

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CUỐI KỲ
MÔN HỌC: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG (ELT2035)
Thời gian làm bài: 90 phút.

Phần 1 (Trắc nghiệm): Với các câu hỏi trong phần này, sinh viên chỉ cần viết chữ cái tương ứng với câu trả lời (A/B/C/D) mà không cần giải thích gì thêm.

Câu 1. Cho các hệ thống tuyến tính bất biến biểu diễn bằng đáp ứng xung như sau, hệ thống nào là ổn định?

- A. $h(t) = \sin(3\pi t)u(t)$
- B. $h(n) = \cos(\pi n / 3)[u(n + 5) - u(n - 5)]$
- C. $h(n) = u(-n)$
- D. $h(t) = (e^{2t} - e^{-2t})u(t)$

Trả lời: Câu B (do $h(n)$ phải dài hữu hạn hoặc là chuỗi hội tụ) 1đ

Câu 2. Tín hiệu $x(t) = \cos(3\pi t + \pi/4) + 2\sin(\pi t/2) + 1$ có thể viết dưới dạng:

- A. $x(t) = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}e^{3j\pi t} + \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}e^{-3j\pi t} + e^{j\pi t/2} - e^{-j\pi t/2} + e^0$
- B. $x(t) = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}e^{3j\pi t} - \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}e^{-3j\pi t} + e^{j\pi t/2} + e^{-j\pi t/2} + e^0$
- C. $x(t) = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}e^{3j\pi t} - \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}e^{-3j\pi t} + \frac{1}{j}e^{j\pi t/2} + \frac{1}{j}e^{-j\pi t/2} + e^0$
- D. $x(t) = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}e^{3j\pi t} + \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}e^{-3j\pi t} + \frac{1}{j}e^{j\pi t/2} - \frac{1}{j}e^{-j\pi t/2} + e^0$

Trả lời: Câu D (khai triển Euler) 1đ

Câu 3. Cho hệ thống tuyến tính bất biến mô tả bằng phương trình sai phân $4y(n) + y(n-2) = x(n-1)$, câu nào sau đây đúng?

- A. Hệ thống là ổn định nếu nó nhân quả
- B. Hệ thống là ổn định nếu nó phản nhân quả.
- C. Hệ thống là ổn định nếu nó phi nhân quả.
- D. Hệ thống không ổn định.

Điểm cực là $\pm j/2$ nằm trong đường tròn đơn vị, nên hệ thống ổn định khi nó nhân quả

Sai Trả lời: Câu D (Tính biến đổi Z, xác định điểm cực ($\pm j/2$), nằm ngoài đường tròn đơn vị, nên hệ thống không ổn định)

Câu 4. Tín hiệu rời rạc $x(n]$ có biến đổi Fourier $X(\Omega) = \frac{4e^{j\Omega} - 5}{2e^{j2\Omega} - 5e^{j\Omega} + 2}$. Dạng của tín hiệu $x(n]$ là?

- A. $2^{-n}u(n) + 2^n u(n)$
- B. $-2^{-n}u(-n-1) - 2^n u(-n-1)$
- C. $2^{-n}u(n) - 2^n u(-n-1)$
- D. $-2^{-n}u(-n-1) + 2^n u(n)$

Trả lời: C (để có biến đổi Fourier thì $x(n]$ phải là tín hiệu năng lượng (dài hữu hạn hoặc là chuỗi hội tụ) nên đáp án phải là chuỗi hội tụ \rightarrow C) 1đ

Phần 2 (Tự luận): Với các câu hỏi trong phần này, sinh viên cần đưa ra các tính toán/giải thích chi tiết dẫn đến câu trả lời.
Mỗi ý 1đ.

Câu 5. Cho hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả mô tả bằng phương trình sai phân:

$$2y(n) + 3y(n-1) + y(n-2) = 2x(n-1)$$

- a) Xác định đáp ứng xung của hệ thống.
- b) Xác định đáp ứng của hệ thống với tín hiệu vào là xung đơn vị $x(n) = u(n)$.

Trả lời:

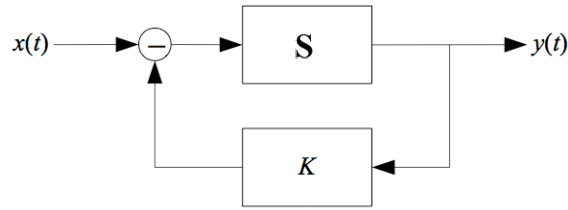
a/ Tính biến đổi Z: $H(z) = \frac{2z^{-1}}{2 + 3z^{-1} + z^{-2}}$ (0.5đ) và tính biến đổi Z ngược

để suy ra $h(n) = 2 \cdot (1/2)^n u(n) - 2 \cdot (-1)^n u(n)$ (do $h(n)$ nhân quả) **0.5đ**

b/ Tính $Y(z) = H(z)X(z) = \frac{2z^{-1}}{2 + 3z^{-1} + z^{-2}} \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}}$ (0.5đ) và tính biến đổi Z

ngược để suy ra $y(n)$ ($y(n)$ cũng là tín hiệu nhân quả, do hệ thống nhân quả, tín hiệu vào nhân quả ...) **0.5đ**

Câu 6. Cho hệ thống nhân quả T biểu diễn bằng sơ đồ khối như sau:



Trong đó, S là hệ thống tuyến tính bất biến liên tục biểu diễn bằng phương trình vi phân $y(t) - \frac{dy(t)}{dt} = x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$ và K là hằng số.

- Xác định điều kiện với K để hệ thống T là ổn định.
- Xác định đáp ứng tần số và đáp ứng pha của hệ thống T với K=2.
- Xác định tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống T khi K=2 và tín hiệu vào $x(t) = \cos(3\pi t + \pi/4) + 2\sin(\pi t/2) + 1$.
- Sử dụng công thức Parseval, xác định công suất của tín hiệu ra $y(t)$ thu được trong mục c).

Trả lời:

- Sử dụng biến đổi Laplace:

$$S: H(s) = (1+s)/(1-s)$$

$$H_{\text{total}} = H(s)/(1+k.H(s)) = (1+s)/(1+k+s(k-1))$$

$$\text{Điểm cực: } s = (1+k)/(1-k) \quad \mathbf{0.5đ}$$

Điều kiện ổn định: hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả ổn định khi tất cả các điểm cực nằm phía bên trái trục tung, hay $s < 0$ suy ra $k > 1$ hoặc $k < -1$. $\mathbf{0.5đ}$

- thay $k=2 \Rightarrow H(s) = (s+1)/(s+3)$

$$H(\omega) = H(s)|_{s=j\omega} \Rightarrow$$

$$H(\omega) = \frac{j\omega + 1}{j\omega + 3} \quad (0.5đ)$$

$$\text{tách phần thực phần ảo của } H(\omega) = \frac{\omega^2 + 3}{\omega^2 + 9} + 2j \frac{\omega}{\omega^2 + 9}$$

suy ra đáp ứng biên độ và pha. (0.5đ)

- Sử dụng khai triển Euler có trong câu 2, phần 1, cho tín hiệu vào có dạng sin. (1đ)

$$y(t) = \frac{1}{2} e^{j\pi/4} e^{3j\pi t} H(3\pi) + \frac{1}{2} e^{-j\pi/4} e^{-3j\pi t} H(-3\pi) + \frac{1}{j} e^{j\pi/2} H(\pi/2) - \frac{1}{j} e^{-j\pi/2} H(\pi/2) + e^0 H(0)$$

d. Theo công thức Parseval, công suất của $y(t)$ sẽ bằng tổng bình phương các hệ số khai triển chuỗi Fourier của $y(t)$: (1đ)

$$P = \left(\frac{1}{2}e^{j\pi/4}H(3\pi)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}e^{-j\pi/4}H(-3\pi)\right)^2 + \left(\frac{1}{j}H(\pi/2)\right)^2 + \left(\frac{1}{j}H(\pi/2)\right)^2 + (H(0))^2$$

***** Hết *****