Un cilindro de área lateral  $320\pi \text{ cm}^2$  cumple que su altura es cuatro unidades menor que el triple del radio de su base. Se pide:

- a) Calcular el radio de la base y la altura del cilindro.
- b) Calcular el área total y el volumen del cilindro.

Rtas a)  $r=8 \text{ cm}$ ,  $h=20 \text{ cm}$ ,

b) Á total =  $448\pi \text{ cm}^2 \approx 1407,43 \text{ cm}^2$ , Vol =  $1280\pi \text{ cm}^3 \approx 4021,24 \text{ cm}^3$

## Ejemplo de examen

(Corresponde a la primera instancia ingreso 2020)

Notarán que en el mismo aparecen los puntajes de cada uno de los ejercicios y un encabezado que deberán completar con sus datos personales.

Esto NO ES MODELO DE EXAMEN, solo un ejemplo tomado anteriormente. Siempre variamos las evaluaciones



*Curso de Ingreso Ciclo Lectivo 2020 – I<sup>a</sup> Instancia*

Materia: GEOMETRÍA

Departamento: INGENIERÍA

A completar por el estudiante:

Fecha de examen: 29/10/2019

Tema 1

Carrera: .....

Nombre y apellido: .....

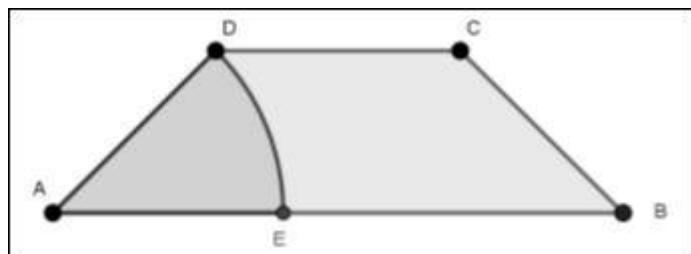
DNI: .....

Aula del examen: .....

EJERCICIOS	1	2	3	4	5
	a) 1	b) 0,5	a) 1	b) 0,5	c) 0,5
Puntaje del Ej.			a) 1	b) 1	a) 1
Calificación final:	Firma y aclaración del docente				

En cada ejercicio escribe todos los razonamientos que justifican la respuesta, en forma clara y precisa. No necesariamente se debe respetar el orden de los ejercicios. Todos los cálculos auxiliares deben figurar en la hoja de manera prolífica y clara. Se puede usar calculadora. Utiliza los útiles de geometría.

**1)** Sabiendo que, en el siguiente trapecio isósceles, los lados iguales miden 5 cm y la medida de cada ángulo agudo es la cuarta parte de la medida de cada ángulo obtuso. Se pide:



**a)** Calcular las medidas de los cuatro ángulos interiores del trapecio. (Expresarlos en el sistema circular y sexagesimal)

**b)** Calcular el área del sector circular  $D\hat{A}E$  graficado.

**2)a)** Construir, empleando los útiles de geometría, un octógono regular.

**b)** Calcular la medida de cada ángulo interior y la medida de cada ángulo exterior de dicho polígono.

**c)** En el mismo dibujo, construir además la mediatrix de uno de sus lados, (también empleando los útiles de geometría)

**3)** Un cilindro de área lateral  $60\pi \text{ cm}^2$  cumple que el radio de su base es una unidad mayor que el triple de su altura. Se pide:

**a)** Calcular el radio de la base y la altura del cilindro.

**b)** Calcular el área total y el volumen del cilindro.

**4)** Las longitudes de los lados de un terreno de forma triangular son 30 m, 24 m y 20 m respectivamente.

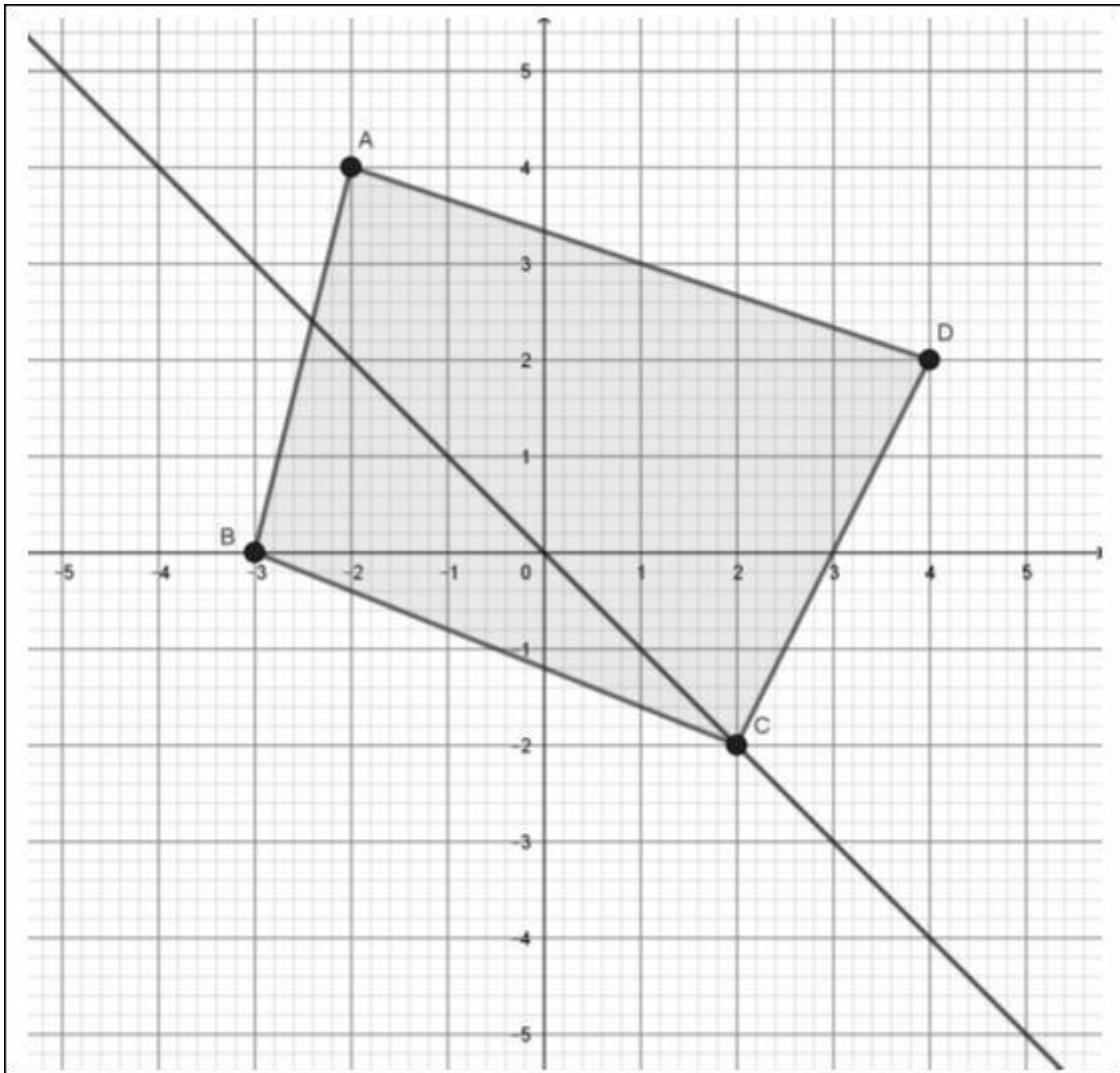
**a)** Determinar las medidas de los ángulos del terreno.

**b)** Calcular la superficie del terreno.

**c)** En un plano del terreno, el lado que mide 30 m está representado por un segmento de 12 cm. Indicar cuál fue la escala utilizada y cuál es la medida, en el plano, de los segmentos que representan a los otros dos lados del terreno.

**5)a)** Hallar gráficamente el cuadrilátero transformado del cuadrilátero ABCD a través de la simetría axial con respecto a la recta de ecuación  $y = -x$  (Hazlo en esta misma hoja).

**b)** Escribir las coordenadas de los vértices del cuadrilátero transformado  $A'B'C'D'$ . Calcular en forma exacta la medida del lado  $\overline{AD}$



## Respuestas

**1a)**  $\hat{B} = \hat{A} = 36^\circ = \frac{1}{5}\pi$ ,  $\hat{C} = \hat{D} = 144^\circ = \frac{4}{5}\pi$

**b)** Área sector circular  $\frac{5}{2}\pi \text{ cm}^2$ , aproximadamente  $7,854 \text{ cm}^2$

**2 b)**  $AI = 135^\circ$ ,  $AE = 45^\circ$

**3) a)** radio = 10 cm , altura = 3 cm

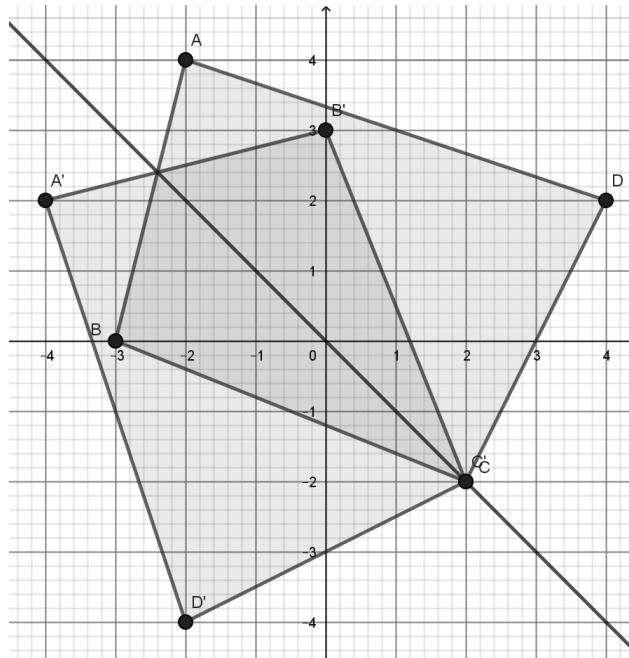
**b)** Área total =  $260\pi \text{ cm}^2 \approx 816,81 \text{ cm}^2$ ,  
Volumen =  $300\pi \text{ cm}^3 \approx 942,47 \text{ cm}^3$

**4) a)**  $85^{\circ}27'33''$ ,  $52^{\circ}53'27''$  y  $41^{\circ}39'$  son las medidas

**b)** Pueden usar cualquiera de las alturas, que miden 15,9498m , 23,9246 m y 19,937m para calcular la superficie =  $239,246 \text{ cm}^2$

**c)** E= 1: 250, los lados se representan con 9,6 cm y 8 cm.

**5a)**



**b)**  $A' = (-4; 2)$   $B' = (0; 3)$   $C' = (2; -2)$   $D' = (-2; -4)$

$$AD = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \approx 6,32$$

**Autoras del capítulo Geometría:** Esp. Gabriela Ocampo y Lic. Roxana Scorzo

# MÓDULO 1

## PROBLEMAS

### PROBLEMA 1: ELIJE TU PAGA

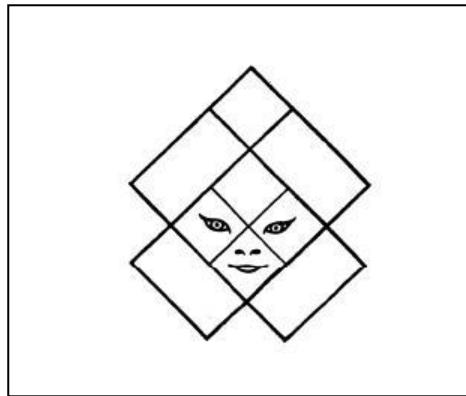
Supongamos que tienes un nuevo empleo, y el jefe te ofrece elegir entre:

- a) \$4.000 por tu primer año de trabajo, y un aumento de \$800 por cada año subsiguiente.
  - b) \$2.000 por los primeros seis meses y un aumento de \$200 cada seis meses subsiguientes.
- ¿Cuál oferta aceptarías y por qué?

### PROBLEMA 2: EL JOVEN HINDÚ

¿Cuántos cuadrados distintos puedes contar en el dibujo del joven hindú con turbante?

Observa atentamente. ¡Los problemas no son tan fáciles como podría parecer!

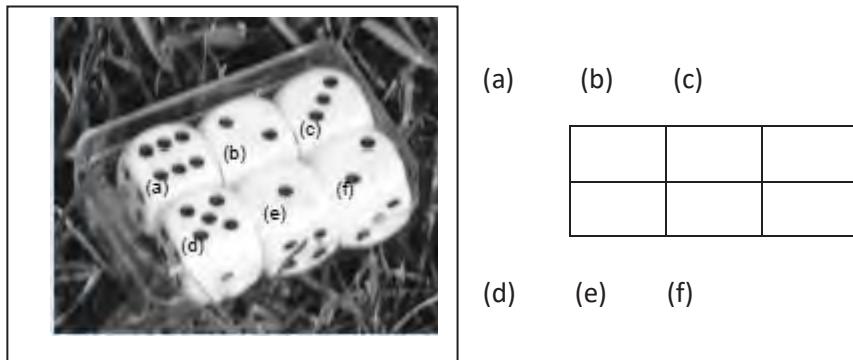


## PROBLEMA 3: LA CARA DE LOS DADOS

En esta fotografía puedes ver seis dados, etiquetados desde la (a) a la (f). Hay una regla que es válida para todos los dados:

La suma de los puntos de dos caras opuestas de cada dado es siempre siete.

Escribe en cada casilla de la tabla siguiente el número de puntos que tiene la cara inferior del dado correspondiente que aparece en la foto.

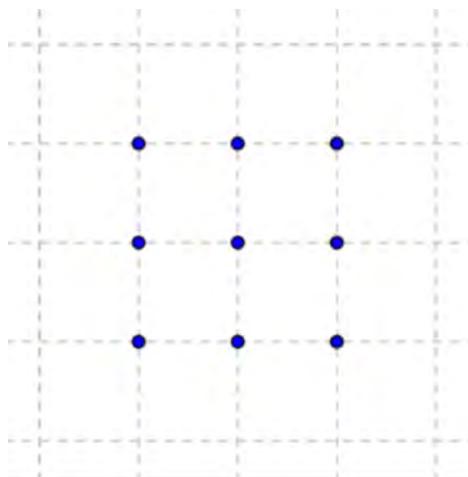


(a)                   (b)                   (c)


(d)                   (e)                   (f)

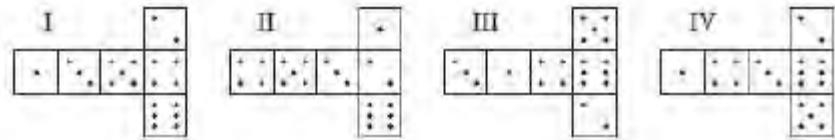
## PROBLEMA 4: CUATRO SEGMENTOS

Une con cuatro segmentos de rectas consecutivos los nueve puntos, ubicados como se muestra en la figura siguiente, de manera de no pasar dos veces por el mismo punto.



## PROBLEMA 5: DADOS

En el dibujo siguiente puedes ver cuatro recortes que se pueden utilizar para hacer cubos, con puntos en las caras. ¿Cuál de las siguientes figuras se puede doblar para formar un cubo que cumpla la regla de que la suma de caras opuestas sea 7?



## PROBLEMA 6: LOS COLORES DE LOS SOMBROS

Se tienen cinco sombreros, tres de los cuales son blancos y los otros dos negros. Hay en una pieza tres personas (digamos los señores A, B, C), a quienes se les entregó al entrar uno de los cinco sombreros. Los tres señores están sentados de manera tal que el señor A puede ver los sombreros de B y C (no el propio, claro está), pero B solo puede ver el sombrero de C (y no el suyo ni el de A). Por su parte C no puede ver ningún sombrero.

Cuando le preguntaron en orden: primero A, luego B y luego C, qué sombrero tenía cada uno, éstas fueron las respuestas: el señor A dijo que no podía determinar qué color se sombrero tenía. Luego le tocó al señor B, quien también dijo que no podía decir que color de sombrero tenía. Por último, el señor C dijo: "Entonces yo sé que color de sombrero tengo" ¿Qué color dijo? ¿Cómo pudo justificarlo?

## PROBLEMA 7: EL REY Y LOS CASTILLOS (PRIMERA PARTE)

Érase una vez en tiempos antiguos, un poderoso rey que tenía ideas excéntricas en materia de arquitectura militar. Sostenía que había gran fuerza y economía en las formas simétricas y siempre citaba el ejemplo de las abejas, que construyen sus panales en celdas hexagonales, para demostrar que la naturaleza lo respaldaba. Decidió construir diez nuevos castillos en su país, todos conectados por murallas fortificadas, que debían formar cinco líneas con cuatro castillos en cada línea.

Grafica alguna posibilidad de cómo pudo el arquitecto real realizar el plano.

## PROBLEMA 8: BOLSAS CON MONEDAS

Se tienen diez bolsas numeradas (del 1 al 10) que contienen 10 monedas cada una. Las monedas son todas iguales en apariencia y, salvo una excepción, todas tienen el mismo peso: 10 gramos. Lo único que se sabe es que una de las bolsas contiene monedas que pesan todas un gramo más que el resto. Es decir, las monedas de esta única bolsa pesan 11 gramos en lugar de 10. Se tiene, además, una balanza que mide el peso exacto, pero sólo podrá usarse una sola vez. El problema consiste en saber qué hacer, con una sola pesada, para determinar en qué bolsa están las monedas que pesan diferente. ¡Se trata de pensar con creatividad!

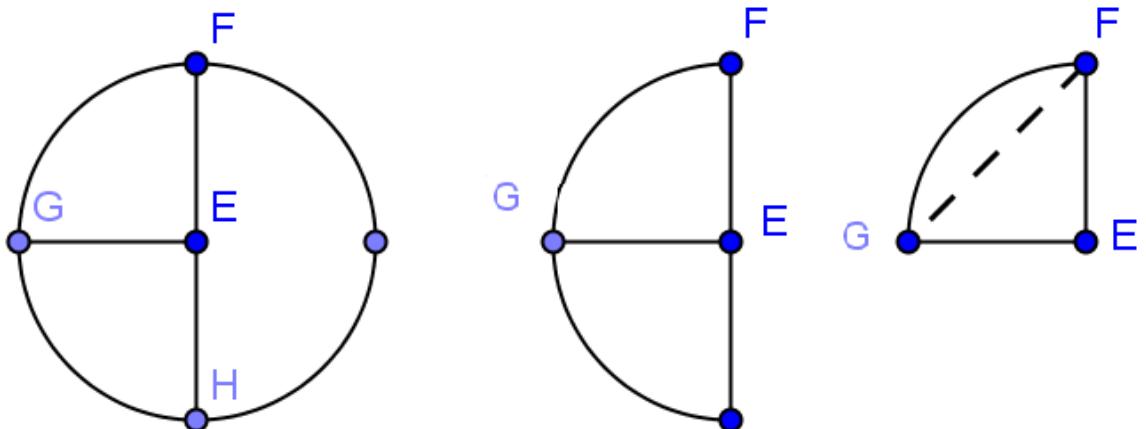
## PROBLEMA 9: SUDOKUS FÁCIL

3			8		4			2
		6				1		
2				5				9
5				6				4
		8	5		9	7		
9				2				6
6				9				5
		9				3		
1			6		7			8

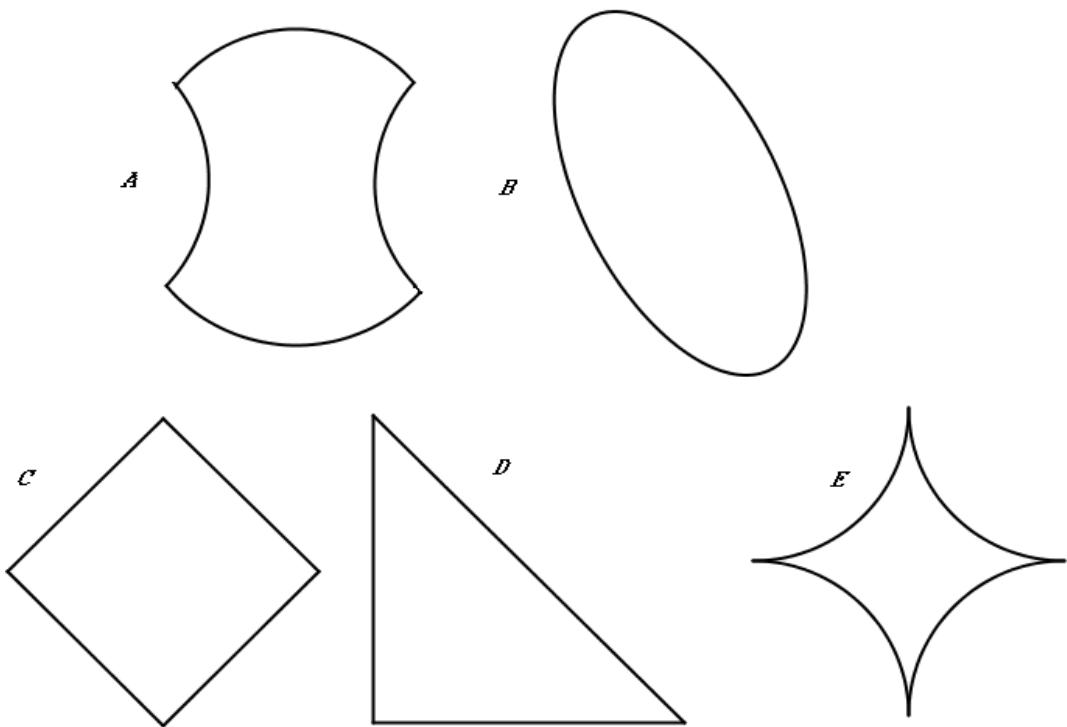
Con un poco de razonamiento lógico encontrarás la solución. El objetivo es completar todos los cuadrados de 3x3 con los números del 1 al 9. Éstos deberán aparecer una sola vez en cada fila y cada columna.

## PROBLEMA 10: PROBLEMA DE PLEGADO

En la siguiente figura, un trozo circular de papel, es plegado a lo largo del diámetro FH, luego es plegado por el radio GE. Si el papel así plegado se corta por la línea de punto FG y se despliega.



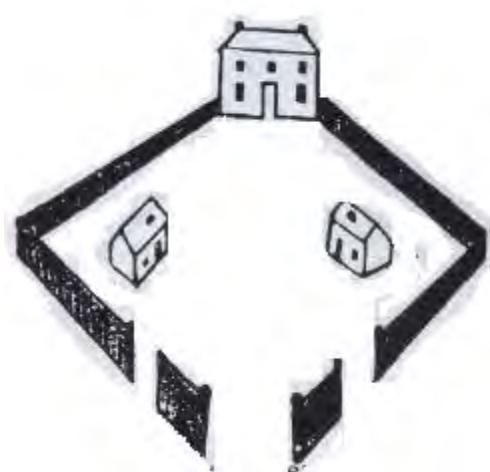
Indica cuál de las cinco figuras presentadas debajo, es la forma del papel resultante.



## PROBLEMA 11: LOS VECINOS BELICOSOS

Se dice que tres vecinos que compartían un pequeño parque, como se ve en la ilustración, tuvieron una riña. El dueño de la casa grande, quejándose de que los pollos de su vecino lo molestaban, construyó un camino con cerca que iba desde su puerta a la salida que está en la parte inferior de la ilustración. Después el hombre de la derecha construyó un camino hasta la salida de la izquierda y el hombre de la izquierda construyó un camino hasta la salida de la derecha.

Ninguno de estos caminos se cruzaba. ¿Puede dibujarlos correctamente?



## PROBLEMA 12: EL REY Y LOS CASTILLOS (SEGUNDA PARTE)

El arquitecto real presentó su plano preliminar pero el monarca señaló que era posible atacar cada castillo desde el exterior, y ordenó modificar el plano para que la mayor cantidad posible de castillos quedaran a salvo de un ataque exterior, y solo se pudiera llegar a ellos cruzando las murallas fortificadas. El arquitecto replicó que le parecía imposible disponerlos de tal modo que aún un solo castillo –el edificio que el rey se proponía usar como residencia– se pudiera proteger de ese modo, pero su Majestad se apresuró a explicarle cómo hacerlo. ¿Cómo se pueden construir los diez castillos y fortificaciones para satisfacer del mejor modo los requerimientos del rey? Recuerde que deben formar cinco líneas rectas con cuatro castillos en cada línea.

## PROBLEMA 13: COMITES

El comité A lo integran 7 personas, el comité B está formado por 8 personas. Si 3 personas sirven a la vez en los dos comités, ¿Cuántas personas trabajan sólo en un comité?

## PROBLEMA 14: EL POLICIA MATEMÁTICO

“Que tenga usted una buena mañana, oficial”, dijo el señor Maguire. “Puede usted decirme que hora es ?”

“Puedo hacer eso exactamente”, replicó el agente Clancy, que era conocido como el policía matemático. “Sume un cuarto del tiempo que hay entre la medianoche y ahora a la mitad del tiempo que hay entre ahora y la medianoche, y sabrá usted la hora correcta”.

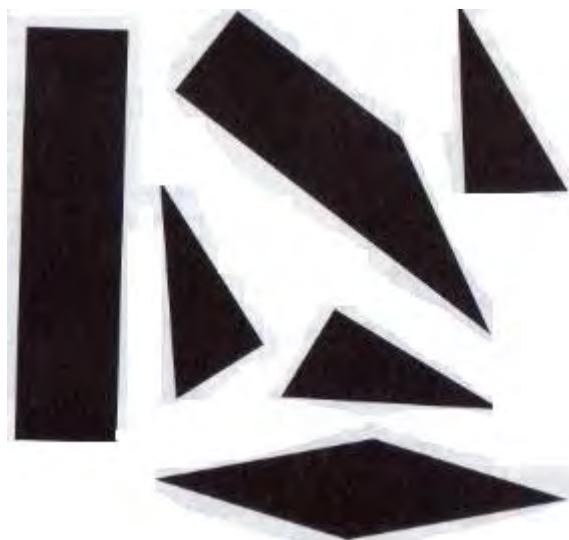
¿Puede usted calcular la hora exacta en que ocurrió esta intrigante conversación?

## PROBLEMA 15: JUGANDO CON FOSFOROS

Con seis fósforos construir cuatro triángulos equiláteros, cuyos lados sean los fósforos.

## PROBLEMA 16: ACERTIJO DE LA LETRA DE IMPRENTA MAYÚSCULA

Corte estas piezas, o reacomódelas mentalmente. Algunas de ellas deberán ser rotadas, invertidas o trasladadas. Todas juntas forman una letra mayúscula del alfabeto. ¡Buena Suerte!



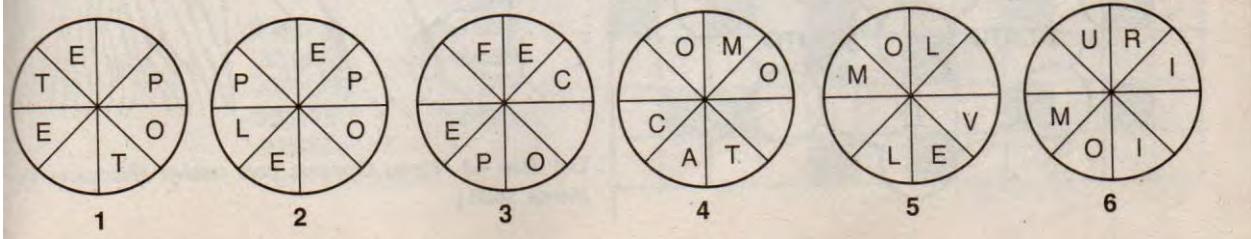
## PROBLEMA 17: LIGA DE BASQUET

Durante una temporada de la liga de básquet, cada equipo juega con cada uno de los otros equipos 10 veces. Si 10 equipos integran la liga ¿Cuántos partidos se juegan en total en la temporada?

## PROBLEMA 18: PIZZAGRAMAS

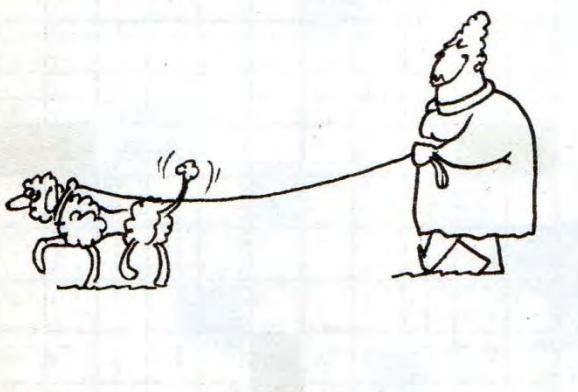
Forme las seis palabras de ocho letras, sabiendo que cada una de ellas empieza en cualquiera de las casillas (incluso en las vacías que usted deberá llenar), y gira en cualquiera de los dos sentidos posibles. Como ayuda, le damos las definiciones desordenadas de las palabras a encontrar.

**Definiciones:** Bigote./ Desconcertado./ Excelente, muy correcto./ Excusa./ Inclinado a hacer mal./ Nombre de varón.



## PROBLEMA 19: LAS VUELTAS DEL PERRITO Y SU DUEÑA

En la mañana salgo a dar vueltas alrededor del lago. Hoy, en cuanto salí, me crucé con una señora que iba con una perrita. Llevaban un ritmo parejo, como también me gusta hacerlo a mí, pero ellas trotaban más rápido. Volví a cruzarme con ellas una segunda vez, una tercera vez, y justo cuando nos cruzábamos por cuarta vez terminé de completar una vuelta al circuito. Si la vuelta me llevó 30 minutos, ¿cuánto les habrá llevado a ellas?



# RESPUESTAS

## Problema 1

Por sorprendente que parezca, la segunda oferta es mucho mejor que la primera. Si la aceptas, ganarás \$200 más por año de lo que ganarías si aceptaras la otra. La siguiente tabla muestra tus ganancias totales, sobre la base de ambas ofertas, para los primeros seis años de trabajo:

Año	Oferta A	Oferta B
1	4000	4200
2	4800	5000
3	5600	5800
4	6400	6600
5	7200	7400
6	8000	8200

## Problema 2

Cuadrado pequeños: 5 Cuadrados medianos:5 Cuadrados grande : 1 Total: 11

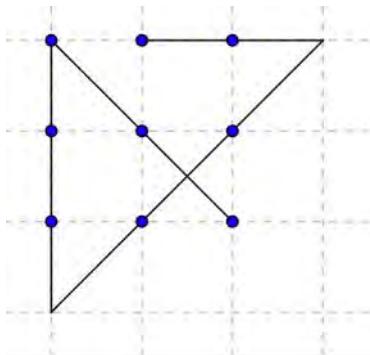
## Problema 3

(a)      (b)      (c)

1	5	4
2	6	5

(d)      (e)      (f )

## Problema 4



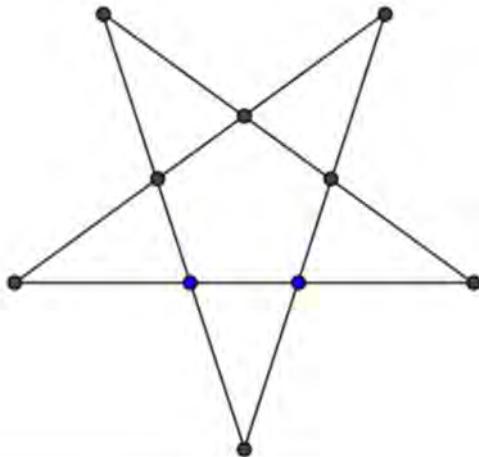
## Problema 5

Las figuras II y III pueden doblarse para formar un dado.

## Problema 6

C tiene puesto un sombrero blanco.

## Problema 7



## Problema 8

Ayuda para resolver:

Uno tiene las bolsas numeradas. Elige entonces monedas para pesar de la siguiente forma:

- 1 moneda de la bolsa número 1
- 2 monedas de la bolsa número 2
- 3 monedas de la bolsa número 3

- 4 monedas de la bolsa número 4
- 5 monedas de la bolsa número 5
- 6 monedas de la bolsa número 6
- 7 monedas de la bolsa número 7
- 8 monedas de la bolsa número 8
- 9 monedas de la bolsa número 9
- 10 monedas de la bolsa número 10

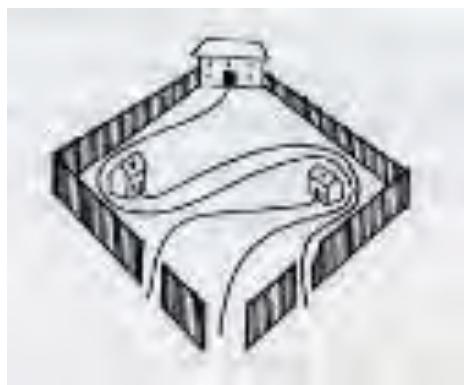
### Problema 9

3	9	1	8	7	4	6	5	2
8	5	6	9	3	2	1	4	7
2	7	4	1	5	6	8	3	9
5	2	3	7	6	8	9	1	4
4	6	8	5	1	9	7	2	3
9	1	7	4	2	3	5	8	6
6	8	2	3	9	1	4	7	5
7	4	9	2	8	5	3	6	1
1	3	5	6	4	7	2	9	8

### Problema 10

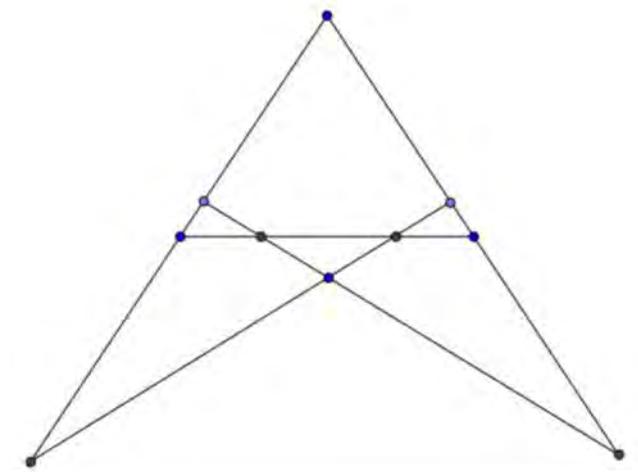
La correcta es la C

### Problema 11



## Problema 12

La siguiente forma es la única que logra que dos castillos (el mayor número posible) no se puedan atacar desde el exterior. Se verá que es necesario cruzar la muralla para llegar a estos dos.



## Problema 13

9 personas

## Problema 14

La conversación tuvo lugar a las 9:36 hs.

## Problema 15

Formar un tetraedro (no hay figura plana posible).

## Problema 16

La letra M

## Problema 17

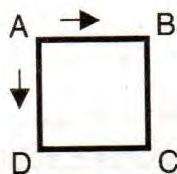
450 partidos

## Problema 18

1. Pretexto 2. Perplejo 3. Perfecto 4. Mostacho 5. Malévolo 6. Mauricio

## Problema 19

10 minutos. La señora dio 3 vueltas en 30 minutos. Si pensamos el circuito como un cuadrado, yo iba en sentido de las agujas del reloj; ellas, en sentido contrario.



# MÓDULO 2

## ELEMENTOS DE GEOMETRÍA PLANA

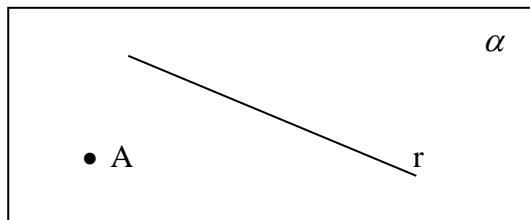
### ELEMENTOS PRIMITIVOS

#### Punto-Recta-Plano

Estos tres entes geométricos no se definen, se reconocen como **elementos primitivos**. En las ciencias formales es muy común comenzar a trabajar a partir de elementos con los cuales se trabaja pero que no admiten definición. En geometría plana los tres elementos primitivos son el **punto**, la **recta** y el **plano**.

##### Notación:

Si seguiríamos la notación de conjuntos de puntos deberíamos usar otras denominaciones diferentes a las que daremos a continuación. Sin embargo adaptamos las mismas a la forma de trabajo propias de las carreras de Ingeniería.



A: Punto  
r: Recta  
α : Plano

#### Axiomas

Son propiedades que se aceptan como verdaderas sin demostración, sirven de punto de partida para demostrar las demás propiedades.

#### Teoremas

Son propiedades que deben demostrarse. Un teorema tiene tres partes:

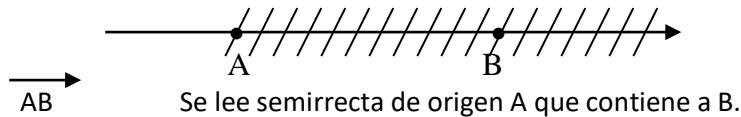
- **Hipótesis:** son los datos con los que contamos para demostrar la propiedad.
- **Tesis:** es la propiedad que se quiere demostrar.
- **Demostración:** procedimiento basado en definiciones o propiedades ya reconocidas que permiten comprobar, demostrar la tesis planteada.

Todas las figuras que definiremos a continuación se consideran **CONJUNTOS DE PUNTOS**.

## Semirrecta

Consideramos un punto perteneciente a una recta, este divide a la recta en dos partes cada una de esas partes se denomina **semirrecta**.

**Notación:**

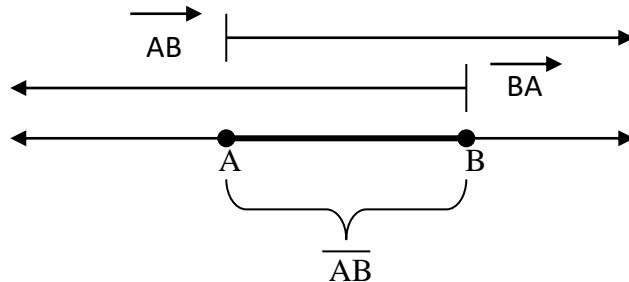


Se lee semirrecta de origen A que contiene a B.

## Segmento

Consideramos dos puntos pertenecientes a una recta y realizamos la siguiente operación:

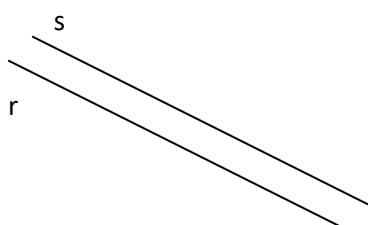
$$\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BA} = \overline{AB}$$



## POSICIONES RELATIVAS ENTRE RECTAS

### Rectas paralelas

Dos rectas de un plano son paralelas cuando no tienen ningún punto en común o cuando son coincidentes.



$$r // s$$

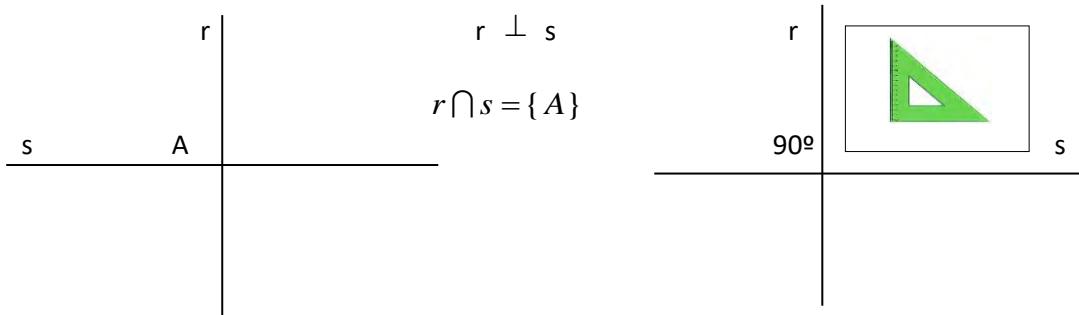
$$r \cap s = \{ \quad \}$$

$$r // r$$

$$r \cap r = r$$

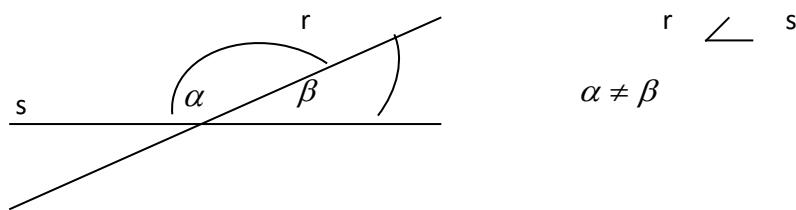
### Rectas perpendiculares

Si dos rectas de un plano, al cortarse determinan cuatro ángulos rectos son perpendiculares.



## Rectas oblicuas

Si dos rectas de un plano, al cortarse determinan dos ángulos adyacentes distintos son oblicuas.

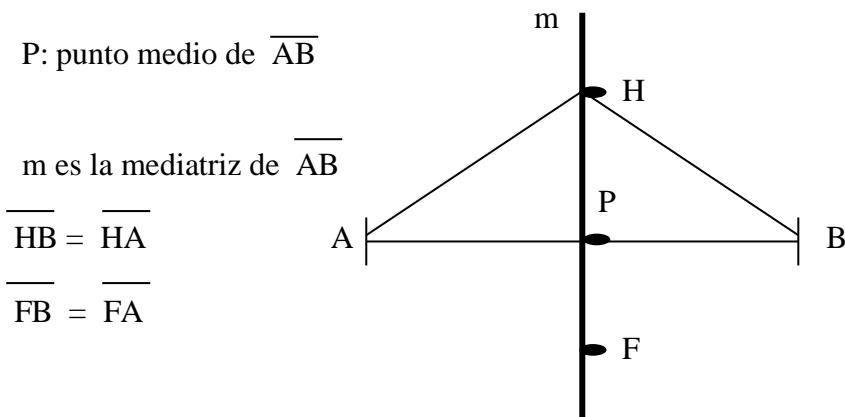


## LUGAR GEOMÉTRICO

Es un conjunto de puntos que satisfacen determinadas propiedades geométricas.

## Mediatriz de un segmento

Lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos de un segmento.



Cualquier punto que pertenece a la mediatrix equidista de los extremos del segmento

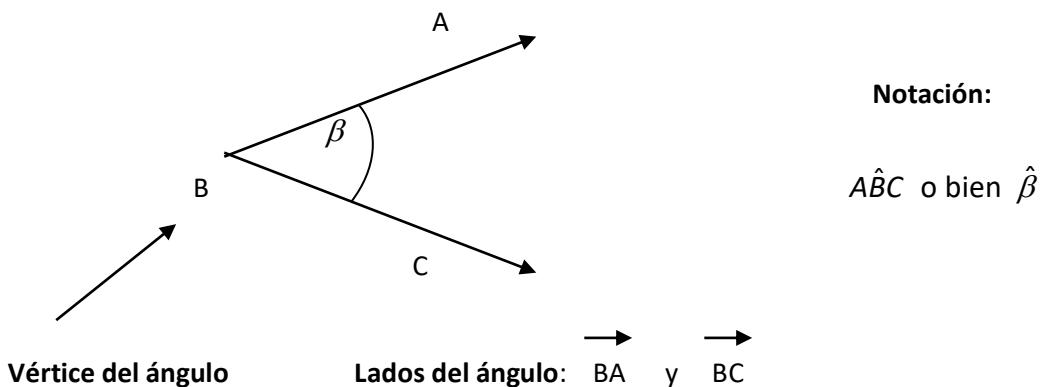
La mediatrix es perpendicular al segmento  $\overline{AB}$

## Ejercicio 1

Construir con regla y compás la mediatrix de un segmento de 8,5cm.



## ÁNGULOS



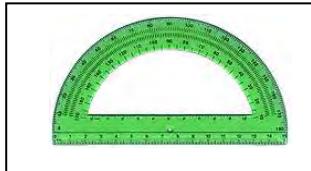
## Grados sexagesimales

Cuando se mide un ángulo en grados sexagesimales, se establece que un giro completo se corresponde con una medida de  $360^\circ$ . En consecuencia, medio giro (ángulo llano) mide  $180^\circ$  y un cuarto de giro (ángulo recto)  $90^\circ$ . Si la amplitud es de  $0^\circ$  decimos que el ángulo es nulo. Si la amplitud del ángulo varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  decimos que es convexo, en cambio, si varía de  $180^\circ$  a  $360^\circ$  es cóncavo. Además si la amplitud está comprendida entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  se trata de un ángulo agudo y si está comprendida entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$  se trata de un ángulo obtuso. En este sistema de medida se define el minuto sexagesimal que equivale a  $1/60$  de grado y el segundo sexagesimal que equivale a  $1/60$  de minuto o  $1/3600$  de grado.

Sintetizando:

$$1^\circ = 60' = 3600'' \quad 1' = 60''$$

Cuando medimos un ángulo con un transportador, el mismo cuenta con una escala graduada en grados y minutos sexagesimales.

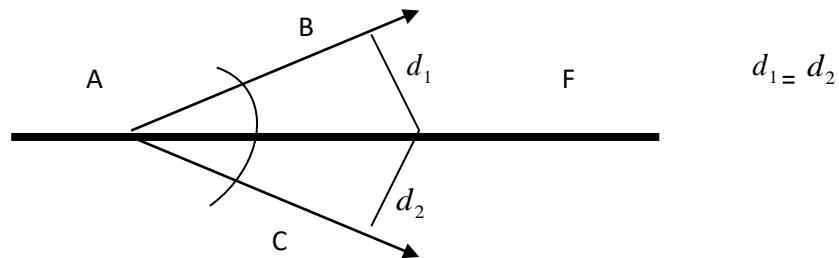


## Ejercicio 2

Dibujar con transportador ángulos de  $35^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $210^\circ$ .

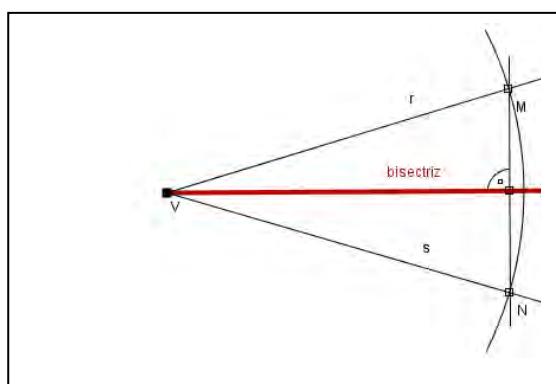
## Bisectriz de un ángulo

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los lados del ángulo.



## Ejercicio 3

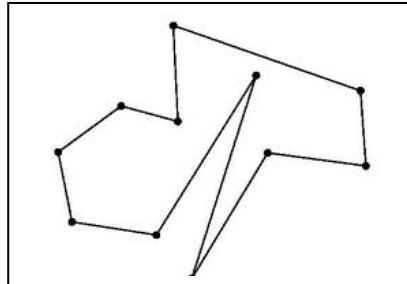
- Dibujar un ángulo de  $63^\circ$  y trazarle la bisectriz, con regla y compás.
- Dibujar un ángulo obtuso y trazarle la bisectriz.
- Explica y justifica la siguiente construcción geométrica:



# POLÍGONOS

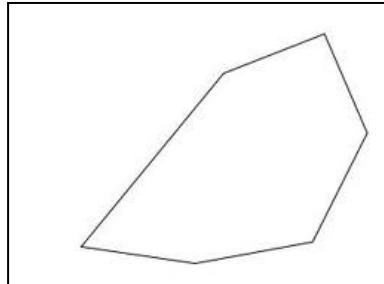
**Definición:** Es la región del plano limitada por tres o más segmentos.

Figura 1



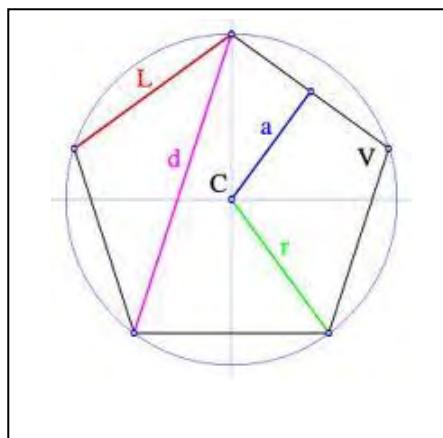
Polígono  
Cóncavo

Figura 2



Polígono  
Convexo

## Elementos de un polígono:



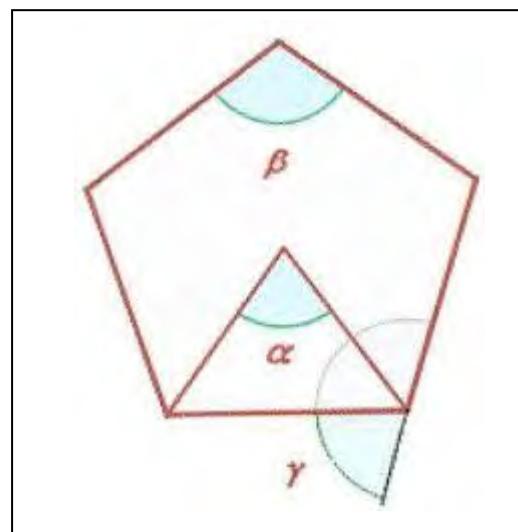
L: Lado

d: diagonales

C: centro

a: apotema

r: radio



V: Vértice

$\hat{\beta}$  : ángulo interior

$\alpha$  : ángulo central

$\gamma$  : ángulo exterior (adyacente al interior)

Un polígono es convexo cuando todos sus ángulos interiores lo son. En cambio, cuando al menos uno de sus ángulos interiores es cóncavo se lo denomina polígono cóncavo (Ver figuras 1 y 2). Nos interesa estudiar sólo los polígonos convexos.

Si el polígono tiene todos sus lados y ángulos interiores congruentes se lo denomina **polígono regular**.

## Clasificación de los polígonos según el número de lados

Al número de lados lo designamos con "n"

n=3	n=4	n=5	n=6	n=7	n=8	n=9
Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octágono	Eneágono
n=10	n=11	n=12	n=15	n=20		
Decágono	Undecágono	Dodecágono	Pentadecágono	Icoságono		

## Propiedades de los polígonos convexos

- Suma de los ángulos interiores de un polígono:
- Suma de los ángulos exteriores de un polígono:
- Valor del ángulo central, de un polígono regular:
- Valor de un ángulo interior en un polígono regular
- Cada lado es menor que la suma de los restantes.

$$S \angle \text{int.} = 180^\circ \cdot (n-2)$$

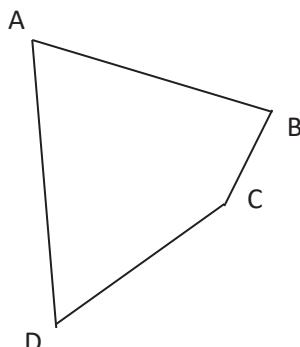
$$S \angle \text{ext.} = 360^\circ$$

$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\text{Ángulo int.} = \frac{S \angle \text{int}}{n}$$

## Perímetro

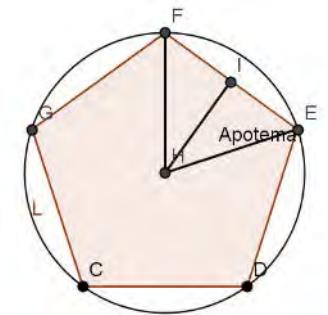
Se llama perímetro de un polígono a la suma de todos sus lados.



$$\text{Perímetro } ABCD = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

Si el polígono es **regular** el perímetro se calcula:

$$\text{Perímetro pol.} = L \cdot n$$



## Área de un polígono regular

Se calcula mediante la siguiente fórmula

$$\text{Área } ABCDE = \frac{\text{Perímetro } ABCDE \cdot \text{Apotema}}{2}$$

Se llama Apotema al segmento de menor distancia entre el centro del polígono regular y cualquiera de sus lados. Es un segmento cuyos extremos son el centro del polígono y el punto medio del lado, es perpendicular al lado.

**Diferencia entre el concepto de superficie y área:** Una **superficie** plana es una parte del plano, una superficie es un ente geométrico, un conjunto de puntos. El **área** es una propiedad de la superficie. El área de una superficie es una cantidad.

## Ejercicio 4

a) Calcular la suma de los ángulos interiores de un:

- a-1) Pentágono      a-2) Decágono      a-3) Un polígono de 14 lados

b) Conociendo que la suma de los ángulos interiores de un polígono regular es de  $1080^\circ$ . Calcular:

b-1) La cantidad de lados del polígono. ¿Cuál es el nombre que recibe de acuerdo a su cantidad de lados?

b-2) La medida de cada ángulo interior y exterior.

b-3) La medida del ángulo central.

## Ejercicio 5

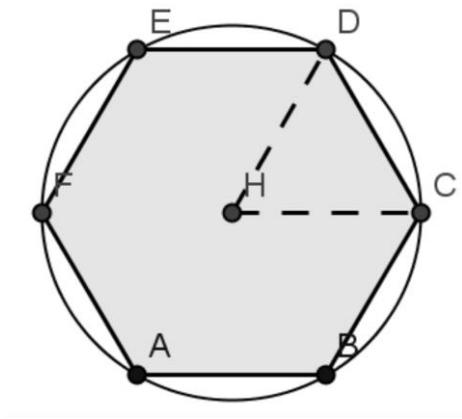
Cada ángulo exterior de un polígono regular vale: a)  $20^\circ$  b)  $72^\circ$  Determinar de qué polígono se trata en cada caso.

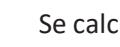
## Ejercicio 6

En el pentágono regular ABCDE, se prolongan los lados  $\overline{AE}$  y  $\overline{CD}$  que se intersecan en el punto F. Calcula la amplitud del  $\hat{DFE}$ .

## Construcción de polígonos regulares

Vamos a mostrar el procedimiento para construir un hexágono regular:



- Trazar una circunferencia con centro en "H", de un radio cualquiera, en nuestro gráfico 
  - Se calcula el valor del ángulo central: en nuestro caso  $360^\circ : 6 = 60^\circ$  y se traza el mismo utilizando el transportador ( $D\hat{H}C$ ) 
  - Con el compás se toma la longitud del arco de circunferencia DC y se transporta 5 veces es decir quedan determinados los puntos E, F, A, B, que son los vértices del hexágono
  - Se trazan los segmentos correspondientes a cada lado

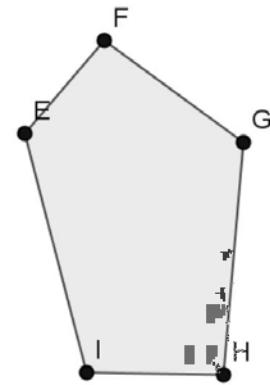
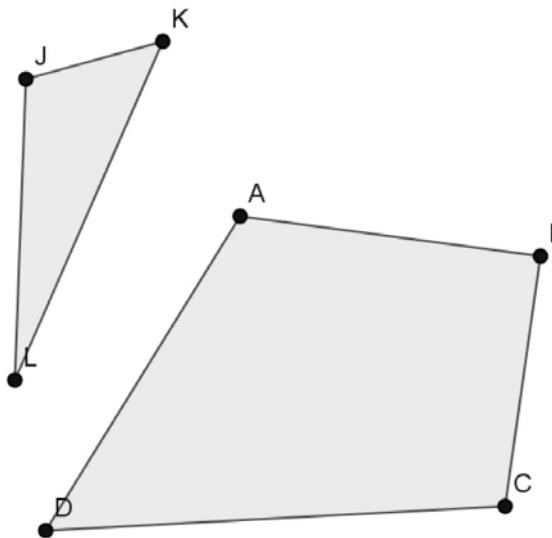
## Ejercicio 7

Dibujar, indicando en cada caso el valor del ángulo central y el de los ángulos interiores de cada uno de los siguientes polígonos:



## Ejercicio 8

Determina en forma gráfica el perímetro de los siguientes polígonos:



## Ejercicio 9

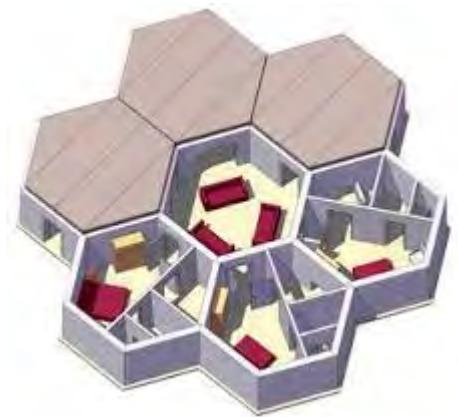
Calcular el perímetro de un polígono regular de 13 lados sabiendo que cada uno de ellos vale: 4,7 cm

## Ejercicio 10

Calcular el lado de un decágono regular cuyo perímetro vale 372 cm.

### Ejercicio 11

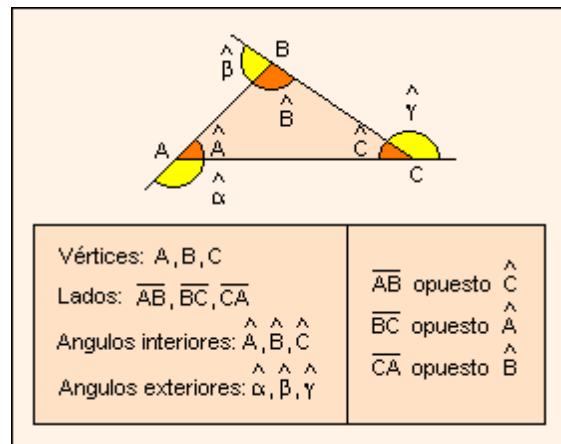
Reproduce usando regla y compás el polígono de alguna de estas dos imágenes. Explica el procedimiento.



# TRIÁNGULOS

Estudiaremos en particular a los polígonos de 3 lados que denominamos triángulos

## Elementos de un triángulo



## Clasificación

### Según sus lados:

**Equilátero:** tres lados congruentes

**Isósceles:** al menos dos lados congruentes

**Escaleno:** los tres lados diferentes

### Según sus ángulos:

**Acutángulo:** los tres ángulos interiores agudos

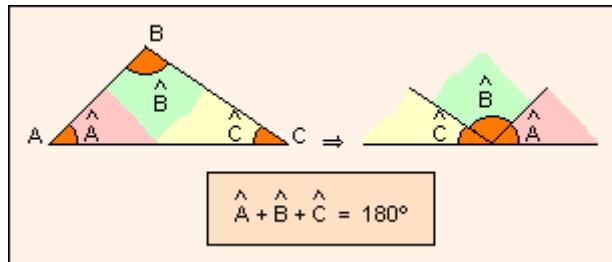
**Rectángulo:** un ángulo interior recto

**Obtusángulo:** un ángulo interior obtuso

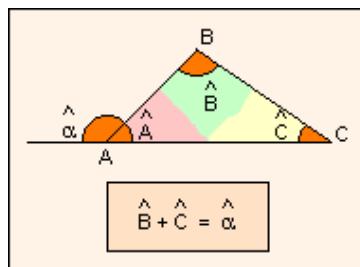
CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS		
<b>POR SUS LADOS</b> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><math>a=b=c</math>      <math>\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=60^\circ</math></p> <p>Triángulo EQUILÁTERO</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><math>b=c</math>      <math>\hat{B}=\hat{C}</math></p> <p>Triángulo ISÓSCELES</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><math>a \neq b \neq c</math>      <math>\hat{A} \neq \hat{B} \neq \hat{C}</math></p> <p>Triángulo ESCALENO</p> </div> </div>		
<b>POR SUS ÁNGULOS</b> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p><math>\hat{C}=90^\circ</math></p> <p>Triángulo RECTÁNGULO</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><math>\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} &lt; 90^\circ</math></p> <p>Triángulo ACUTÁNGULO</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><math>\hat{A} &gt; 90^\circ</math></p> <p><math>\hat{B}, \hat{C} &lt; 90^\circ</math></p> <p>Triángulo OBTUSÁNGULO</p> </div> </div>		

## Propiedades

- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a  $180^\circ$ .



- Un ángulo exterior es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él.



- En todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.
- A lados congruentes se oponen ángulos congruentes y viceversa.
- En todo triángulo un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que la diferencia de los mismos.
- Área de un triángulo= Base. Altura / 2 ( Ver más abajo la definición de alturas de un triángulo)

Teniendo en cuenta estas propiedades resuelve:

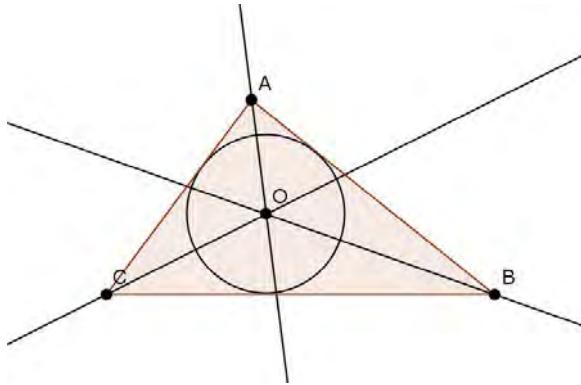
### Ejercicio 12

- Construir un triángulo equilátero cuyo lado mide 6cm
- Construir un triángulo isósceles sabiendo que el lado desigual (Base) mide 6,8 cm y los otros dos lados miden 5 cm.
- Construir un triángulo isósceles sabiendo que el lado desigual mide 7cm y los ángulos congruentes miden  $48^\circ$

### Puntos notables de un triángulo

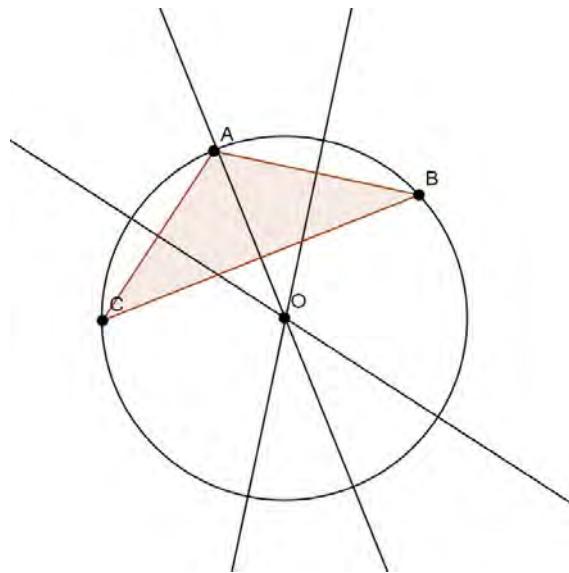


**Bisectriz:** Son las bisectrices de cada uno de los ángulos interiores del triángulo ABC



La intersección de las bisectrices es un punto que se denomina **INCENTRO**. Es el centro de la circunferencia inscripta en el triángulo. Como se ve en la figura anterior.

**Mediatriz:** Son las mediatrices de cada uno de los lados del triángulo ABC



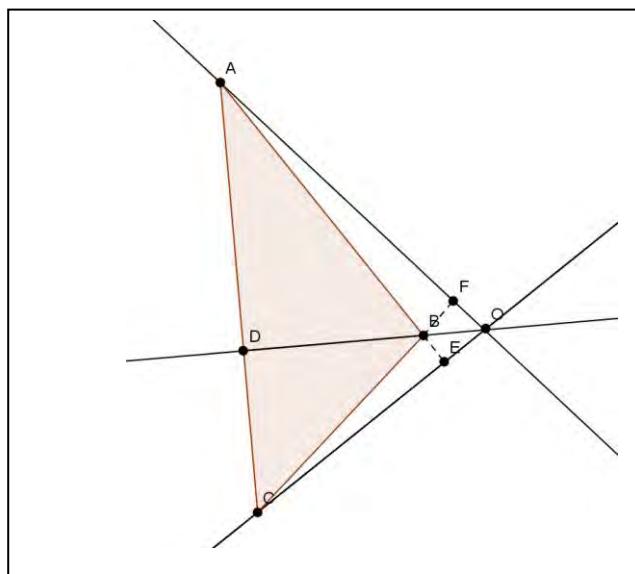
La intersección de las mediatrices es un punto que se denomina **CIRCUNCENTRO**. Es el centro de la circunferencia circunscripta en el triángulo. Como se ve en la figura anterior.

**Alturas:** Es el segmento perpendicular al lado (o a la recta que incluye al lado) que pasa por el vértice opuesto al mismo.

Las rectas que incluyen a las alturas de un triángulo se intersecan en un punto llamado **ORTOCENTRO**.

El triángulo que tiene por vértices a los puntos de intersección de las alturas con los lados (los pies de las tres alturas) se llama triángulo **ÓRTICO**.

El ORTOCENTRO es el centro de una circunferencia inscripta en el triángulo ÓRTICO,

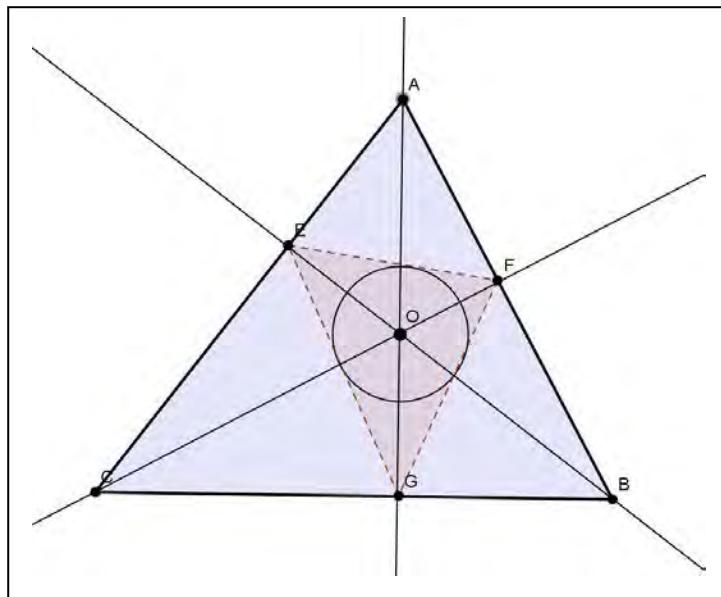


$\overline{CE}$  es la altura del lado  $\overline{AB}$

$\overline{BD}$  es la altura del lado  $\overline{AC}$

$\overline{AF}$  es la altura del lado  $\overline{BC}$

O Es el ORTOCENTRO



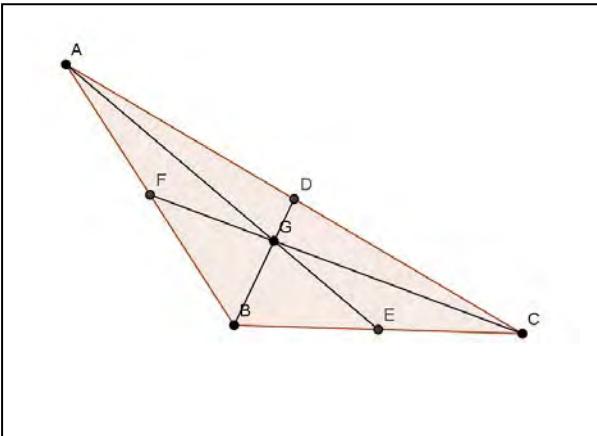
El  $\square$   
EFG

es el triángulo

órtico del  $\square$   
ABC

**Medianas:** Es el segmento determinado por el punto medio de cada lado del triángulo y su vértice opuesto.

El punto de intersección de las medianas se denomina BARICENTRO y es el centro de gravedad del triángulo. Se halla a  $2/3$  del vértice y a  $1/3$  del lado.



$\overline{BD}$  es la mediana de  $\overline{AC}$

$\overline{AE}$  es la mediana de  $\overline{BC}$

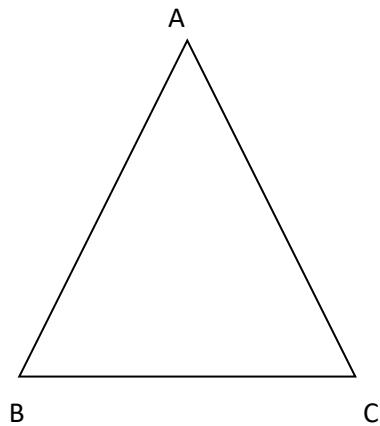
$\overline{FC}$  es la mediana de  $\overline{AB}$

G es el BARICENTRO

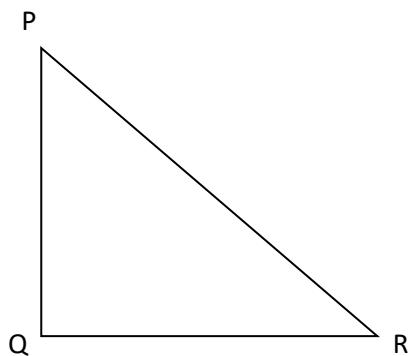
$\overline{BG}$  es  $2/3$  de  $\overline{BD}$

### Ejercicio 13

- a) Trazar la altura, bisectriz y mediatrix de la base del siguiente triángulo isósceles y sacar alguna conclusión:



- b) Trazar las alturas del siguiente triángulo rectángulo



c) Dibujar un triángulo obtusángulo y trazarles las mediatrices a los lados, determinar el circuncentro y traza la circunferencia circunscripta al triángulo.

d) Dibujar un triángulo obtusángulo isósceles y trazarles las bisectrices a los ángulos, determinar el incentro y traza la circunferencia inscripta en el triángulo.

## Ejercicio 14

Escribe siempre, a veces o nunca, sobre la línea punteada, de manera que la afirmación resulte verdadera

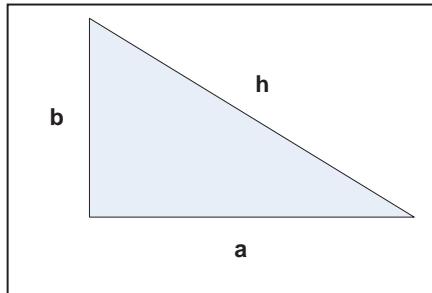
- a) Las **medianas** de un triángulo ..... se cortan en un punto **interior** al triángulo.
- b) Las **bisectrices** de un triángulo ..... se cortan en un punto **exterior** al triángulo.
- c) Las **mediatrices** de un triángulo ..... se cortan en un punto **interior** al triángulo.
- d) Las **alturas** de un triángulo ..... se cortan en un punto **exterior** al triángulo.

## TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras establece una relación entre los lados de un triángulo rectángulo que es la siguiente:

**Nota:** la hipotenusa siempre es el lado opuesto al ángulo recto.

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h = +\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = +\sqrt{h^2 - b^2}$$

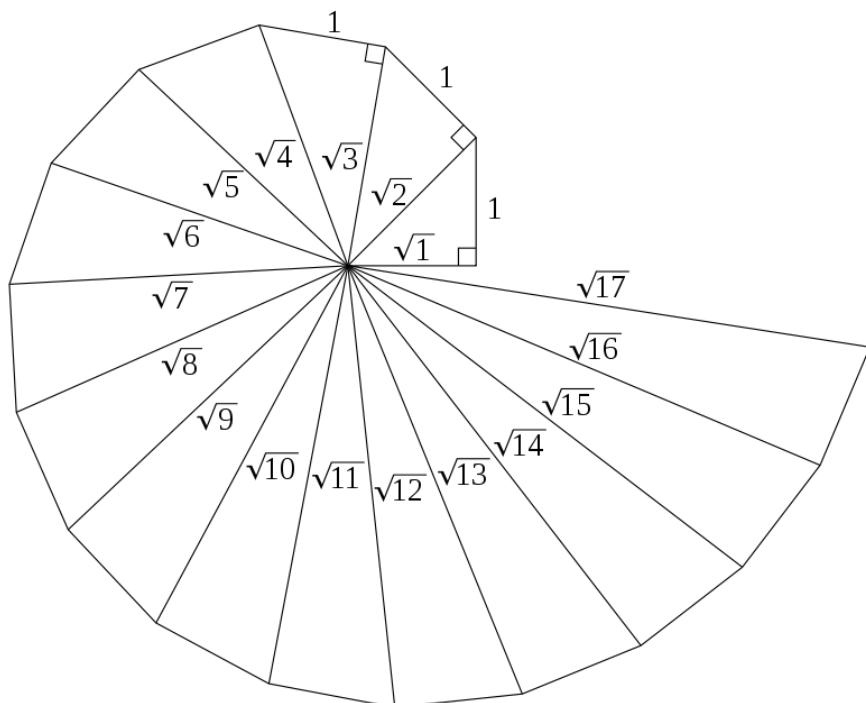
$$b = +\sqrt{h^2 - a^2}$$

Este teorema es muy importante y tiene infinidad de aplicaciones, te mostramos algunas imágenes estáticas interesantes que incluso se puede ver en el siguiente link su animación:  
<http://yair.es/xms/algebra/imagenes/pitagoras.swf>



Otra imagen interesante que vincula este teorema con los números irracionales que hemos visto en el capítulo de matemática. Esta especie de caracol se la conoce como Espiral de Teodoro de Cirene y se construye con sucesivos triángulos rectángulos. En el siguiente link encontrarán la explicación de esta gráfica

[http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/ivanflorezRazonamientoyArgumentacion/teorema\\_de\\_pitagoras\\_aplicacion.html](http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/ivanflorezRazonamientoyArgumentacion/teorema_de_pitagoras_aplicacion.html)



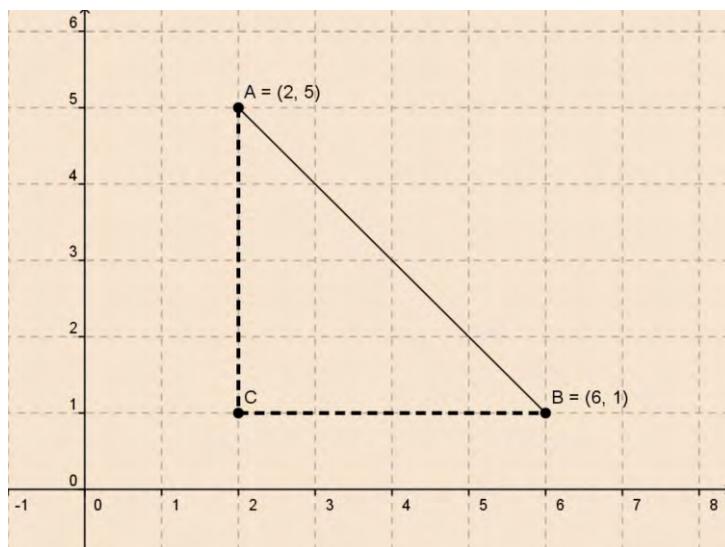
Esta espiral está presente en la naturaleza y en algunos elementos de la arquitectura moderna:



El teorema de Pitágoras se aplica para determinar la distancia entre dos puntos de los cuales se conocen sus coordenadas cartesianas.

Veamos el siguiente ejemplo:

$$\text{Distancia } AB = \sqrt{(6-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$



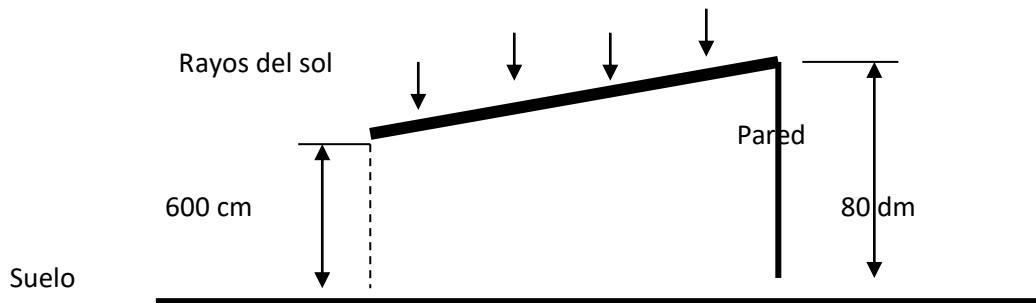
Generalizando este procedimiento decimos:  $A=(x_1; y_1)$   $B=(x_2; y_2)$

$$Dist. AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

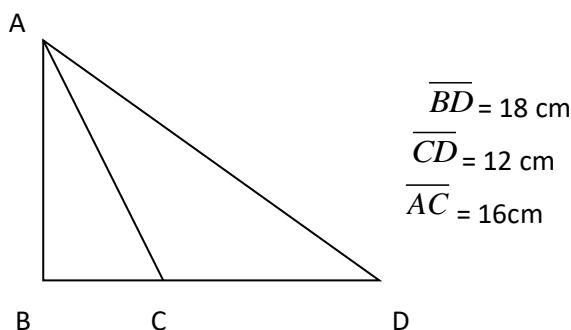
## Ejercicio 15

- a) En un sistema de ejes cartesianos el punto  $C= (4;3)$  es el centro de una circunferencia a la que pertenece el punto  $F= (2;-4)$ . ¿Cuál es el radio de la circunferencia?

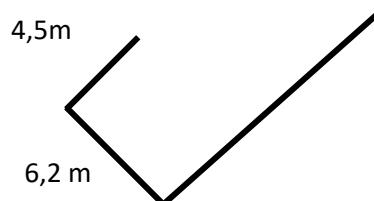
b) Los rayos del sol pueden considerarse paralelos entre sí y perpendiculares al piso cuando éste se encuentra en el cenit (12 hs.), de modo tal que la sombra de un objeto sobre el suelo es su proyección ortogonal, tal como se observa en el siguiente gráfico. Calcula la longitud del toldo en metros, si la sombra proyectada por él en ese instante es de 3 m.



c) Hallar el valor en centímetros de  $\overline{AB}$  en la siguiente figura, sabiendo que el ángulo  $\hat{B}$  es recto.



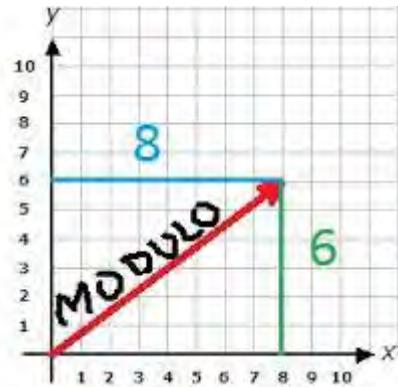
d) Con un alambre de 20 m se realiza una estructura como la que muestra la figura. Se quedaron sin alambre y deben cerrar dicha estructura ¿Cuántos metros de alambre deberán comprarse? Si el metro de alambre cuesta \$ 1,5, calcular el costo total de dicha estructura.



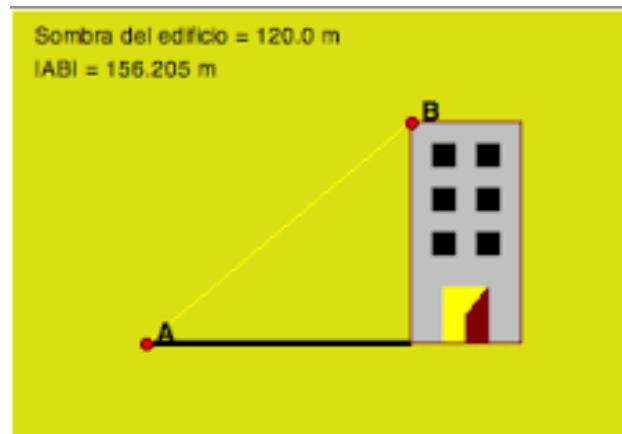
e) Un poste de luz se quiebra 4 m de su base. Si su extremo superior cae a 8 m de la base, ¿cuál era la longitud original del poste?

f) Observa el siguiente gráfico y calcula el módulo del vector

Si bien no estudiaremos, en este curso, el concepto de vector puedes tener una noción de él considerando un segmento en el cual se le ha asignado una orientación entre sus extremos, un sentido entre ellos. Se emplea para representar magnitudes físicas.



g) Observa la gráfica y determina la altura del edificio



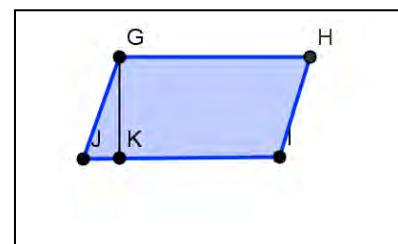
## CUADRILÁTEROS

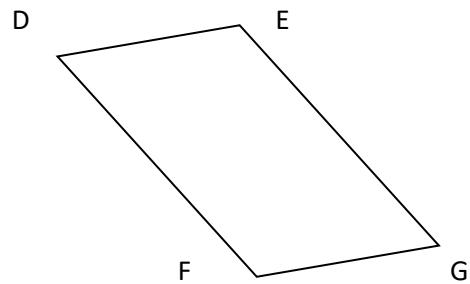
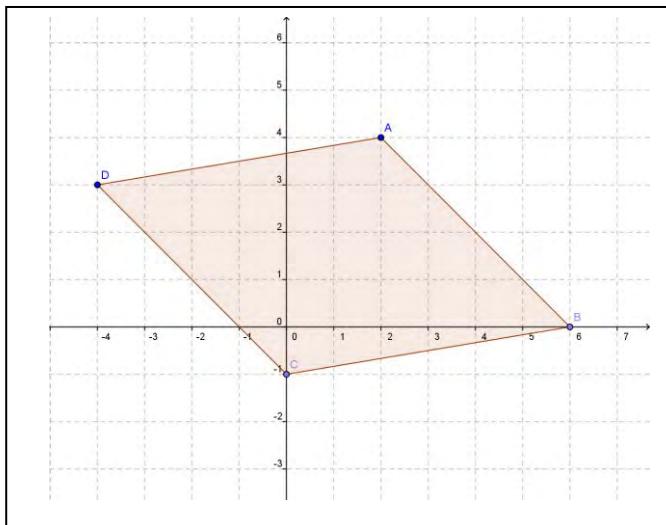
Estudiaremos en particular a los polígonos de 4 lados que denominamos cuadriláteros.

**Paralelogramo:** es el cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos

**Propiedades:**

- Los lados y ángulos opuestos son congruentes.
- Dos ángulos consecutivos son suplementarios
- Las diagonales se cortan en su punto medio.
- Área del paralelogramo=Base. Altura= $\overline{JI} \cdot \overline{GK}$
- Perímetro del paralelogramo= $2(\overline{JI} + \overline{GJ})$





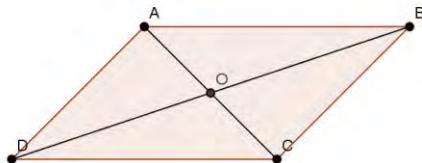
**Propiedades:**

$$\overline{DE} = \overline{FG}$$

$$\overline{DF} = \overline{EG}$$

$$\hat{F} = \hat{E} \quad \hat{D} = \hat{G}$$

$$\hat{D} + \hat{F} = 180^\circ, \hat{F} + \hat{G} = 180^\circ$$

$$\hat{G} + \hat{E} = 180^\circ, \hat{E} + \hat{D} = 180^\circ$$


$$\overline{AO} = \overline{OC} \quad \text{y} \quad \overline{DO} = \overline{OB}$$

## Ejercicio 16

- Determina las coordenadas de los vértices del paralelogramo ABCD de la figura anterior.
- Dibuja un nuevo paralelogramo en coordenadas cartesianas y determina las coordenadas de sus vértices. Calcula la medida de alguno de sus lados.
- Construye utilizando regla y transportador un paralelogramo cuyos lados midan respectivamente 6 cm y 9 cm y el ángulo que determinan entre sí es de  $54^\circ$ . Calcular el perímetro.
- Construye un paralelogramo cuyas diagonales miden 10 cm y 6 cm y uno de los ángulos que determinan entre sí es de  $42^\circ$ .

## Ejercicio 17

- Si  $\hat{F} = 132^\circ$ . Calcular los restantes ángulos interiores del paralelogramo.
- Si  $\overline{HG}$  es el doble de  $\overline{FG}$  y sabiendo que el perímetro del paralelogramo es de 480cm. Calcular el



valor de cada lado.

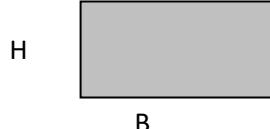
c) Sabiendo que el ángulo exterior adyacente al interior  $\hat{H}$  mide  $53^\circ$ . Calcular los ángulos interiores del paralelogramo.

d) Sabiendo que  $\hat{H}$  supera a  $\hat{G}$  en  $42^\circ$ . Calcular los ángulos interiores del paralelogramo.

**Rectángulo:** es el paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos congruentes y, por lo tanto, rectos.

**Propiedades:**

- Cumple todas las propiedades de los paralelogramos.
- Las diagonales son congruentes.
- Área del rectángulo=  $B \cdot H$
- Perímetro del rectángulo=  $2 \cdot B + 2 \cdot H$



## Ejercicio 18

a) Dibujar un rectángulo cuyas diagonales miden 8,2 cm y uno de los ángulos que ellas determinan es de  $65^\circ$ .

b) Dibujar un rectángulo sabiendo que uno de sus lados mide 7,5 cm y el ángulo determinado por este lado y la diagonal es de  $32^\circ$ .

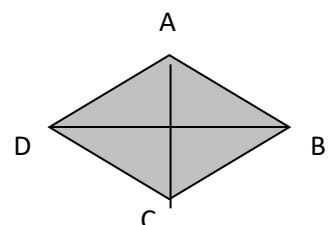
c) Sabiendo que el perímetro de un rectángulo es de 172 cm y que uno de los lados supera al otro en 24 cm. Calcular el valor de cada lado y luego el área del rectángulo.

d) *Resuelve analíticamente.* El área de un rectángulo es 40 metros cuadrados. Si uno de los lados se incrementara en 2 metros el área hubiera sido 60 metros cuadrados. Determina la longitud de cada lado.

**Rombo:** es el paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes

**Propiedades:**

- Cumple todas las propiedades de los paralelogramos.
- Las diagonales se cortan perpendicularmente:  $AC \perp DB$
- Las diagonales son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

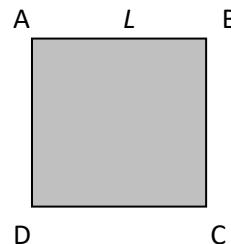


- Área del rombo =  $\frac{\text{Diagonal1} \cdot \text{diagonal2}}{2} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{DB}}{2}$
- Perímetro del rombo = Lado. 4

**Cuadrado:** es el paralelogramo que tiene sus cuatro lados y ángulos congruentes

**Propiedades:**

- Cumple todas las propiedades del rectángulo y rombo
- Área del cuadrado =  $\overline{DC}^2 = L^2$  o  $\frac{\text{diagonal}^2}{2}$
- Perímetro del cuadrado = 4.Lado



### Ejercicio 19

a) Calcular la diagonal de un cuadrado cuyo perímetro vale 48 cm.

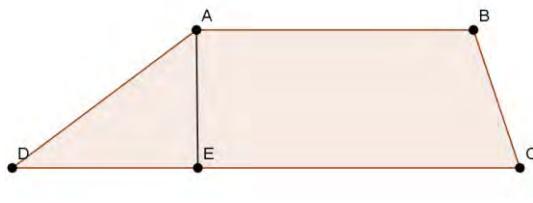
b) Hallar el radio de la circunferencia inscripta en un cuadrado cuya área es  $169 \text{ cm}^2$ .

c) En un rombo, los ángulos que las diagonales forman con un lado son tales que uno de ellos supera en  $30^\circ$  al quíntuplo del otro. Calcula las amplitudes de los ángulos interiores de dicho rombo.

**Trapecio:** es el cuadrilátero que tiene un solo par de lados opuestos paralelos.

$\overline{AB} // \overline{DC}$   
 $\overline{AB}$  y  $\overline{DC}$  bases del trapecio       $\overline{AE}$  es la altura del trapecio

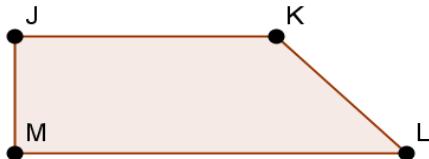
**Propiedades**



- Área del trapecio

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2} = \\
 &= \frac{(\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{AE}}{2}
 \end{aligned}$$

## Clasificación de los trapecios



Trapecio rectángulo: Tiene 2 ángulos rectos

$$\hat{J} = \hat{M} = 90^\circ$$

Trapecios isósceles: sus lados no paralelos son congruentes

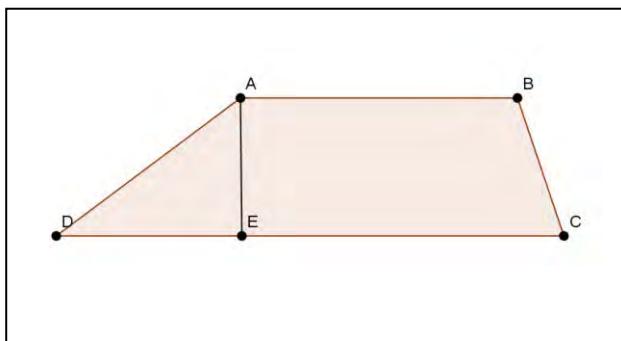
$$\overline{IF} = \overline{GH}$$

Además  $\hat{I} = \hat{H}$  y  $\hat{F} = \hat{G}$



### Ejercicio 20

Hallar el área del siguiente trapecio:



$$AD = 28\text{cm}$$

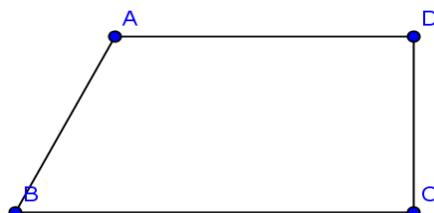
$$DE = 13\text{cm}$$

$$AB = 17\text{cm}$$

$$BC = 25\text{cm}$$

### Ejercicio 21

Sabiendo que, el siguiente trapecio rectángulo tiene un área de  $34\text{ cm}^2$ , sus bases miden



$$AD = 7\text{ cm}, BC = 10\text{ cm}$$

Se pide:

- Calcular la medida de la altura del trapecio.
- Calcular su perímetro.

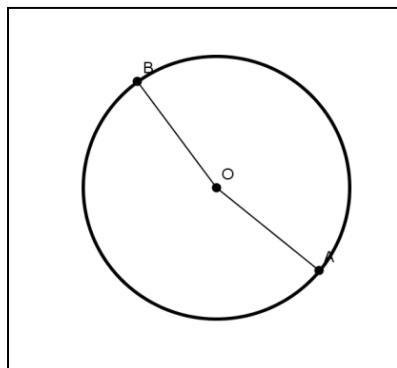
# CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA

**Circunferencia:** es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro.

La distancia de cualquier punto de ella al centro es el radio

**Círculo:** es el conjunto de puntos interiores a una circunferencia.

- Área de círculo=  $\pi.r^2$
- Longitud circunferencia=  $\pi.2.r = \pi.d$



CIRCUNFERENCIA

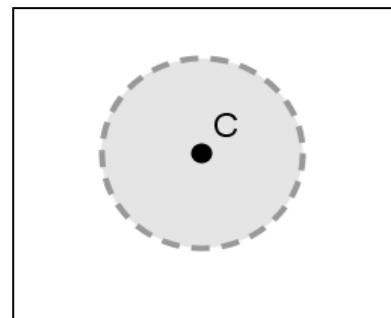
$$C(O, r)$$

$$\overline{OB} = \overline{OA}$$

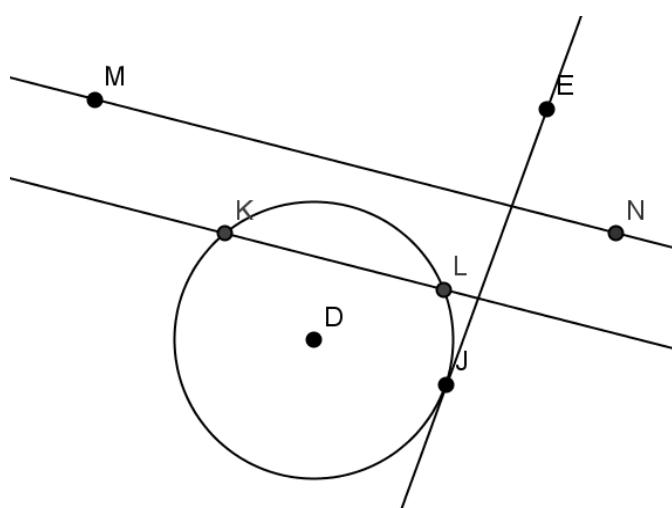
O centro de la circunferencia

$\overline{OB}$  y  $\overline{OA}$  son radios de la circunferencia

CÍRCULO



## Posiciones relativas entre rectas y circunferencia



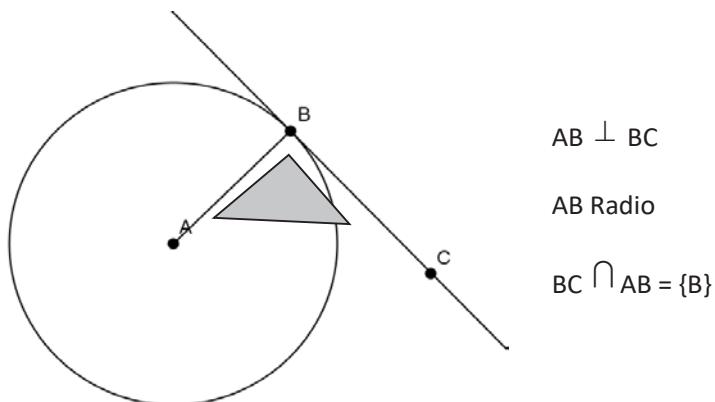
MN Recta exterior a la circunferencia  
ya que:  
 $MN \cap C(D, r) = \{ \}$

KL Recta secante a la circunferencia,  
ya que la intersección entre ambas  
figuras son dos puntos (K y L)

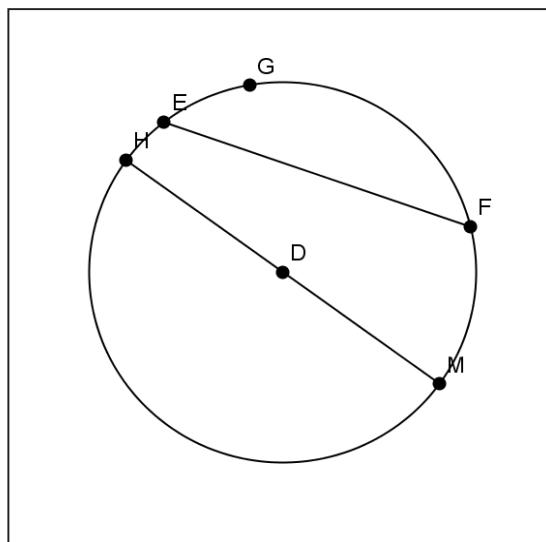
EJ Recta tangente a la circunferencia  
ya que  
 $EJ \cap C(D, r) = \{J\}$

## Propiedad de la tangente a una circunferencia

Toda recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio que pasa por el punto de tangencia.



## Arcos, cuerdas segmentos circulares y sectores circulares



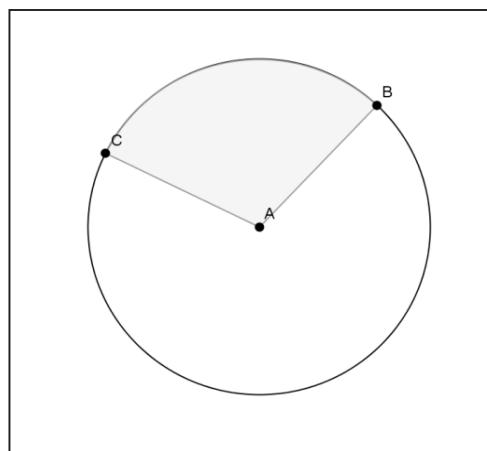
$\overline{EF}$  Cuerda

$\overline{HM}$  Es la mayor de las cuerdas.

$\overline{HM}$  se llama Diámetro

$\widehat{EGF}$  Arco de circunferencia

Sector circular: CAB



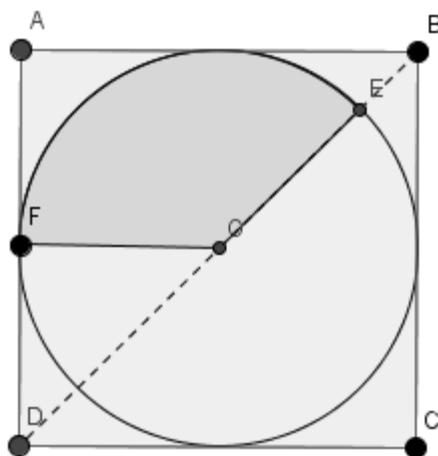
## Ejercicio 22

Se va a construir una mesa grande para una sala de conferencias. La mesa tendrá forma de rectángulo con dos semicírculos en los extremos. Debe tener un perímetro de 15 m. El área de la porción rectangular tiene que ser el doble de la suma de las áreas de los dos extremos. Encuentra la longitud  $l$  y el ancho  $w$  de la parte rectangular.

## Ejercicio 23

Una circunferencia está inscripta en un cuadrado de área  $144 \text{ cm}^2$  como se indica en la figura, se pide:

- Calcular el área del círculo y la longitud de la circunferencia.
- Determinar la longitud de la diagonal del cuadrado.



## Ejercicio 24

De un cuadrado de diagonal igual a  $2\sqrt{2}$  cm, se recorta de cada uno de sus vértices  $\frac{1}{4}$  de círculo de 0.5 cm de radio. Calcular el valor exacto del área de la figura que se obtiene luego de dichos recortes.

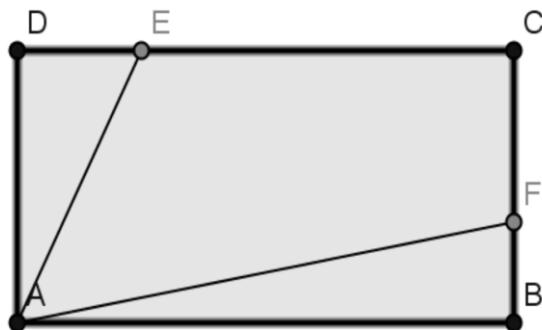
### Nota histórica

En un papiro egipcio conocido como Rhind, fechado alrededor de 1650 a.C.(copia de otro anterior ), se plantean problemas para determinar el volumen de silos cilíndricos para guardar granos. Un escriba llamado Ahmés para obtener la superficie del círculo y poder resolver el problema anterior logró una primera aproximación del número que hoy conocemos como  $\pi$

$$\pi = 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089986280348253421170679$$

## PROBLEMAS DE APLICACIÓN

### Problema 1



En el rectángulo ABCD, se sabe:

$$5 \cdot \overline{AB} = 12 \cdot \overline{BC}$$

El triángulo ADE es isósceles de  $450 \text{ cm}^2$  de área y  $\overline{CB} = 3 \cdot \overline{FB}$ . Calcula el área de AFCE.

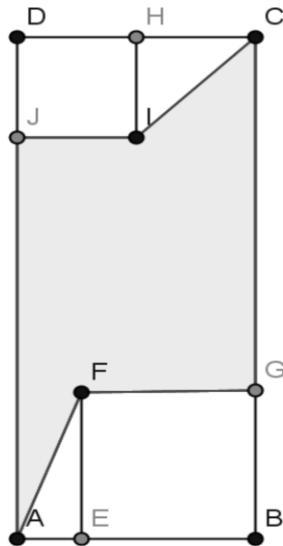
**Respuesta:** área de AFCE es  $1350 \text{ cm}^2$

### Problema 2

En el rectángulo ABCD de  $84 \text{ cm}$  de perímetro,  $\overline{BC} = 2 \cdot \overline{AB}$ . Sobre  $\overline{AB}$  se dibujan un cuadrado de  $100 \text{ cm}^2$  de área y un triángulo.

Sobre  $\overline{CD}$  se dibujan un cuadrado de  $36 \text{ cm}^2$  de área y un triángulo.

¿Cuál es el área de la región sombreada?

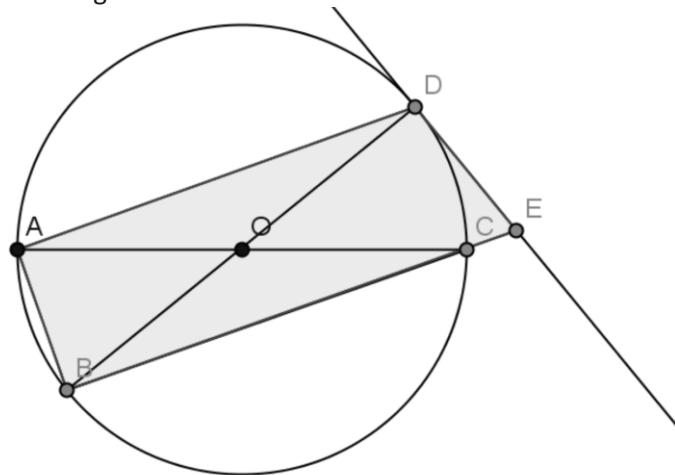


**Respuesta:**  $212 \text{ cm}^2$

### Problema 3

En la circunferencia de centro O se marcan los puntos A, B, C; D de modo que el ángulo  $\angle AOB = 40^\circ$ ,  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  son diámetros.

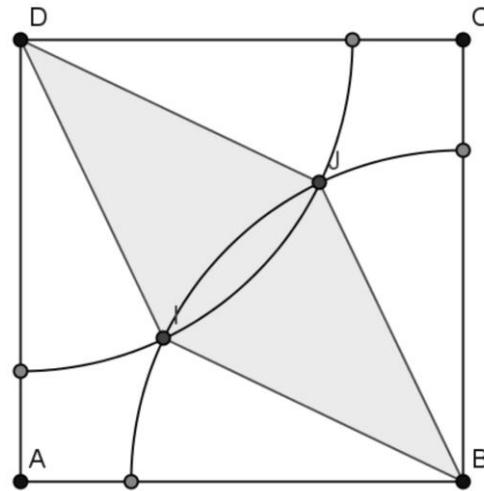
Por D se traza la recta tangente a la circunferencia. La semirrecta  $\overrightarrow{BC}$  corta a esa recta tangente en el punto E. ¿Cuánto miden los ángulos interiores del cuadrilátero ABED?



**Respuesta:**  $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ ,  $\hat{D} = 110^\circ$ ,  $\hat{E} = 70^\circ$

### Problema 4

El cuadrado ABCD tiene 48 cm de perímetro. Con centro en los vértices B y D se trazan arcos de circunferencias de 9 cm de radio. Estos arcos se cortan en los puntos I y J. ¿Cuál es el área del cuadrilátero BIDJ?



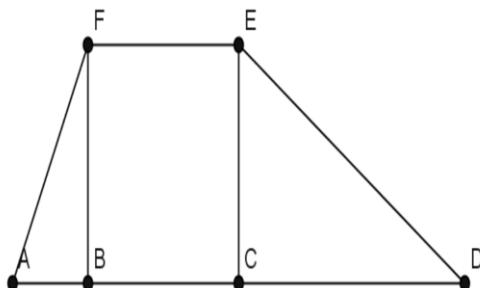
**Respuesta:** Área del cuadrilátero BIDJ =  $36\sqrt{2} \text{ cm}^2$  (Es un rombo)

### Problema 5

Área del cuadrilátero ADEF =  $624 \text{ cm}^2$ . Área del ABF =  $\frac{1}{3}$  área del rectángulo BCEF

$$\text{Área del } CDE = \frac{5}{6} \text{ área del rectángulo } BCEF .$$

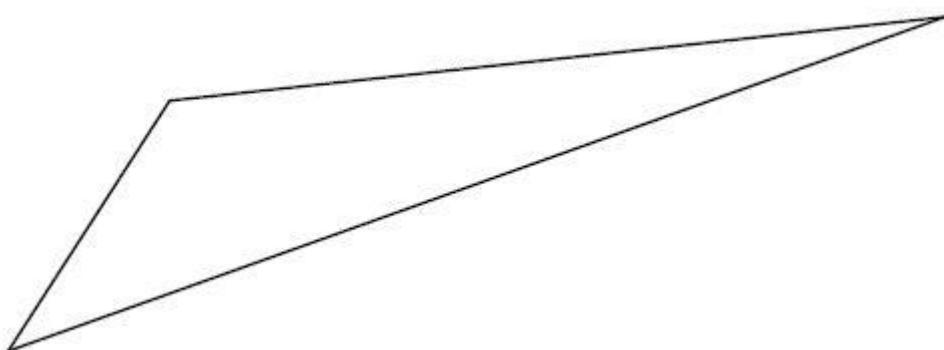
Perímetro del cuadrilátero BDEF= 116 cm . Perímetro del CDE = 80 cm. Perímetro del ABF = 48 cm  
 ¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero ADEF?



**Respuesta:** 132 cm

### Problema 6

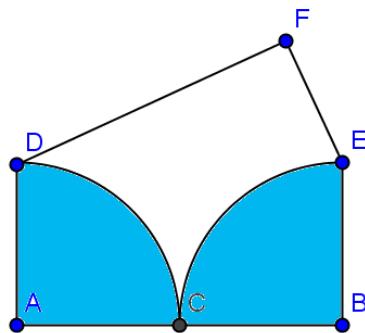
Raúl les dijo a sus cuatro nietos que había estado cortando el césped de su jardín, pero como estaba muy cansado no había terminado y les pide entonces que terminen de cortar el sector restante. Cuando los chicos se dispusieron a hacer el trabajo, se encontraron con un sector triangular. Disponiendo de una soga que alcanza para cubrir cuatro veces el perímetro del sector, ¿cómo hicieron los chicos para dividirse el trabajo por igual?  
 Intenta varias posibilidades.



Tomado del artículo “La aplicación de la geometría en un problema de la vida cotidiana de los ingresantes a las carreras de ingeniería” de las III Jornadas de experiencias innovadoras en educación en la fceia, autores D’agostini, Viviana, Demti, Graciela y Pérez, Mariana del valle

### Problema 7

Los arcos DC y EC son cuartos de circunferencia de igual radio. EF es perpendicular a DF,  $\overline{EF} = 12 \text{ cm}$ . El perímetro de la región sombreada es 71,4 cm.  
 ¿Cuál es el área y cuál el perímetro de la región no sombreada?

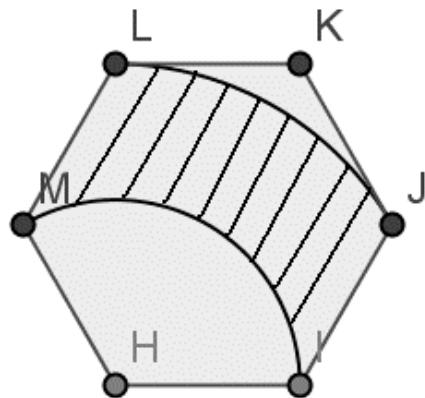


**Respuesta:** área  $139 \text{ cm}^2$  y perímetro  $59,4 \text{ cm}$

Estos problemas son un poco más complejos pueden resolverlos luego de ver el capítulo de trigonometría.

### Problema 8

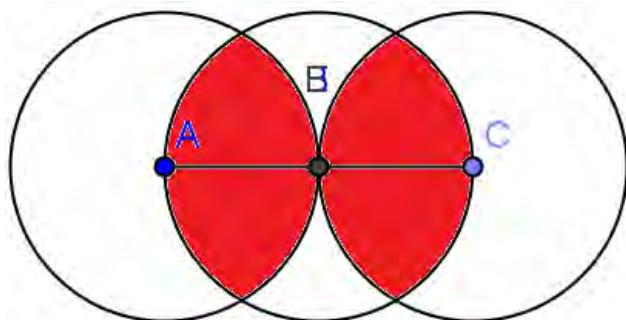
HJKLM es un hexágono regular de 12 cm de lado Ml es un arco de circunferencia de radio Hí, LJ es un arco de circunferencia de radio HL?. ¿Cuál es el área de la región rayada?



**Respuesta:**  $199,92 \text{ cm}^2$  Las respuestas son tomando  $\pi = 3,14$

### Problema 9

Las circunferencias, de centros A, B y C tienen radio igual a  $\overline{AB}$ . El círculo de centro A y radio  $\overline{AB}$  tiene  $452,16 \text{ cm}^2$  de área. ¿Cuál es el área de la región no sombreada? (Considera 3,14 como aproximación del número  $\pi$ )



**Respuesta =**  $649,44 \text{ cm}^2$

# MÓDULO 3

## MOVIMIENTOS Y SEMEJANZA

### MOVIMIENTOS EN EL PLANO

Estudiaremos los movimientos de figuras en el plano. En un movimiento la única transformación que se observa es el cambio de posición, es decir la figura no se deforma.

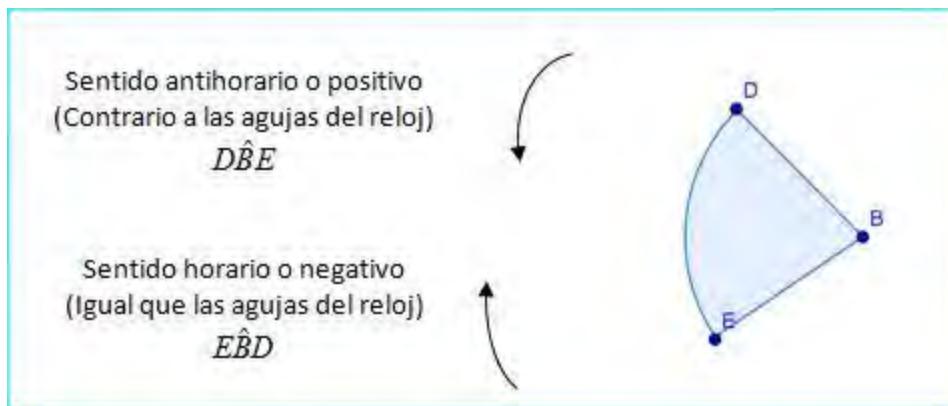
Es por ello que a estas transformaciones las denominamos MOVIMIENTOS RÍGIDOS.

#### ROTACIÓN

Frecuentemente observamos objetos que giran alrededor de un punto “O”. Ejemplos: las agujas del reloj, las aspas de un ventilador, una puerta giratoria. Otro movimiento que a veces registran los objetos los conocemos como movimientos de vaivén como es por ejemplo el limpiaparabrisas. Estas situaciones nos permiten introducirnos en un movimiento que denominaremos GIROS o ROTACIONES.

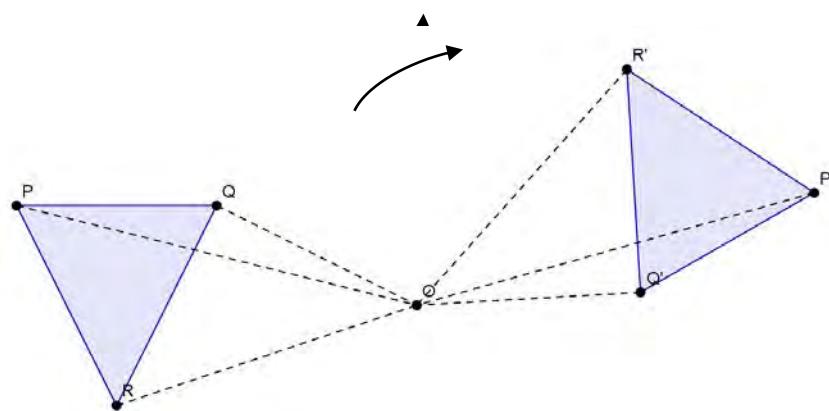
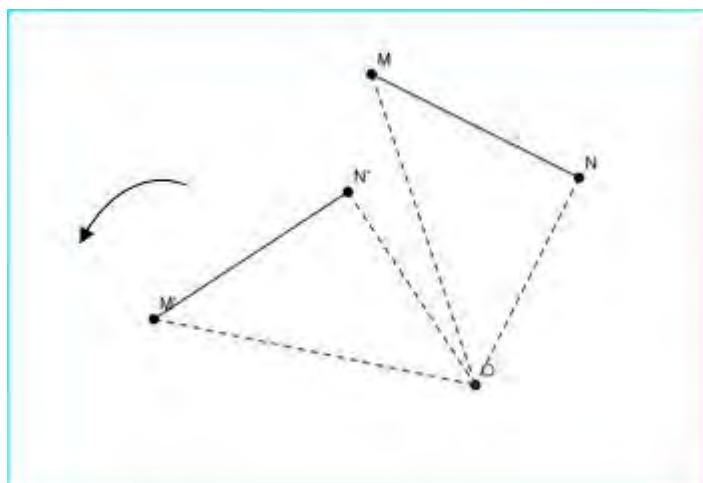
#### Ángulo orientado:

Los ángulos se pueden graficar siguiendo dos sentidos, horario u antihorario. Lo indicaremos de la siguiente manera:



**Definición:** se llama rotación de centro “O” y ángulo de giro  $N\hat{O}N'$  (Antihorario o sentido positivo) a la transformación del plano en sí mismo que a todo punto N del mismo le hace corresponder un punto  $N'$  tal que  $\overline{ON}=\overline{ON'}$  y  $N\hat{O}N'$  es el ángulo de giro. Veamos el gráfico que transforma al segmento  $MN$  en  $M'N'$ .

**R (O, + 60º)** Indica una rotación en sentido antihorario

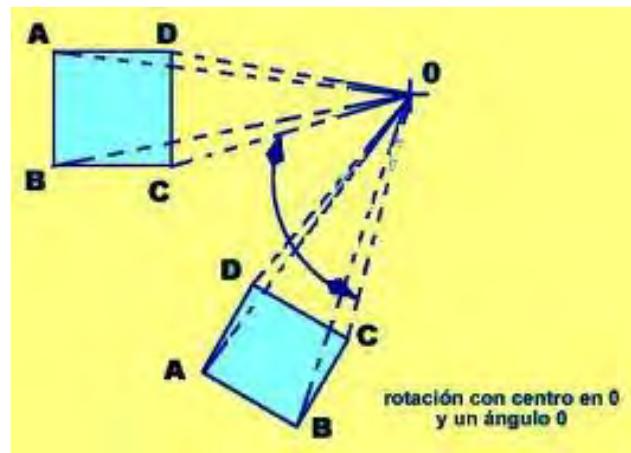


**R (O, - 150º)** Indica una rotación en sentido horario

En este caso la rotación del triángulo PQR es de 150º alrededor del punto “O” y en sentido horario transformándolo en el triángulo P'Q'R'

## Ejercicio 1

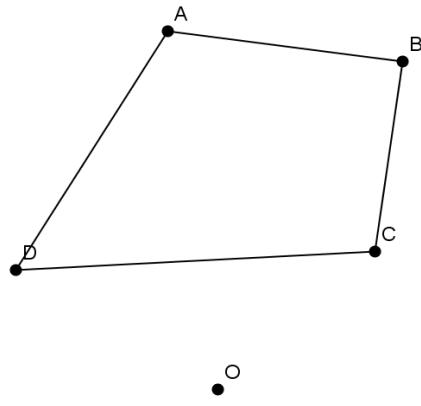
La siguiente figura se copió de una página Web ¿Te parece correcta? Argumenta tu respuesta



## Ejercicio 2

Aplicarle al cuadrilátero ABCD:

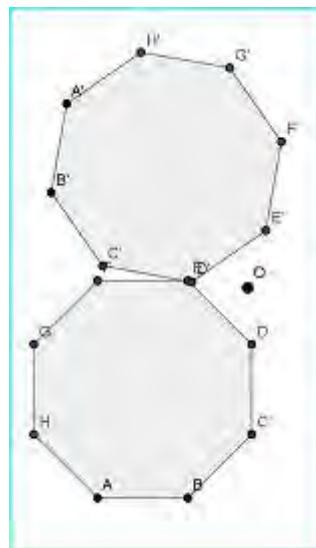
- a)  $R(O, +120^\circ)$       b)  $R(O, -60^\circ)$



### Ejercicio 3

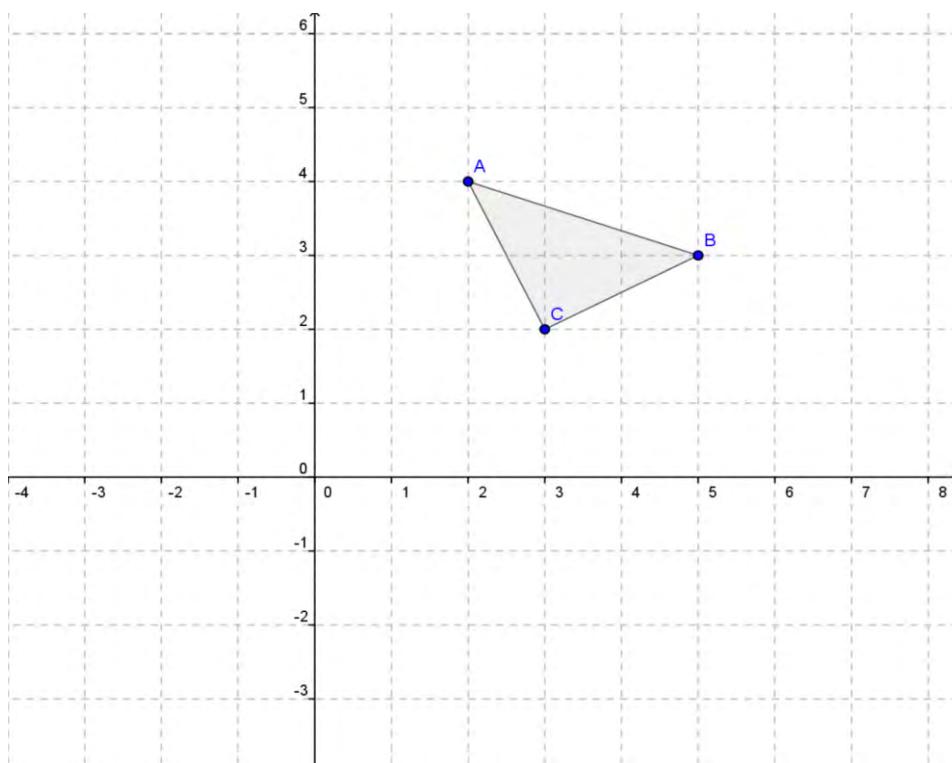
Determinar que rotación se le aplicó al octógono ABCDEFGH para obtener el A'B'C'D'E'F'G'H'.

Hacer los trazos correspondientes.

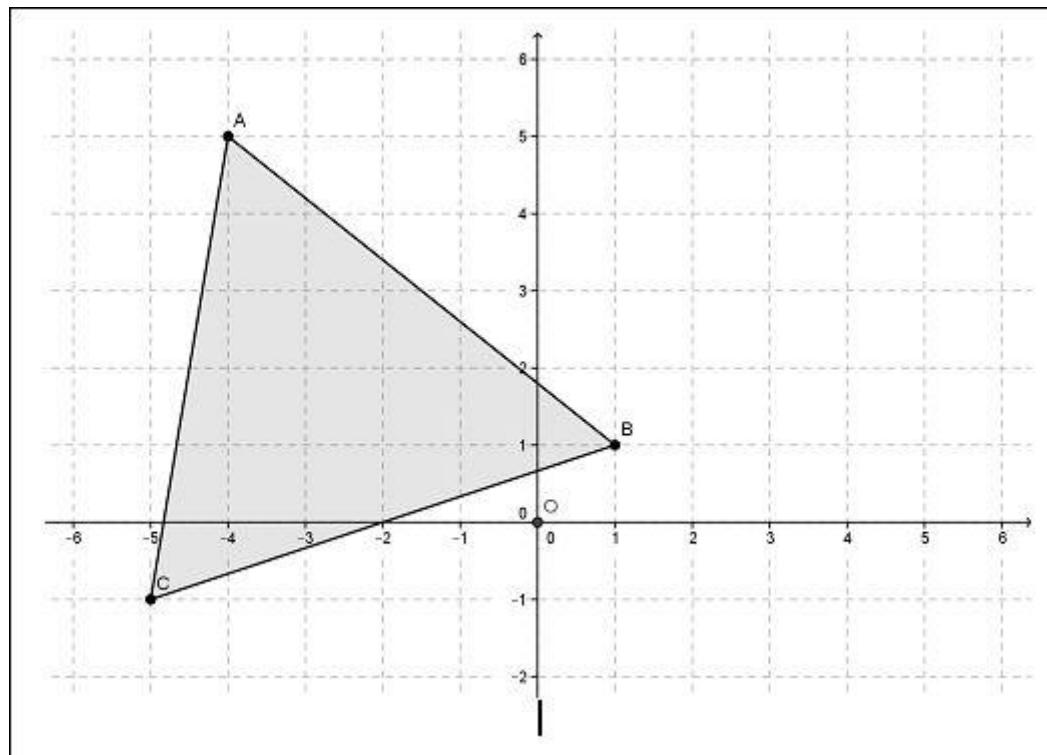


### Ejercicio 4

a) Aplicarle al triángulo ABC una Rotación cuyo centro coincide con el origen de coordenadas de  $80^\circ$  sentido antihorario



b) Hallar gráficamente el triángulo transformado del  $\triangle ABC$  a través de la rotación o giro con centro en el origen y ángulo de  $-90^\circ$  (Hazlo en esta misma hoja) (Ten cuidado con el sentido de giro)



c) Para el triángulo del ejercicio b) Escribir las coordenadas de los vértices del triángulo transformado  $A'B'C'$

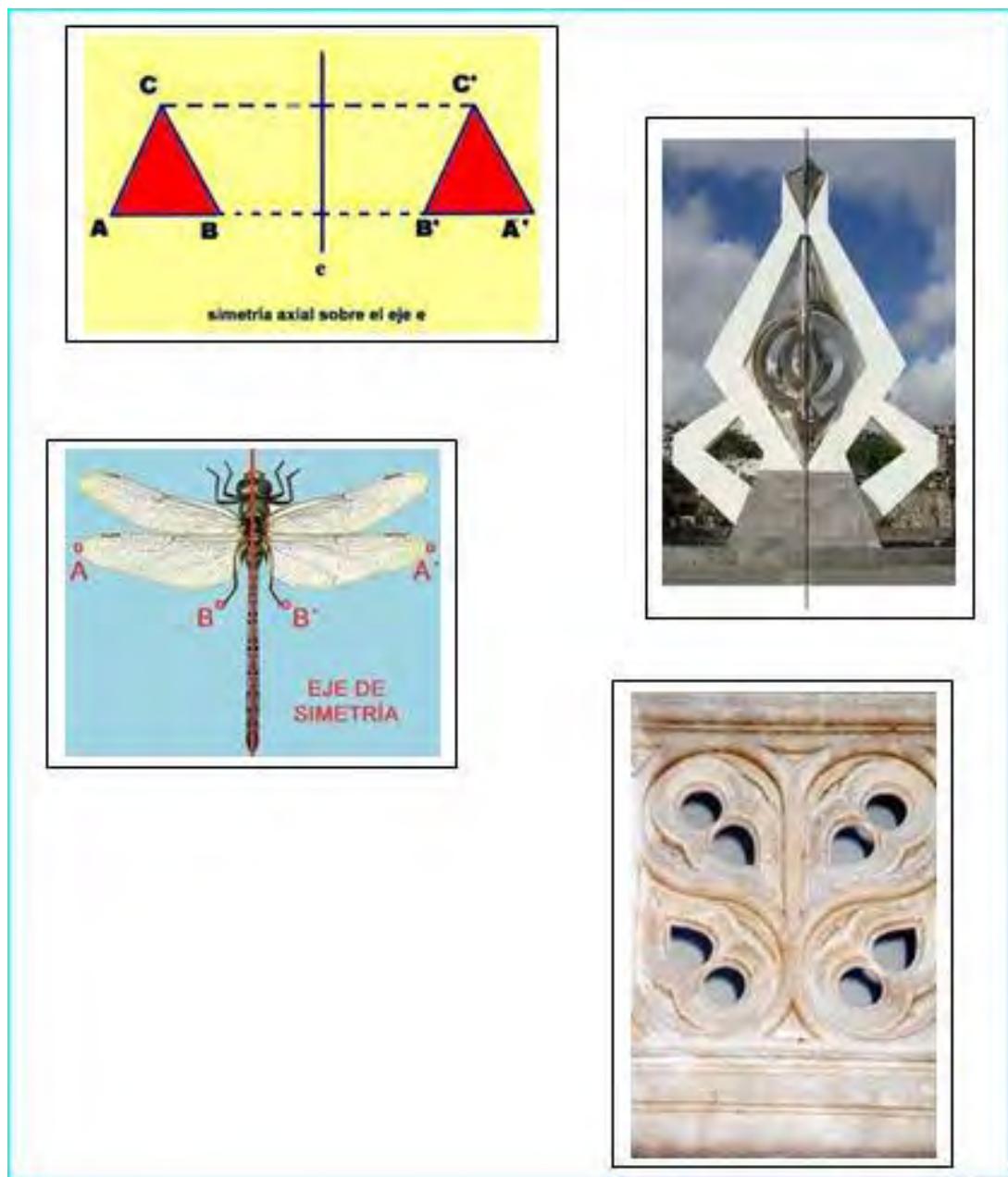
Calcula la medida del lado  $\overline{A'B'}$

# SIMETRÍAS

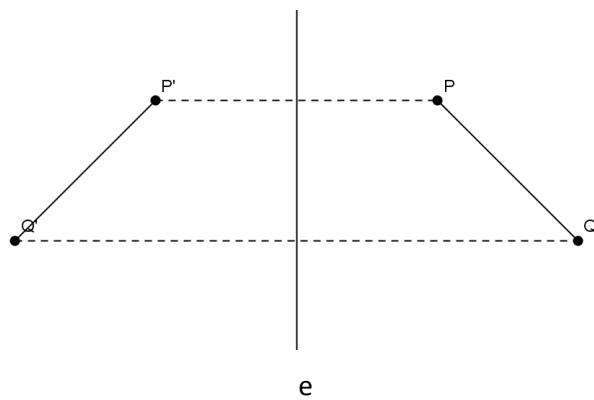
## Simetría Axial

Si dibujamos sobre un papel alguna figura y doblamos el papel de modo que la figura quede en una de las caras del mismo, y calcamos la figura en la otra parte de la hoja obtenemos una figura simétrica respecto de la primera con respecto a un eje que en este caso está representado por la recta determinada por el doblez de la hoja.

Veamos algunas imágenes de figuras simétricas respecto de un eje (Recta)

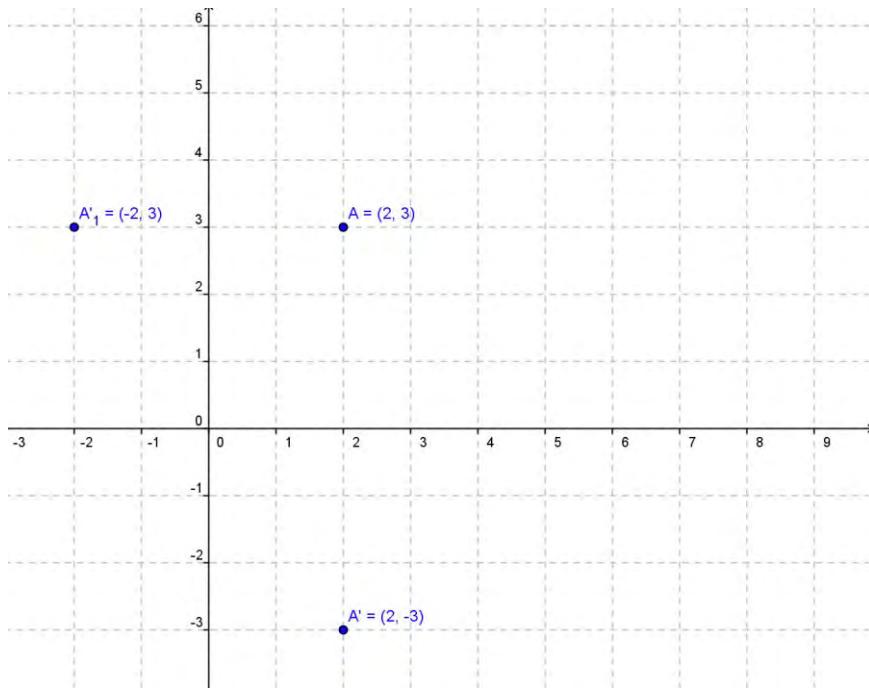


Notación  $\overline{PQ}$  Se  $\overline{P'Q'}$



**Definición:** Se llama simetría axial de eje “e” a la transformación del plano en sí mismo que a todo punto  $P$  le hace corresponder un punto  $P'$  de modo tal que la recta “e” es la mediatrix del segmento  $PP'$ .

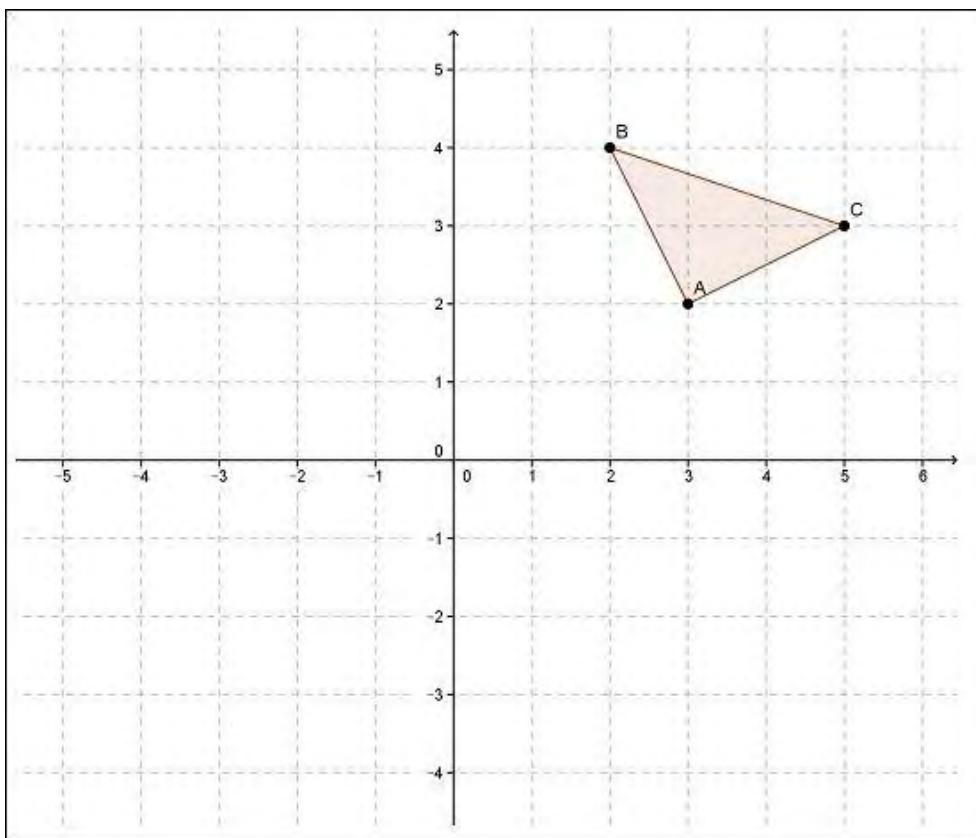
Al construir el simétrico, resulta que el segmento  $\overline{PP'}$  es perpendicular al eje “e” y la distancia entre el eje “e” y el punto  $P$  es la misma que la distancia entre el eje “e” y el punto simétrico  $P'$ .



Si un punto se refleja con el eje de ordenadas, (el eje y es el eje de simetría) las primeras componentes de los pares cambian por sus opuestas y las segundas permanecen igual (puntos  $A$  y  $A'_1$  de la figura). En cambio, si el eje de simetría es el eje de abscisas las que cambian por sus opuestas son las segundas componentes mientras que las primeras permanecen igual (puntos  $A$  y  $A'$  de la gráfica)

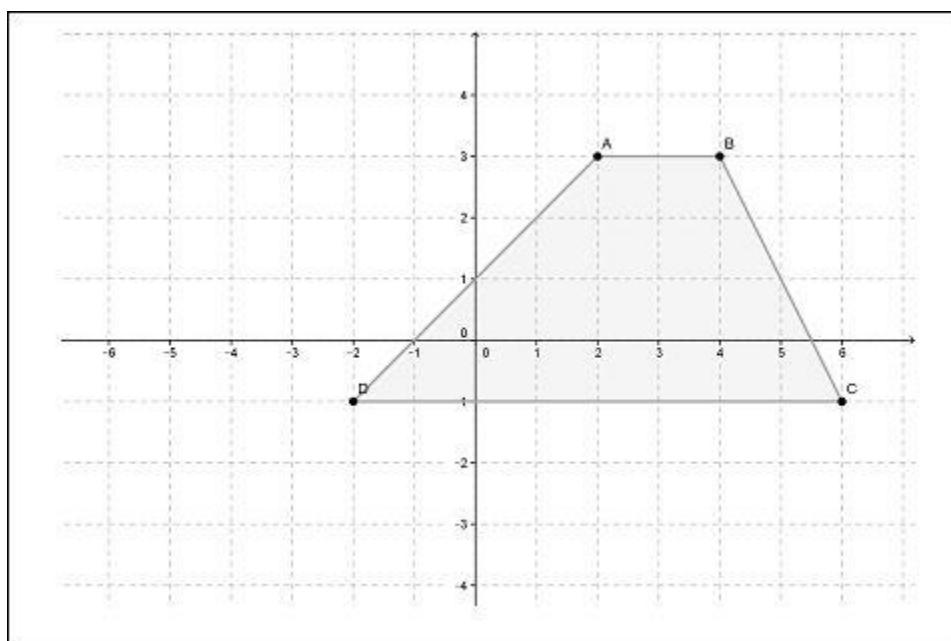
## Ejercicio 5

Aplicarle al triángulo ABC una simetría de eje de ordenadas y otra de eje de abscisas. Indicar las coordenadas de todos los puntos.



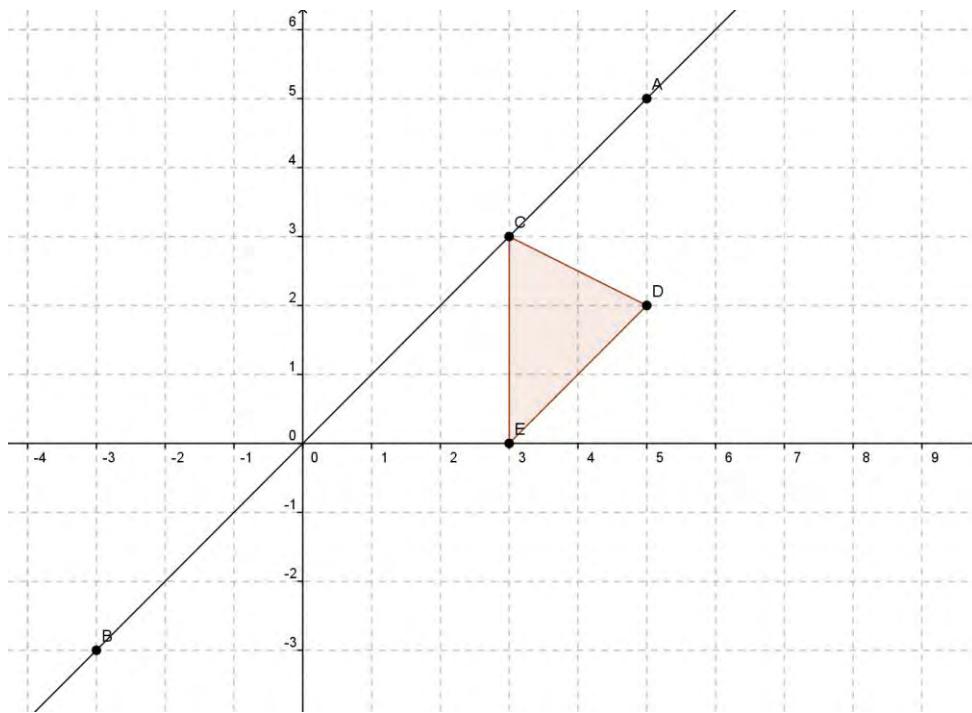
## Ejercicio 6

Aplicarle al trapezoio ABCD una simetría de eje "y"



## Ejercicio 7

Hallar el triángulo simétrico respecto de la recta AB (Bisectriz del cuadrante). Escribir las coordenadas de todos los puntos.



Explica con tus palabras la relación entre las coordenadas de cada punto y de su simétrico respecto de la recta de ecuación  $y = x$ , bisectriz del primer y tercer cuadrante.

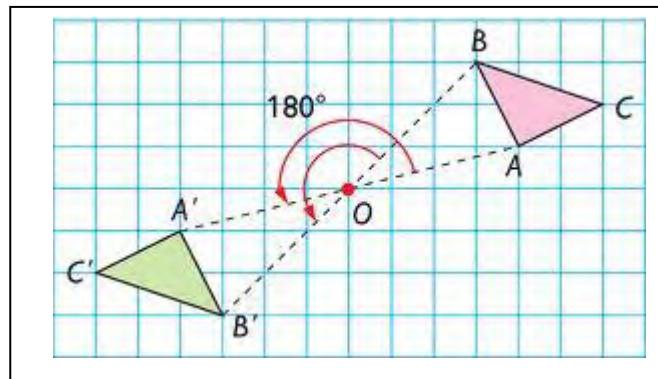
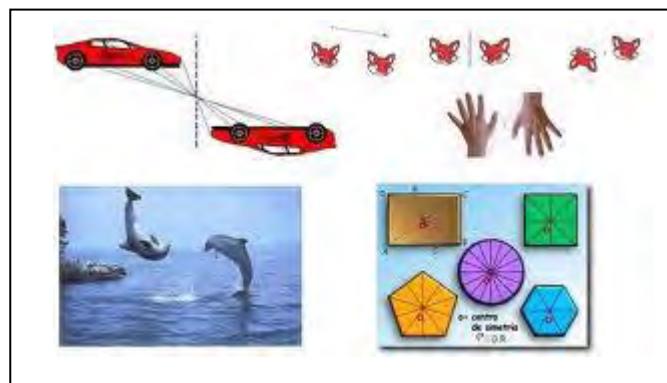
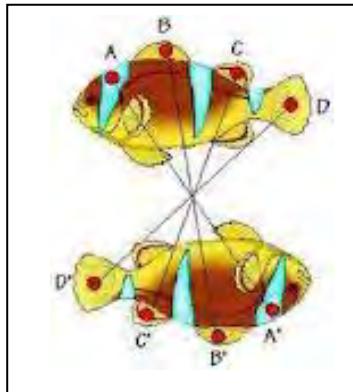
.....

.....

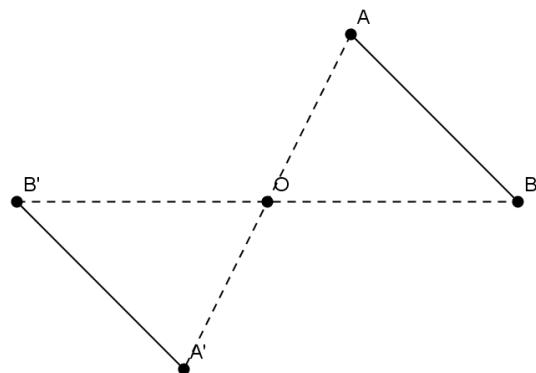
.....

.....

## Simetría Central

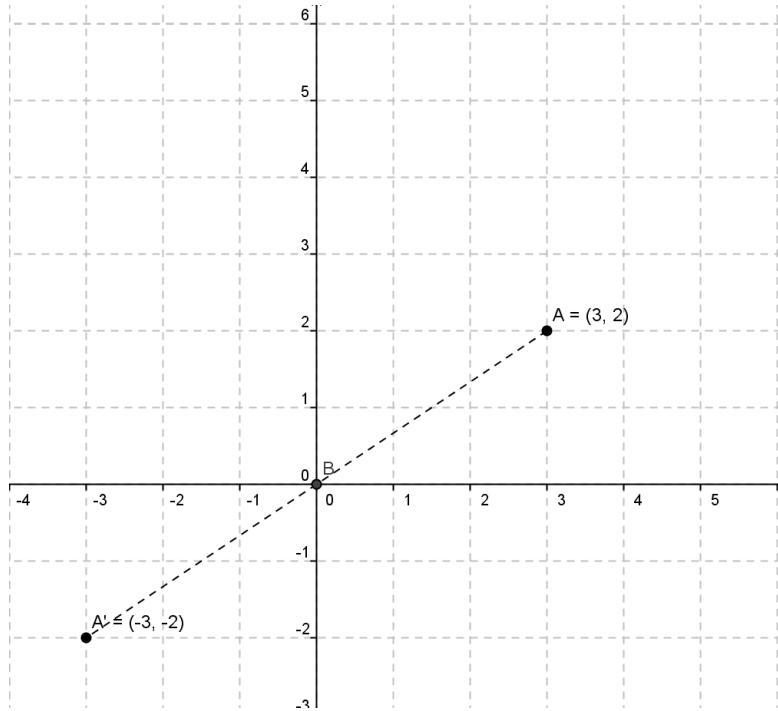


Si a una figura le aplicamos un giro de  $180^\circ$  se obtiene un nuevo movimiento del plano que denominamos SIMETRÍA CENTRAL



Notación: So (Simetría de centro O)

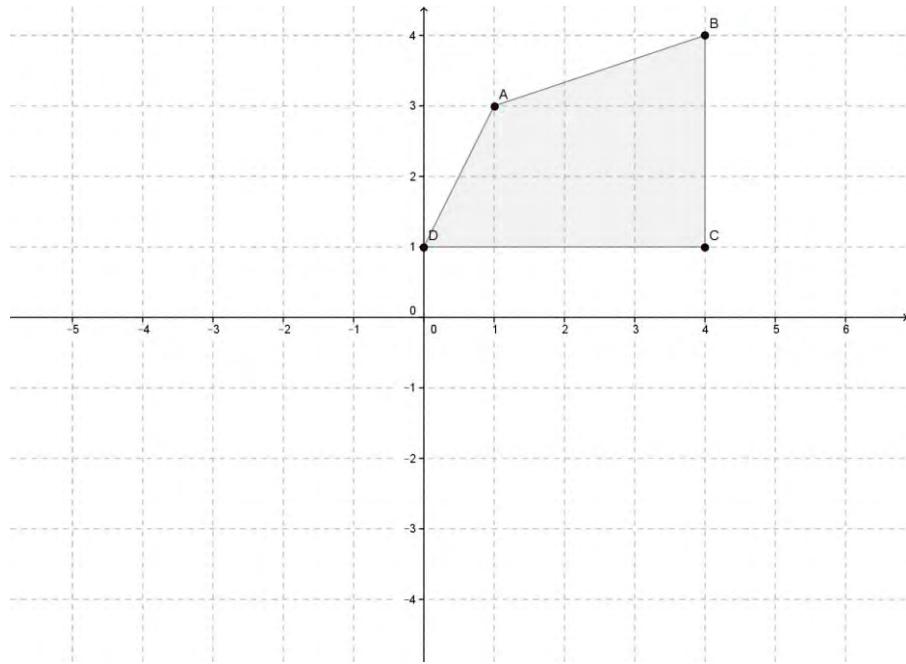
**Definición:** se llama simetría de centro O a la transformación del plano en sí mismo, que a cada punto A le hace corresponder un punto A' del mismo plano tal que las semirrectas  $\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OA'}$  son opuestas y  $\overline{OA} = \overline{OA'}$



Si un punto es simétrico respecto a  $(0;0)$  ambas coordenadas cambian por los números opuestos, como se observa en la figura.

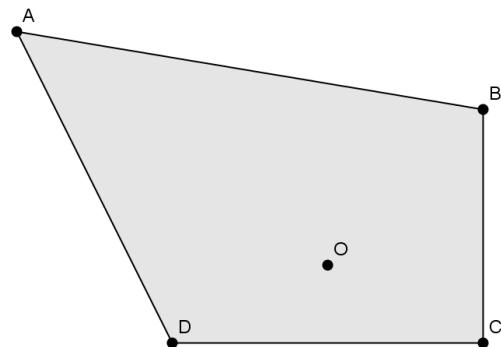
### Ejercicio 8

Hallar la simetría central del cuadrilátero ABCD respecto al origen  $(0; 0)$ . Indicar las coordenadas de todos los puntos.



### Ejercicio 9

Hallar el simétrico del ABCD respecto a la simetría central, de centro O.

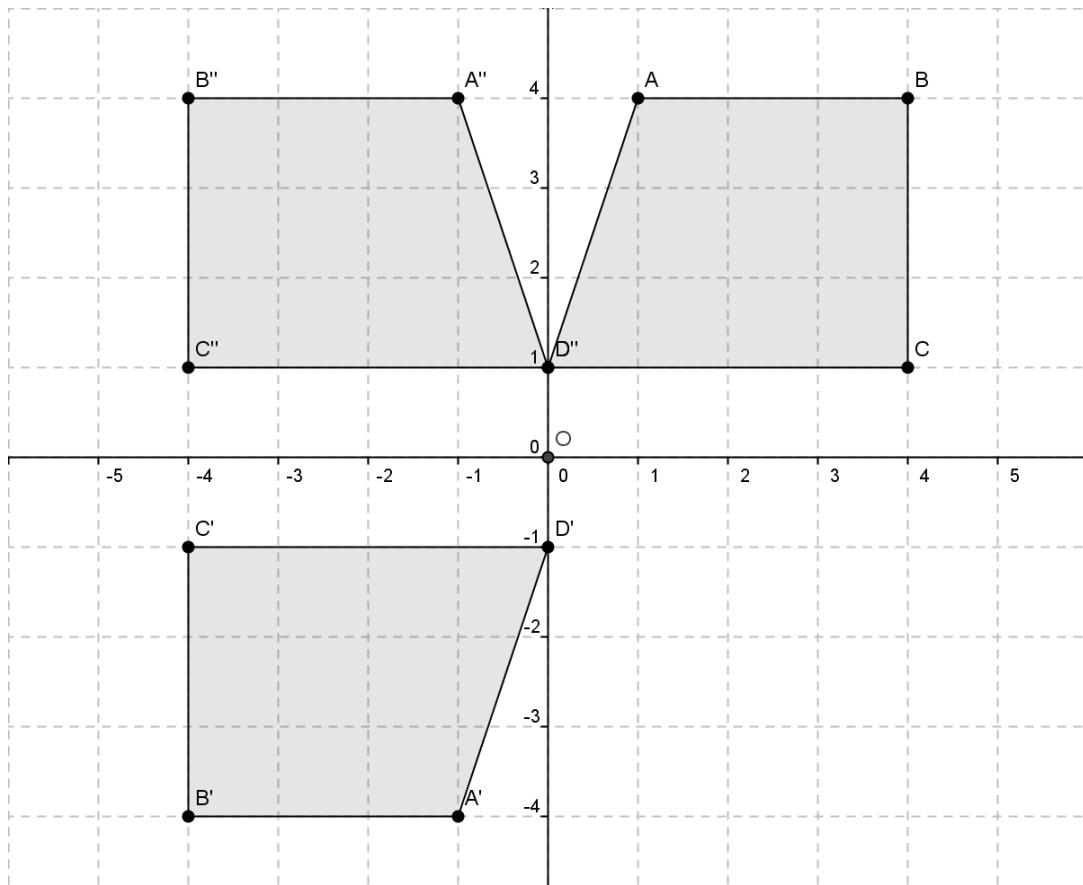


### Ejercicio 10

Al cuadrilátero del ejercicio 9 aplicarle una simetría de centro B, a la figura obtenida aplicarle una simetría respecto al eje DC.

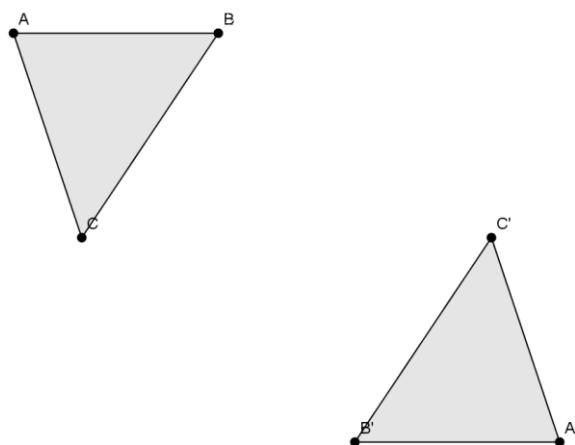
## Ejercicio 11

Indicar que movimientos se aplican y en qué orden para obtener el cuadrilátero  $A''B''C''D''$  a partir del ABCD



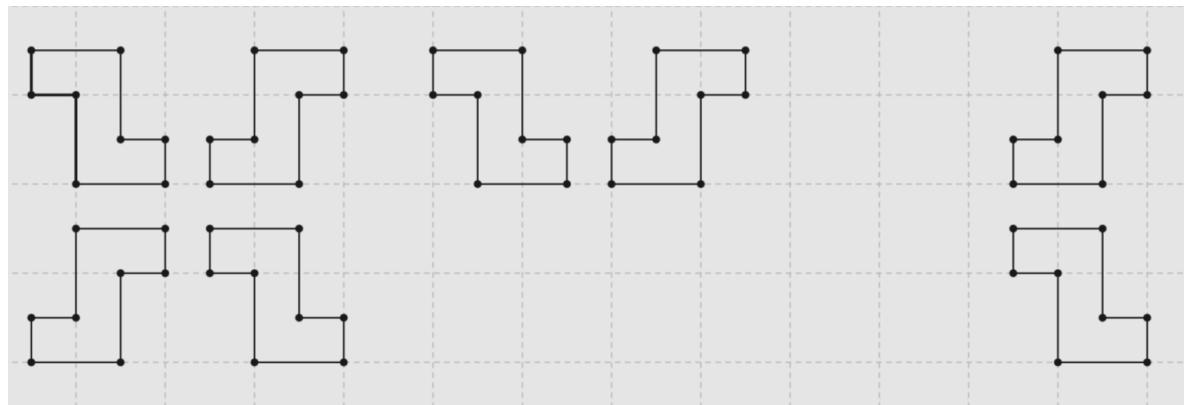
## Ejercicio 12

Encontrar el centro de simetría.

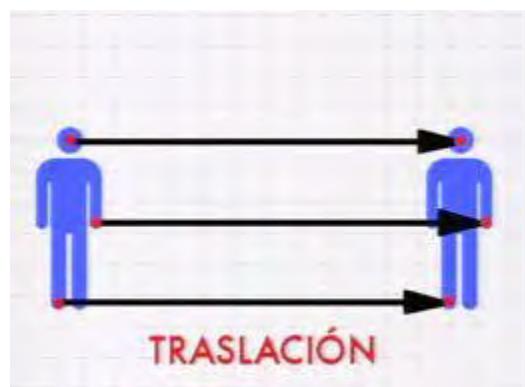


## Ejercicio 13

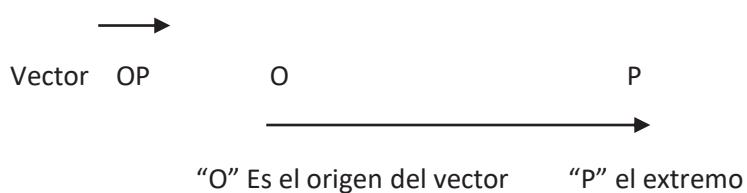
Completen el siguiente diseño aplicando simetrías centrales o axiales



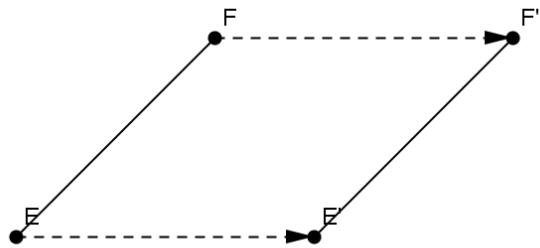
## TRASLACIÓN



Todo segmento orientado se denomina VECTOR

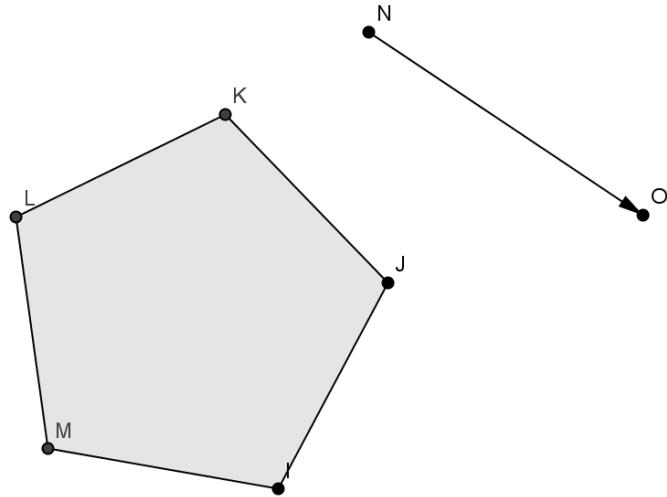


Se llama **traslación** de vector  $\overrightarrow{GH}$  a la transformación del plano en sí mismo, que a cada punto F le hace corresponder como imagen otro punto F' del mismo plano tal que  $\overrightarrow{FF'} = \overrightarrow{GH}$



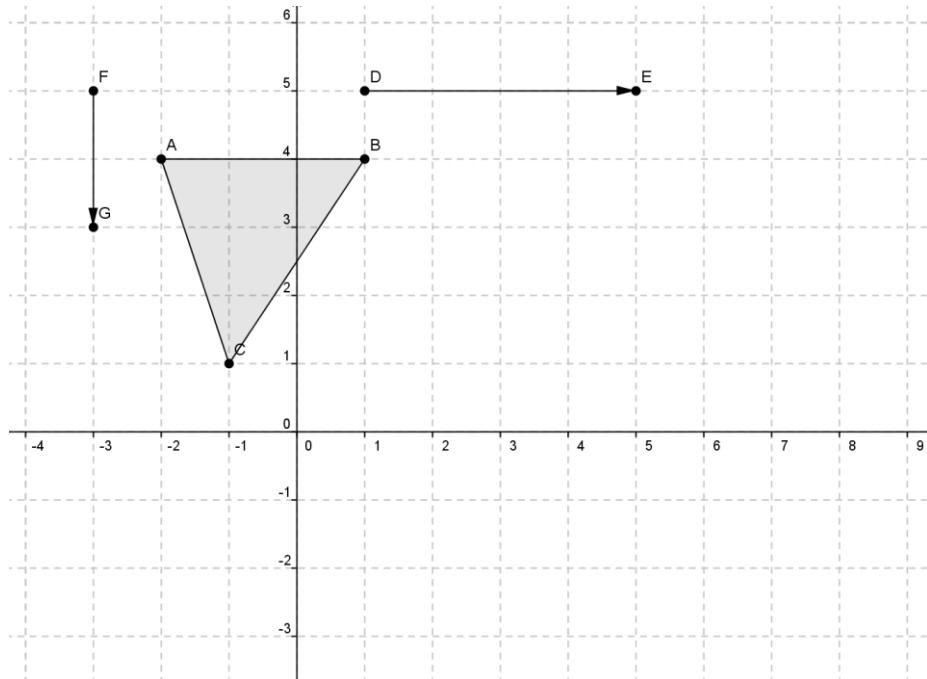
### Ejercicio 14

Aplicarle al pentágono regular la traslación del vector indicado.



### Ejercicio 15

Trasladar el triángulo ABC primero según el vector horizontal  $\overrightarrow{DE}$  y a la figura obtenida aplicarle la traslación del vector vertical  $\overrightarrow{FG}$ .

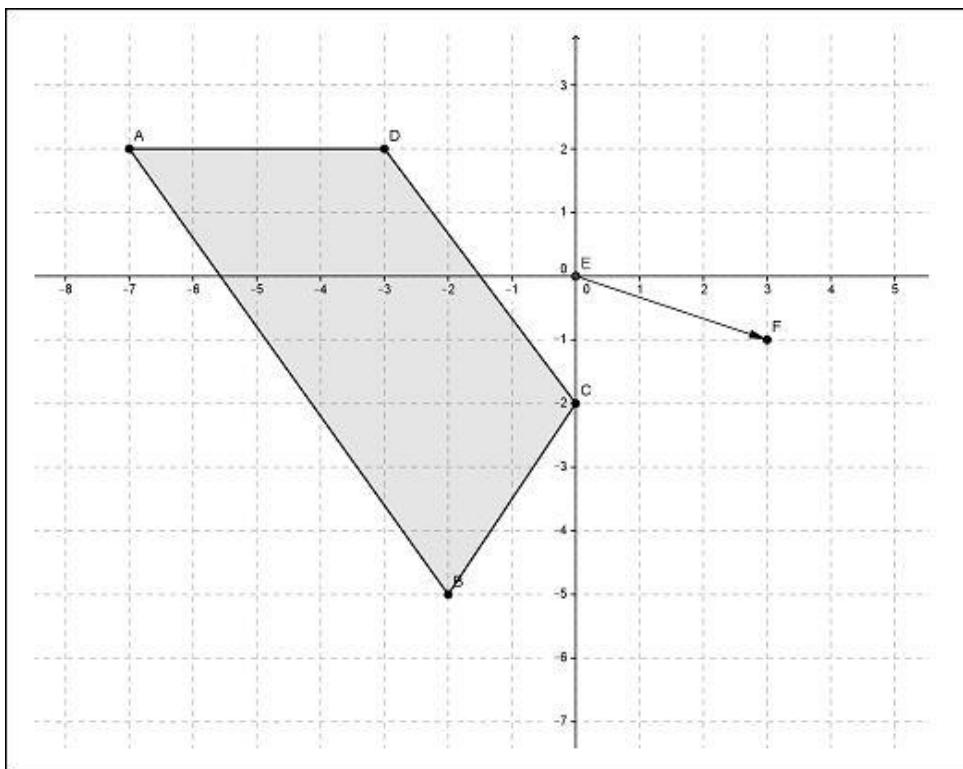


### Ejercicio 16

a) Hallar gráficamente el cuadrilátero transformado del cuadrilátero ABCD a través de la traslación de vector  $\overrightarrow{EF}$  de la figura.

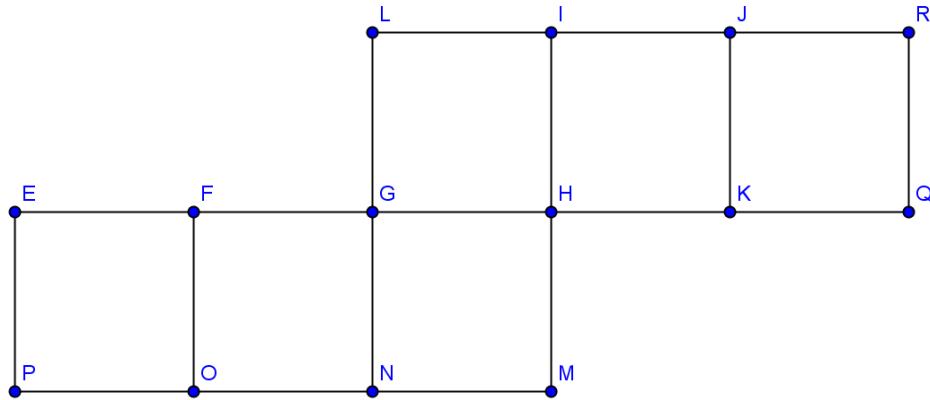
b) Escribir las coordenadas de los vértices del cuadrilátero transformado  $A'B'C'D'$

Calcula la medida del lado  $\overline{A'B'}$  ¿Qué relación tiene con la medida del lado  $\overline{AB}$ ?



## Ejercicio 17

Dada la siguiente figura



Completar las afirmaciones siguientes de, manera que los cuadrados dados se correspondan a través de alguno de los movimientos estudiados.

Ejemplo:

El cuadrado IJKH se transforma en el JRQK a través de una traslación de vector  $\overrightarrow{IJ}$

Ten en cuenta que el orden en que se nombran los vértices corresponde a los transformados de los originales, en el ejemplo anterior J es el transformado de I , R es el transformado de J, Q es el transformado de K, K es el transformado de H

a) El cuadrado IJKH se transforma en el RJKQ a través de .....

b) El cuadrado LIHG se transforma en el ..... a través de una simetría de eje GH

c) El cuadrado EFOP se transforma en el OFGN a través de .....

d) El cuadrado LIHG se transforma en el NOFG a través de .....

e) El cuadrado LIHG se transforma en el EFOP a través de .....

f) El cuadrado FGNO se transforma en el HGNM a través de .....

g) El cuadrado HIJK se transforma en el ..... a través de R ( K ; - 90º).....

h) El cuadrado GNMH se transforma en el ..... a través de una traslación de vector  $\overrightarrow{MH}$

# FIGURAS SEMEJANTES

¿Qué significa que dos figuras geométricas sean semejantes?

En el lenguaje cotidiano usamos la palabra “semejante” con el significado de “similar, parecido, igual, etc.” aplicado a objetos o personas.

Se dice que las figuras que tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño son figuras semejantes.

En la vida diaria, al ampliar o reducir una fotografía, en una maqueta de un monumento histórico, en copias de cuadros famosos, en reproducciones de modelos de automóviles, en los mapas y planos, contemplamos figuras semejantes.

En Matemática el concepto de semejanza está ligado al concepto de **proporcionalidad**.

Recordemos algunas definiciones

**Razón:** es el cociente entre magnitudes a y b que pueden ser números, distancias, peso, etc.

$$\frac{a}{b}$$

**Proporción:** es la igualdad entre dos razones:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

En toda proporción se cumple que el producto de los términos medios es igual al producto de los extremos:  $b \cdot c = a \cdot d$

## Curiosidad Geométrica

Existe en geometría una razón entre segmentos que recibe un nombre especial

**Razón Áurea.** Se conoce con este nombre a la razón que guardan dos segmentos a,

b tales que:  $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$ , siendo “a” el segmento de mayor longitud. Su nombre

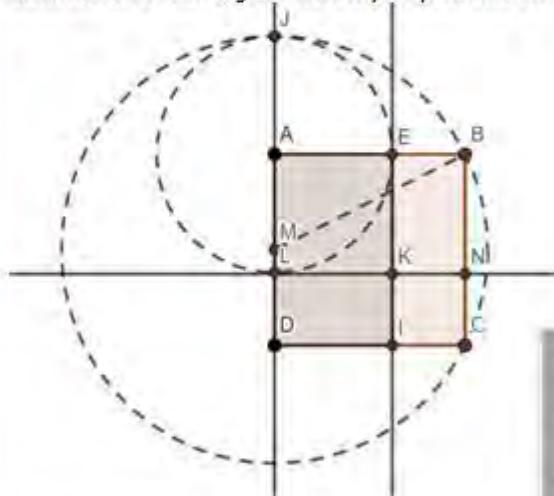
poético se debe a la presencia de la misma en numerosas construcciones arquitectónicas, obras artísticas famosas e incluso en la naturaleza. Según algunos autores aporta una gran *armonía visual*. También se la conoce como **Razón dorada, Número áureo, Divina proporción, Número de oro**. Se la denota con la letra griega  $\phi$  y es un número irracional cuyo valor se demuestra es:

$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1.61803$ . Significa entonces que las longitudes de los segmentos a y

b no son racionales, a estos segmentos se los denomina incommensurables, es decir no podemos “medir” en forma exacta su longitud. Sin embargo, se pueden obtener en forma geométrica mediante una construcción que te detallamos en el siguiente cuadro



La longitud del  $\overline{AB}$  es  $a+b$  y buscamos geométricamente el punto E. Empezamos por construir el cuadrado ABCD, buscamos el punto medio de AD (M) y trazamos la circunferencia de centro M y radio MB, la intersección de la misma con la recta AD es el punto J. Luego con centro en A, trazamos la circunferencia de radio AJ, obteniendo de esta forma el punto E. Entonces la longitud de AE es "a", y la de EB es "b". Trazamos el cuadrado AEKL y resulta el rectángulo áureo AEID, pero también lo es el LKID, inscribiendo un cuadrado en él de lado LD se vuelve a obtener otro rectángulo áureo y el proceso es indefinido.

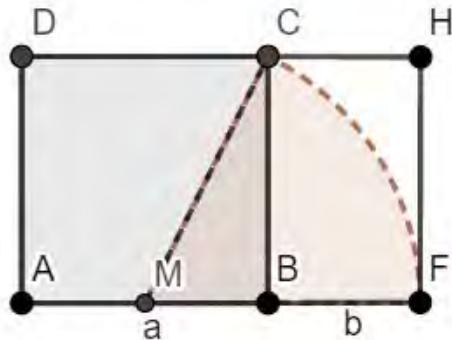


**Los rectángulos AEID y ABNL son ÁUREOS**

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{AD} = a+b \\ \overline{AE} &= a \quad \overline{EB} = b \\ \text{área } AEKL &= a^2 \\ \text{área } EBCI &= (a+b)b \end{aligned} \left. \right\} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi$$

Una forma más simple sería empezar por marcar "a" y obtener "b", como se observa en el siguiente gráfico y donde demostraremos el valor de la **Razón áurea o Número de Oro**

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$



$\overline{AB} = \overline{AD} = a$  en  $MBC$  rectángulo en  $B$  aplicamos Pitágoras:

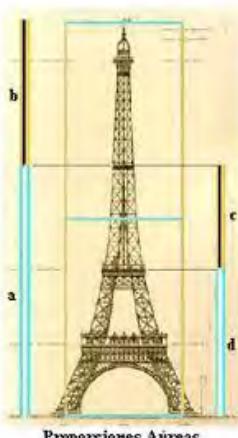
$$\overline{MC} = \overline{MF} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}a^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2} \quad \text{Luego:}$$

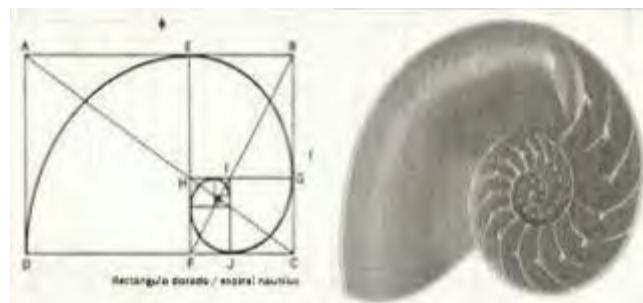
$$b = \overline{BF} = \overline{MF} - \overline{MB} = \frac{\sqrt{5}a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}(\sqrt{5} - 1)$$

$$\text{Calculemos la razón áurea } \frac{a}{b} = \frac{a}{\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1)} = \frac{2}{\sqrt{5}-1}$$

$$\text{Racionalizamos } \frac{2}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \phi$$

¿Dónde podemos observar esta Divina Proporción?

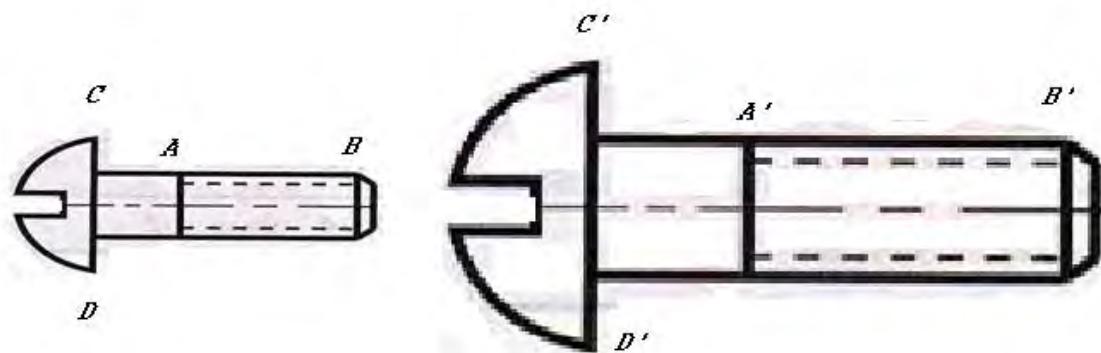




## Figuras semejantes

Definición:

Si consideramos una transformación que a partir de una de las figuras nos permita obtener la otra, definiremos como **lados homólogos** de dos figuras, a los lados de ambas que se corresponden en esa transformación.



En el gráfico anterior, las dos figuras son semejantes. El segmento  $A'B'$  es el correspondiente al  $AB$ , El segmento  $C'D'$  es el correspondiente al  $CD$ , se dice que  $A'B'$  y  $AB$  son homólogos, también  $C'D'$  y  $CD$  son homólogos.



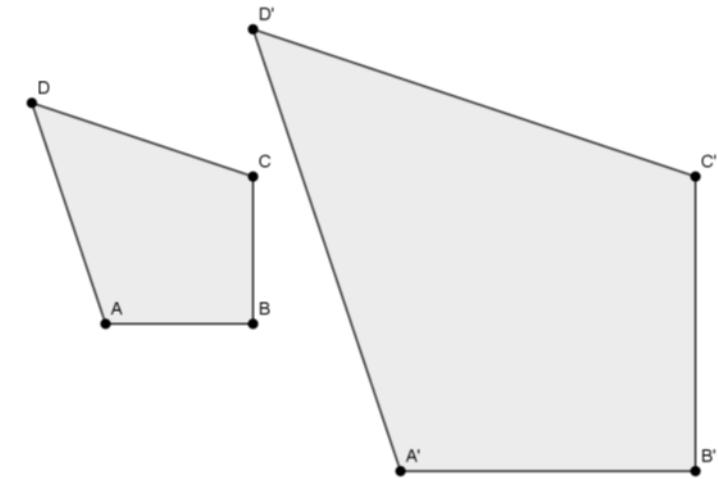
Se establece que **dos figuras son semejantes, si y solo si:**

- a) **Sus ángulos respectivos son iguales**
- b) **Sus lados homólogos son proporcionales**



Los lados homólogos de dos figuras son los lados de ambas que unen pares de vértices de ángulos respectivamente iguales.

En el ejemplo siguiente, el cuadrilátero ABCD es semejante al cuadrilátero A'B'C'D'. (Se simboliza  $ABCD \sim A'B'C'D'$ ).



Se caracterizan porque los ángulos correspondientes, de uno y otro, son iguales:

$$\hat{A} = \hat{A}'; \hat{B} = \hat{B}'; \hat{C} = \hat{C}'; \hat{D} = \hat{D}'$$

Y los lados homólogos son proporcionales

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}}$$

Y esas razones son iguales a la llamada razón de semejanza ( $r$ )

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'A'}}{\overline{DA}} = r$$

En este caso  $r = 2$

La transformación puntual que origina figuras semejantes, es la Homotecia, para mayor información sobre el tema, remitirse al Apéndice.

# ALGUNAS PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS SEMEJANTES

La razón de los perímetros de dos figuras semejantes es igual a la razón de semejanza.

La razón de las áreas de dos polígonos semejantes es igual al **cuadrado** de la razón de semejanza.

## Ejercicio 18

Dos polígonos son semejantes y dos de sus lados homólogos miden 6,5 cm y 19,5 cm.

- a) ¿Cuál es la razón entre sus perímetros?
- b) ¿Cuál es la razón entre sus áreas?

## Ejercicio 19

Un rectángulo tiene área  $6 \text{ cm}^2$ . Otro rectángulo es semejante a él con una razón de semejanza  $r = 3$ . (Cada longitud del segundo es 3 veces la del primero).

- a) ¿Cuál es el área del segundo rectángulo?
- b) Un tercer rectángulo tiene cada uno de los lados de valor la mitad del primero,  $r = 1/2$ . ¿Cuál es su área?

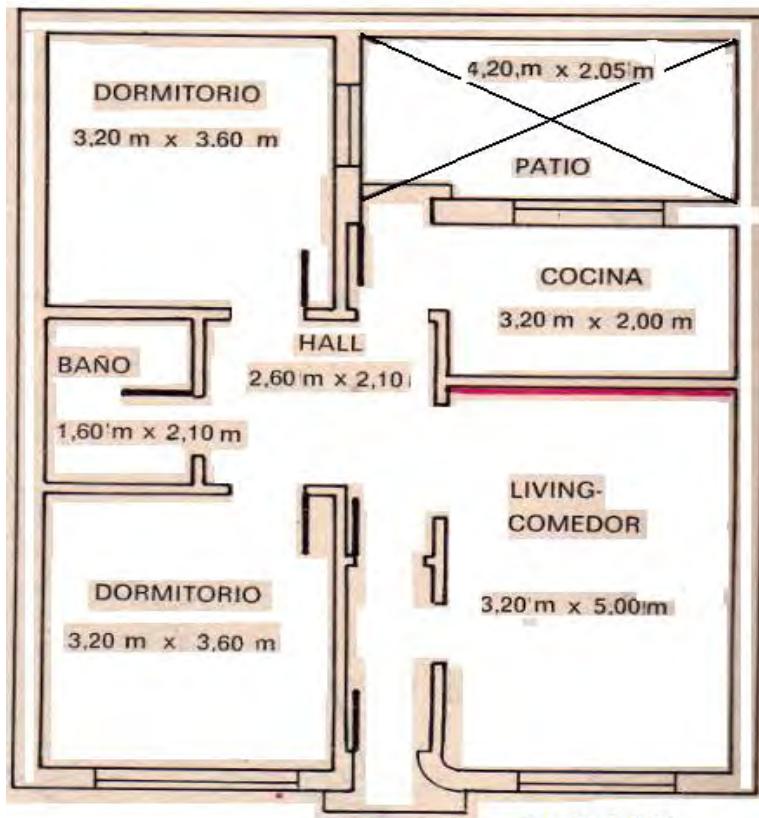
# APLICACIÓN DE LA SEMEJANZA. ESCALAS

Los mapas y los planos, en general ,(de edificios, terrenos, ciudades) son representaciones mediante figuras semejantes.

La razón de semejanza se llama **Escala**

Escala es la razón entre dos pares de segmentos homólogos: el primero es un segmento de la representación y el segundo en la realidad, homólogo con aquel.

La figura siguiente muestra una copia de un plano de un departamento en el que se empleo una escala E 1:100, significa que 1 cm del plano representa 100cm = 1 m en la realidad.



El segmento de pared que se encuentra destacado en el plano, el que limita la cocina con el living, mide en el plano 3,2 cm = 0,032 m y en la realidad mide 3,2 m. Por eso la escala es:

$$E = \frac{0,032m}{3,2m} = \frac{32}{3200} = \frac{1}{100}$$

Si se designa con "l" a la longitud de un segmento en el dibujo y con "L" a la longitud del segmento en la realidad homólogo a él, resulta entonces que:  $E = \frac{l}{L}$

En los planos siempre está expresada de manera que su antecedente es 1.

Las escalas se utilizan también en la construcción de maquetas muy frecuentes en las carreras de arquitectura e ingeniería civil.



## Ejercicio 20

- a) Se quiere dibujar una puerta de 0,90 m de ancho por 2,1 m de alto en una escala 1:50. ¿Cuáles son las dimensiones que debe tener la representación de la puerta?
- b) En un mapa de la provincia de Córdoba, en escala 1: 1.000.000 el segmento determinado por Villa María y Córdoba mide 14,8 cm. ¿A qué distancia se encuentran la ciudades en la realidad? ¿Qué opinas de que los carteles indicadores de la ruta fijan que por el camino que comunica a esas dos rutas hay 146 km. ¿Qué conclusión puedes extraer?
- c) En un plano un campo de deportes rectangular mide 6 cm de largo y 4,5 cm de ancho. Si la E = 1: 8.000, ¿Cuáles son las medidas reales del campo de deportes?

## Problemas Diversos

### Problema 1

Un adulto mide 1,83 m y proyecta una sombra de 3,05. Al mismo tiempo la sombra de un niño es de 2,30 m. ¿Cuál es la estatura del niño?

## Problema 2

Demuestra que todos los polígonos regulares, de una determinada cantidad de lados son semejantes.

## Problema 3

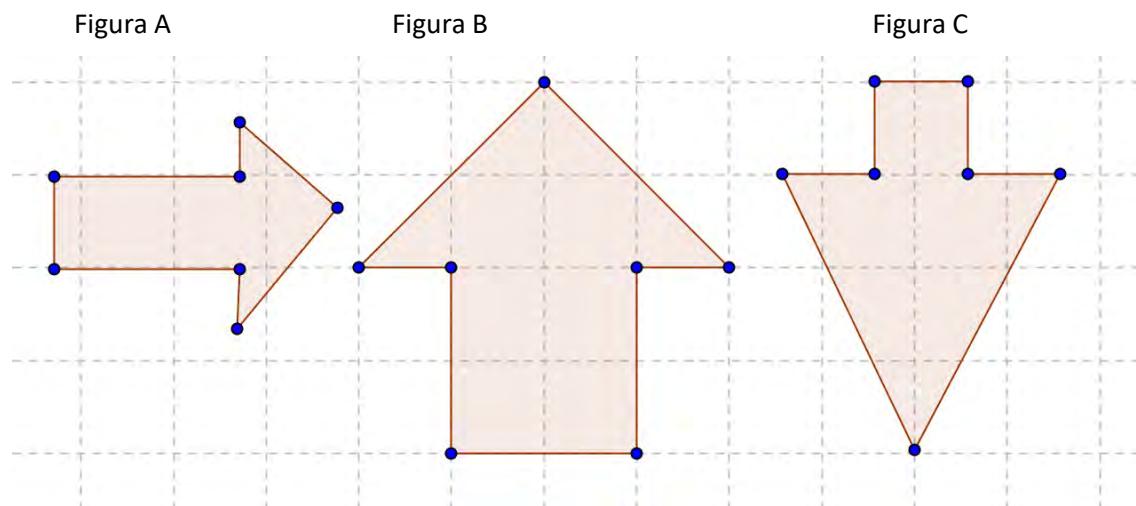
Construye dos cuadriláteros que tengan sus lados respectivamente paralelos y no sean semejantes.

## Problema 4

Se sacó una fotocopia reduciendo un original de 25 cm de largo y 15 cm de ancho, de tal forma que se obtuvo una copia de 18 cm de largo. ¿Qué escala se utilizó?

## Problema 5

Establece si entre los gráficos de flecha que figuran debajo, existen figuras semejantes. Justifica.



## Problema 6

Una pequeña ciudad tiene forma rectangular de 20 cuadras de largo por 10 de ancho. Tiene entonces 200 manzanas. ¿Cuántas manzanas tendrá si se triplica el número de cuadras de largo y de ancho? ¿Qué propiedad puedes usar para resolver este problema?

## Problema 7

En un plano, la representación de un campo rectangular mide 5,4 cm de largo por 3,2 cm de ancho. Si la escala es E = 1 : 5000 ¿Cuáles son las medidas reales, en metros, del terreno en cuestión ?

## Problema 8

Interpreta la escala del mapa. Determinar la distancia que separa Madrid de Coruña y compara con la distancia real por ejemplo usando este link <http://es.distance.to/Coru%C3%B1a/Madrid>



# MÓDULO 4

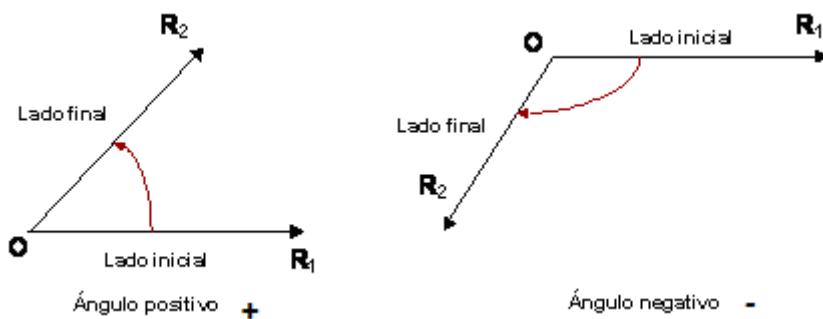
## TRIGONOMETRÍA

La Trigonometría es la rama de la Matemática que estudia las relaciones entre los **lados** y **ángulos** de un **triángulo**. Su nombre deriva del griego (*trigonon* = triángulo y *metron* = medida).

### ÁNGULOS

Un ángulo es la porción de plano limitada por dos semirrectas con origen en un mismo punto. Podemos interpretar a un ángulo como la rotación de una de las semirrectas a la que denominamos lado inicial ( $R_1$ ) hacia la otra que llamamos lado final o terminal ( $R_2$ ). Al origen común se le denomina **vértice** del ángulo.

Por convención se determina que si el giro se realiza en sentido contrario a las agujas del reloj el ángulo se considera positivo mientras que los ángulos negativos corresponden a un giro realizado en el mismo sentido horario.



### SISTEMA DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

La medida de un ángulo es saber “cuanto” debe girar  $R_1$  hasta alcanzar a  $R_2$ . Para decirlo en una forma coloquial: medimos la “abertura” del ángulo.

Podemos utilizar diferentes sistemas de medición.

#### Sistema Sexagesimal

Este sistema para medir los ángulos lo hemos trabajado desde la unidad 2.

En él se considera que un ángulo de un giro mide  $360^\circ$ , un ángulo llano mide  $180^\circ$  y un recto  $90^\circ$ .

La unidad es el grado, que es a noventaava parte de un ángulo recto.

$$1^\circ = \frac{1 \text{ recto}}{90} \quad \text{ó también} \quad 1^\circ = \frac{1 \text{ giro}}{360} = \frac{1 \text{ llano}}{180}$$

En este sistema de medidas se define también el minuto sexagesimal que equivale a  $1/60$  de grado y el segundo sexagesimal que equivale a  $1/60$  de minuto o  $1/3600$  de grado.

Sintetizando:

$$1^\circ = 60' = 3600'' \quad 1' = 60''$$

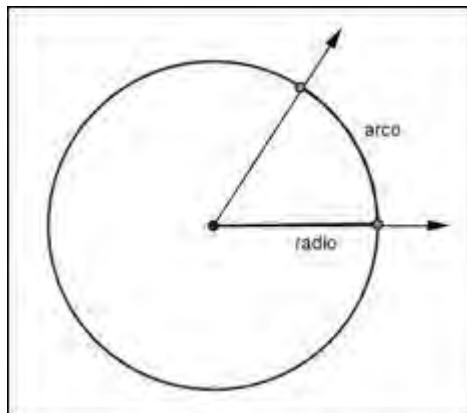
## Sistema Circular

En este sistema los ángulos se miden como números reales, a cada ángulo se le asigna un número real como su medida.

En este sistema la unidad es el **radián**.

Podemos trazar un ángulo de tal forma que su vértice coincida con el centro de una circunferencia.

La intersección del ángulo con la circunferencia determina un arco, que se llama arco subtendido por el ángulo



En este sistema se define como unidad un ángulo de **1 Radián** que es la medida del ángulo cuyo arco subtendido es igual a la longitud del radio de la circunferencia.

$$\alpha = 1 \text{ radián} \iff \text{Longitud del arco} = \text{radio}$$

En la práctica es común trazar una circunferencia de radio unitario (de acuerdo a la unidad de medida de longitud que se esté usando) y el ángulo de 1 Radián subtenderá un arco cuya longitud tiene valor 1.

## Equivalencia entre los dos sistemas

Como la longitud de la circunferencia (con radio unitario) es  $2\pi$ , entonces el ángulo de un giro mide  $2\pi$  radianes, el de medio giro  $\pi$  radianes y el ángulo recto medirá  $\pi/2$  radianes.

¿Cuál es la relación entre la medida de un ángulo en radianes y en grados sexagesimales?

Sabemos que para el ángulo de un giro la medida en grados es  $360^\circ$  y en radianes es  $2\pi$ .

Luego podemos establecer una proporción  $\frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{x}{1 \text{ radian}} \Rightarrow x = \frac{360^\circ \cdot 1}{2\pi} = 57^\circ 17' 44,8''$

Un ángulo de 1 radián mide en el sistema sexagesimal  $57^\circ 17' 44,8''$

Inversamente  $\frac{2\pi}{360^\circ} = \frac{x}{1^\circ} \Rightarrow x = \frac{2\pi \cdot 1^\circ}{360^\circ} = 0,017453$ .

Un ángulo de 1 grado sexagesimal mide en el sistema circular  $0,017453$  radianes.

Para expresar un ángulo medido en un sistema, en el otro sistema usaremos la equivalencia

$$360^\circ = 2\pi \quad \text{o} \quad 180^\circ = \pi$$

Ejemplo:

Expresemos un ángulo de  $15^\circ$  en el sistema circular:

$$\frac{\pi}{180^\circ} = \frac{x}{15^\circ} \Rightarrow x = \frac{15^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{1}{12}\pi$$

Ahora expresemos en el sistema sexagesimal, un ángulo que mide 2,5

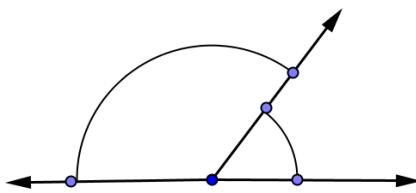
$$\frac{180^\circ}{\pi} = \frac{x}{2,5} \Rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 180^\circ}{\pi} = 143^\circ 14' 22''$$

## ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS, SUPLEMENTARIOS Y ADYACENTES

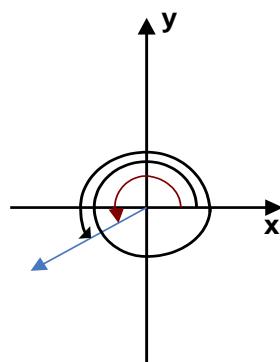
Dos ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son **complementarios** cuando su suma  $\alpha + \beta$  es igual a  $90^\circ$  ( $\pi/2$  rad)

Dos ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son **suplementarios** cuando su suma  $\alpha + \beta$  es igual a  $180^\circ$  ( $\pi$  rad)

Dos ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son **adyacentes** cuando son consecutivos (tienen un lado en común) y sus lados no comunes son semirrectas opuestas. Los ángulos adyacentes son suplementarios



Dos ángulos para los cuales sus lados coinciden se llaman **coterminales** y difieren en su valor en una cantidad entera de vueltas, es decir, difieren en un múltiplo entero de  $360^\circ$  o de  $2\pi$ . La figura siguiente muestra dos ángulos coterminales



## ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL Y CUADRANTES

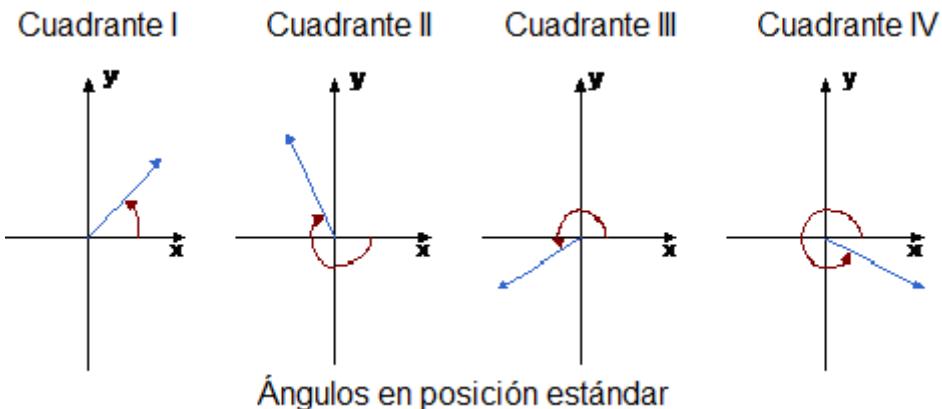
Muchas veces nos será útil considerar un ángulo ubicado en un sistema cartesiano de coordenadas de modo que el vértice del ángulo coincida con el origen de coordenadas y el lado inicial coincide con el eje positivo de abscisas, el lado terminal resultará ubicado en cualquier parte del plano.

A esta posición del ángulo se le suele denominar **posición normal o estándar**.

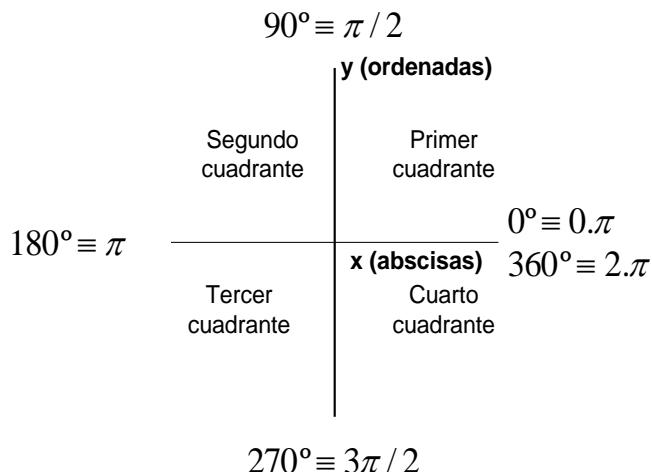
Al trazar los ejes de abscisas y ordenadas, el plano queda dividido en cuatro partes llamadas **cuadrantes**.

Los cuadrantes se numeran desde el semieje positivo del eje x en sentido positivo (antihorario) de giro, cuadrante I, II, III y IV.

Decimos que un ángulo pertenece a un determinado cuadrante, si su lado terminal se encuentra ubicado en ese cuadrante. En la figura anterior se muestran ángulos pertenecientes al I, II, III y IV cuadrante respectivamente.



En la figura siguiente se identifican los valores (expresados en grados sexagesimales y en radianes) de los ángulos que marcan el límite entre un cuadrante y el sucesivo.



Los signos de las abscisas y ordenadas en cada cuadrante se presentan en la siguiente tabla.

	Valor de la abscisa	Valor de la ordenada
<b>Primer cuadrante</b>	Positivo	Positivo
<b>Segundo cuadrante</b>	Negativo	Positivo
<b>Tercer cuadrante</b>	Negativo	Negativo
<b>Cuarto cuadrante</b>	Positivo	Negativo

## Ejercicio 1

Determine la medida en radianes de los siguientes ángulos

- 1)  $40^\circ$       2)  $330^\circ$       3)  $72^\circ$       4)  $-30^\circ$       5)  $765^\circ$       6)  $-1457^\circ$

## Ejercicio 2

Determine la medida en grados sexagesimales de los siguientes ángulos

- 1)  $3\pi/4$       2)  $-7\pi/2$       3)  $5\pi/6$       4) 2      5) 1,5      6)  $-\pi/12$

## Ejercicio 3

Completa el siguiente cuadro colocando los nombres de los ángulos que pertenecen a cada cuadrante:  $\hat{a} = 7\pi/6$        $\hat{b} = 97.200'$        $\hat{c} = -570^\circ$

$$\hat{d} = 2\pi/3 \quad \hat{e} = -4\pi/3 \quad \hat{f} = 12.300'$$

CUADRANTE	ÁNGULO
Primero	
Segundo	
Tercero	
Cuarto	

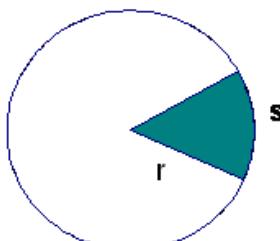
## LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA

Sea un arco subtendido por un ángulo cuya medida en radianes es  $\theta$  y el radio de la circunferencia  $r$ . Podemos determinar cuál es la longitud  $s$  de dicho arco

El ángulo subtiende una fracción  $\theta/2\pi$  de la longitud total de la circunferencia.

Luego consideramos una proporción:

$$\frac{\text{angulo central}}{\text{long. del arco}} = \frac{2\pi}{2\pi r} = \frac{\theta}{s} \text{ entonces:}$$



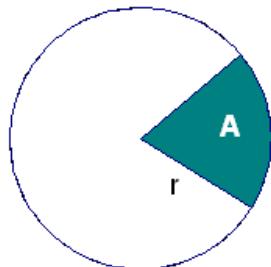
$$s = \frac{\theta}{2\pi} \cdot 2\pi r = \theta \cdot r$$

Lo que nos indica que la longitud del arco subtendido es igual al producto del radio de la circunferencia por la medida del ángulo (expresada en radianes).

## ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR

Procediendo análogamente a la sección anterior podemos calcular el área de un sector circular subtendido por un ángulo que mide  $\theta$  radianes en un círculo de radio  $r$ .

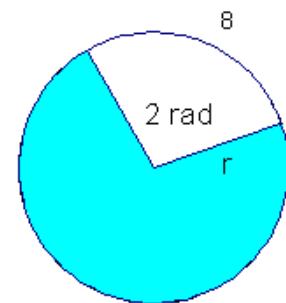
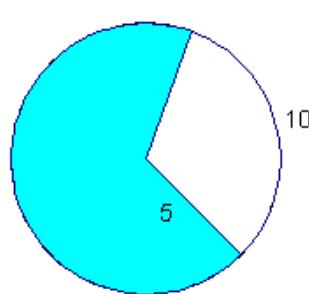
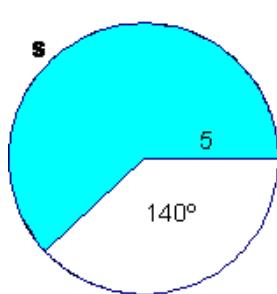
$$\frac{\text{angulo central}}{\text{area del sector circular}} = \frac{2\pi}{\pi r^2} = \frac{\theta}{A}$$



$$A = \frac{\theta}{2\pi} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} \theta \cdot r^2$$

### Ejercicio 4

En las siguientes figuras determine el valor del elemento faltante (longitud de arco, ángulo o radio de la circunferencia)



### Ejercicio 5

Un sector circular tiene un ángulo central de  $60^\circ$ . Determine el área del sector si el radio mide 12 cm.

### Ejercicio 6

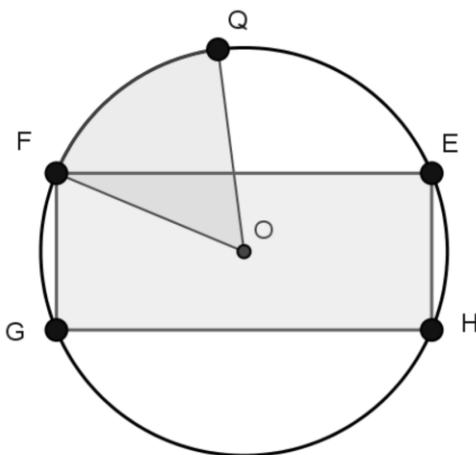
El área de un sector circular con ángulo central de 2 radianes es de  $16 \text{ m}^2$ . Determine el radio del círculo.

## Ejercicio 7

- a) El área de un sector circular es de  $19,365 \text{ cm}^2$ . Si el radio del círculo es 10 cm, halle el valor del ángulo central en grados sexagesimales.
- b) El área de un círculo es de  $78,54 \text{ cm}^2$ . Determine el área de un sector circular perteneciente a dicho círculo cuyo ángulo central mida  $30^\circ$ .

## Ejercicio 8

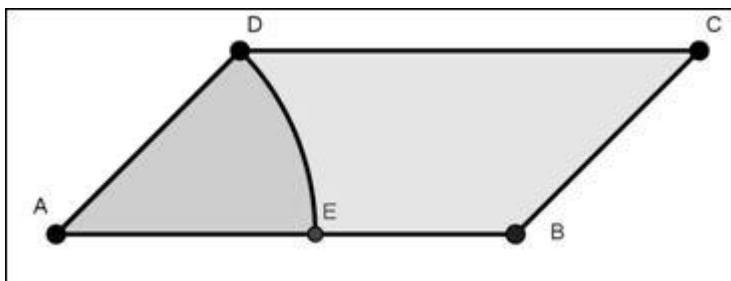
- i) Sabiendo que, el perímetro del rectángulo inscripto en una circunferencia, como se muestra en la figura, es de 68 cm y el lado
- $$\overline{EH} = \frac{2}{3}(\overline{EF} - 9\text{cm})$$



Se pide:

- a) Calcular la medida de los lados del rectángulo.  
b) Calcular la medida del radio de la circunferencia.  
c) Calcular el área del sector circular, cuyo ángulo central es  $F\hat{O}Q = 60^\circ$

- ii) Sabiendo que, en el siguiente paralelogramo el lado  $\overline{AB}$  excede en una unidad al doble de  $\overline{AD}$  y tiene un perímetro de 26 cm.

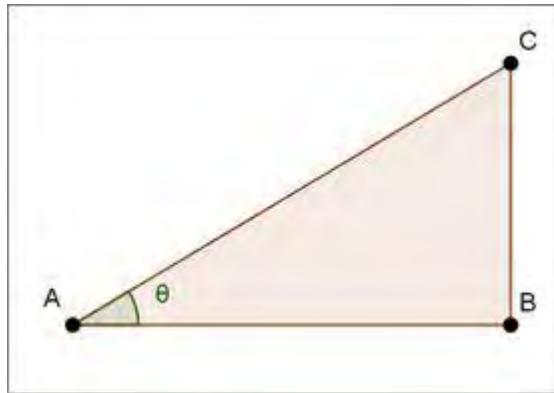


- a) Calcular la medida de los cuatro lados del paralelogramo.  
b) Sabiendo que el ángulo interior  $\hat{A}$  vale  $30^\circ$ . Calcular el área del sector circular  $D\hat{A}E$  graficado.

Video donde explicamos un ejercicio similar a este último: <https://youtu.be/ArNbSzjNG4A>

# TRIGONOMETRÍA DE LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Sea el triángulo rectángulo de la figura, podemos definir algunas razones entre los lados del mismo según su relación con el ángulo  $\theta$ .



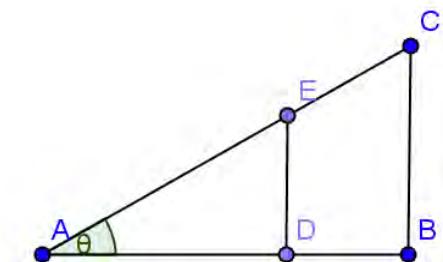
Por ejemplo:

$$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

¿Tiene algún sentido plantearse estas razones entre los lados del triángulo?



Observemos la figura siguiente

Los triángulos ABC y ADE son ambos rectángulos y además del ángulo recto tienen otro ángulo igual (en este caso  $\theta$ ). Entonces, también el tercer ángulo será igual ¿por qué?

De acuerdo con uno de los criterios de semejanza expresados en la unidad anterior (Criterio ángulo-ángulo), estos dos triángulos resultan semejantes y por consiguiente se cumplen las proporciones:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}, \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}, \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$$

Por consiguiente, no interesan las longitudes de los lados de los triángulos rectángulos que podamos construir, manteniendo constante (en magnitud y posición) el ángulo  $\theta$ , las razones construidas tendrán siempre el mismo valor y **dependerán solamente del ángulo en cuestión**.

Esto nos permite definir las llamadas **funciones trigonométricas de un ángulo agudo** de un triángulo rectángulo.

$$\begin{aligned} \text{seno } \theta &= \frac{\text{Cat. opuesto}}{\text{hipotenusa}}, \quad \text{coseno } \theta = \frac{\text{Cat. adyacente}}{\text{hipotenusa}}, \quad \text{tangente } \theta = \frac{\text{Cat. opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \\ \text{cos ecante } \theta &= \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cat. opuesto}}, \quad \text{sec ante} \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cat. adyacente}}, \quad \text{cotangente } \theta = \frac{\text{Cat. adyacente}}{\text{cat. opuesto}} \end{aligned}$$

Al ser 3 los lados de un triángulo existen 6 formas distintas de dividir 2 de ellos, por lo tanto las funciones trigonométricas son 6.

Estas son funciones del ángulo, mientras el ángulo se mantenga constante, independientemente de las longitudes de los lados, los valores de las funciones trigonométricas se mantienen igual.

## Ejercicio 9

Construye, usando los instrumentos de geometría, algún triángulo ABC, rectángulo en  $\hat{A}$ , en cada caso, tal que:

c)  $\sin B = 1/5$

## Ejercicio 10

El triángulo  $JKO$  es rectángulo en  $J$ , y  $\overline{JK} = 10 \overline{JO}$ . Calcula:

$$a) \quad \operatorname{tg} \hat{O} =$$

$$b) \quad \cotg \hat{O} =$$

$$c) \quad \operatorname{tg} \hat{K} =$$

$$d) \quad \cot g \quad \hat{K} =$$

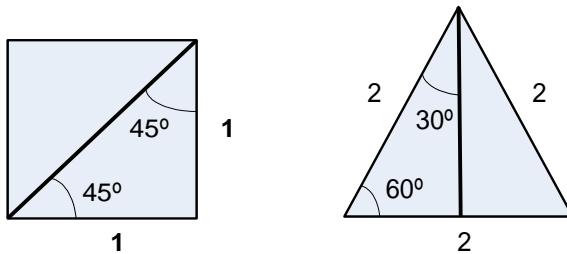
## Ejercicio 11

Expresar  $a$ ,  $x$ ,  $y$  e  $z$  en función de las razones trigonométricas del ángulo señalado en cada figura:



## VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ALGUNOS ÁNGULOS ESPECIALES

Analicemos los triángulos de las siguientes figuras:



El primero se forma trazando la diagonal en un cuadrado de lado 1. Se forman dos triángulos rectángulos cuyos catetos miden 1 y su hipotenusa mide  $\sqrt{2}$  (Justifícalo). Además los ángulos agudos miden  $45^\circ$  (¿Por qué?)

El segundo se forma trazando la bisectriz (¿qué es?) del ángulo opuesto a la base en un triángulo equilátero cuyos lados miden 2. Se forman así dos triángulos rectángulos cuyos ángulos agudos miden  $60^\circ$  y  $30^\circ$ , su hipotenusa mide 2, un cateto mide 1 y el otro mide  $\sqrt{3}$  (explicar por qué).

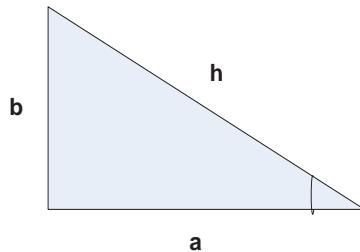
Para estos ángulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$  es fácil hallar sus razones trigonométricas, empleando las definiciones dadas en la página anterior.

Realiza los cálculos necesarios para obtenerlos (No olvides racionalizar los denominadores).

$\theta$ en grados	$\theta$ en radianes	seno $\theta$ sen $\theta$	coseno $\theta$ cos $\theta$	tangente $\theta$ tan $\theta$	cosecante $\theta$ csc $\theta$	secante $\theta$ sec $\theta$	cotangente $\theta$ cot $\theta$
$30^\circ$	$\pi/6$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ$	$\pi/4$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
$60^\circ$	$\pi/3$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

# RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN MISMO ÁNGULO

## Relación Pitagórica



$$\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{b^2}{h^2} + \frac{a^2}{h^2} = \frac{b^2 + a^2}{h^2} = \frac{h^2}{h^2} = 1$$

En consecuencia:

$$\boxed{\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1}$$



$$\operatorname{sen}^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \operatorname{sen}^2 \theta$$

$$|\operatorname{sen} \theta| = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

$$|\cos \theta| = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot g \theta = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} \quad \cot g \theta = \frac{\cos \theta}{\operatorname{sen} \theta}$$

Si en la relación pitagórica dividimos por  $\cos^2 \theta$  se obtiene

$$\frac{\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\cos^2 \theta} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta}$$

Análogamente, si en la Relación Pitagórica dividimos por  $\operatorname{sen}^2 \theta$  se obtiene:

$$\frac{\operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \theta} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \theta} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \theta} \Rightarrow \boxed{1 + \cotg^2 \theta = \csc^2 \theta}$$

Todas las relaciones anteriores, si bien se presentaron de una determinada manera, de acuerdo a los datos de un problema puede ser necesario despejar otra de las funciones trigonométricas que figura en ellas.

## Ejercicio 12

Calcula el valor de todas las razones trigonométricas del ángulo  $\theta$  a partir de la razón trigonométrica dada (suponemos que el ángulo  $\theta$  es agudo)

a)  $\operatorname{sen} \theta = 3/5$

b)  $\cos \theta = 2/7$

c)  $\operatorname{tg} \theta = 3^{1/2}$

d)  $\operatorname{cotg} \theta = 1$

e)  $\sec \theta = 7$

f)  $\operatorname{cosec} \theta = 13/12$

¿Se puede hallar el valor del ángulo en cada caso?

## Ejercicio 13

Completar en base a los datos, en cada caso:

a)  $\operatorname{sen} \mu = 0,247$       y       $\cos \mu = 0,969$

$\operatorname{tg} \mu =$

$\operatorname{cotg} \mu =$

b)  $\operatorname{sen} \beta = 0,866$       y       $\operatorname{tg} \beta = 1,732$

$\cos \beta =$

$\sec \beta =$

c)  $\operatorname{tg} \alpha = 1,05$       y       $\sec \alpha = 1,45$

$\operatorname{sen} \alpha =$

$\operatorname{cosec} \alpha =$

d)  $\operatorname{cotg} \gamma = 0,038$       y       $\operatorname{sen} \gamma = 0,9992$

$\cos \gamma =$

$\sec \gamma =$

# RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

A partir del conocimiento de las propiedades de los lados y ángulos de un triángulo rectángulo y de las razones trigonométricas, estamos en condiciones de “resolver” triángulos rectángulos, es decir, determinar el valor de todos sus elementos a partir de algunos datos conocidos.

En general, en un triángulo rectángulo, descontando el ángulo recto, si se conocen dos de sus elementos (siendo al menos uno de ellos un lado) es posible averiguar lados y ángulos restantes.

## Algunas consideraciones previas

1- En algunas ocasiones deberemos utilizar las fórmulas inversas de las funciones trigonométricas (no confundir con las razones inversas (cosecante, secante y cotangente))

Por ejemplo, en alguna oportunidad será necesario conocer el ángulo para el cual el seno vale 0.8 , o sea determinar el valor del ángulo  $\theta$  para el cual  $\sin \theta = 0.8$

Para ello podemos utilizar calculadoras y de acuerdo al teclado que posean presionar las teclas  $\text{SIN}^{-1}$  , o  $\text{INV SIN}$ , o  $\text{ARCSIN}$  .

En el caso en cuestión presionaremos la combinación de teclas anterior y luego 0.8  $\boxed{=}$ .

Si la calculadora está programada para dar el resultado en grados sexagesimales (DEG)  $53,13^\circ$  , lo que equivale a  $53^\circ 7' 48''$  .

Si la calculadora está programada para dar el resultado en radianes (RAD), el mismo será 0.972.

De la misma forma se procederá con el coseno y la tangente, siendo sus respectivas fórmulas inversas  $\text{COS}^{-1}$  , o  $\text{INV COS}$ , o  $\text{ARCCOS}$  y  $\text{TAN}^{-1}$  , o  $\text{INV TAN}$ , o  $\text{ARCTAN}$

Intenta calculando con tu calculadora

$$\cos \alpha = 0,54 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{tg} \beta = 3 \quad \beta =$$

$$\operatorname{sen} \psi = 0,2 \quad \psi =$$

## Ejercicio 14

Encontrar los siguientes ángulos usando calculadora:

a)  $\text{arc sen } 0,68 = \underline{\hspace{2cm}}$

b)  $\text{arc sen } 0,70711 = \underline{\hspace{2cm}}$

c)  $\text{arc cos } 0,5 = \underline{\hspace{2cm}}$

d)  $\text{arc cos } 0,12 = \underline{\hspace{2cm}}$

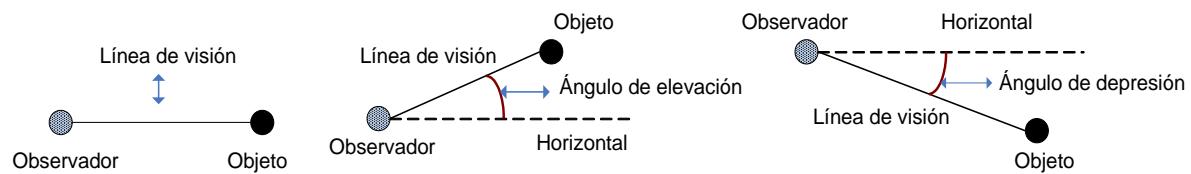
e)  $\text{arc tg } 0,476 = \underline{\hspace{2cm}}$

f)  $\text{arc tg } 28,64 = \underline{\hspace{2cm}}$

**2-** Para resolver algunos de los problemas que se plantean a continuación, definiremos algunos términos que utilizaremos en ellos.

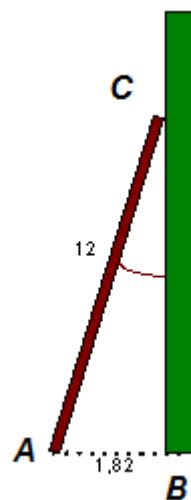
Si un observador está viendo un objeto, entonces la línea que une su ojo con el objeto se llama **Línea de visión**.

Si el objeto que se está observando está por arriba de la horizontal, entonces el ángulo formado entre la línea de visión y la horizontal se llama **ángulo de elevación**. En el caso contrario (objeto por debajo de la horizontal) el ángulo se llama **ángulo de depresión**.



## Ejemplos

- 1) Una escalera de 12 metros de largo está apoyada contra una pared. Si la base de la escalera está a 1,82 metros de la base de la pared. ¿Cuál es el ángulo formado entre la escalera y la pared?



En el triángulo rectángulo ABC, el lado  $\overline{AC}$  (la escalera) es la hipotenusa y, con respecto al ángulo pedido,  $\overline{AB} = 1,82$  m es el cateto opuesto.

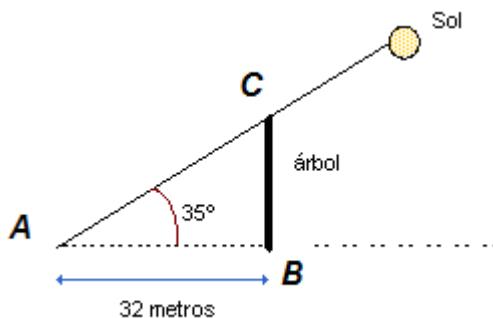
La función trigonométrica que relaciona estos dos elementos de un triángulo rectángulo es el seno, es la función trigonométrica que usaremos para resolver el problema.

$$\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{\text{cat. opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{1,82m}{12m} = 0,151666 \quad \text{entonces}$$

$$\hat{C} = \sin^{-1} 0,151666 = \arcsin 0,151666 = 9,01^\circ = 9^\circ 6'$$

El ángulo que forma la escalera con la pared mide  $9^\circ 6'$

- 2) Un árbol proyecta una sombra de 32 metros de largo y el ángulo de elevación al Sol es de  $35^\circ$ . Determine la altura del árbol.



En el triángulo rectángulo ABC,  $\overline{BC}$  es la altura del árbol.

Con respecto al ángulo dado, el lado  $\overline{BC}$  (la altura del árbol) es el cateto opuesto y  $\overline{AB} = 32m$  es el cateto adyacente.

La función trigonométrica que relaciona estos dos elementos es la tangente, es la función que usaremos para resolver el problema.

$$\operatorname{tg} 35^\circ = \frac{\text{cat. opuesto}}{\text{cat. adyacente}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{32m} \quad \text{entonces} \quad \overline{BC} = 32m \cdot \operatorname{tg} 35^\circ = 32m \cdot 0,7002$$

$$\overline{BC} = 22,4 \text{ metros}$$

Por lo tanto, la altura del árbol es 22,40 metros

**“ Como habrás podido observar para resolver este tipo de problemas es conveniente realizar un diagrama que los represente. De esa manera podemos visualizar claramente todos los elementos, la relación entre los mismos y elaborar un método de resolución. Te recomendamos hacer lo mismo con los ejercicios siguientes.**

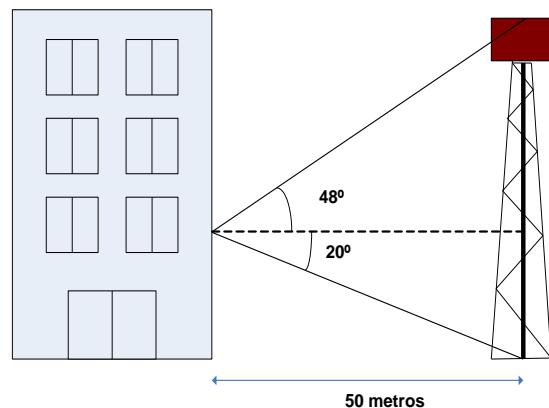
## Ejercicio 15

El piloto de un avión que está volando a una altura de 10,67 km tiene a la vista un puente sobre un río. El ángulo de depresión respecto a un punto ubicado exactamente debajo del puente es de  $22^\circ$ . Determine:

- la distancia del aeroplano a la base del puente
- la distancia del punto ubicado en la tierra exactamente debajo del avión y la base del puente

## Ejercicio 16

En el siguiente gráfico, determine la altura de la torre de agua

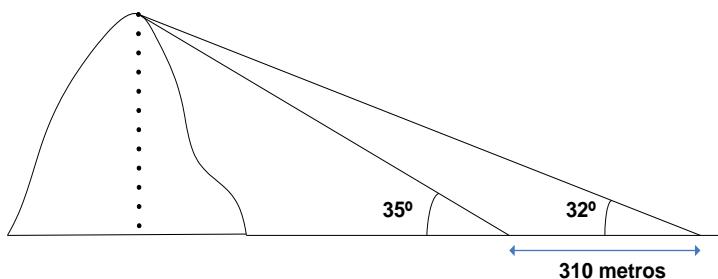


## Ejercicio 17

Se dirige un rayo láser hacia el centro de la Luna, pero el mismo se desvía  $0,5^\circ$  en su trayectoria. ¿Cuánto se ha desviado de su objetivo si se sabe que la distancia Tierra-Luna es aproximadamente de 384.400 km? El radio de la Luna es aproximadamente 1737 km ¿el rayo impactará sobre la Luna? (suponga como si el rayo fuese dirigido desde el centro de la Tierra hacia el centro de la Luna)

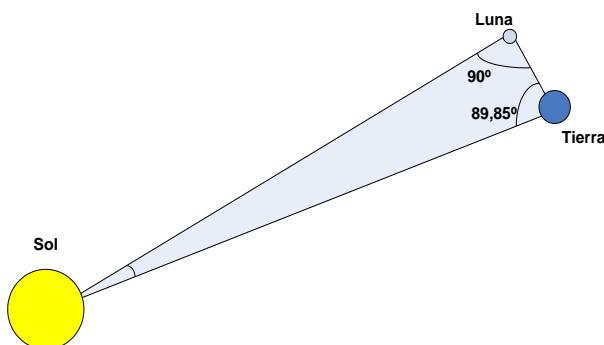
## Ejercicio 18

Para poder calcular desde una llanura la altura de una montaña se realizan dos mediciones del ángulo de elevación del pico de la misma. Ambas mediciones se toman sobre un camino lineal que se dirige en forma recta a la base de la montaña. La primer medición da un resultado de  $32^\circ$ . La segunda se realiza a 310 m mas cerca de la montaña y da un resultado de  $35^\circ$ . ¿Puede estimar la altura de la montaña? (no es un cálculo directo).



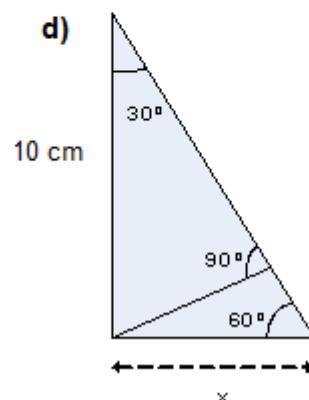
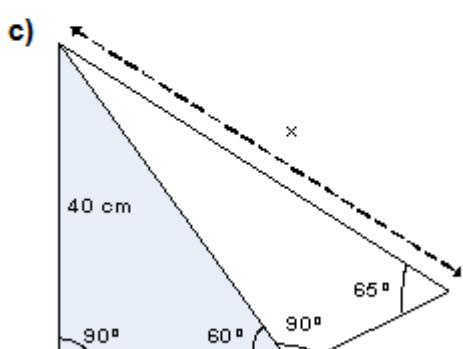
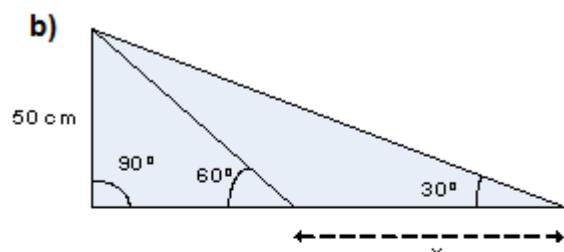
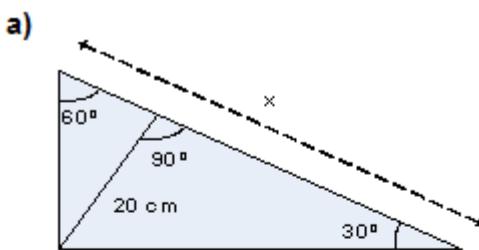
## Ejercicio 19

En el cuarto creciente la Luna, el Sol y la Tierra forman entre sí un triángulo rectángulo. Con los datos de la figura y sabiendo que la distancia Tierra – Luna es aproximadamente 384.400 km, hallar la distancia Tierra – Sol.



## Ejercicio 20

En los siguientes gráficos determinar el valor de x.



## Ejercicio 21

Un cable de acero que actúa como sostén está sujeto al extremo superior de una torre metálica. Si la longitud del cable es de 183 m y el ángulo que forma con el suelo es de  $60^\circ$ , calcule la altura de la torre.

## Ejercicio 22

Una escalera de 6 metros de longitud está apoyada contra un edificio. Si la base de la escalera se encuentra separada 1,8 m de la base del edificio. Determine el valor de todos los ángulos internos del triángulo que determinan la escalera, el edificio y el suelo.

## Ejercicio 23

Un árbol de 29 m de alto proyecta una sombra de 36 m. ¿Cuál es el ángulo de elevación al Sol?

## Ejercicio 24

Las hojas de una escalera están unidas por una cadena que tiene 80cm de longitud ubicada en la mitad; cuando la escalera está totalmente abierta, sus hojas forman con el piso ángulos de  $80^\circ$ . ¿Cuál es la altura que alcanza la escalera al estar totalmente abierta? ¿Qué longitud tiene la escalera cuando está plegada?

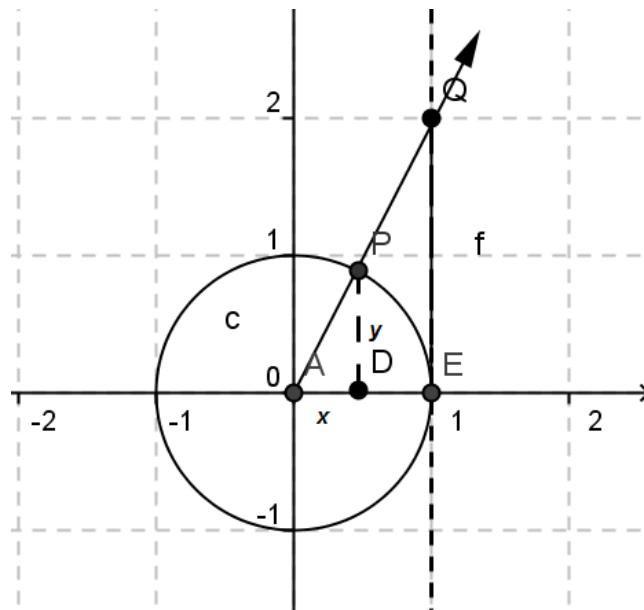
# FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS

Ubiquemos un ángulo  $\theta$  en posición estándar y consideraremos una circunferencia trigonométrica.

Se llama **circunferencia trigonométrica** a una circunferencia que tiene centro en el origen de coordenadas  $(0 ; 0)$  y es de radio 1 unidad.

El punto P de coordenadas  $(x, y)$  representa el punto de intersección entre el lado final del ángulo  $\theta$  y la circunferencia trigonométrica.

En principio ubicaremos a dicho punto P en el primer cuadrante, por lo cual el ángulo  $\theta$  será un ángulo agudo.



Como  $x$  e  $y$  son, respectivamente, los catetos adyacente y opuesto al ángulo  $\theta$ , y la hipotenusa es el radio de la circunferencia, igual a 1, podemos definir las razones trigonométricas en función del cociente de  $x$ ,  $y$ .

De esta manera definimos las razones trigonométricas para cualquier tipo de ángulos. Si  $P(x,y)$  puede situarse en cualquier punto de cualquier cuadrante, definiremos las siguientes **funciones trigonométricas**, (teniendo en cuenta que  $r=1$ ):

En el triángulo ADP, rectángulo en D,  $\overline{PD}$  es el cateto opuesto,  $\overline{AD}$  es el cateto adyacente y  $\overline{PA}$  es la hipotenusa

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\overline{PD}}{\overline{PA}} = \frac{y}{1} = y, \quad \cos \theta = \frac{\overline{AD}}{\overline{PA}} = \frac{x}{1} = x$$

Es decir, para cualquier ángulo, las coordenadas  $x$  e  $y$  del punto P, nos dan el valor del seno y el coseno del ángulo respectivamente

Trazamos la recta tangente a la circunferencia por el punto E = (1;0). El punto Q es el punto de intersección entre el lado final del ángulo  $\theta$  y la tangente  $x=1$ . En el triángulo AEQ, rectángulo en E,  $\overline{QE}$  es el cateto opuesto,  $\overline{AE}$  es el cateto adyacente y  $\overline{QA}$  es la hipotenusa

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\overline{QE}}{\overline{EA}} = \frac{\text{ordenada de } Q}{1} = \text{ordenada de } Q$$

Entonces la coordenada y del punto Q (ordenada de Q) nos da el valor de la tangente de  $\theta$ .

Como al pasar por los diferentes cuadrantes, las abscisas y las ordenadas van cambiando su signo, así también lo harán las funciones trigonométricas que dependen de ellas

Función	Primer cuadrante	Segundo cuadrante	Tercer cuadrante	Cuarto cuadrante
<b>Seno</b>	Positivo	Positivo	Negativo	Negativo
<b>Coseno</b>	Positivo	Negativo	Negativo	Positivo
<b>Tangente</b>	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
<b>Cosecante</b>	Positiva	Positiva	Negativa	Negativa
<b>Secante</b>	Positiva	Negativa	Negativa	Positiva
<b>Cotangente</b>	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa

Para interpretar la tabla anterior recuerda las relaciones vistas entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo:

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot g \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

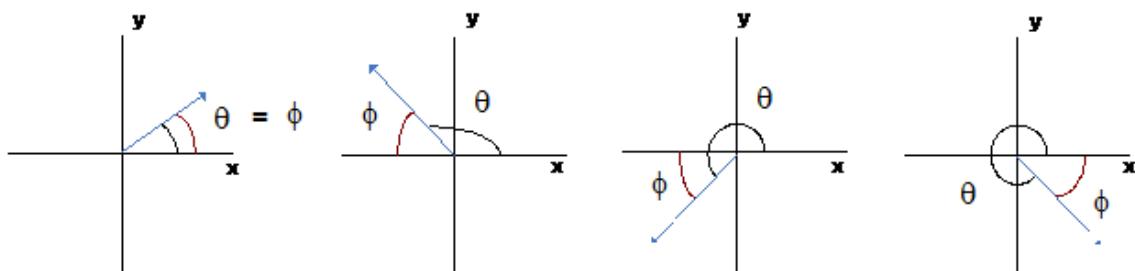
Podemos además completar los valores de las funciones trigonométricas para ángulos pertenecientes a los ejes coordinados, pensando siempre en las coordenadas del punto P y Q.

$\sigma$ en grados	$\sigma$ en radianes	Coord. P	Coord. Q	$\sin \sigma$	$\cos \sigma$	$\tan \sigma$	$\cosec \sigma$	$\sec \sigma$	$\cotg \sigma$
0°	0	(1;0)	(1;0)	0	1	0	No está definida	1	No está definida
90°	$\frac{\pi}{2}$	(0;1)	No existe	1	0	No está definida	1	No está definida	0
180°	$\pi$	(-1;0)	(1;0)	0	-1	0	No está definida	-1	No está definida
270°	$\frac{3\pi}{2}$	(0;-1)	No existe	-1	0	No está definida	-1	No está definida	0

¿Cómo podemos determinar el valor de la función trigonométrica para cualquier ángulo?

Vamos a definir un ángulo auxiliar, llamado ángulo de referencia, con el cual podremos calcular lo expuesto en la pregunta anterior.

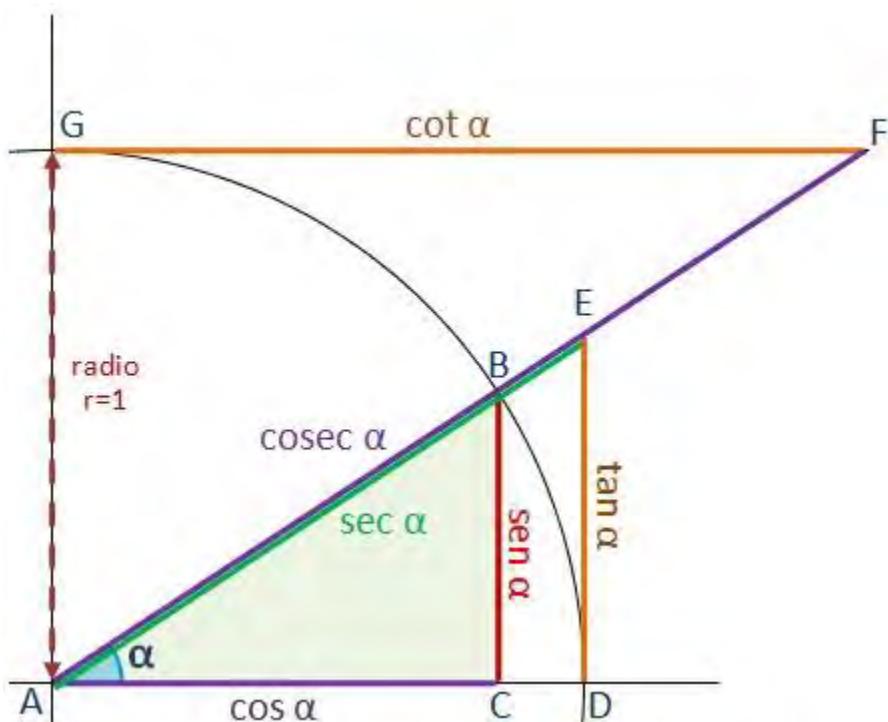
**Sea  $\theta$  un ángulo en posición estándar, se llama ángulo de referencia  $\phi$  asociado con  $\theta$  al ángulo agudo formado por el lado final de  $\theta$  y el eje de las x (abscisas)**



Para determinar el valor de la función trigonométrica de cualquier ángulo  $\theta$  procederemos de la siguiente manera:

1. Encontramos el ángulo de referencia  $\phi$  asociado a  $\theta$
2. Determinamos el signo de la función trigonométrica de  $\theta$
3. El valor de la función trigonométrica de  $\theta$  será igual al de la función trigonométrica de  $\phi$  (salvo un cambio de signo).

En el siguiente gráfico verán representadas los diferentes segmentos que representan a las distintas funciones trigonométricas:



$$\csc \alpha = \overline{AF} \quad \sec \alpha = \overline{AE} \quad \cot g \alpha = \overline{GF}$$

## Ejemplos

Determinar a) seno  $225^\circ$ , b) coseno  $120^\circ$ , c) tangente  $330^\circ$

- a) El ángulo de  $225^\circ$  está ubicado en el tercer cuadrante, luego el ángulo de referencia que le corresponde es la diferencia entre  $225^\circ$  y  $180^\circ$  o sea  $45^\circ$ . El seno  $45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Como en el tercer cuadrante el seno toma valor negativo  $\operatorname{sen} 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) El ángulo de  $120^\circ$  está ubicado en el segundo cuadrante. Su ángulo de referencia será  $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ . El coseno  $60^\circ = \frac{1}{2}$ . Como en el segundo cuadrante el coseno toma valor negativo  $\operatorname{cos} 120^\circ = -\frac{1}{2}$

c) El ángulo de  $330^\circ$  está ubicado en el cuarto cuadrante, luego el ángulo de referencia será  $360^\circ - 330^\circ = 30^\circ$ . La tangente  $30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Como la tangente es negativa en el cuarto cuadrante el resultado será tangente  $330^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Si el ángulo del cual deseamos calcular una de sus funciones trigonométricas supera los  $360^\circ$ , se le deberá restar  $360^\circ$  (las veces que lo permita) hasta obtener el ángulo coterminal al dado, que esté comprendido en el primer giro positivo.

Ejemplo: si queremos calcular seno  $1105^\circ$ , a este ángulo podremos restarle 3 veces  $360^\circ$ , o sea  $1080^\circ$  y el ángulo sobre el que realizaremos el cálculo de la función seno será el de  $1105^\circ - 1080^\circ = 25^\circ$ . Luego  $\operatorname{sen} 1105^\circ = \operatorname{sen} 25^\circ = 0.4226$ .

## Ejercicio 25

Hallar el valor de las siguientes funciones trigonométricas

- a)  $\operatorname{sen} 150^\circ$ ,      b)  $\operatorname{cos} 570^\circ$ ,      c)  $\operatorname{cot} 210^\circ$ ,      d)  $\operatorname{tan} 330^\circ$   
e)  $\operatorname{sen} (-60^\circ)$ ,      f)  $\operatorname{sec} (-60^\circ)$ ,      g)  $\operatorname{sec} 2\pi/3$ ,      h)  $\operatorname{cos} 7\pi$   
i)  $\operatorname{cot} (-\pi/4)$ ,      j)  $\operatorname{sen} 11\pi/6$

## Ejercicio 26

i) Determinar el valor de las funciones trigonométricas restantes a partir de la información dada:

- a)  $\operatorname{sen} \theta = 3/5$  y  $\theta$  pertenece al segundo cuadrante  
b)  $\operatorname{cos} \theta = -7/12$  y  $\theta$  pertenece al tercer cuadrante  
c)  $\operatorname{cot} \theta = 4/3$  y  $\operatorname{sen} \theta < 0$   
d)  $\operatorname{tan} \theta = -3/4$  y  $\operatorname{cos} \theta > 0$ .

ii) Colocar V o F en la columna de la derecha, según si la afirmación es verdadera o falsa.

a) $\frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} = \cos \alpha$ cualquiera sea el ángulo $\alpha$	
b) $\frac{7\pi}{12} = 210^\circ$	
c) $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ$	
d) La tangente de un ángulo del tercer cuadrante es positiva	
e) Si el lado y una de las diagonales de un rombo vale 10cm entonces dos de sus ángulos interiores valen $60^\circ$	
f) Si $\cos \beta > 0$ y $\operatorname{cosec} \beta < 0$ entonces $\beta$ es un ángulo del tercer cuadrante	

## RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Como hemos dicho, resolver un triángulo significa encontrar, a partir de ciertos datos, los valores de todos los ángulos y lados del mismo.

Hasta ahora hemos trabajado sólo con triángulos rectángulos, ampliaremos nuestro estudio a cualquier tipo de triángulo. En general un triángulo cualquiera queda determinado si conocemos tres de sus elementos (ángulos y lados) siendo al menos uno de ellos un lado.

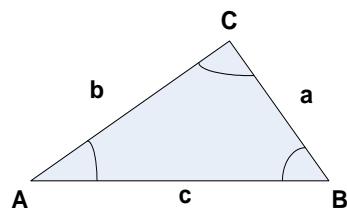
Si conocemos solo los tres ángulos, es imposible determinar cuál es el triángulo, porque se pueden construir muchos triángulos (que resultan semejantes entre sí) que tienen los mismos ángulos.

Para resolverlos necesitamos, como herramientas teóricas, dos teoremas, llamados **teorema de seno** y **teorema de coseno**

## TEOREMA DEL SENO

En todo triángulo, se cumple que los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{\operatorname{sen} \hat{A}}{a} = \frac{\operatorname{sen} \hat{B}}{b} = \frac{\operatorname{sen} \hat{C}}{c}$$

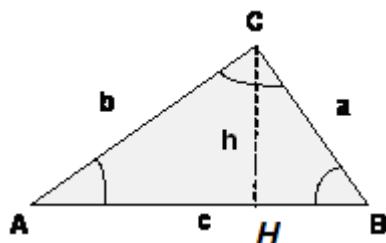


## Demostración

En el triángulo tracemos la altura  $h$  correspondiente a lado  $\overline{AB}$ .

En el triángulo  $BHC$  se cumple que  $\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{h}{a}$ , por lo tanto  $h = a \cdot \operatorname{sen} B$

En el triángulo  $AHC$  se cumple que  $\operatorname{sen} \hat{A} = \frac{h}{b}$ , por lo tanto  $h = b \cdot \operatorname{sen} A$



Como la altura  $h$  es la misma, resulta:

$$b \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen} B$$

$$\frac{\operatorname{sen} \hat{A}}{a} = \frac{\operatorname{sen} \hat{B}}{b} \quad (1)$$

Análogamente si trazamos la altura correspondiente a otro lado del triángulo, por ejemplo al  $\overline{BC}$ , podemos concluir  $\frac{\operatorname{sen} \hat{C}}{c} = \frac{\operatorname{sen} \hat{B}}{b}$  (2)

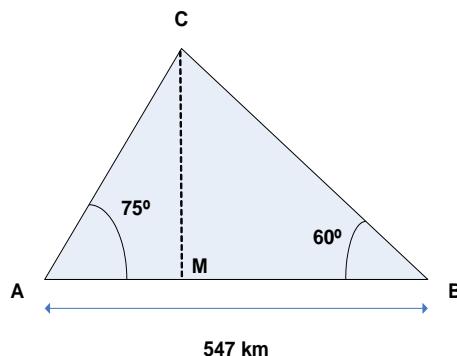
Como entre (1) y (2) una de las razones coincide resulta que las tres razones son iguales,

$$\frac{\operatorname{sen} \hat{A}}{a} = \frac{\operatorname{sen} \hat{B}}{b} = \frac{\operatorname{sen} \hat{C}}{c} \text{ que es la tesis-}$$

## Ejemplo

Un satélite pasa directamente por dos estaciones de rastreo  $A$  y  $B$  separadas entre sí 547 km. Si en el mismo momento desde ambas estaciones miden el ángulo de elevación del satélite y dichas mediciones resultan ser  $75^\circ$  y  $60^\circ$  respectivamente. ¿Cuál es la distancia del satélite a cada estación? ¿Cuál es la distancia del satélite a la superficie terrestre?

Realizamos un diagrama en el cual el satélite ocupa el punto  $C$



El ángulo correspondiente al vértice C resulta ser  $180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$ .

Aplicando la ley de los senos resulta que:

$$\frac{\sin 60^\circ}{\overline{AC}} = \frac{\sin 45^\circ}{547 \text{ km}}, \quad \text{de donde surge que} \quad \frac{547 \text{ km} \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \overline{AC}$$

$$\frac{547 \text{ km} \cdot 0,866}{0,707} = \overline{AC} = 670,02 \text{ km.}$$

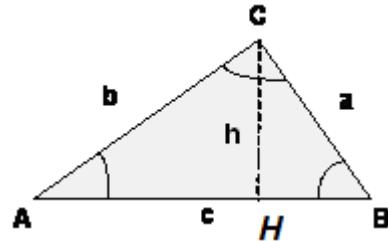
$$\text{De igual forma } \frac{\sin 75^\circ}{\overline{BC}} = \frac{\sin 45^\circ}{547 \text{ km}} \quad \overline{BC} = \frac{547 \text{ km} \cdot \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{547 \text{ km} \cdot 0,966}{0,707} = 747,38 \text{ km}$$

Si deseamos conocer la altura del satélite sobre la superficie terrestre, debemos calcular la distancia  $\overline{CM}$ . Si consideramos el triángulo rectángulo AMC,  $\overline{AC}$  es la hipotenusa y  $\sin 75^\circ = \frac{\overline{CM}}{\overline{AC}} = 0,966$ .

Luego  $\overline{CM} = 0,966 \cdot \overline{AC} = 0,966 \cdot 670,02 \text{ km} = 647,24 \text{ km.}$

## TEOREMA DEL COSENO

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C \end{aligned}$$



### Demostración

En el triángulo tracemos la altura h correspondiente a lado  $\overline{AB}$ .

Los triángulos BHC y AHC son rectángulos en H, aplicamos el teorema de Pitágoras

$$\begin{aligned} a^2 &= \overline{BH}^2 + h^2 \\ b^2 &= \overline{AH}^2 + h^2 \end{aligned}, \quad \text{y restamos miembro a miembro, resulta:}$$

$$a^2 - b^2 = \overline{HB}^2 - \overline{AH}^2 \quad \text{como } \overline{HB} = c - \overline{AH} \text{ queda}$$

$$a^2 - b^2 = (c - \overline{AH})^2 - \overline{AH}^2 \quad \text{desarrollando el cuadrado del binomio}$$

$$a^2 - b^2 = c^2 - 2.c.\overline{AH} + \overline{AH}^2 - \overline{AH}^2$$

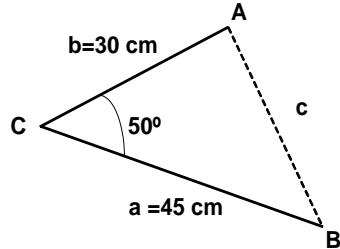
$$a^2 - b^2 = c^2 - 2.c.\overline{AH} \quad \text{como } \cos A = \frac{\overline{AH}}{b} \quad \text{y} \quad b \cdot \cos A = \overline{AH}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.c.b \cdot \cos A \quad \text{que es la tesis}$$

De igual forma se pueden demostrar las otras dos posibilidades

## Ejemplos

1- Resolver el siguiente triángulo



Aplicando la ley del coseno para el lado  $c$ , se obtiene :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b \cdot \cos C = (45\text{cm})^2 + (30\text{cm})^2 - 2 \cdot 45\text{cm} \cdot 30\text{cm} \cdot \cos 50^\circ$$

De donde resulta que  $c^2 = 2025 \text{ cm}^2 + 900\text{cm}^2 - 2700 \text{ cm}^2 \cdot 0,643 = 1188,9 \text{ cm}^2$

Luego  $c = 34,48 \text{ cm}$

Si deseamos calcular el valor del ángulo B podemos usar la fórmula

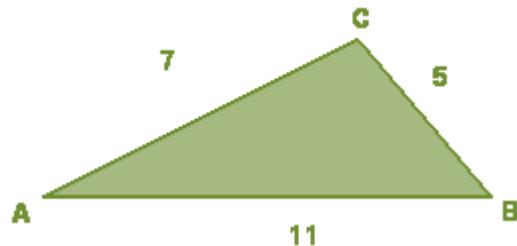
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c} = \frac{(45 \text{ cm})^2 + (34,48 \text{ cm})^2 - (30 \text{ cm})^2}{2 \cdot (45 \text{ cm}) \cdot (34,48 \text{ cm})} = \frac{2313,87 \text{ cm}^2}{3103,2 \text{ cm}^2} = 0,7456$$

Aplicando la fórmula inversa para el coseno se obtiene  $B = 41,79^\circ = 41^\circ 47' 21''$

También se puede calcular aplicando el teorema del seno.

En forma similar se puede calcular el ángulo A o si no restando  $180^\circ - 41^\circ 47' 21'' - 50^\circ = 88^\circ 12' 39''$

**2-** Hallar los ángulos del siguiente triángulo



Como lo único que poseemos como datos son las longitudes de los lados del triángulo, podemos aplicar las fórmulas del teorema del coseno, despejando en las mismas el coseno de cada ángulo en función de los lados.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2.b.c}, \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2.a.c}, \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2.a.b}$$

Sean  $a = 5$ ,  $b = 7$  y  $c = 11$ , realizando los cálculos resulta

$$\cos \hat{A} = \frac{49 + 121 - 25}{2.7.11} = \frac{145}{154} = 0,942$$

$$\hat{A} = \arccos(0,942) = 19,68^\circ = 19^\circ 36' 35''$$

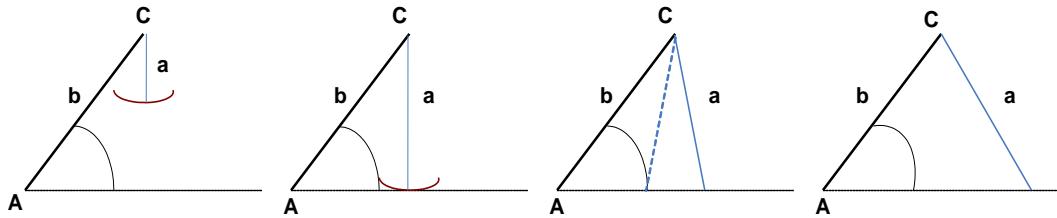
$$\cos \hat{B} = \frac{25 + 121 - 49}{2.5.11} = \frac{97}{110} = 0,882$$

$$\hat{B} = \arccos(0,882) = 28,14^\circ = 28^\circ 6' 55''$$

$$\hat{C} = 180^\circ - 19^\circ 36' 35'' - 28^\circ 6' 55'' = 132^\circ 6' 30''$$

### Aclaración Importante:

Cuando se emplea el teorema del seno para averiguar un ángulo de un triángulo en el caso de tener como datos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos, puede resultar que se determine uno o dos triángulos que cumplan con las condiciones o bien ninguno. Se denomina el **caso ambiguo**. Analicemos las distintas posibilidades que se presentan cuando nos dan como dato un lado **b**, un ángulo  $\hat{A}$  y el lado opuesto **a**.



En el primer gráfico es claro que la longitud del lado **a** es menor que la mínima distancia del vértice C a la línea horizontal (que cerraría el triángulo). Luego en este caso no es posible construir un triángulo.

En la segunda imagen la longitud del lado **a** es igual a la distancia del vértice C a la línea horizontal, y se puede construir un único triángulo (que resulta ser rectángulo).

En la tercera imagen la longitud de **a** es mayor que la distancia del vértice C a la línea horizontal pero a su vez es menor que la longitud de **b**. En este caso es posible construir dos triángulos.

En la cuarta imagen la longitud del lado **a** es igual o mayor a la longitud del lado **b** y se puede construir un solo triángulo.

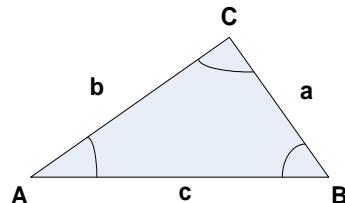
## Ejemplos

1-- Dados

$$a = 15 \text{ cm}, b = 25 \text{ cm} \text{ y } \hat{A} = 47^\circ$$

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} \text{ entonces } \frac{\sin 47^\circ}{15\text{cm}} = \frac{\sin \hat{B}}{25\text{cm}}$$

$$\frac{\sin 47^\circ \cdot 25\text{cm}}{15\text{cm}} = \sin \hat{B} \quad \text{entonces} \quad \sin \hat{B} = \frac{0,73135 \cdot 25\text{cm}}{15\text{cm}} = 1,21$$



No existe un ángulo cuyo seno sea 1,21, un ángulo de un triángulo es mayor que  $0^\circ$  y menor a  $180^\circ$  y por lo tanto su seno varía entre 0 y 1 .

No existe un triángulo con los datos dado.

2- Dados  $a = 15 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$  y  $\hat{A} = 30^\circ$

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} \quad \text{entonces} \quad \frac{\sin 30^\circ}{15\text{cm}} = \frac{\sin \hat{B}}{20\text{cm}}$$

$$\frac{\sin 30^\circ \cdot 20\text{cm}}{15\text{cm}} = \sin \hat{B} \quad \text{entonces} \quad \sin \hat{B} = \frac{0,5 \cdot 20\text{cm}}{15\text{cm}} = 0,6$$

Existen dos triángulos entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  cuyo seno vale 0,6666..., el agudo es  $\arcsen(0,6666) = 41^\circ 48' 37''$  (obtenido con la calculadora) y el otro pertenece al segundo cuadrante y es

$$\hat{B}^* = 180^\circ - 41^\circ 48' 37'' = 138^\circ 11' 23''.$$

Ambos valores pueden corresponder al ángulo  $\hat{B}$ , ya que al ser el lado **b** mayor que el lado **a**, el ángulo  $\hat{B}$  debe ser mayor a  $\hat{A}$  y ambas medidas son mayores que  $30^\circ$ .

Por otra parte al sumarle a  $\hat{B}^*$  la medida de  $\hat{A}$  no supera  $180^\circ$  que es la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo.

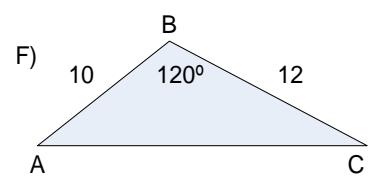
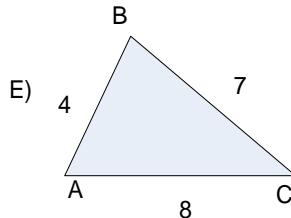
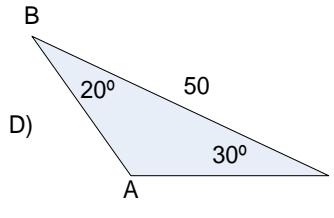
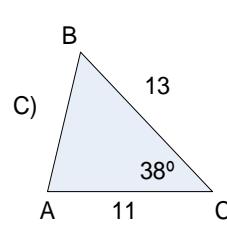
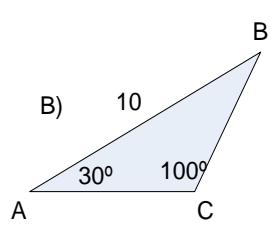
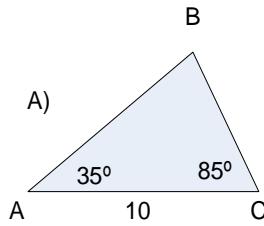
En este caso existen dos triángulos posibles.

Continua el ejemplo calculando, con los dos valores posibles  $\hat{B}$  y  $\hat{B}^*$ , los elementos faltantes ( $c$ ,  $c^*$ ,  $\hat{C}$  y  $\hat{C}^*$ ) del triángulo.

Intenta resolver el ejercicio desde cero, calculando primero el lado  $c$  aplicando el teorema del coseno, verás que queda para resolver una ecuación cuadrática con dos soluciones válidas para los lados.

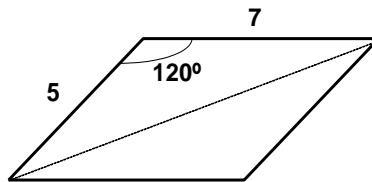
## Ejercicio 27

Resolver los siguientes triángulos, aplicando la ley que resulte más apropiada



## Ejercicio 28

Encuentre el valor de la diagonal del siguiente paralelogramo



## Ejercicio 29

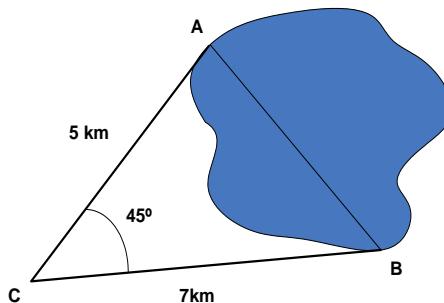
Las longitudes de los lados de un terreno de forma triangular son 22 m , 36 m y 44 m respectivamente. Determine los ángulos del terreno y el área del mismo.

## Ejercicio 30

Un barco navega en línea recta y en forma paralela a la costa. Desde dos puntos A y B situados en la costa y separados entre sí por 510m se miden los ángulos que forman las líneas que unen al barco con los puntos A y B con la línea de la costa. Si los valores de dichos ángulos son respectivamente  $45^\circ$  y  $68^\circ$  . Determine la distancia del barco a los puntos A y B y la distancia del barco a la costa. (Haga un diagrama).

## Ejercicio 31

Un topógrafo desea medir la distancia entre los puntos A y B ubicados en la orilla de un lago. Los datos que conoce son los que aparecen en la figura adjunta. Calcule la distancia de A a B.



## Ejercicio 32

Mateo y Pedro tienen sus casas en el campo a una distancia de 500 m. Ambos divisan un helicóptero volando entre ellos. Mateo lo ve con un ángulo de elevación de  $58^\circ$  y Pedro está a una distancia de 600 m del helicóptero.

- ¿A qué distancia del helicóptero se encuentra Mateo?
- ¿A qué altura del suelo está el helicóptero?
- Si se realiza un dibujo de la situación usando una escala E : 1: 5000 ¿Cuántos cm medirá, en el dibujo, la distancia entre el helicóptero y Pedro?

Video tutorial que explica parte de este ejercicio, no lo miren hasta tratar de resolverlo solos  
<https://youtu.be/JizzoPcZ2bw>

# OTRAS FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS IMPORTANTES

## Funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \sin\beta \cos\alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \sin\beta \cos\alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

## Funciones trigonométricas del doble de un ángulo

$$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

## Transformaciones en producto

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \cdot \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

## Funciones trigonométricas del ángulo mitad

$$\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$

# GRÁFICOS CARTESIANOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Después de todo lo analizado acerca de las funciones trigonométricas y como para terminar el tema, realizaremos las gráficas cartesianas de estas funciones.

Siendo las funciones trigonométricas funciones que dependen de los ángulos, en el eje x representaremos los valores de ellos, expresados en radianes (números reales) y en el eje y los valores de seno, coseno, etc. ....que esos ángulos tienen.

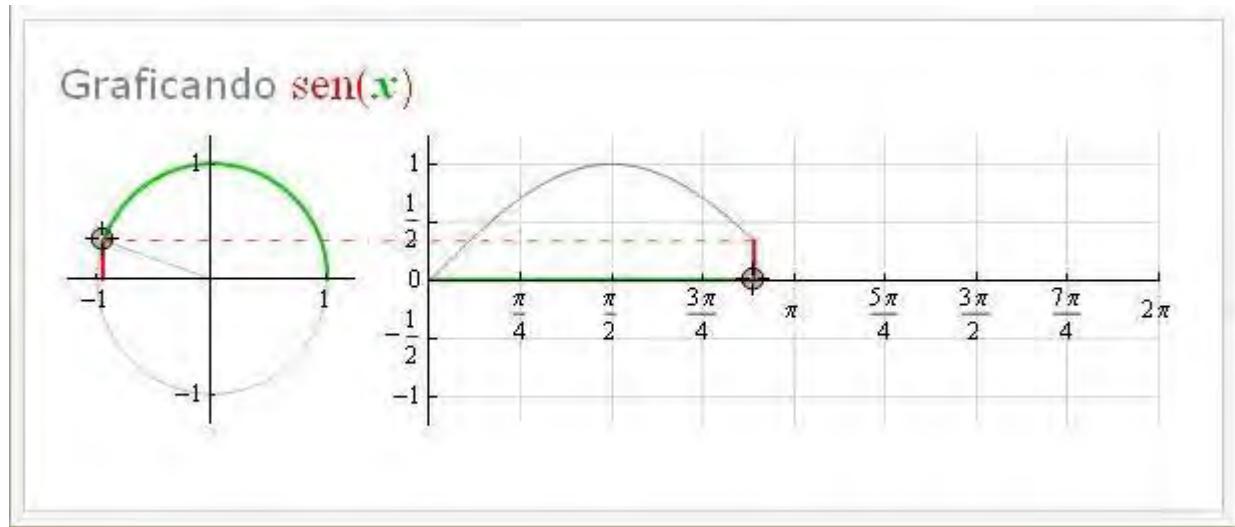
Las gráficas que te mostraremos se obtuvieron mediante un software que permite hacer animaciones. Te explicaremos el proceso que se usa para lograr las funciones trigonométricas.

A la izquierda graficamos la circunferencia trigonométrica, teniendo en cuenta que el radio es 1, y en la escala del eje y el 1 corresponde a la misma distancia que el radio de la circunferencia.

## Gráfico de $y = \operatorname{sen}(x)$

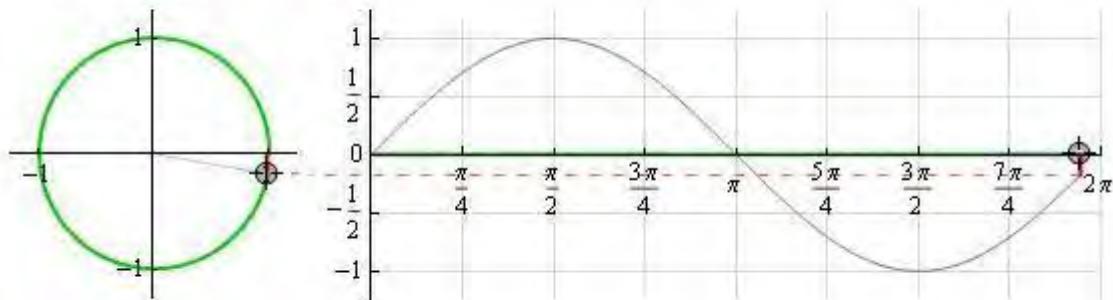
Como se indicó anteriormente, el valor de la ordenada del lado terminal del ángulo representa el valor de seno del ángulo, esa misma ordenada es la que debe atribuirse como vertical en el gráfico para el valor del ángulo  $x$ , en cuestión.

En el gráfico se muestra como para un ángulo del segundo cuadrante (aproximadamente  $\frac{7}{8}\pi$ ) la medida del segmento se traslada al gráfico cartesiano, obteniéndose así el valor que le corresponde a ese ángulo como su seno.



En el próximo gráfico, se sigue completando la curva y se muestra en particular como se le asigna la ordenada a un ángulo un poco menor que  $2\pi$ . Recordemos que en el cuarto cuadrante el seno tiene signo negativo, entonces la imagen que corresponde a ese ángulo es negativa.

## Graficando $\sin(x)$



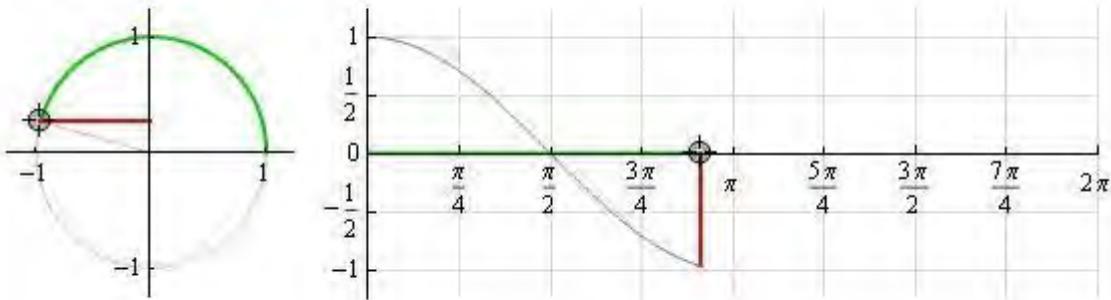
Así se obtiene la curva que representa a la función  $y = \sin(x)$  que se denomina **sinusoide**

Video tutorial: explicación dinámica de la gráfica anterior [https://youtu.be/tf5uTzi\\_JnQ](https://youtu.be/tf5uTzi_JnQ)

## Gráfico de $y = \cos(x)$

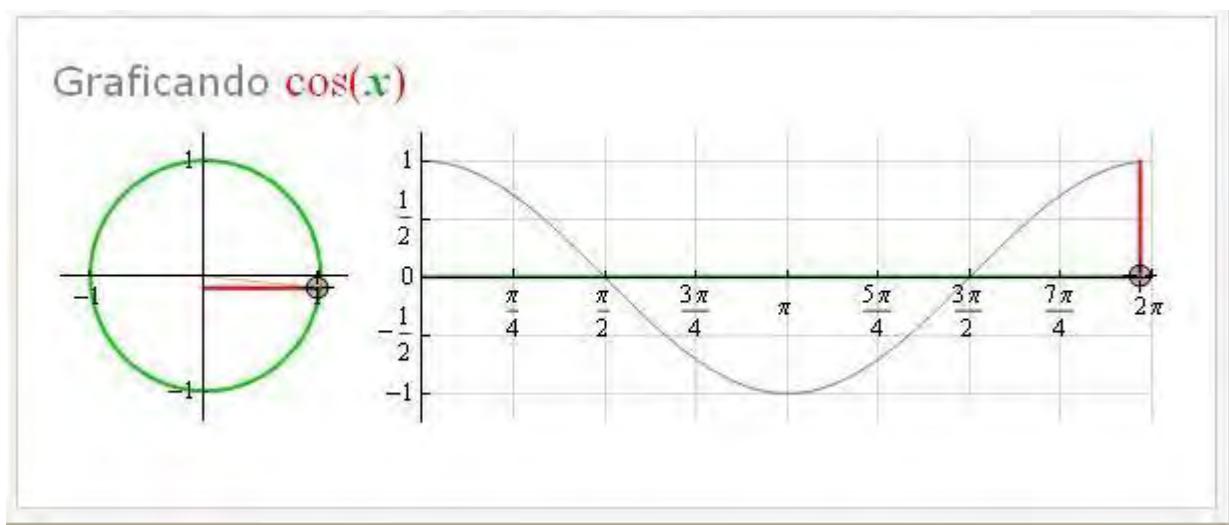
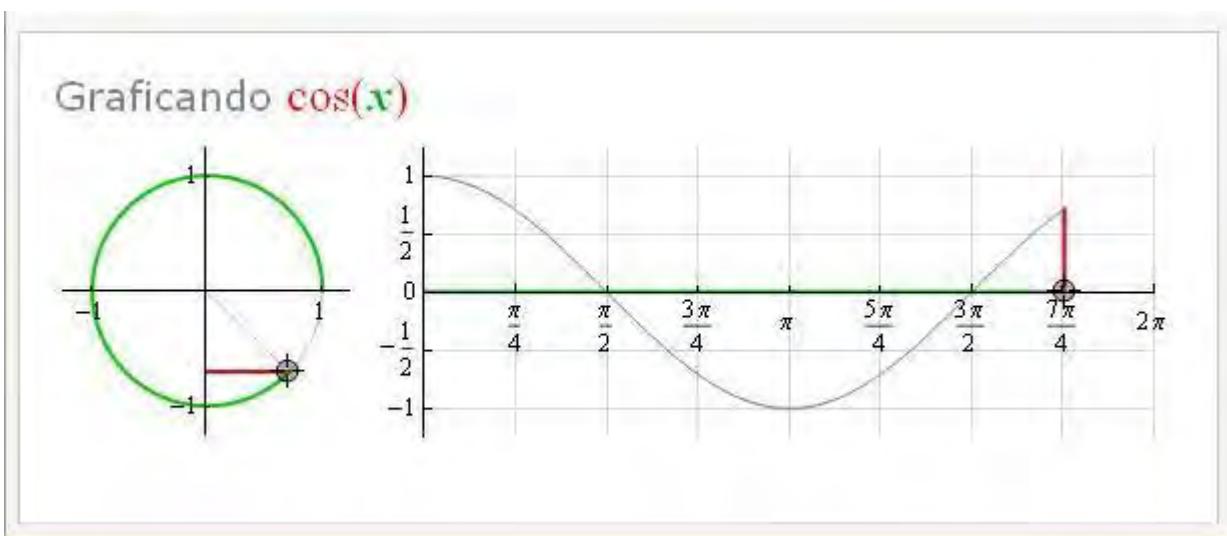
También se indicó anteriormente, el valor de la abscisa del lado terminal del ángulo representa el valor de coseno de ese ángulo, la longitud de ese segmento horizontal es el que debe atribuirse como vertical en el gráfico para el valor de  $x$ , en cuestión. Respetando que sea positivo o negativo de acuerdo al cuadrante en que se encuentre el ángulo.

## Graficando $\cos(x)$



En el gráfico anterior se muestra como se asigna la ordenada a un ángulo del segundo cuadrante, como el coseno es negativo en ese cuadrante, la ordenada que corresponde a ese ángulo también es negativa.

En los siguientes dos gráficos se trabajan con ángulos del cuarto cuadrante, para ellos el valor de la abscisa y por lo tanto del coseno es positivo



La curva, así obtenida, representa a la función  $y = \cos(x)$  y se denomina **cosinusoide**

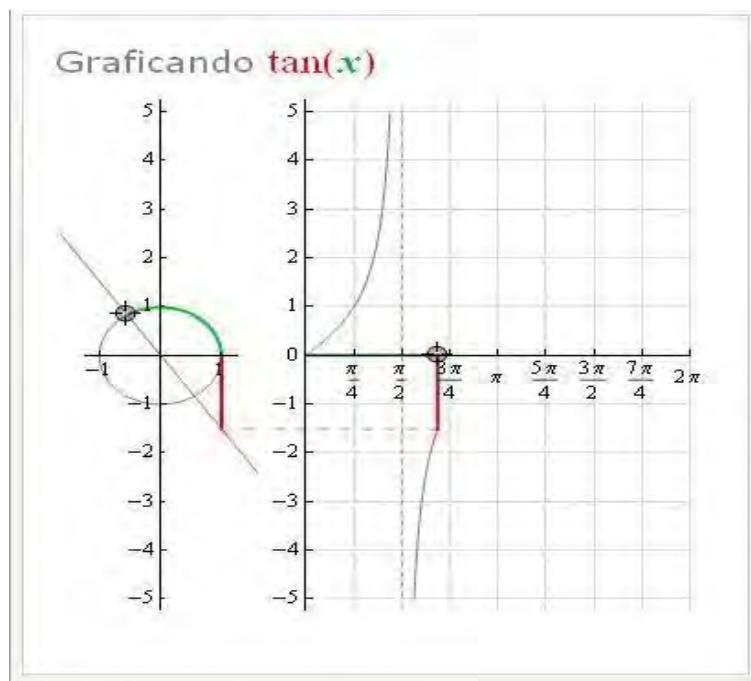
## Gráfico de $y = \operatorname{tg}(x)$

Para graficar la tangente se debe tener en cuenta que los segmentos que la representan se encuentran sobre la recta tangente a la circunferencia trigonométrica por el punto de coordenadas  $(1;0)$

En el gráfico siguiente se muestra el segmento para un valor de ángulo que pertenece al cuarto cuadrante, en el que la tangente es negativa.

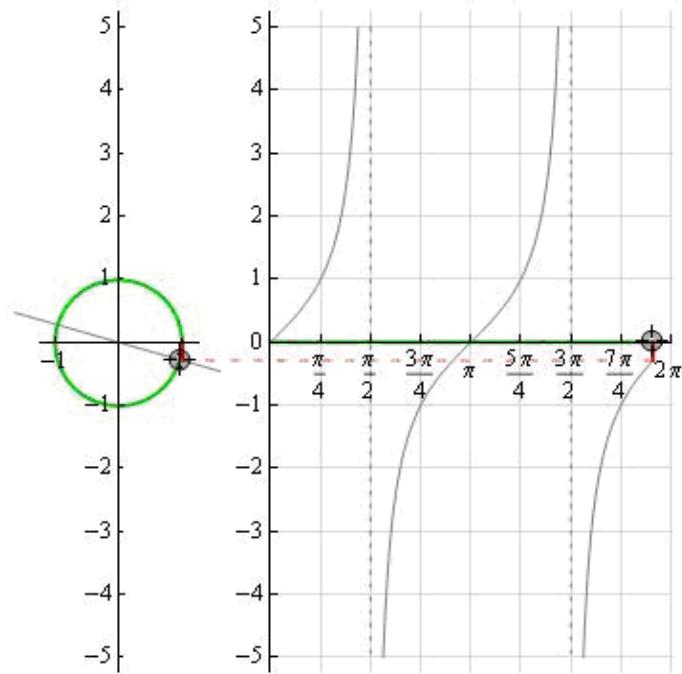
Observa que la tangente va creciendo indefinidamente al acercarse en  $x$  al número  $\frac{\pi}{2}$  pero para él

no está definida y “al pasar” ese número como cambiamos al segundo cuadrante la tangente adopta valores por debajo del eje  $x$ , ya que la tangente en el segundo cuadrante es negativa



Por último, se muestra para un ángulo del cuarto cuadrante, dándonos una idea de cómo es el grafico de la función tangente.

## Graficando $\tan(x)$



# MÓDULO 5

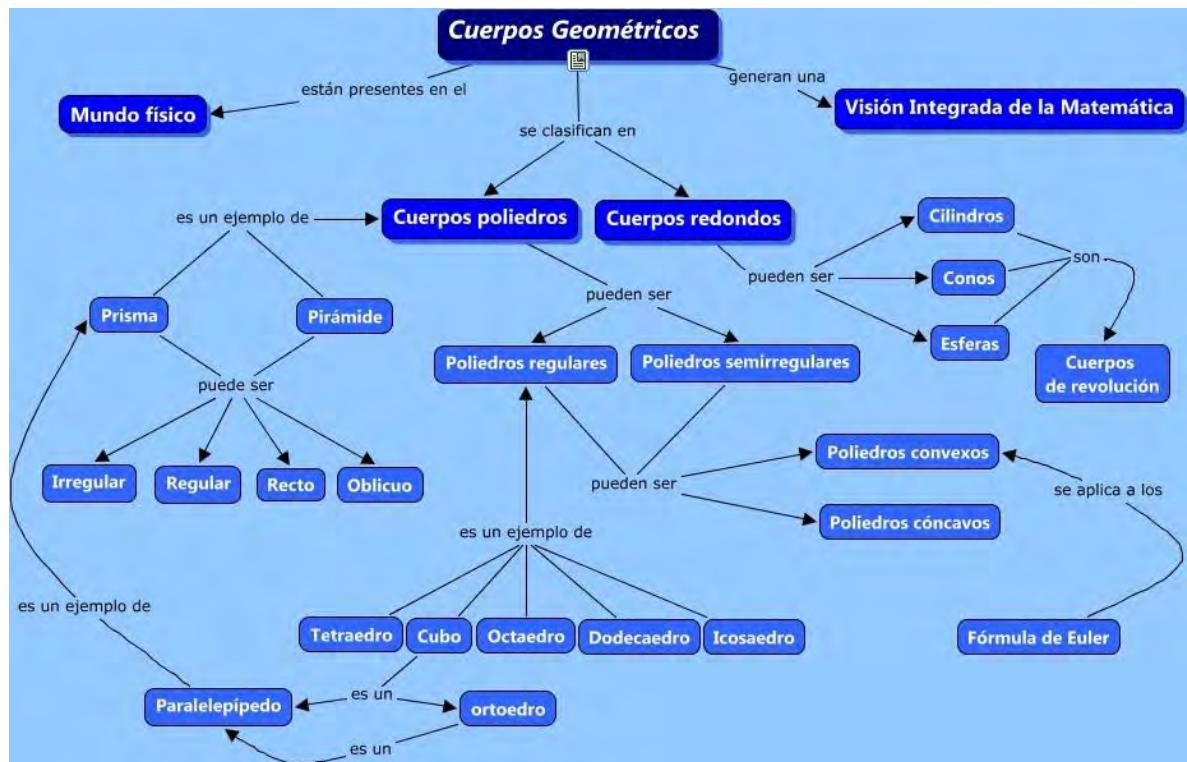
## CUERPOS GEOMÉTRICOS

Un cuerpo geométrico es una figura geométrica que ocupa un volumen.

Se los puede clasificar en cuerpos poliedrinos y cuerpos redondos.

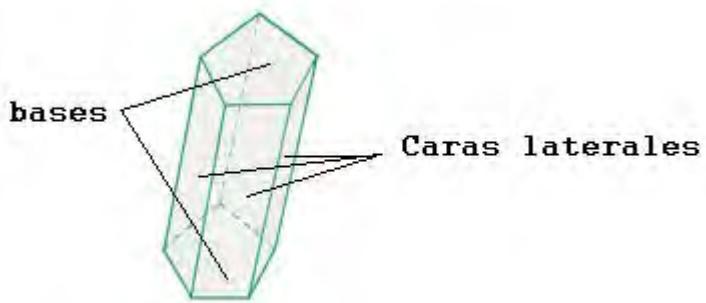
Un poliedro es un sólido cuyas caras son todas planas, cada cara plana es un polígono. En este capítulo veremos algunas características de los prismas y las pirámides.

Los cuerpos redondos son aquellos que tienen al menos una cara o superficie curva. Analizaremos el cilindro recto, el cono y la esfera.



### PRISMA

Un prisma es un cuerpo geométrico determinado por dos polígonos paralelos y congruentes, llamados *bases* del prisma, y por tantos paralelogramos como lados tengan dichos polígonos, llamados *caras laterales* del prisma.



Es decir, un prisma es un poliedro que tiene dos caras paralelas e iguales llamadas bases y sus caras laterales son paralelogramos.

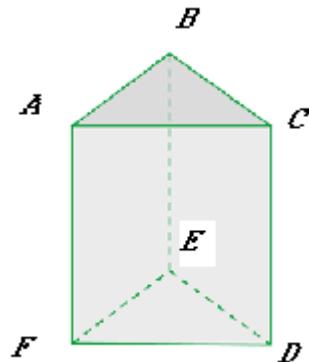
Los lados de los polígonos que constituyen sus caras se llaman **aristas** del prisma. Los lados de las bases se llaman **aristas básicas** y las demás son las **aristas laterales**. Todas las aristas laterales son iguales. Cada arista es la intersección de dos caras del prisma.

Los vértices de las caras de un prisma, son también los **vértices** del polígono.

$A, B, C, D, E, F$  Vértices

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}, \overline{FE}, \overline{ED}, \overline{DF}$  Aristas básicas

$\overline{AF}, \overline{BE}, \overline{DC}$  Aristas laterales



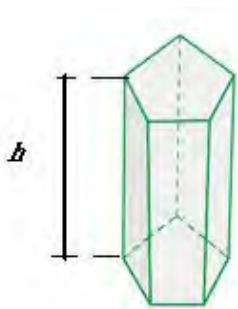
Un prisma se llama triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, ...según que sus bases sean triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, ..... etc.

Si los planos que incluyen a las bases de un prisma son perpendiculares a las aristas laterales, el prisma es un **prisma recto**. En caso contrario es un **prisma oblicuo**.

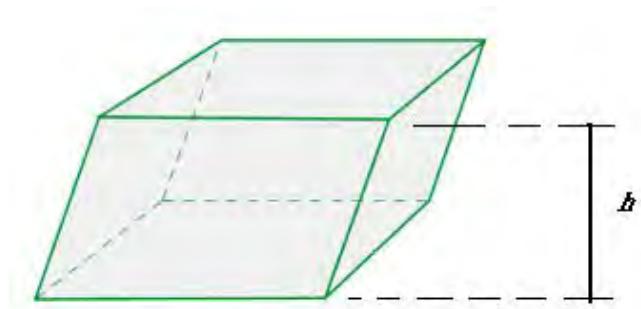
En el primer caso, las caras laterales son rectángulos y en el segundo caso, las caras laterales son paralelogramos.

La distancia entre los planos que contienen a las bases del prisma es la altura ( $h$ ) del prisma.

En un prisma recto la altura es la longitud de cualquier arista lateral del mismo.



*Prisma recto*



*Prisma oblicuo*

Si cortamos un prisma con un plano perpendicular a las aristas laterales, el polígono obtenido como intersección se llama *sección recta* del prisma. Todas las secciones rectas de un prisma son iguales.

## Área Lateral Y Área Total de un Prisma Recto

Se llama área lateral ( $A_L$ ) a la suma de las áreas de sus caras laterales y área total ( $A_T$ ) a la suma del área lateral y el área de sus dos bases.

Las caras laterales de los prismas rectos son rectángulos, cuyas bases son las aristas básicas del prisma y la altura de los rectángulos coincide con la altura del prisma, por lo tanto la suma de las áreas de las caras laterales es el producto del perímetro de la base por la altura del prisma.

Por ejemplo, en el prisma graficado debajo, para calcular el área lateral, comenzamos calculando el área de cada cara, para ello, multiplicamos la medida de la base por su altura

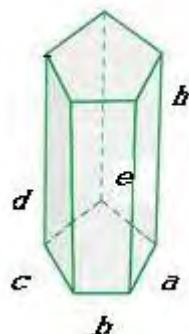
$$\text{Área lateral} = A_L = a.h + b.h + c.h + d.h + e.h$$

Sacando factor común, resulta:

$$A_L = (a + b + c + d + e) . h$$

El paréntesis es el perímetro de la base

$$A_L = \text{Perímetro de la base} . \text{altura} = P_B . h$$



Entonces:

$$\boxed{\text{ÁREA LATERAL} = \text{PERÍMETRO DE LA BASE} . \text{ALTURA}}$$

Para obtener el área total se debe sumar al área lateral, el área de las dos bases, resulta entonces:

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

$$\boxed{\text{ÁREA TOTAL} = \text{ÁREA LATERAL} + 2 \cdot \text{ÁREA BASE}}$$

## Ejemplo 1

Calcular la superficie lateral de un prisma recto cuya base es un cuadrilátero cuyos lados miden 9 cm, 7 cm, 10 cm y 13 cm, siendo la altura del prisma de 4 cm.

**Solución:**

Cálculo del perímetro de la base.  $P_B = 9 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 13 \text{ cm} = 39 \text{ cm}$

Cálculo de la superficie lateral  $A_L = P_B \cdot h = 39 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 156 \text{ cm}^2$

## Ejemplo 2

Calcular la superficie total de un prisma recto de altura 10 cm cuya base es un hexágono regular de 6 cm de lado.

Cálculo del perímetro de la base:  $P_B = 6 \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$

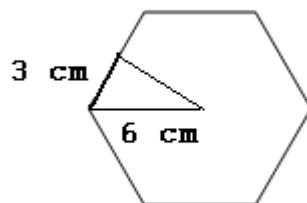
Cálculo de la superficie lateral:  $A_L = P_B \cdot h = 36 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 360 \text{ cm}^2$

Para calcular la superficie total se debe calcular la superficie de la base, que es un polígono regular de seis lados.

Recordar que la superficie es la mitad del producto del perímetro ( 36 cm ) por la apotema.

Cálculo de la apotema del hexágono: Se aplica el teorema de Pitágoras

$$\begin{aligned} A_p &= \sqrt{(6 \text{ cm})^2 - (3 \text{ cm})^2} = \\ &= \sqrt{36 \text{ cm}^2 - 9 \text{ cm}^2} = \\ &= \sqrt{27 \text{ cm}^2} = 3\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$



Cálculo de la superficie de la base:

$$S_B = \frac{P_B \cdot A_p}{2} = \frac{36 \text{ cm} \cdot 3\sqrt{3} \text{ cm}}{2} = 54\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Cálculo de la superficie total:

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 360 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 54 \sqrt{3} \text{ cm}^2 = (360 + 108\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

Aproximadamente  $547,06 \text{ cm}^2$

## Volumen del Prisma

El volumen de un prisma es igual al producto del área de una de sus bases por la medida de la altura. También puede pensarse como la multiplicación entre el área de la sección recta y la altura del prisma.

$$V = A_b \cdot h$$

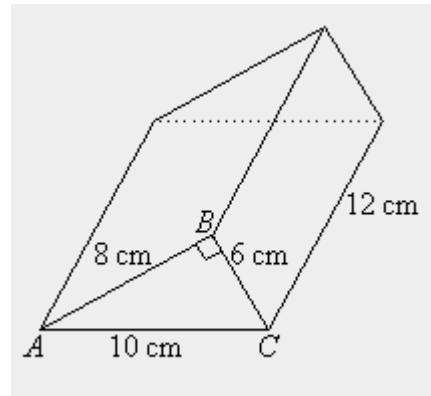
## Ejemplo

El volumen del prisma de la derecha cuya base es un triángulo rectángulo y su altura es de 12 cm es:

$$V = A_b \cdot h =$$

$$= \text{Área del triángulo} \cdot \text{altura del prisma} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 288 \text{ cm}^3$$



## ORTOEDRO

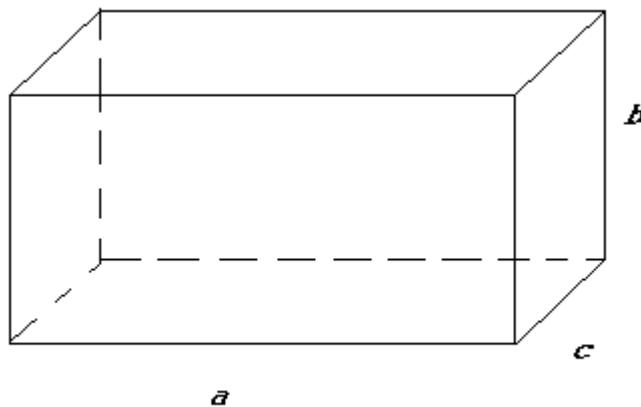
Si las bases de un prisma recto son rectángulos, el prisma recibe el nombre de ortoedro.

Un ortoedro tiene, por lo tanto, seis caras, todas rectangulares.

Las caras opuestas son congruentes

Las aristas  $a, b, c$  que concurren en un vértice, se conocen como las tres dimensiones del ortoedro, muchas veces nombradas como ancho, alto y profundidad.

Las cuatro diagonales del ortoedro son iguales.



## Teorema de Pitágoras en el Ortoedro

En todo ortoedro, el cuadrado de la medida de una diagonal es igual a la suma de los cuadrados de las aristas concurrentes en un vértice.  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

### Demostración:

La base del ortoedro es un rectángulo, al trazar su diagonal queda determinado un triángulo rectángulo, aplicando en él, el teorema de Pitágoras, resulta:  $p^2 = a^2 + b^2 \quad (1)$

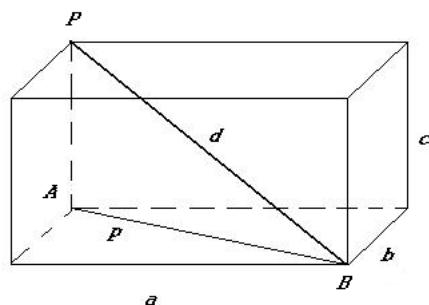
El triángulo  $PAB$  incluido en un plano diagonal, es rectángulo en  $A$ , si se aplica nuevamente el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = p^2 + c^2 \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2) obtenemos.

$$d^2 = (a^2 + b^2) + c^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Que es la tesis, es decir:



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

# CUBO

El cubo, también llamado hexaedro es un poliedro regular de seis caras, es un ortoedro cuyas aristas son todas iguales,  $a = b = c$  y por lo tanto también es un prisma.

Todas sus caras son cuadradas. Es uno de los poliedros regulares.

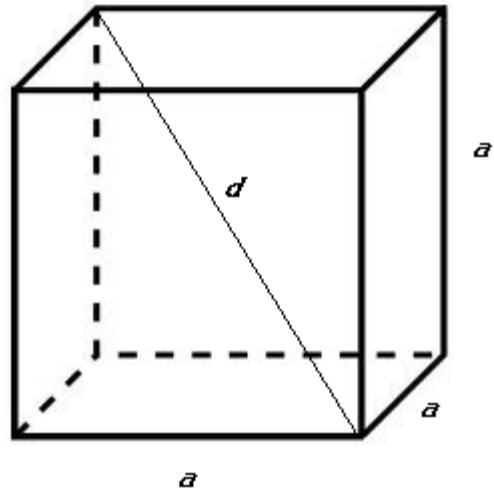
Siendo “ $a$ ” la arista del cubo, la medida de su diagonal es  $d = \sqrt{3}a$  ya que aplicando el teorema de Pitágoras resulta  $d^2 = 3a^2$

Recordando que el área del cuadrado es el cuadrado del lado, el área total del cubo puede calcularse como:

$$A_T = 6 \cdot \text{arista}^2 = 6 \cdot a^2$$

Y su volumen, es el cubo de la medida de la arista:

$$V = a^3$$



## Ejercicio 1

Calcula la medida de la arista de un prisma cuya base es un triángulo equilátero, si se sabe que su volumen es de  $64 \text{ cm}^3$  y su altura es de  $16 \text{ cm}$ .

## Ejercicio 2

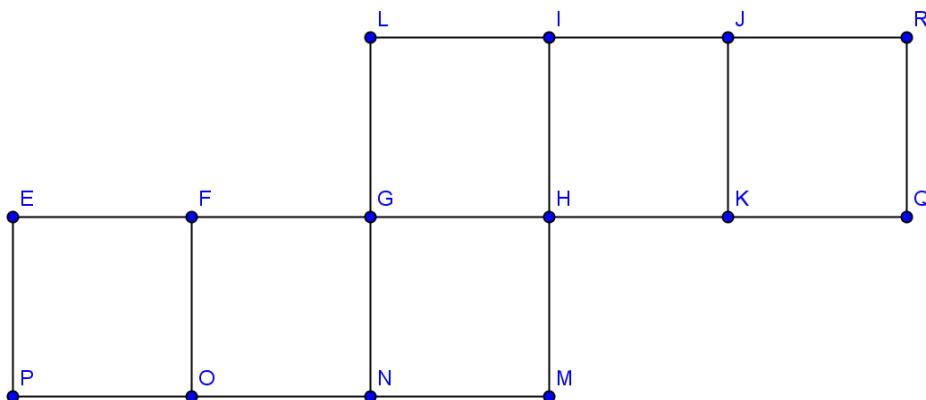
Calcula el volumen de un prisma cuadrangular, cuya altura es el triple de la arista en la base sabiendo que el área lateral es de  $684 \text{ cm}^2$ .

## Ejercicio 3

Piensa en el cubo que se construiría plegando este desarrollo.

a) ¿Cuáles son los vértices de la figura plana que quedan superpuestos al construir el cubo?

b) ¿Cuáles son los segmentos de la figura plana que quedan superpuestos al construir el cubo?



### Ejercicio 4

Calcula el área total y el volumen de un prisma hexagonal, si se sabe que la arista de la base mide 4 cm y la altura del cuerpo coincide con la apotema de la base.

### Ejercicio 5

Tenemos que construir un tanque con forma de prisma con una base de 70 cm por 50 cm. ¿Qué altura debemos darle para que tenga una capacidad de 300 litros, si debemos dejar un margen del 5 % para que no desborde?

### Ejercicio 6

Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma de altura 24 cm , cuya base es un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 18 cm.

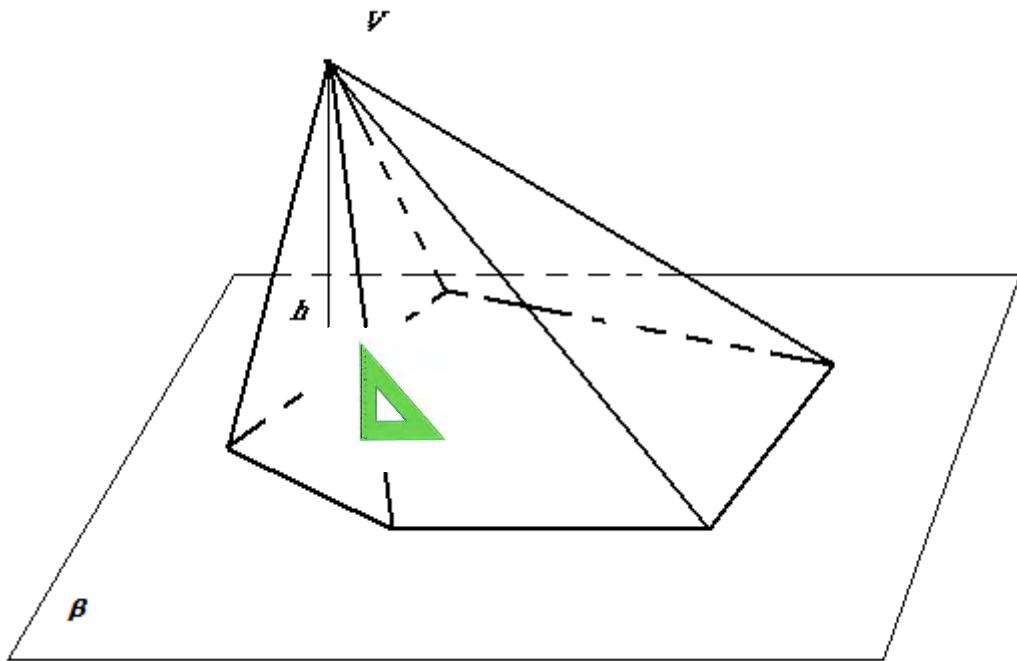
### Ejercicio 7

Calcula el área total y el volumen de un cubo en el cual sus caras tienen una diagonal de 4,24 m.

## PIRAMIDE

Una pirámide es un cuerpo geométrico que tiene un polígono como base y caras triangulares que concurren en un punto llamado vértice  $V$  de la pirámide.

La distancia entre el vértice  $V$  y el plano  $\beta$  que contiene a la base es la altura ( $h$ ) de la pirámide.



Una pirámide se llama triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, ...según que su base sea un triángulo, cuadrilátero, pentágono, ..... etc.

La pirámide triangular se llama tetraedro por ser un poliedro de cuatro caras-

Una pirámide se llama **regular** si su base es un polígono regular y el pie de su altura en el plano que incluye a la base es el centro de ese polígono (Es decir, la figura anterior no corresponde a una pirámide regular, dado que el pie de la misma no es el centro del polígono base).

En una pirámide regular se verifican las siguientes propiedades:

Las aristas laterales son segmentos congruentes.

Las caras laterales son triángulos isósceles congruentes.

Se llama eje de la pirámide regular a la recta determinada por su vértice y el centro de la base.  
Incluye a la altura.

Se llama **Apotema (Ap)** de una pirámide regular al segmento determinado por el vértice de la pirámide y el punto medio de uno de los lados de la base de la misma.

## Área Lateral y Área Total de una Pirámide Regular

Las caras laterales de una pirámide regular son triángulos isósceles congruentes, la apotema de la pirámide (Ap) es la altura de esos triángulos.

El área lateral es la suma de las áreas de las caras laterales, entonces para calcularla basta calcular el área de una cara triangular y multiplicarla por el número de triángulos (que es la cantidad de lados del polígono regular de la base)

$$\text{Área lateral} = A_L = n \cdot \text{Área de una cara}$$

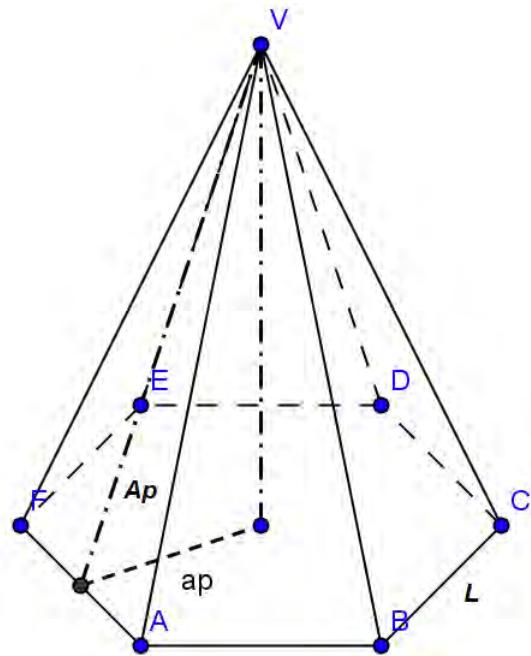
$$A_L = n \cdot \frac{L \cdot h}{2} \quad \text{siendo } L \text{ lado de la base}$$

Como la  $h$  es la Apotema de la pirámide

$$A_L = n \cdot \frac{L \cdot Ap}{2}$$

Pero  $n \cdot L$  es el perímetro de la base

$$A_L = \frac{\text{Perímetro base} \cdot Ap}{2}$$



$$\boxed{\text{ÁREA LATERAL} = \frac{1}{2} \cdot \text{PERÍMETRO DE LA BASE} \cdot \text{APOTEMA de la PIRÁMIDE}}$$

Para obtener el área total se debe sumar al área lateral, el área de la base, que es un polígono regular.

$$\text{Recordemos que el área de un polígono regular es } A_B = \frac{\text{Perímetro base} \cdot \text{apotema}}{2}$$

$$A_T = A_L + A_B = \frac{\text{Perímetro base} \cdot Ap}{2} + \frac{\text{Perímetro base} \cdot \text{apotema}}{2}$$

Sacando factor común resulta:

$$\boxed{A_T = \frac{\text{Perímetro base} \cdot (Ap + ap)}{2}}$$

siendo  $\begin{cases} Ap & \text{apotema de la pirámide} \\ ap & \text{apotema de la base} \end{cases}$

$$\boxed{\text{ÁREA TOTAL} = \frac{1}{2} \cdot \text{PERÍMETRO DE LA BASE} \cdot (\text{APOTEMA de la PIRÁMIDE} + \text{APOTEMA de la BASE})}$$

## Ejemplo

Calcular el área total de una pirámide regular cuya base es un hexágono de 6 cm de lado, siendo la arista lateral de la pirámide de 12 cm

Calculamos la apotema de la base aplicando el teorema de Pitágoras

$$ap = \sqrt{(6\text{cm})^2 - (3\text{cm})^2} = \sqrt{36\text{cm}^2 - 9\text{cm}^2} = \sqrt{27\text{cm}^2} = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

Calculamos la apotema de la pirámide aplicando también el teorema de Pitágoras

$$Ap = \sqrt{(12\text{cm})^2 - (3\text{cm})^2} = \sqrt{144\text{cm}^2 - 9\text{cm}^2} = \sqrt{135\text{cm}^2} = 3\sqrt{15}\text{cm}$$

Perímetro de la base =  $6 \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$

Entonces el área total es :

$$A_T = \frac{\text{Perímetro base} \cdot (Ap + ap)}{2} = \frac{36\text{cm} \cdot (3\sqrt{15}\text{cm} + 3\sqrt{3}\text{cm})}{2} = 54(\sqrt{15} + \sqrt{3})\text{cm}^2$$

$$A_T \approx 302,67 \text{ cm}^2$$

## Área Lateral y Área Total de una Pirámide Irregular

Si la pirámide es irregular, el área lateral es la suma de las áreas de los triángulos que constituyen sus caras laterales.

$$\boxed{\text{ÁREA LATERAL} = \text{SUMA DE ÁREAS DE LAS CARAS LATERALES}}$$

Para calcular el área total habrá que sumarle al área lateral el área de la base de la pirámide, de acuerdo al polígono que sea:

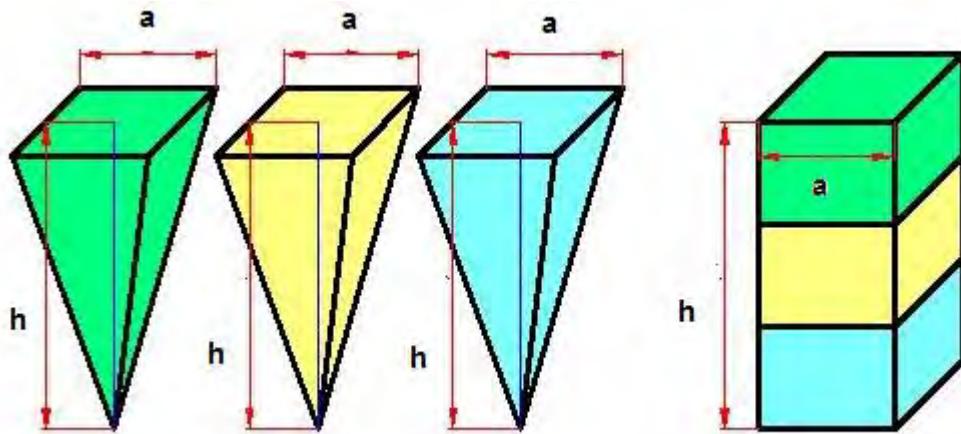
$$\boxed{\text{ÁREA TOTAL} = \text{ÁREA LATERAL} + \text{ÁREA BASE}}$$

## Volumen de una Pirámide

El volumen de una pirámide es igual a  $\frac{1}{3}$  del producto del área de la base por la medida de la altura.

$$V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$$

Ten en cuenta que el volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma que tiene la misma base y la misma altura que la pirámide.



## Ejemplo

Encontrar el volumen de una pirámide regular cuya base es un cuadrado cuya diagonal mide  $6\sqrt{2}$  cm y su altura es el triple del lado de la base.

Resolución:

Cálculo del lado del cuadrado que es base de la pirámide:

Aplicando el teorema de Pitágoras en el cuadrado base:

$$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \rightarrow (6\sqrt{2})^2 = 2l^2$$

$$36 \cdot 2 = 2 \cdot l^2 \rightarrow 72 = 2 \cdot l^2$$

Cálculo de la superficie de la base:

$$36 = l^2 \rightarrow 6 = l$$

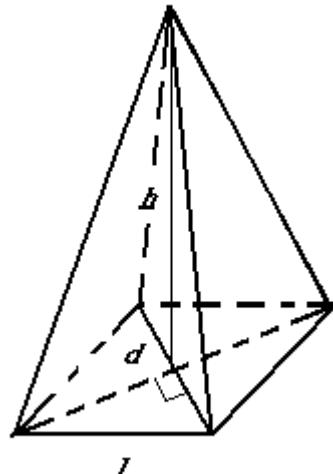
$$\text{Área base} = A_b = l^2 = 36 \text{ cm}^2$$

La altura de la pirámide es el triple del lado del cuadrado:

$$h = 3 \cdot 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$$

Cálculo del volumen de la pirámide:

$$V = \frac{1}{3} A_b \cdot h = \frac{1}{3} 36 \text{ cm}^2 \cdot 18 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$$



## Ejercicio 8

Una pirámide regular tiene por base un cuadrado de 8 cm de lado y el área lateral es igual a dos tercios del área total. Calcula la altura, el área lateral y el volumen del cuerpo.

## Ejercicio 9

Determinar el área lateral, área total y el volumen de una pirámide triangular regular de 9 cm de Apotema, sabiendo que el radio del círculo circunscripto a la base es igual a 2 cm.

## Ejercicio 10

La superficie lateral de una pirámide regular hexagonal es de  $84 \text{ cm}^2$ , siendo la apotema de la pirámide igual a 7 cm. Calcular el área total de la pirámide y su volumen.

## Ejercicio 11

Por lo general las famosas pirámides de Egipto son pirámides cuadrangulares. La pirámide de Keops es una de las más famosas. Aproximando sus medidas podemos afirmar que tiene por base un cuadrado de lado 230.35 m y una altura de 146.61 m, calcula el volumen que ocupa dicha pirámide. Redondea a dos cifras decimales en los casos que sea necesario.

Si quisieramos cubrir la pirámide de Keops con una tela, ¿qué cantidad de la misma necesitaríamos?

Les adjuntamos un cuadro con nombres de algunos cuerpos, cantidad de vértices, aristas y caras como síntesis de esta parte de cuerpos de caras planas

Nombre	Imagen	Vértices (V)	Aristas (A)	Caras (C)
Tetraedro		4	6	4
Cubo o Hexaedro		8	12	6
Octaedro		6	12	8
Dodecaedro		20	30	12
Isooctaedro		12	30	20
Prisma triangular		6	9	5
Prisma rectangular		8	12	6
Prisma pentagonal		10	15	7
Prisma hexagonal		12	18	8
Pirámide cuadrangular		5	8	5

# CILINDRO

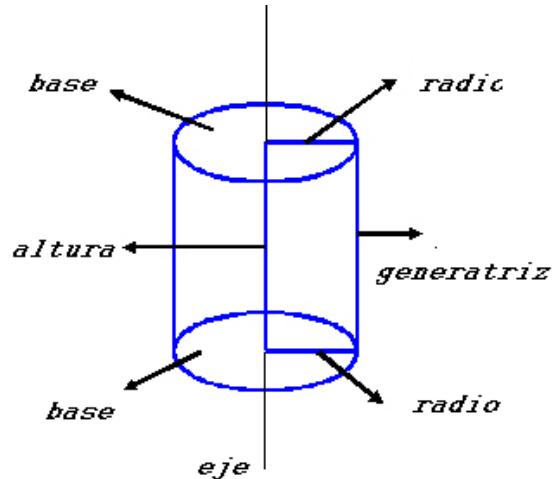
Un cilindro recto es un cuerpo geométrico que se obtiene al hacer girar un rectángulo en torno a uno de sus lados.

Eje del cilindro es el lado fijo sobre el que gira el rectángulo,

Generatriz del cilindro es el segmento que representa cada una de las infinitas posiciones que adopta el otro lado del rectángulo.

Bases del cilindro son los círculos que determinan los lados perpendiculares al eje.

Altura del cilindro: es la distancia entre las dos bases.



## Área Lateral y Área Total de un Cilindro Recto

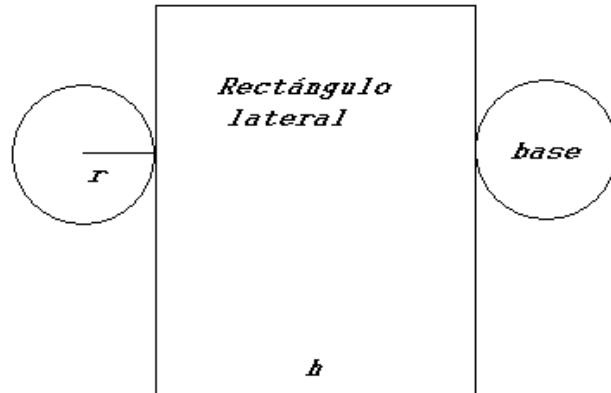
Se llama Área lateral del cilindro circular al área del rectángulo cuya base es la circunferencia rectificada de una de las bases del cilindro y su altura es la altura del cilindro.

Como el área del rectángulo es el producto de su base y su altura, el área lateral es:

$A_L = B \cdot h$  pero  $B = 2\pi r$  entonces :

$$A_L = 2\pi r \cdot h$$

El área total se calcula sumando al área lateral, el área de sus dos bases.



$$A_t = A_l + 2 A_b$$

El área de cada base es  $A_b = \pi \cdot r^2$ . Entonces resulta:

$$A_t = 2 \pi \cdot r \cdot h + 2 \pi \cdot r^2 = 2 \pi \cdot r(h + r)$$

## Volumen del Cilindro

El volumen de un cilindro circular es igual al producto de la superficie de su base por la medida de la altura. Siendo su base un círculo, resulta:

$$V = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

### Ejemplo:

El área lateral de un cilindro de 5 cm de altura es de  $100\pi \text{ cm}^2$ . Calcula el diámetro de la base y el volumen del cilindro.

Se sabe que:

$$A_l = 2\pi \cdot r \cdot h$$

$$100\pi \text{ cm}^2 = 2\pi \cdot r \cdot 5 \text{ cm}$$

$$\frac{100\pi \text{ cm}^2}{2\pi \text{ cm}} = r \rightarrow 10 \text{ cm} = r$$

Entonces el diámetro de la base es de  $d = 2r = 20 \text{ cm}$

El volumen del cilindro es:

$$V = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (10\text{cm})^2 \cdot 5\text{cm} = \pi \cdot 100 \text{ cm}^2 \cdot 5 \text{ cm} = 500 \pi \text{ cm}^3$$

## Ejercicio 12

Demuestra que si la altura de un cilindro recto es igual a la mitad del radio de la base, entonces el área lateral es igual al área de la base

## Ejercicio 13

Un cilindro tiene un volumen de  $72\pi \text{ cm}^3$  y una altura de 8 cm. Si su altura se incrementa en 4 cm, ¿Cuál será el volumen del nuevo cilindro, en  $\text{cm}^3$ ?

- a)  $576\pi$       b)  $9\pi$       c)  $108\pi$       d)  $38\pi$       e)  $76\pi$

## Ejercicio 14

a) Determina el área lateral de un cilindro recto, siendo su área total igual a  $24 \text{ cm}^2$  y el radio  $\frac{2}{3}$  de la altura

b)- Un cilindro tiene un área total de  $660\pi \text{ cm}^2$  (aproximadamente  $2073,45 \text{ cm}^2$ ) y el radio de las bases es de 15 cm. Calcular la medida de la altura y el volumen del cilindro.

## Ejercicio 15

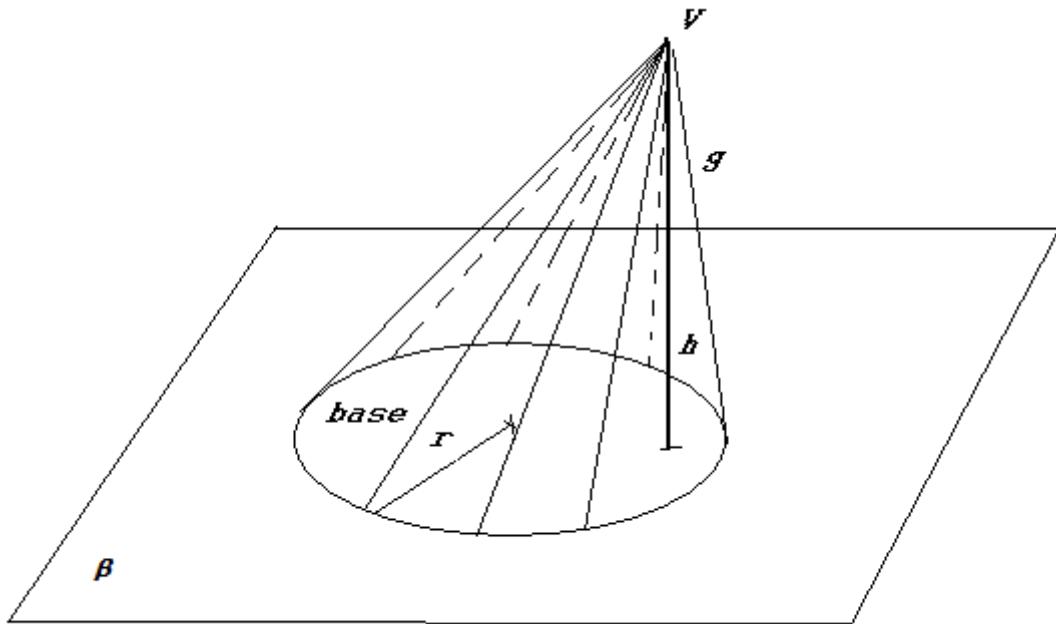
a) Se ha pintado por dentro y por fuera un depósito cilíndrico sin tapa de 9,7 dm de alto y 3,6 dm de radio. Teniendo en cuenta que la base solo se puede pintar por dentro, ¿Cuánto habrá costado la pintura, si cada  $\text{dm}^2$  de ésta cuesta 20 pesos?

b) Dado un prisma recto de base cuadrada cuya altura mide 16,4 cm y su volumen es de  $590,4 \text{ cm}^3$ . Determinar el volumen del cilindro cuya base es un círculo inscripto en la base del prisma y tiene la misma altura que éste.

## CONO CIRCULAR

Si consideramos un círculo incluido en un plano  $\beta$  y un punto  $V$  exterior al plano, la figura delimitada por el círculo y los infinitos segmentos que tienen extremo en algún punto de la circunferencia borde del círculo y el punto  $V$  es un cono.

El círculo es la *base* del cono y el punto  $V$  es el vértice.



El radio de la base es  $r$ .

Cada uno de los segmentos que tiene por extremo el vértice del cono y un punto de la circunferencia es una generatriz del cono ( $g$ ).

Si el punto  $V$  está ubicado sobre la perpendicular al plano de la base que pasa por el centro de la circunferencia, el cono se llama recto. En caso contrario se llama oblicuo.

El gráfico anterior muestra un cono oblicuo.

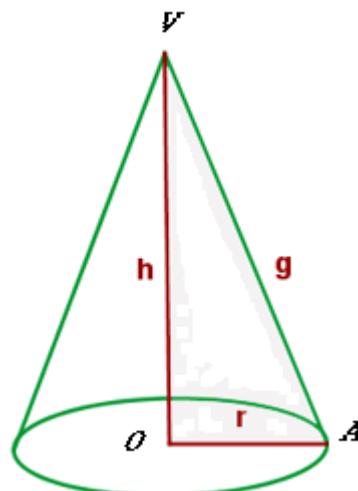
Un cono recto puede obtenerse al hacer girar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos

En un cono recto todas las generatrices son congruentes.

En la figura de la derecha, se observa un cono recto, obtenido al hacer girar el triángulo rectángulo  $VOA$  en torno al cateto  $OV$ .

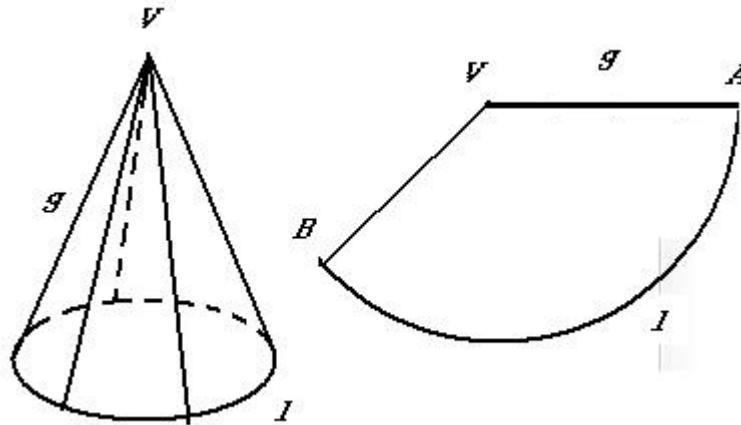
En un cono recto, al aplicar Pitágoras resulta  

$$g^2 = r^2 + h^2$$



## Área Lateral y Área Total de un Cono Circular Recto

Para calcular el área lateral de un cono recto se debe tener en cuenta que si se dibuja en papel un sector circular BVA tal que el segmento VA tenga la misma longitud de la generatriz  $g$  del cono y el arco AB tenga como longitud, la misma que la circunferencia de la base del cono, se obtiene el desarrollo plano del cono. Si recortamos esta figura y se hace coincidir el segmento VB con la generatriz  $g$ , y se envuelve el cono, se observa que el segmento VA también coincide con  $g$ .



Por lo tanto: la superficie lateral del cono es la superficie de un sector circular cuyo radio es la generatriz del cono siendo el arco correspondiente de longitud igual a la circunferencia de la base del cono.

Para poder demostrar la expresión que calcula el área lateral del cono se deben recordar algunas cuestiones

Para obtener la longitud de un arco de circunferencia que corresponde a un ángulo central  $\alpha$  (medido en radianes) se arma una proporción con la longitud de la circunferencia.

El ángulo de un giro ( $2\pi$ ) es a la longitud de la circunferencia ( $2\pi$  radio) como el ángulo  $\alpha$  es a la longitud de arco correspondiente :

$$\frac{2\pi}{2\pi \cdot \text{radio}} = \frac{\alpha}{\text{long arco}} \rightarrow \text{long arco} = \frac{2\pi \cdot \text{radio} \cdot \alpha}{2\pi} = \text{radio} \cdot \alpha$$

Lo mismo para el área de un sector circular, El ángulo de un giro ( $2\pi$ ) es al área del círculo ( $\pi \text{ radio}^2$ ) como el ángulo  $\alpha$  es al área del sector circular correspondiente :

$$\frac{2\pi}{\pi \cdot \text{radio}^2} = \frac{\alpha}{\text{area sector circ.}} \rightarrow \text{area sector circ.} = \frac{\pi \cdot \text{radio}^2 \cdot \alpha}{2\pi} = \frac{\text{radio}^2 \cdot \alpha}{2}$$

Si las expresiones anteriores te resultan nuevas, relee los apartados titulados “Longitud de un arco de circunferencia” y “Área de un sector circular” del Módulo 5.

Entonces, el área del sector circular, expresado en función de la longitud del arco que abarca es:

$$\text{area sector circ.} = \frac{\text{radio}^2 \cdot \alpha}{2} = \frac{1}{2} \text{radio. (radio . } \alpha) = \frac{1}{2} \text{radio. long arco}$$

Ahora se puede aplicar esta deducción para calcular el área lateral del cono, que es el área de un sector circular cuyo radio es la generatriz del cono y la longitud del arco que abarca es la longitud del arco de la circunferencia de la base

$$\text{Area lateral} = \text{area sector circ.} = \frac{1}{2} \text{radio. long arco} =$$

$$\frac{1}{2} \text{radio. long de la circunferencia de la base} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot 2\pi \cdot r = \pi \cdot g \cdot r$$

Por lo que el área lateral es el producto de Pi por la generatriz por el radio de la base del cono:

$$A_l = \pi \cdot g \cdot r$$

Para obtener el área total se debe sumar el área del círculo de la base.

$$A_t = A_l + A_b = \pi \cdot g \cdot r + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

Entonces:

$$A_t = \pi \cdot r (g + r)$$

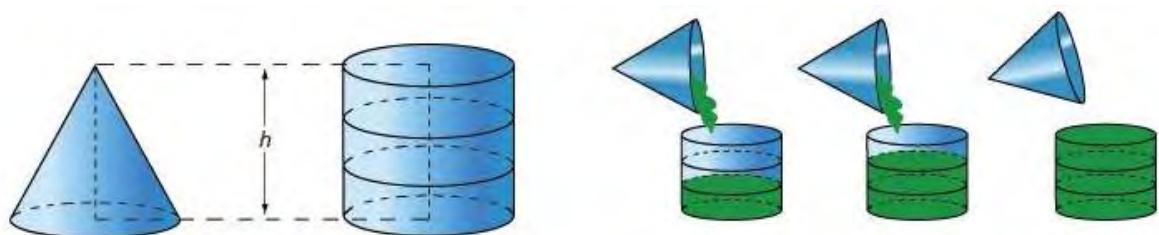
## Volumen del Cono

El volumen de un cono es igual a  $\frac{1}{3}$  del producto del área de la base por la medida de la altura:

$$V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Ten en cuenta que así como el volumen de una pirámide es la tercera parte del volumen de un prisma que tiene la misma base y la misma altura que la pirámide, el volumen de un cono es la tercera parte del volumen de un cilindro que tiene la misma base y la misma altura que el cono.



### Ejemplo:

Calcular el área lateral, total y el volumen de un cono circular recto cuya base tiene un radio de 8 cm y la generatriz mide 10 cm.

$$\text{Cálculo del área lateral: } A_l = \pi \cdot g \cdot r = \pi \cdot 10 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 80\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{Cálculo del área lateral: } A_l = \pi \cdot r(g+r) = \pi \cdot 8 \text{ cm} \cdot (10 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) = 144\pi \text{ cm}^2$$

Cálculo del volumen:

Se necesita la medida de la altura, aplicando el teorema de Pitágoras, resulta:

$$h = \sqrt{(10\text{cm})^2 - (8\text{cm})^2} = \sqrt{100\text{cm}^2 - 64\text{cm}^2} = \sqrt{36\text{cm}^2} = 6\text{cm} \quad \text{Luego;}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (8\text{cm})^2 \cdot 6 \text{ cm} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 64 \text{ cm}^2 \cdot 6 \text{ cm} = 128\pi \text{ cm}^3$$

### Ejercicio 16

Determina el área lateral y total de un cono recto, sabiendo que su volumen es igual a  $104 \text{ cm}^3$  y su altura es de 11 cm.

### Ejercicio 17

Averiguar que ocurre con el volumen de un cono si se duplica su altura. ¿Y si se duplica el radio de la base?

## Ejercicio 18

Si el volumen de un cono es de  $301,44 \text{ cm}^3$  y el radio es de 6 cm. ¿Cuál es la altura?

¿Cuánto mide la generatriz del cono anterior?

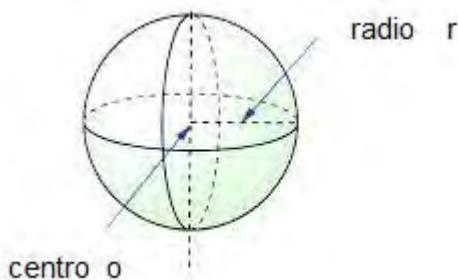
## Ejercicio 19

Calcula el volumen de un cono cuya longitud de la circunferencia de la base mide  $75,36 \text{ cm}$  y su área lateral es  $753,6 \text{ cm}^2$

## ESFERA

Dado un punto O y un segmento r, se llama esfera de centro O y radio r al conjunto de puntos del espacio cuya distancia a O es menor o igual a r.

El conjunto de puntos del espacio que se encuentran de O a una distancia igual a r forman la superficie esférica. Todos los puntos que se encuentran a una distancia menor que r son los puntos interiores a la esfera.



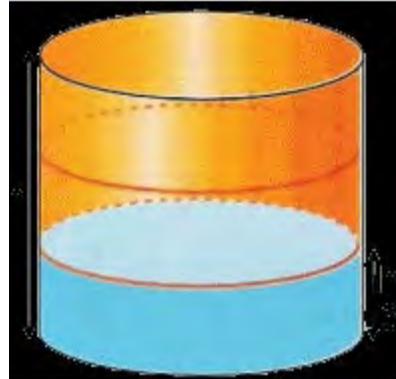
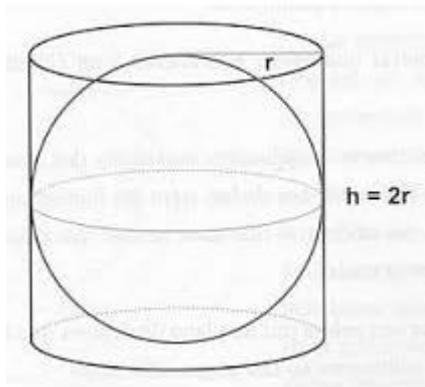
Se llama sección plana de una esfera a la intersección de ella con un plano que pasa por uno de sus puntos. Las secciones planas son círculos. Y si el plano pasa por el centro de la esfera, la sección plana es un círculo cuyo centro y radio son iguales al centro y radio de la esfera.

## Área y Volumen de la Esfera

El área de la superficie esférica es cuatro veces el área de un círculo máximo de la esfera que tiene el mismo radio que la superficie esférica:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Arquímedes demostró que el volumen de la esfera se calcula como las dos terceras partes del volumen del cilindro circunscripto a la esfera.



$$V = \frac{2}{3} \text{ volumen del cilindro} = \frac{2}{3} \cdot \pi r^2 \cdot 2r$$



$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

El volumen de la esfera se calcula como los cuatro tercios del producto entre Pi y el cubo del radio de la esfera:

### Ejemplo:

Calcular el volumen de una esfera sabiendo que su área es igual a  $36\pi \text{ cm}^2$

Cálculo de la medida del radio:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 36\pi \text{ cm}^2 \quad r^2 = \frac{36\pi \text{ cm}^2}{4\pi} = 9 \text{ cm}^2 \rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

Cálculo del volumen

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3\text{cm})^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 27 \text{ cm}^3 = 4 \cdot \pi \cdot 9 \text{ cm}^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

### Ejercicio 20

Calcule el volumen de una esfera sabiendo que la longitud de su circunferencia máxima es de 31,4 cm.

## Ejercicio 21

Determinar el área y el volumen de una esfera, sabiendo que su radio es igual a  $\frac{1}{5}$  del radio de otra esfera de  $204,1 \text{ cm}^3$  de volumen.

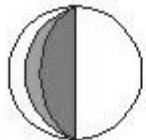
## Ejercicio 22

Halla el área y el volumen de una esfera cuya circunferencia máxima (longitud de la circunferencia) mide  $47,1 \text{ cm}$ .

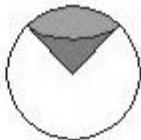
Te presentamos algunos nombres particulares, que quizá sea de interés conocer, aunque nosotros no haremos referencia a ellos en los problemas



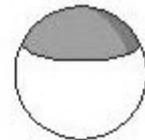
Esfera



Cuña esférica



Sector esférico



Segmento esférico

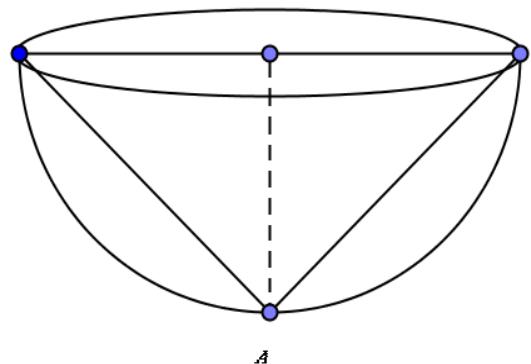
## Problemas Varios

### Ejercicio 23

Calcula el área lateral y total y el volumen de una pirámide triangular regular, si se sabe que la arista de la base y la altura miden  $10 \text{ cm}$  cada una.

### Ejercicio 24

Comprobar que el volumen de la semiesfera es el doble del volumen del cono cuyo vértice es el punto A de la esfera y cuya base es la misma que la de la semiesfera.



## Ejercicio 25

La sección plana uniforme de corte de una pileta de natación es un trapecio cuyos lados paralelos miden 1 m y 2,5 metros, y se encuentran a una distancia de 30 metros. La profundidad de la piscina es de 10 m. ¿Cuánta agua cabe en la pileta cuando está llena?

## Ejercicio 26

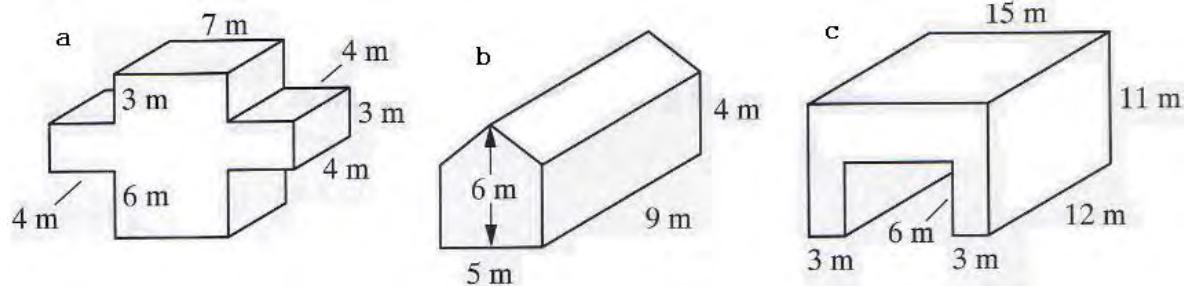
Determina el volumen de un cilindro recto de 12 cm de altura, sabiendo que su área lateral es igual al área de la base.

## Ejercicio 27

Considera una esfera de radio  $r$  y un cubo circunscripto en la esfera. Calcule la razón entre sus volúmenes.

## Ejercicio 28

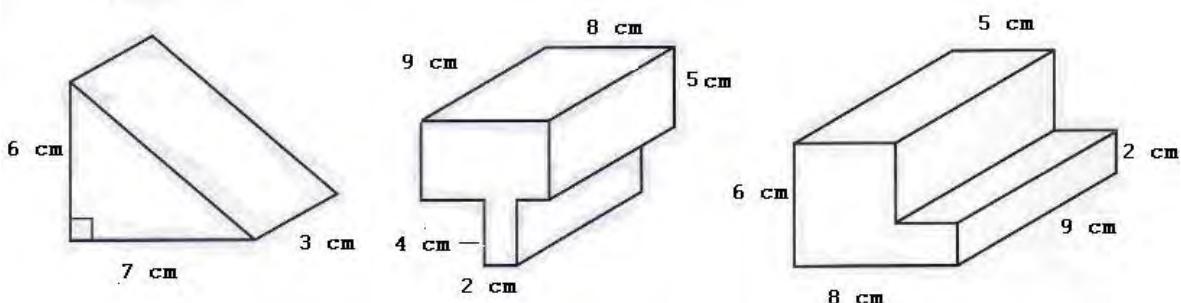
Calcula el volumen de cada prisma.



## Ejercicio 29

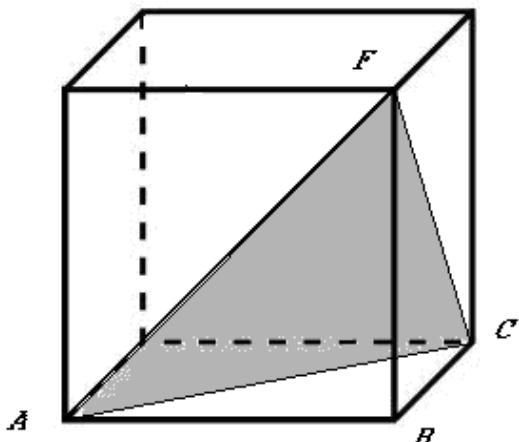
Para cada uno de los prismas mostrados debajo:

- grafica la sección recta
- calcula el área de dicha sección.
- calcula el volumen del prisma.



## Ejercicio 30

Supón que el cubo de la figura está cortado por un plano ACF.



- a) ¿Qué tipo de cuerpo es ABCF? ¿Cómo son las caras de este cuerpo entre sí?

- b) ¿Cuántos cuerpos como el ABCF pueden cortarse desde el cubo? ¿Cuáles son?

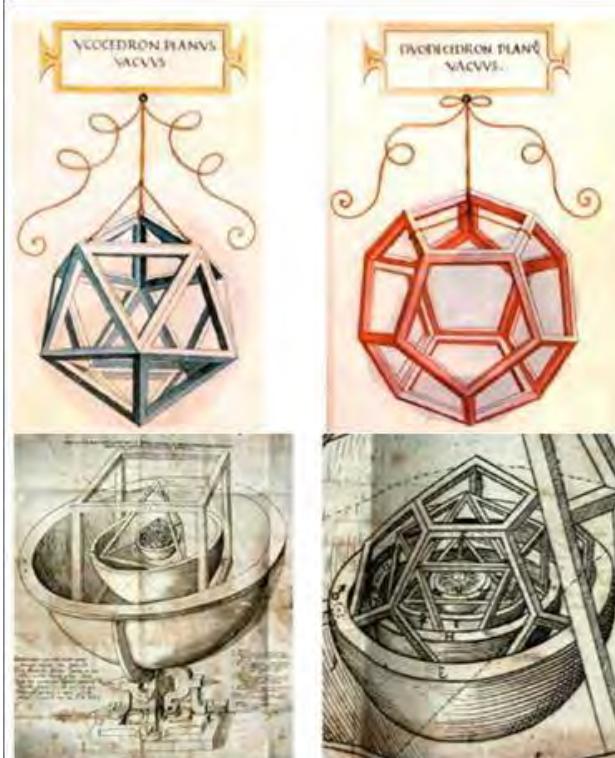
## Ejercicio 31

Un prisma de 8 cm de altura tiene por base un cuadrado inscripto en un círculo de 2 cm de radio. Calcular su volumen.

## Ejercicio 32

¿Cuál es el volumen de un cubo que tiene un área total de 96?

- a) 8      b) 16      c) 27      d) 48      e) 64



**Nota histórica:**

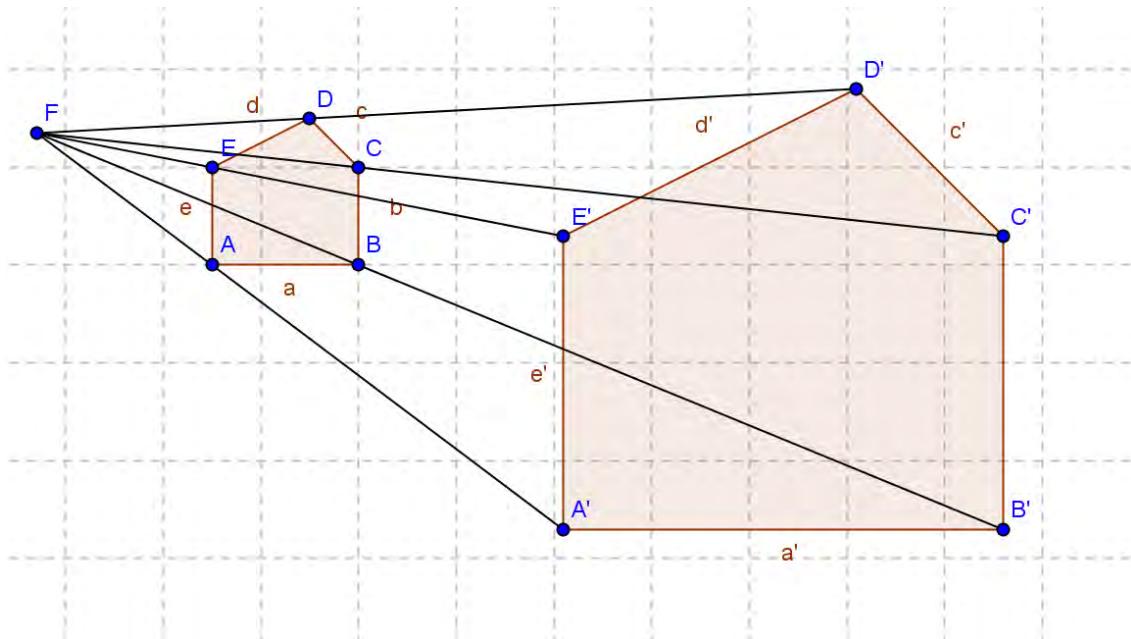
Diseños de Leonardo da Vinci del icosaedro y dodecaedro que aparecen en la obra de Luca Pacioli: La Divina Proporción (1509)

Modelo cosmológico de Kepler, se observan las esferas que representan los planetas Marte, Tierra, Venus y Mercurio con el Sol en el centro

# APÉNDICE

## HOMOTECIA

La homotecia es la transformación que produce figuras semejantes.



Al pentágono anterior ABCDE se le aplicó una homotecia y se obtuvo el pentágono A'B'C'D'E', se le aplicó una homotecia de centro F y razón de homotecia igual a 3.

El punto A' es el transformado de A, el punto B' es el transformado de B, y así ..., el punto E' es el transformado de E

Los dos pentágonos son semejantes (Se simboliza  $\text{ABCDE} \sim \text{A}'\text{B}'\text{C}'\text{D}'\text{E}'$ ), se caracterizan porque sus ángulos son iguales

$$\hat{A} = \hat{A}'; \hat{B} = \hat{B}'; \hat{C} = \hat{C}; \hat{D} = \hat{D}'; \hat{E} = \hat{E}'$$

Y los lados homólogos son proporcionales

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{E'A'}}{\overline{EA}}$$

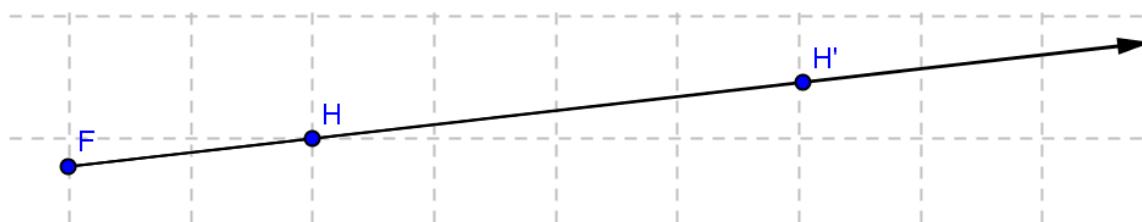
Y esas razones son iguales a la razón de homotecia o de semejanza ( r )

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{E'A'}}{\overline{EA}} = 3$$

En este caso  $r = 3$

Para obtener el transformado de cada punto trazamos la semirrecta con origen en el centro de la homotecia que pasa por el punto.

Y, por ejemplo para un punto  $H$  tomamos la medida del segmento  $\overline{FH}$  y la multiplicamos por el valor absoluto de la razón de homotecia, 3.  $\overline{FH}$  y marcamos el punto  $H'$  de tal forma que  $\overline{FH}' = 3\overline{FH}$



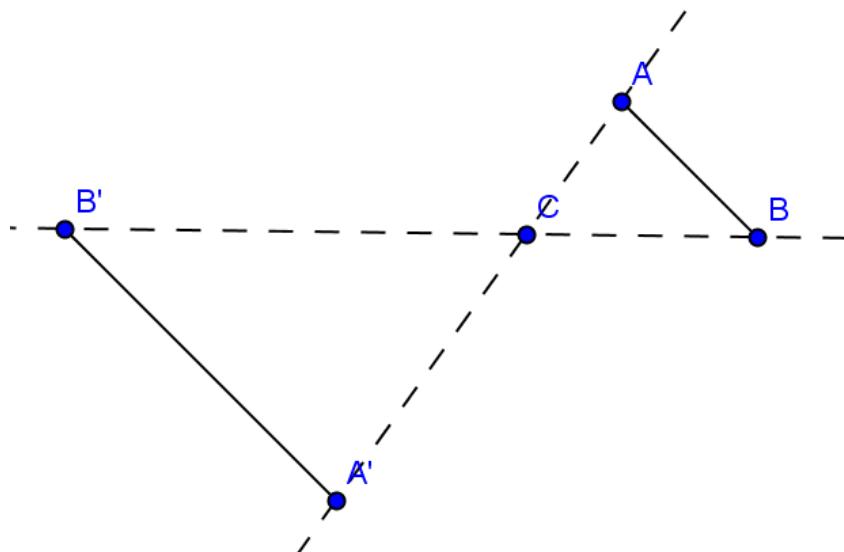
Para aplicar una homotecia a un polígono se realiza la homotecia a cada vértice del polígono.

Si la razón de la homotecia es un número negativo, el punto correspondiente a uno dado se encuentra en la semirrecta opuesta a la que pasa por ese punto y tiene origen en el centro de la homotecia.

En el ejemplo siguiente se realizó al segmento  $AB$  una homotecia de centro  $C$  y razón -2

El transformado de  $A$ ,  $A'$  se encuentra en la semirrecta opuesta a  $\overrightarrow{CA}$ , y  $B'$  el transformado de  $B$  se encuentra en la semirrecta opuesta a  $\overrightarrow{CB}$ .

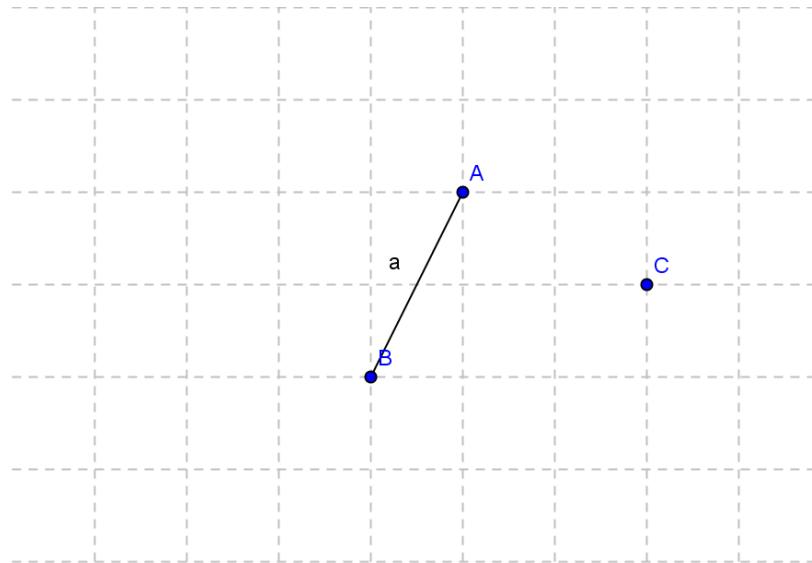
Además el cociente entre las medidas de los segmentos  $\frac{\overline{CA}'}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CB}'}{\overline{CB}} = 2$



El cociente entre las medidas de los segmentos  $\overline{A'B'}$  y  $\overline{AB}$  coincide con el valor absoluto de la razón de homotecia.

**Completa:**

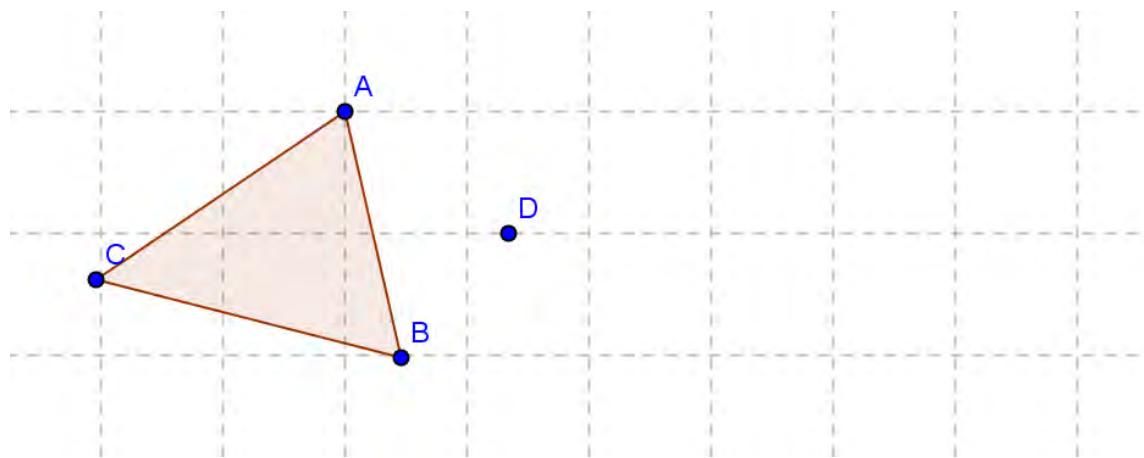
- a) En la cuadrícula siguiente obtiene el transformado del segmento  $\overline{AB}$  a través de una homotecia de centro C y razón 2



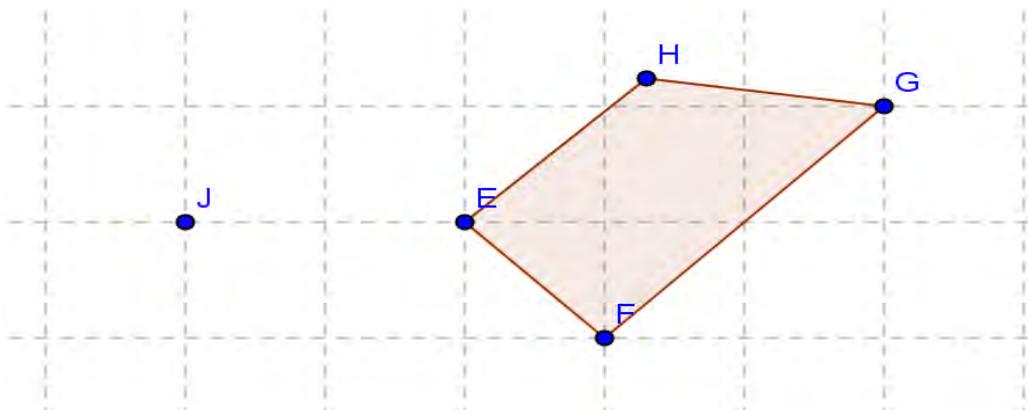
- b) Encuentra la razón de semejanza o razón de homotecia entre los dos triángulos de la siguiente figura.



- c) Encuentra el triángulo semejante al dado, a través de la homotecia de centro D y razón -1



d) Encuentra el cuadrilátero semejante al dado, a través de la homotecia de centro J y razón igual a 1

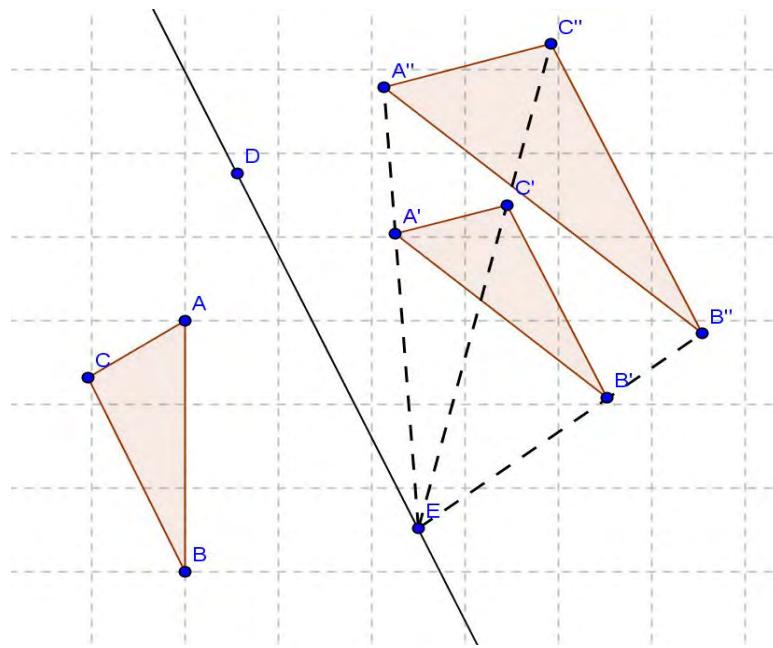


En los últimos dos ejercicios se cumple que la razón de las medidas de los segmentos homólogos es 1, por ejemplo  $\frac{E'F'}{EF} = 1$ , por lo tanto los segmentos homólogos son congruentes. La figura dada y su transformado son congruentes, tienen los lados y ángulos iguales. Se cumple la propiedad:

### **Si dos figuras son congruentes, entonces son semejantes**

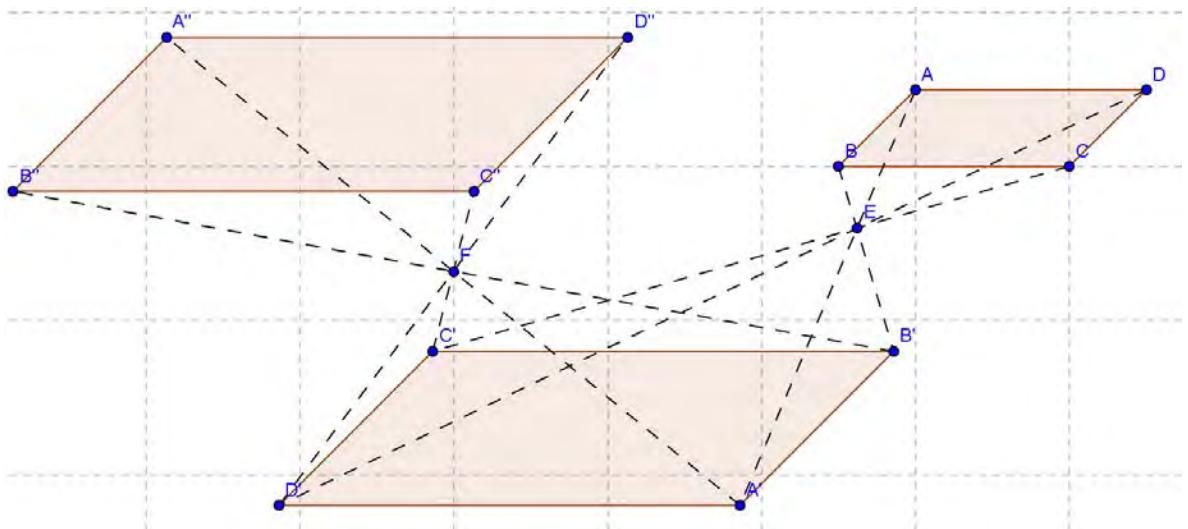
También es posible obtener figuras semejantes si se aplican sucesivamente un movimiento rígido (simetría central, axial, traslación, etc.) y una homotecia, o viceversa.

Como en el ejemplo siguiente, al triángulo ABC, se le realizó una simetría axial de recta DE y luego una homotecia de centro E y razón  $\frac{3}{2}$ .



Las figuras obtenidas son semejantes. Los triángulos  $A''B''C''$  y  $ABC$  son semejantes, tienen sus lados homólogos proporcionales y los ángulos congruentes.

O en este otro ejemplo, en el que al paralelogramo  $ABCD$  se le aplicó una homotecia de centro  $E$  y razón  $-2$ , obteniéndose el paralelogramo  $A'B'C'D'$  y luego a él se le aplicó una simetría central de centro  $F$ , resultando el paralelogramo  $A''B''C''D''$ . Los tres paralelogramos son semejantes.



# CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

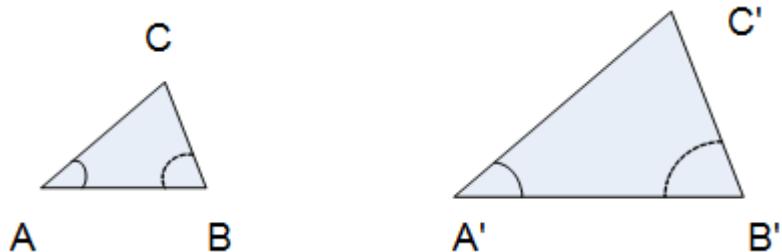
De acuerdo a la definición de polígonos semejantes, dos triángulos son semejantes si tienen sus lados homólogos proporcionales y sus ángulos respectivamente congruentes.

Pero para demostrar que dos triángulos son semejantes no es necesario demostrar la proporcionalidad de los tres lados y la congruencia de los tres ángulos. Es suficiente demostrar que dos o tres de los elementos enumerados, elegidos convenientemente, cumplen las condiciones enunciadas, para establecer la semejanza de los triángulos.

Estas condiciones suficientes mínimas exigidas para que se verifique una propiedad son las condiciones necesarias y suficientes, conocidas, en este caso, como criterios de semejanza de triángulos.

## Criterio Ángulo-Ángulo

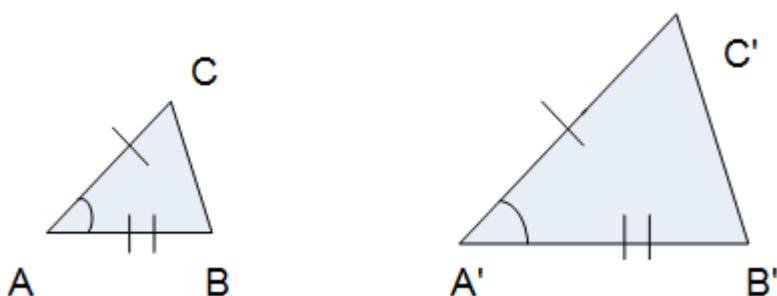
Si dos triángulos tienen las medidas de sus ángulos correspondientes iguales, entonces son semejantes. Pero como la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a  $180^\circ$ , si tienen dos ángulos interiores respectivamente iguales, los terceros ángulos correspondientes también lo serán, en consecuencia, bastará para que los triángulos sean semejantes que posean dos ángulos correspondientes iguales.



$\hat{A} = \hat{A}'$ ;  $\hat{B} = \hat{B}'$  entonces el  $ABC$  es semejante al  $A'B'C'$

## Criterio Lado – Ángulo – Lado

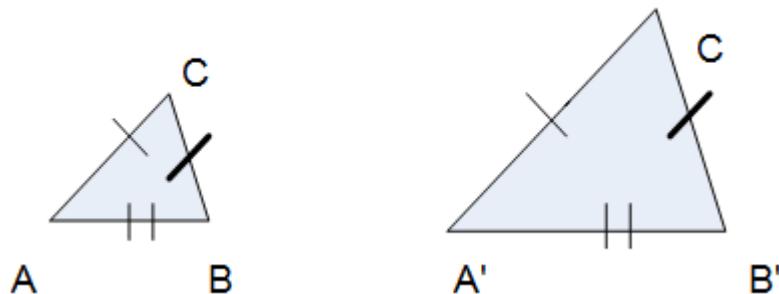
Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados homólogos proporcionales y el ángulo comprendido entre los mismos igual.



$$\hat{A} = \hat{A}' \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} \quad \text{entonces el } ABC \text{ es semejante al } A'B'C'$$

## Criterio Lado – Lado – Lado

Dos triángulos son semejantes si tienen todos sus lados homólogos proporcionales.



$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} \quad \text{entonces el } ABC \text{ es semejante al } A'B'C'$$

## PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS SEMEJANTES

### Razón de los Perímetros de dos Polígonos Semejantes

La razón de los perímetros de dos figuras semejantes es igual a la razón de semejanza.

Si se sabe que el polígono ABCDE es semejante al A'B'C'D'E',  $ABCDE \sim A'B'C'D'E'$ , y la razón de semejanza es  $r$ , entonces sus lados homólogos son proporcionales :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{E'A'}}{\overline{EA}} = r$$

Teniendo en cuenta que en toda serie de razones iguales, la suma de los antecedentes (numeradores de las razones) es a la suma de los consecuentes (denominadores de las razones) como un antecedente es a su consecuente, resulta que:

$$\frac{\overline{A'B'} + \overline{B'C'} + \overline{C'D'} + \overline{D'E'} + \overline{E'A'}}{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = r$$

El numerador de la primera razón es el perímetro del polígono  $A'B'C'D'E'$  y el denominador es el perímetro del polígono  $ABCDE$ . Entonces

$$\frac{\text{Perímetro } A'B'C'D'E'}{\text{Perímetro } ABCDE} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = r$$

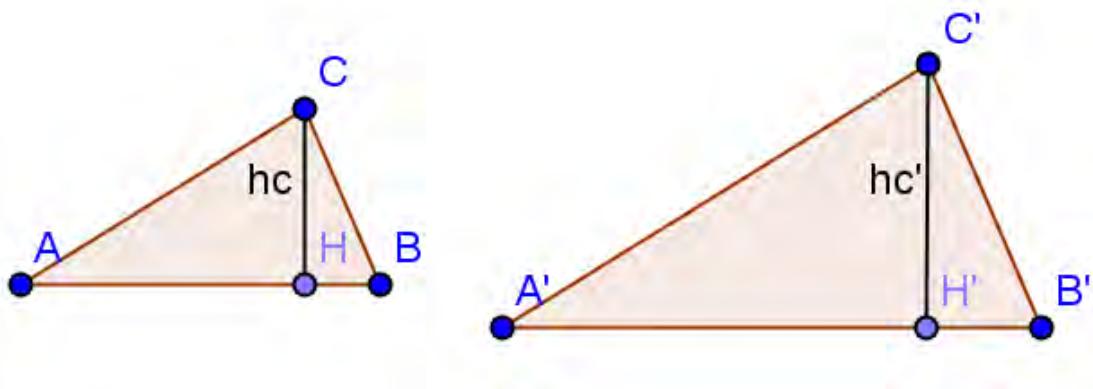
Que es lo que queríamos demostrar.

## Razón de las Alturas de dos Triángulos Semejantes

La razón de las alturas de dos triángulos semejantes es igual a la razón de semejanza.

Consideremos dos triángulos semejantes  $ABC$  y  $A'B'C'$ .  $hc$  es la altura correspondiente al lado  $\overline{AB}$  y  $hc'$  es la altura correspondiente al lado  $\overline{A'B'}$ .

Se cumple entonces que:  $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}} = r$  (1)



Los triángulos  $ACH$  y  $A'C'H'$  son semejantes , de acuerdo al criterio ángulo-ángulo ya que los ángulos  $\hat{H}$  y  $\hat{H}'$  son congruentes, por ser ambos rectos, y los ángulos  $\hat{A}$  y  $\hat{A}'$  son congruentes por pertenecer a los triángulos semejantes  $ABC$  y  $A'B'C'$

Entonces en  $ACH$  y  $A'C'H'$  los lados homólogos son proporcionales y la razón es igual a la razón de semejanza., en particular:  $\frac{hc'}{hc} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}}$

Pero la razón  $\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}}$  es igual a  $r$ , de acuerdo a lo expresado en (1),

$$\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = r$$

Por transitividad de la igualdad  $\frac{hc'}{hc} = r$ , es decir, la razón de las alturas de los triángulos es igual a la razón de semejanza.

## Razón de las Áreas de dos Polígonos Semejantes

La razón de las áreas de dos polígonos semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.

Demostraremos esta propiedad para el caso de los triángulos.

Consideremos dos triángulos semejantes  $ABC$  y  $A'B'C'$ ,  $hc$  es la altura correspondiente al lado  $AB$  y  $hc'$  es la altura correspondiente al lado  $A'B'$ .

$$\text{Se cumple entonces que: } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}} = r$$

Expresamos el área de cada triángulo

$$\text{Area } A'B'C' = \frac{\overline{A'B'} \cdot hc'}{2} \quad \text{y} \quad \text{Area } ABC = \frac{\overline{AB} \cdot hc}{2}$$

Hallamos la razón entre las áreas y aplicamos la propiedad de las alturas de los triángulos semejantes.

$$\frac{\text{Area } A'B'C'}{\text{Area } ABC} = \frac{\frac{\overline{A'B'} \cdot hc'}{2}}{\frac{\overline{AB} \cdot hc}{2}} = \frac{\overline{A'B'} \cdot hc'}{\overline{AB} \cdot hc} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{hc'}{hc} = r \cdot r = r^2$$

Resulta entonces lo que queríamos demostrar, que la razón entre las áreas de los triángulos es igual al cuadrado de la razón de semejanza:  $\frac{\text{Area } A'B'C'}{\text{Area } ABC} = r^2$

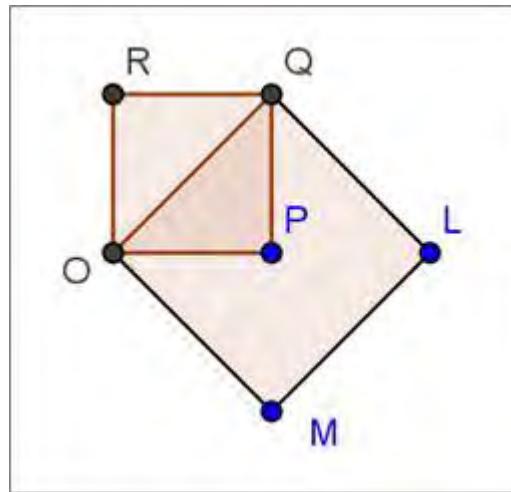
## Ejemplo

Considera los cuadrados  $OPQR$  y  $LMOQ$  de la siguiente figura, sabiendo que

$\overline{OR} = 10$  cm. Calcula:

a) la razón entre el perímetro del  $LMOQ$  y el perímetro del  $OPQR$ .

b) la razón entre el área del LMOQ y el área del OPQR.



Los dos cuadrados son semejantes, obtenemos la razón de semejanza dividiendo las medidas de sus lados.

La medida del lado  $\overline{OR}$  es 10, la medida de  $\overline{OQ}$  es  $\overline{OQ} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$  por aplicación del teorema de Pitágoras.

a) De acuerdo a la propiedad de los perímetros de las figuras semejantes:

$$\frac{\text{Perímetro LMOQ}}{\text{Perímetro OPQR}} = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} = \frac{10\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}$$

b) De acuerdo a la propiedad de las áreas de las figuras semejantes:

$$\frac{\text{Área LMOQ}}{\text{Área OPQR}} = \left( \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} \right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

La razón entre los perímetros es  $\sqrt{2}$  y entre las áreas es 2

# BIBLIOGRAFÍA



Altman, S., Comparatore, C.y Kurzrok, L. (2001). Matemática. Polimodal. Funciones 2. (1ra.ed.) Buenos Aires: Longseller.

Carnelli, G.; Falsetti, M.; Formica, A. y Rodriguez, M. (2010). Matemática para el Aprendamiento Universitario. Universidad Nacional de General Sarmiento.

D'Agostini, V.; Demti, G. y Pérez, M.(2019). La aplicación de la geometría en un problema de la vida cotidiana de los ingresantes a las carreras de ingeniería. III Jornadas de experiencias innovadoras en educación en la fceia. Recuperado de <https://docplayer.es/69047445-La-aplicacion-de-la-geometria-en-un-problema-de-la-vida-cotidiana-de-los-ingresantes-a-las-carreras-de-ingenieria.html>

De Guzman, M., Colera, J.y Salvador A. (1987). Matemáticas Bachillerato 2. Madrid: Grupo Editor Anaya.

Dudeney, H. (1992). El acertijo del Mandarín y otras diversiones matemáticas. Madrid: Zugarto Ediciones.

Gardner, M. (2010). Matemática para divertirse. New York: Publicaciones Dover.

Gardner M. (2011). Los acertijos de Sam Loyd. New York: Publicaciones Dover.SAT Math workbook, Kaplan Publishing.

Larson, R. (2011). Precálculo. (8va.ed.). México: Cengage Learning.

Paenza, A. (2006). Matemática ¿Estás ahí? Episodio 2. Buenos Aires: Siglo XXI Editores Argentina S. A. Universidad Nacional de Quilmes Editorial.

Puig Adam, P. (1980). Curso de Geometría Métrica. (15 ed.). Madrid: Gómez Puig ediciones. Smith, S, Randall, C. y Dossey, J., (1997) Algebra y Trigonometría. (1ra ed.). México: Addison Wesley Iberoamericana.

Speed, B., Evans, K. y Gordon K. (1998). Higher Mathematics for GCSE . (2da ed.).London: Collins Educational.

Staff of Kaplan Test Prep and Admissions (2011), SAT®. Math Workbook.(4tha ed.). New York: Kaplan Publishing

Stewart J., Lothar R. y Saleem W. (2007). Precálculo, Matemática para el cálculo. (5ta ed.). México: Thomsom.

Vance, E. (1990) Introducción a la Matemática Moderna. (1ra ed.). México: Addison Wesley Iberoamericana.