基于微分方程的高压油管的压力控制模型

摘要

对于给定规格的高压油管,为解决管内压强与密度变化规律问题,本文由相 关理论基础入手,剖析模板形态学特征,以此为切入点建立了优化模型,运用微 分方程等方法进行求解。

针对问题一, 首先, 根据单向阀和喷油器的工作机理和已知条件, 分别列出 燃油流入和流出速率关于时间的表达式。其次,通过对附件3中的数据 得出弹性模量与高压油管内压强的关系式,再根据注1提供的燃油的 与密度变化量的关系,建立了高压油管内的压力与时间的微分方 问,通过确定高油管内压力为 100MPa 建立优化模型,设定单数 每次增加 0.02ms 来遍历搜索寻求不同单次开阀时长下的 分析对比找到最优单次开阀时长为 0.29ms。对于第 力为 150MPa 的优化模型,通过对进出油过程的仿真 急定在 150MPa 时 的最优单次开阀时长为 0.71ms, 并将其回代至模 系统从 100Mpa 达 到 150MPa 所需的时间,将其分别与题中不同; 比分析,求出调控 时长分别为 2s、5s 下的最优单次开阀时长 调控时长为 10s 下最佳策略是单次开阀时长在前 5.01s !

针对问题二,首先,在水平和竖 设出凸轮上点的 塞的接触位置。然 坐标。接着,表示出凸轮旋转时对 后,利用上述表达式表示出柱 对附件 1、附件 2 进行拟合,得出凸轮边缘曲 油周期内针阀升程 **为**到上止点位 与时间的关系。利用柱塞 积、腔内直径、极径 的直径和柱塞腔的高度与柱塞向上 的最大最小值求出柱塞 与柱塞腔的体积求得 最后, 利用上述模型确定凸轮的最优角速率为 燃油讲出高压油 0.027rad/s

关键词: 优化模型 微分方程模型 仿真模拟 遍历搜索法

一、 问题重述

1.1 问题背景

大多燃油发动机的工作基础都是燃油进入和喷出高压油管。燃油进入的危歇性工作过程会导致高压油管内压力的变化,导致喷射燃油量的偏差,影响燃油喷射效率和发动机的工作效率。

1.2 问题提出

问题 1. 某型号高压油管通过单向阀开关控制 2.4 m。单向阀每杠开一次后就关闭 10 ms。喷油器每秒工作 10 次,每次工作时喷油时间为 2.4 m,喷油器工作时从喷油嘴 B 处向外喷油的速率随时间周热性变化。入口 A 处 6 压油泵提供 160 MPa 的恒定压力,且高压油管内的过始压力为 10 4 m2。为使高压油管内的压力稳定在 100 MPa 附近,单向阀 6 cc,并分别经过 2 s、5 s 和 10 s 左右的调整过程后稳定在 150 MPa,单向阀 6 cc,并分别经过 2 s、5 s 和 10 s 左右的调整过程后稳定在 150 MPa,单向阀 6 cc,并分别经过 2 s、5 s 和 10 s 左右的调整过程后

问题3. 现增加一个与原有喷油嘴喷油规律相同的喷油嘴,在问题2的给定场景下,如何来调整喷油和供油的策略。在D处安装一个单向减压阀来,单向减压阀出口为直径为1. 4mm的圆,开启后高压油管内的燃油可以在压力下回流到外部低压油路中,从而使得高压油管内燃油的压力减小。请寻找一种高压油泵和减压阀的控制方案来进一步控制高压油管的压力稳定性。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

问题一第一小问要求求解当高压油管内的压力从F能稳定在 100 MPa 左右时单向阀每次开启的时长,第二小问要求求解当高条次多为的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa,且分别经过约 2 s、5 s 和 10 s 的调整过程后稳定在 150 MPa 时单向阀开启的时长。首先,我们分别列出然海流入冲流出逐渐快表达式。其次,我们根据注 1 提供的燃油的压力变化量气密度变化量的关系表达式。然后,我们还过对附供2 中的数据拟合处理得出上述表达式中弹性模量与高压油管内压强的关系式、接着,对燃油压力变化量与密度变化量的关系表达式变形/带入管内压强约 100M a 时关内燃油密度,拟合得出管内压强与燃油密度的关系式。最后,我仍发出在强稳定时的表达式,分情况求解。

2.2 问题二的分析

问题工程或在问题上产品的喷油器工作次数、高压油管尺寸和初始压力下,确定处像高压油管内的压力量量稳定在100 MPa 左右的凸轮角速度。首先,我们在外分型直方向上建立有角坐标系,设出凸轮上点的坐标。接着,我们表示出凸轮旋转时对应点的坐标,求出凸轮与柱塞的接触位置。然后,利用上述表达式表现出柱塞向太远动的高度。同时,我们对附件1进行拟合,得出凸轮边缘曲线有角度的关系表达式。利用柱塞运动到上止点位置时柱塞腔残余容积、腔内直径、极径的最大最小值求出柱塞腔的高度,利用柱塞腔的直径和柱塞腔的高度与柱塞向上运动的高度的差值计算出柱塞腔的体积。然后,利用低压燃油充满柱塞腔的质量与柱塞腔的体积求得柱塞腔内密度。利用附件2拟合处理得出在一个喷油周期内针阀升程与时间的关系。设置燃油进出高压油管的0-1变量,表示出燃油进出高压油管的速率。最后,利用上述模型确定凸轮的角速度。

2.3 问题三的分析

问题三第一小问要求在问题二的情形下增加一个喷油嘴,且两喷嘴喷油规

律相同。考虑两喷油嘴同时工作时,凸轮的转速变化。此时,将第二问模型中的 $O_2(t)$ 均乘以 2 代入原模型中进行求解,求解出 ω ,此时目标函数最小值为 Z_3 。对比前两问目标函数Z的大小,发现 Z_3 明显大于 Z_1 和 Z_2 。因此,当两油嘴同时工作时,不管油泵如何供油,高压油管压强保持稳定的效果均不如仅有1个油管工作时的效果好。为了增强高压油管保持压强稳定的效果,对第二问的模型进行优化。增加变量:两喷油嘴间隔n毫秒开始工作。对于问题下过第二小问,为更有效地控制高压油管的压力,在 D 处安装一个出口量 经为 2 4mm 的单向减压阀。打开后高压油管内的燃油可以在压力下回流到 的 4 4mm 的单向减压阀。打开后高压油管内的燃油可以在压力下回流到 1 4mm 1

三、人類型假设

- 1、假设高压油管内燃油密度均匀。
- 2、假设高压油管是理想圆柱体。
- 3、假设燃油进出口没有对区延迟。
- 4、假设高压燃油系统温度恒定。
- 5、假设高压燃油系统容器为刚性₹不发生形变。

符号说明

* ,/*, /		
為景	符号说明	单位
48 11	单向阀打开过程中燃油流速	mm^3/ms
ITE INTO	高压油泵 A 处流入速率	mm^3/ms
O(t)	喷油器 B 处的流速	mm^3/ms
x	单向阀每次开启的时长	ms
t_0	单项阀第一次开启的时间	ms

T_A	单向阀开启的一个周期	ms
ho	燃油密度	mg/mm^3
g(P)	管内压强为P时的密度	mg/mm^3
P_{bal}	平衡状态下高压油管内的压力	MPa
P(t)	高压油管内的压力	MPa
t_e	高压油管内压强达到平衡所需时间	ms
x_{150}	高压油管内压强达到 150 时单向阀每次分分的时长	ms
x_1	高压油管内压强达到平衡时单向硬体化应为启的时间	ms
t_a	高压油管内的压强达到450MPa 严肃的时间	ms
r	沙米	mm
heta	任意点在坚标中所处负度	rad
arphi	凸轮的旋转	rad
H_{π}	凸轮核径的最小值	mm
$H^{'}$	◆ 柱塞腔的高度	mm
V_c	柱塞腔的体积	mm^3
	柱塞腔的面积	mm^2
MA X	柱塞腔的直径	mm
	柱塞腔内密度	mg/mm^3
l l	针阀未上升时底面距圆锥顶点的长度	mm
d_1	针阀的直径	mm
r_2	针阀上升后底面所处高度圆锥横截圆面的半径长度	mm
h	喷油嘴上升的高度	mm

S_1	针阀底面圆的面积	mm^{2}
S_2	针阀上升后底面所处高度圆锥的横截面积	mm^{2}
S_3	喷孔的面积	mm^{2}
ON_i	第 <i>i</i> 个喷油器是否开始工作	
$r_{i}^{'}$	第1个喷油针阀上升后底面所处圆锥横截面半径长度	nm
A_i	第 i 个喷油嘴针阀的有效面积	mm^2
$O_3(t)$	增加一个喷油嘴无减压阀时的出游泵。	mm^3/ms

五、 模型的建立与求解

5.1问题一:单向阀开启时长的求解

问题一第一小问要求求解当高压油管内的为力尽可能稳定在 100 MPa 左右时单向阀每次开启的时长,第二小问要求求解当高压油管内的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa,且分别终近约 2 s、5 x 和 10 s 的调整过程后稳定在 150 MPa 时单向阀开启的时长。点先,我们分别列出燃油流入和流出速率的表达式。其次,我们根据注 1 提供的燃油的压力变化量与密度变化量的关系列出燃油压力变化量和密度变化量的关系表达式。然后。我们通过对附件 3 中的数据拟合处理得出上述表达式中单性模量与高大流管内压强的关系式。接着,对燃油压力变化量与密度变体量的关系表达式系统、带入管内压强为 100MPa 时关内燃油密度,拟合得均减减速度,燃油密度的关系式。最后,我们列出压强稳定时的表达式,分情

数量分类,然油流入与流出速率的分析

步骤一点上油泵A处的流入速率

由,通过单向阀开关控制供油时间的长短,且单向阀每打开一次后就要关闭 10ms。假设在单向阀打开过程中燃油流速为Q,在单向阀关闭过程中燃油流速为 0。由此,我们列出高压油泵 A 处流入速率的函数表达式。

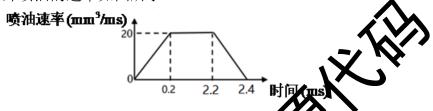
$$I(t) = \begin{cases} Q, t \in [t_0 + k', t_0 + k' + x] \\ 0, t \in (k' + t_0 + x, k' + t_0 + x + 10) \end{cases}$$
(1)

其中,x为单向阀每次开启的时长, t_0 为单项阀第一次开启的时间, T_A 为单向阀开启的一个周期。

 $oxed{\mathbb{E}}_{k} = nT_{A}, n \in N^{st}$, $T_{A} = x + 10$.

步骤二 喷油嘴 B 处的流出速率

由于喷油器每秒工作 10 次,每次工作时喷油时间为 2.4ms,喷油器工作时从喷油嘴 B 处向外喷油的速率如图所示。



图表 1 喷油器喷油速率变化图

由图可知,在喷油器开始工作前0.2ms内,喷光器的喷油速率匀加速上

升,在0.2-2.2ms内,喷油器的喷油速率保存不变、在2.2-2.4ms内,喷油器的喷油速率匀减速下降。由此,我们对喷油器B处的减速列出如下表达式

$$O(t) = \begin{cases} 100t & (k, k+0.2) \\ 2(k+0.2, k+2.2) \\ 24(k+0.2, k+2.2, k+2.4) \\ 0 & (k+2.4, k+100) \end{cases}$$
 (2)

其中,k=100nn=N

5.1.2 模型的建立与求解 化模型的建立与求解

可知,燃油的压力变化量与密度变化量成正比,比例系数为 $\frac{E}{
ho}$,其

F
ho 为燃油的完成,E 为弹性模量。因而,我们得出燃油压力变化量与密度变化量的

$$dP = \frac{E}{\rho}d\rho \tag{3}$$

其中, g(P=100)=0.85, g(P)为管内压强为P时的密度。

积分处理公式(3),

$$\int \frac{1}{\rho} = \int \frac{1}{E} dP + C_0 \tag{4}$$

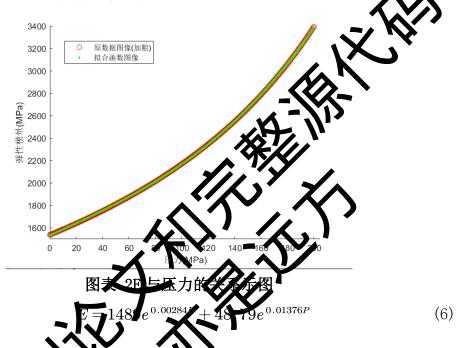
由 $\rho = \frac{m}{v}$ 整合处理公式(3)

$$d_{P} = rac{E}{
ho} \cdot rac{dm}{V}$$

由于工作过程中,从高压油泵 A 处进入流入的燃油部分从喷油嘴 B 处流出,

$$dP = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{dm_A - dm_B}{V} \tag{5}$$

E与压力的关系由附件 3 拟合得出公式。



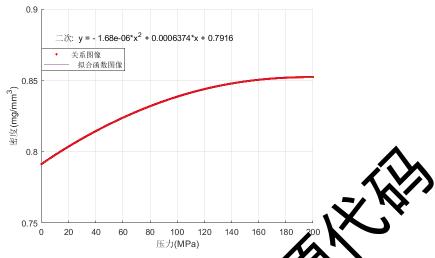
由公式(3)变从可得, $\frac{d\rho}{dR} = \frac{\rho}{E}$

为为 $100\,$ MP。因,然始的密度为 $10.850\,$ mg/mm 3 。即 $100\,$ 0 $= 0.85\,$ 。

公式(6) $X = 1489e^{0.00284P} + 48.79e^{0.01376P}$ 带入上述变形公式构造以

NO)=0.86 X 始值的微分方程,拟合出压力与密度的关系表达式。即

$$\rho = -1.68e - 0.6P^2 + 0.0006374P + 0.7916 \tag{9}$$



图表 3 压力与密度的关系示图

由流体体积=流体速率×时间可知, $V_A = I(t)$ 、 $V_B + O(t) \cdot t$,又 $m = \rho V$,

则 $dm_{\scriptscriptstyle A} = I(t) \,
ho_{\scriptscriptstyle A} dt$, $dm_{\scriptscriptstyle B} = O(t) \cdot g(P) \cdot dt$ 。

(1) 高压油管内压强稳定在100MPa 时单向展开启时长的家解。

要使高压油管内的恒定压力为160、Pa,则油管内压力变化值必须最小,

即求解

$$\min_{t_i} \left(P_{t,t} \setminus \mathcal{R}(t) \right)^2 dt \tag{7}$$

其中, P_{b} 、大平衡状态下高压油管内的压力。

运用公式6)计算油管区域的积分

$$P(t) = \frac{80e^{0.0284P} + 48.79e^{0.01376P}}{g(P)} \cdot \frac{I(t)\rho_A - O(t)g(P)}{V}$$
(8)

将公式80带入公式(7)进行求解

(2) 京庆油管广压强稳定在150MPa时单向阀开启时长的求解

当高压油管内的压力从100MPa增加到150MPa时,在其余条件不变的情况下,得出单向阀每次应开启的时长。

设 t_e 为高压油管内压强达到平衡所需要的时间, x_{150} 为高压油管内压强达到 150 时单向阀每次开启的时长, x_1 为高压油管内压强达到平衡时单向阀每次应开启的时间, t_a 为高压油管内的压强达到150MPa 所需的时间。

由于题目要求高压油管内的压强分别经过约 2 s、5 s 和 10 s 的调整过程后稳定在150MPa 时单向阀开启的时长,因此,我们认为当 $|P(t)-P_{bal}|<0.5$ 时,即可视为高压油管内压强达到150MPa。

情形 1:

当高压油管内的压强达到150*MPa* 所需的时间与高压油管内的压强达到平衡所需的时间相等时,高压油管内压强达到150*MPa* 时单向阀每次开启的形式即为高压油管内压强达到平衡时单向阀每次应开启的时长。

即当
$$t_a = t_e$$
时, $x_1 = x_{150}$ 。

情形 2:

即当
$$t_a < t_e$$
时, $x_1 = x_{150} + n \cdot$

在 $[0,t_a]$ 的时间段内,单向风色次的开启**对**为 x_1 在 $[t_a,+\infty)$ 的时间段内,单向阀每次的开启时间为 x_1 5a5

情形 3:

当高压油管内的压强达到15CMPa 所需的时间大于高压油管内的压强达到平衡所需的既仅时,为了使多少油管内压强稳定在150MPa,我们进行时间分段处理。(x,y) 为为处于(x,y) ,(x,y) ,

综工模型应为

$$\min \! Z \! = \! \int\limits_{t_1}^{t_2} \left(P_{bal} \! - \! P(t)
ight)^2$$

$$\begin{cases} I(t) = \begin{cases} Q, t \in [t_0 + k', t_0 + k' + x] \\ 0, t \in (k' + t_0 + x, k' + t_0 + x + 10) \end{cases} \\ Q = CA\sqrt{\frac{2\triangle P}{\rho}} \\ O(t) = \begin{cases} 100t, t \in [k, k + 0.2] \\ 20, t \in (k + 0.2, k + 2.2) \\ 240 - 100t, t \in (k + 2.2, k + 2.4] \\ 0, t \in (k + 2.4, k + 100) \end{cases} \\ \frac{dP}{dt} = \frac{1489e^{0.00284P} + 48.79e^{0.01376P}}{g(P)} \cdot \frac{I(t)\rho_A - O(t)g(P)}{T} \\ P(0) = 100MPa \end{cases}$$

5.1.3 模型的结果及分析

第一小问

当高压油管内的压力稳定在**100位**人之右时,**2**向阀每次开启时长应为 0.29ms。

第二小问

高压油管内压强的价始性保持不变。压力从100*MPa*增加到150*MPa*后保持稳定。实际上可理解为求保持压强为150*MPa*时单向阀每次开启的时长,因为若油管内压强铁于150*MP*/划公文客增大,从而进入流速Q增大,且单向阀开启时长、7/2022年设计分后,油管内压强总能稳定在150*MPa*左右。

 $RP_{bai}=100MPa$ 代入模型中求解,求解步骤同第一小问一致,求解得x=07ms 即单向阀每次开启0.71ms后关闭10ms,呈周期性进行。

将a=0.71ms代入模型中求不同时刻对应压强,当 $|P(t_e)-150|<0.5$ 时我们认为油管内压强已增加到150MPa左右,输出此时的时间 $t_e=4.99s$ 。

当增加到150MPa 的时间 $t_a=2s$ 时, $t_a < t_e$,属于情形二。此时,固定t=2s。 x 从 0.29ms 开始每次增加 0.001ms,当 |P(2)-150| < 0.5 时输出

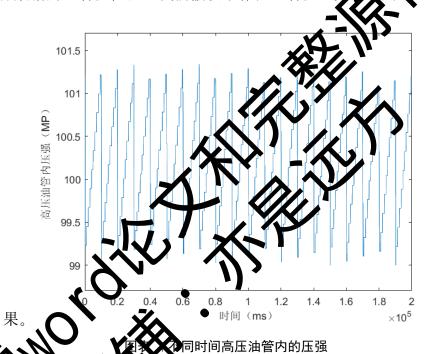
 $x_1 = 0.9ms$.

当 $t_a=5s$ 时, $|t_a-t_e|<0.1s$,则可近似的称 $t_a=t_e$,属于情形一,此时 $x_1=0.71ms$ 。

当 $t_a=10s$ 时, $t_a>t_e$,属于情形三,此时前 0 到 t_a-t_e 秒压强保持稳定在 100MPa,开阀时长为0.29ms,此后开阀时长均为0.71ms。

5.1.4 模型的检验

运用 Matlab 软件对第一小问结果进行显著性检验。我们选择了神立样本检验来进行数据的显著性检验。我们假设不存在显著性差异、运用 Matlab 得到结



从2017知,在 9/200s № 高压油管内的压强始终在 100MPa 上下波动,且波动长线水外,这说明体据 100MPa 下的优化模型求出的最优开阀时长确保了该情形下高压油管内的压入稳定性,从而验证了所建立的模型的合理性。

问题之要求在问题一中给出的喷油器工作次数、高压油管尺寸和初始压力下,确定使得高压油管内的压力尽量稳定在 100 MPa 左右的凸轮角速度。首先,我们在水平和竖直方向上建立直角坐标系,设出凸轮上点的坐标。接着,我们表示出凸轮旋转时对应点的坐标,求出凸轮与柱塞的接触位置。然后,利用上述表达式表示出柱塞向上运动的高度。同时,我们对附件 1 进行拟合,得出凸轮边缘曲线与角度的关系表达式。利用柱塞运动到上止点位置时柱塞腔残余容积、腔内直径、极径的最大最小值求出柱塞腔的高度,利用柱塞腔的直径和柱塞腔的高度与柱塞向上运动的高度的差值计算出柱塞腔的体积。然后,利用低压燃油充满柱塞腔的

质量与柱塞腔的体积求得柱塞腔内密度。利用附件 2 拟合处理得出在一个喷油周期内针阀升程与时间的关系。设置燃油进出高压油管的 0-1 变量,表示出燃油进出高压油管的速率。最后,利用上述模型确定凸轮的角速度。

5.2.1 模型的建立:优化模型的建立

当凸轮未进行转动时,可延水平方向和竖直方向上建立直角坐标轴,分别为x轴、y轴。则齿轮上任意一点的坐标即可设为

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \end{cases} \tag{9}$$

其中,r为齿轮半径, θ 为任意点在坐标中所处角度

当凸轮进行转动时,旋转角为 φ 。此时各 θ 角x,及x轴、y轴上的坐标为:

$$\begin{cases} x = r(\theta) \cdot \cos(\omega + \theta) \\ y = r(\theta) \cdot \sin(\omega t) + \theta \end{cases}$$
(10)

其中, $\varphi = \omega t$ 。

由于凸轮总是在竖直方向(\mathbb{R}_y 方向)上为飞塞接触,则接触点在y轴上的位置为:

$$Y = \max r(\theta) \sin(\omega t + \theta) \tag{11}$$

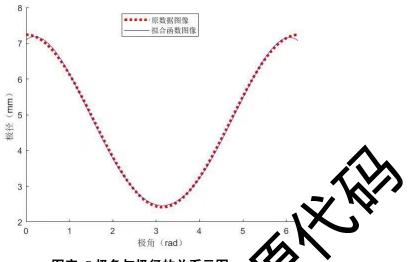
由于柱塞运动到下止点对,低压燃油刚好会充满柱塞腔,则凸轮边缘点的极 径在y方向大的最大值,减少数验极径的最小值,结果为柱塞向上运动的高度:

$$I = \max r(\theta) \cdot \sin(\omega t + \theta) - H_{\pi} \tag{12}$$

其中, Λ 为凸轮极径的最小值,为2.143mm。

由必念, 凸轮边缘曲线与角度存在一定关系。因此, 我们对附件 1 进行拟合, 得出极为4分径的关系图与关系表达式。

$$r = -0.06315\theta^4 + 0.7934\theta^3 - 2.647\theta^2 + 0.9696\theta + 7.09 \tag{13}$$



图表 5 极角与极径的关系示图

当柱塞运动到上止点位置时,此时柱塞腔残余 χ^{2} 几为 χ^{2} χ^{3} χ^{2} 0,柱塞腔内直径为 χ^{2} 0。由于已知极径的最大值为 χ^{2} 7.239 χ^{2} 7,极少的最小值为 χ^{2} 2.143 χ^{2} 7,可求出柱塞腔的高度为

H' = 17.896 nm

下面我们计算V。为柱塞腔 为 积:

$$V_{c} = (H' - H) \cdot \Lambda \tag{14}$$

其中, $S = \pi \cdot \frac{d}{d}$,,为柱塞腔的面积, d_c 为柱塞腔的直径。

接着,我们求解低压燃作办满柱塞腔的质量加。

$$m = \rho_0 V_0 \tag{15}$$

其中, ρ 大高压油管进油时的密度, V_0 为高压油管进油时的体积。

中态及等于质量与体积的比值,我们求得柱塞腔内密度 ho_c :

$$ho_c = rac{m}{V_c}$$

又因为 $V_c = (H' - H) \cdot S$,则

$$\rho_c = \frac{\rho_0 \cdot H' \cdot S}{(H' - H) \cdot S} = g^{-1}(\rho) \tag{16}$$

设置0-1变量

$$IN = \begin{cases} 1, P_c(t) > P(t) \\ 0, P_c(t) \leq P(t) \end{cases}$$
 (17)

其中当 $P_c(t) > P(t)$ 时,高压油泵内的油进入高压油管,此时IN为1;否则燃油未进入高压油管,IN为0。

由注 2 可知,进出高压油管的流量为 $Q=CA\sqrt{\frac{2\triangle P}{\rho}}$,其中Q为单位对间流过小孔的燃油量 (mm^3/ms) ,C=0.85 为流量系数,A为为私的面积 (mm^2) , $\triangle P$ 为小孔两边的压力差(MPa), ρ 为高压侧燃油Q全度 $(M)/mm^3)$ 。

综上,燃油进入高压油管的速率表达式如不:

$$I(t) = INCA \sqrt{\frac{2P(t) - I(t)}{\rho_c}}$$
(18)

设置0-1变量

$$ON = \begin{cases} 1, h(t) \\ 0, \nu(t) = 1 \end{cases}$$

$$(19)$$

其中当h(t) > 0 时,喷油嘴喷油,此时ON 为 1;否则喷油嘴不喷油。

针阀直径为 2.5mm、密封座是半角为 9°的圆锥,最下端喷孔的直径为 1.4mm。 1.为针阀未上针对。底面聚像等页点的长度:

$$l = \frac{\frac{d_1}{2}}{\tan\frac{\pi}{20}} \tag{20}$$

其中, d_1 为什阀的直径。

接下来,我们求针阀上升后,底面所处高度圆锥横截圆面的半径长度 r_2 :

$$r_2(t) = (l + h(t)) \cdot \tan \frac{\pi}{20}$$
 (21)

设喷油嘴上升高度h, S_1 为针阀底面圆的面积, S_2 为针阀上升后,底面所处

高度圆锥的横截面积。 S_2-S_1 则为油可通过针阀的环形面积。 S_3 为喷孔的面积。 若 S_2-S_1 的面积大于 S_3 的面积,则可类似为直接在高压油管处开了一个面积为 S_3 的孔,此时与针阀高度无关。若 S_2-S_1 的面积小于 S_3 的面积,则喷油的流速受限于 S_2-S_1 的面积。因此,有效面积取:

$$A = \min\{S_2 - S_1, S_3\}$$

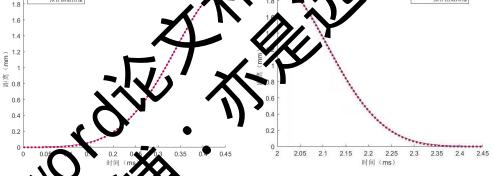
依据题意,如图表 5 所示,我们由附件 2 拟合处理得出在一个资温,期内针阀升程与时间的关系。

$$h(t) = \begin{cases} 2.016e^{-\left(\frac{t-0.4551}{0.1661}\right)^2}, & t \in [0, 0.45] \\ 2, & t \neq (0.45), \\ 2.016e^{-\left(\frac{-(t-2.45)-0.4551}{0.1661}\right)^2}, & t \neq (2.46), \\ 0, & t \in [2.46, 200] \end{cases}$$

$$(23)$$

$$\frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{18}$$



▶图表 6 针阀升程与时间的关系示图

喷油区出冷的表达式应为:

$$O_2(t) = ON \cdot Q = \begin{cases} CA\sqrt{\frac{2\triangle P}{\rho}}, h(t) > 0\\ 0, h(t) = 0 \end{cases}$$

$$(24)$$

5.2.2 模型的求解

由上述模型可知, 求解总表达式应为

$$\begin{cases} H = \max(\theta) \cdot \sin(\omega t + \theta) - H_{\pi} \\ V_{c} = (H' - H) \cdot S \\ m = \rho_{0} \cdot V_{0} \\ \rho_{c} = \frac{\rho_{0} \cdot H' \cdot S}{(H' - H) \cdot S} = g^{-1}(\rho) \\ IN = \begin{cases} 1, P_{c}(t) > P(t) \\ 0, P_{c}(t) \leqslant P(t) \end{cases} \\ Q = CA\sqrt{\frac{2\triangle P}{\rho}} \\ I(t) = INCA\sqrt{\frac{2P_{c}(t) - P(t)}{\rho_{c}}} \\ ON = \begin{cases} 1, h(t) > 0 \\ 0, h(t) = 0 \end{cases} \\ r_{2}(t) = (l + h(t)) \cdot \tan\frac{\pi}{20} \\ A = \min\{S_{2} - S_{1}, S_{3}\} \end{cases} \\ h(t) = \begin{cases} 2.016e^{-\frac{(t - 0.455)}{(0.1661)}} \text{ if } [0 \downarrow 0.45) \\ 2, t \in [0.45, 2] \\ 2.016e^{-\frac{(t - 0.455)}{(0.1661)}} \text{ if } [0 \downarrow 0.45) \\ 0 \leqslant 2.46, 100] \end{cases} \\ O_{2}(t) = (N) Q = \begin{cases} CA\sqrt{\frac{(2AAR)}{\rho}}, h(t) > 0 \\ 0.h(t) = 0 \end{cases}$$

该模型的式解 B 路与模型一一致,先固定住 ω ,时间t每次增加0.001ms 0.0

直至增加到 $\lambda 0ms$,求出该v《不同时间t对应的压强;后对 ω 增加0.001rad/ms,使风 ω 、水 ν 循环遍历、日标函数的最小值。

模型外线果

由上本美型我们对凸轮的角速度进行求解。求解结果得出凸轮的角速度为0.027 rad/ms。

5.3 问题三:喷油和供油速率的确定

问题三第一小问要求在问题二的情形下增加一个喷油嘴,且两喷嘴喷油规律相同。考虑两喷油嘴同时工作时,凸轮的转速变化。此时,将第二问模型中的 $O_2(t)$ 均乘以 2 代入原模型中进行求解,求解出 ω ,此时目标函数最小值为

 Z_3 。对比前两问目标函数Z的大小,发现 Z_3 明显大于 Z_1 和 Z_2 。因此,当两油嘴同时工作时,不管油泵如何供油,高压油管压强保持稳定的效果均不如仅有1个油管工作时的效果好。为了增强高压油管保持压强稳定的效果,对第二问的模型进行优化。增加变量:两喷油嘴间隔n毫秒开始工作。对于问题三的第二小问,为更有效地控制高压油管的压力,在 D 处安装一个出口直径为 1.4mm的单向减压阀。打开后高压油管内的燃油可以在压力下回流到外部低层油改中,从而使得高压油管内燃油的压力减小。在此基础上,使用前一个问题是上的模型求解目标函数的最小值及对应的 ω 。只有当油管内平均压发大于稳定值时,才考虑使用减压阀的情况。该情况下,求出油管内压强的平均值及减压阀门的阈值,当油管内的压强大于平均值时,减压阀开启、工业关闭。

5.3.1 模型的建立与求解

由于题目要求在问题二的基础上,再增加一个喷油嘴,且怎个喷嘴喷油规律相同。则我们可以利用问题二中的模型对问题重的第一小问进行求解。我们将第二问模型中的 $O_2(t)$ 均乘以 2 代入原修型,进行求解,从修出 ω ,此时目标函数最小值为 Z_3 。对比前两问目标函数Z的大小/6/2/2/3,明显大于/2/1和/2。因此,当两油嘴同时工作时,不管面泵如何供油,高压油管压强保持稳定的效果均不如仅有1个油管工作时的效果系

为增强高压油管保护压强稳定的效果,我们对第二问的模型进行优化。同时,我们增加变量更区质油嘴形成,毫秒开始工作。

> 我们对喷油嘴吸冲进行0-1规划处理。

$$ON_2 = \begin{cases} 1, h(t-n) > 0 \\ 0, h(t-n) = 0 \end{cases}$$
 (25)

 N_1 表示第二个喷油嘴是否开始工作。当 ON_2 为 1 时,表示第二个喷油嘴正在工作:反之,当 ON_2 为 0 时,第二个喷油嘴不在工作。

接着,我们计算增加一个喷油嘴无减压阀时的出油速率 $O_3(t)$ 。

$$O_3(t) = O_2(t) + ON_2CA_2\sqrt{\frac{2P(t)}{q(P)}} = C\sqrt{\frac{2P(t)}{q(P)}}(ON \cdot A_1 + ON \cdot A_2)$$
 (26)

然后,我们计算第二个喷油嘴针阀的有效面积 A_2 。

$$A_2 = \min\{S_2' - S_1, S_3\} \tag{27}$$

其中, S_1 为针阀底面圆的面积, S_2 "为针阀上升后,底面所处高度圆锥的横截面积。 S_2 "一 S_1 则为油可通过针阀的环形面积。 S_3 为喷孔的面积。

我们利用问题二表示出的l计算出第二个喷油嘴针阀上升后,底面灰龙瓦度圆锥横截圆面的半径长度 r_2 :

$$r_2'(t) = (l + h(t - n)) \cdot \tan \frac{\pi}{20}$$
 (28)

对于问题三的第二小问,为更有效地控制高压浊管的品力,在 D 处安装一个出口直径为 1.4mm 的单向减压阀。打开后高压减度内的燃油可以在压力下回流到外部低压油路中,从而使得高压油管内燃油的 5.7%以小。在此基础上,使用前一小问所建立的模型求解目标函数的 5.4% 及对应的 5.2% 人有当油管内平均压强大于稳定值时,才考虑使用减压阀的情况。该情况下,求出油管内压强的平均值及减压阀门的阈值,当油管深的 2.3% 技术于平均值 2.4% 减压阀开启,否则关闭。

基于此,我们列出如下表达式。其中,又以表减压阀是否开启。

$$ON' = \begin{cases} 1 & (t) > \overline{P(t)} \\ 0 & P(t) \le \overline{P(t)} \end{cases}$$
 (29)

於 小问通过陈风模拟,当两喷油嘴开始工作的时间间隔为50ms, 凸轮角

 \mathbf{E}_{ω} 为 \mathbf{E}_{ω} 为 \mathbf{E}_{ω} 为 \mathbf{E}_{ω} 为喷油嘴喷油的最优解。

六、 模型评价与推广

6.1 模型的优点

1. 模型是在充分利用题目所给数据信息和查阅相关资料后建立的, 通过不断的分

- 析、检验和完善使得模型具有较高的精确性,同时能够确保思维的科学性和整体模型结构的严谨性。
- 2. 通过模型的得到的结果,并能联系全文不同模型所得结果,合理的分析,反复推测,最终验证模型的可行性。
- 3. 通过对模型的不断优化,使计算更加准确,结果更加完善,能较好地保证模型的完整性。
- 4. 数据处理及模型求解时充分运用 MATLAB、lingo 等数学软件,较好地解决了问题,得到了理想的结果。
- 5. 本题充分利用题中所给各种信息,对模型进行了检验完善,是模型存校高的准确性。
- 7. 模型规律简单、易懂,而且能够运用该模型以及模型求解算法得为比较理想的调度方案,说明了模型的实用性和算法有效性。

6.2 模型的缺点

- 1、在对离散数据点的拟合中,大多采用多项式报**次**,不得到的关系表达式并不十分准确,可能会影响到最终结果的准确**没**。
- 2、在运用微分方程建立模型时,只是对数据设置了初步的分析、未进行定量分析,使结果不能做到深度分析,而需要之后进行定量的补充和扩展。
- 3、对算法的不足:对于积分关系式,模型的误差也会随和分过程不断积累,当 压强的差值增大时,模型的积累误差会增大,导致模型不准确,故此模型只适用 于短时估计。

6.3 模型的改进

- 1、本文虽然实际问题给出了相关模型并进行了相应的定量计算,但精确程度的 误差因素考虑如消除上仍然不定的改进空间。
- 2、模型分析,要从不同格度、考虑更多因素做进一步研究。

▲4 想象的推广

→ `微分方程类型具有较高的使用推广价值。从应用领域上讲,微分方程大方向上的应贯领域主要分社会及市场经济、战争微分模型分析、人口与动物世界、疾病的生杂。 ②断和自然科学这五个方面,如果细致来讲,其中社会及市场经济方面又包括综合国力的微分方程模型、诱发投资与加速发展的微分方程模型、经济调整的微分方程模型、广告的微分方程模型、价格的微分方程模型;战争微分模型包括军备竞赛的微分方程模型、战争的微分方程模型、战斗中生存可能性的微分方程模型、战争的预测与评估模型;人口与动物世界领域包括单种群模型及进行开发的单种群模型、弱肉强食模型、两个物种在同一生态龛中的竞争排斥模型、无管理的鱼类捕捞模型、人口预测与控制模型:疾病传染与诊断领域包括艾滋病流行的微分方程模型、糖尿病诊断的微分方程模型、人体内碘的微分方程模型、药物在体内的分布与排除模型;自然科学领域包括人造卫星运动的微分方程模型、药物在体内的分布与排除模型;自然科学领域包括人造卫星运动的微分方程模型、

航空航天器翻滚控制的分方程模型、非线性振动的微分方程模型、PLC 电路自激振荡的微分方程模型和盯与追击问题的微分方程模型等。

七、参考文献

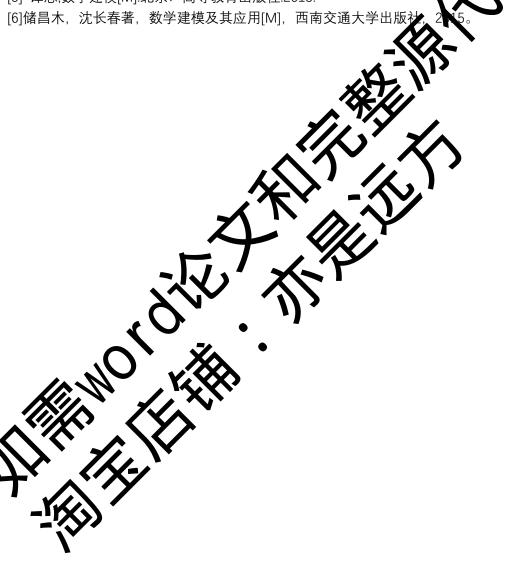
[1]司守奎, 孙兆亮, 孙玺菁.数学建模算法与应用[M]. 国防工业出版社, 2015.

[2]姜启源,谢金星.数学建模[M].北京:高等教育出版社,2018.

[3]刘卫国.MATLAB[M].北京: 高等教育出版社,2017.

[4]卓金武.MATLAB 在数学建模中的应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社

[5] 谭忠,数学建模[M].北京: 高等教育出版社.2018.



八、附录

```
<MATLAB 程序代码>
问题一:
(1)
     绘制弹性模量与压力函数图
    x=xlsread('附件3-弹性模量与压力.xlsx','Sheet1','A2:A402
  2 y=xlsread('附件 3-弹性模量与压力. xlsx', 'Sheetl', 'B2:B
  3 figure('color','w');
  4 scatter(x, y, 'ro');
  5 hold on;
  6 y2=0.0001*x.^3-0.001082*x.^2+5.474*x+1532
  7 scatter (x, y2, 'g.');
  8 axis([0, 205, 1500, 3400]);
  9 xlabel('压力(MPa)');
 10 ylabel('弹性模量(MPa)');
 11 legend('原数据图像(加粗)
 12 box off;
     求解最优单次开阀时间
 (2)
 1 clear, clc;
  2 C=0.85;
  3 A=0. 49*pi;%/小孔
                        0.01:5) , %储存稳定目标值
                       自管压力
                     %油泵油密度
                     %油管油密度
                     %闭阀时间
            rouyg*V;
                     %起始油管油质量
          zeros(1,length(0:tstep:2000)); %储存油管压力值
        pos2=1;
                     %P的下标
        %迭代时间
 18
 19
        for t=0:tstep:2000
 20
            %计算体积变化
            Qin=State(t, topen, tclose)*C*A*sqrt(2*(Pyb-
 21
 22 Pyg)/rouyb)*tstep;
           Qout=py(t)*tstep;
 23
```

```
myg=myg+(Qin-Qout)*rouyg; %计算油管油质量
24
                                     %更新油管油密度
25
           rouyg=myg/V;
                                     %更新油管油压力
26
           Pyg=y (rouyg);
27
           P(pos2) = Pyg;
           pos2=pos2+1;
28
29
       end
       z(pos1) = sum((100-Pyg).^2);
30
31
       pos1=pos1+1;
32
   end
33
   [i, j] = \min(z);
34
   topen=j/100;
35
36 %密度转化为压力
37 function P=y(x)
38 P=17284. 0015*x^2-27111. 3456*x+10656. 1
39 end
40 %单向阀状态
41 function flag=State(t, topen, tc)
    %topen 为开阀时间,tclose;
42
    T=topen+tclose; %总周期
43
    mt = mod(t, T);
                  %放入第
44
45
    if mt<=topen</pre>
                  %开阀
46
       flag=1;
    else
47
48
       flag=0;
49
    end
50
   end
51
            f nt<=2.4
          v=240-100*nt;
       else
61
62
          v=0;
63
       end
64
   end
```

问题二:

(1) 极径与极角关系

```
a=xlsread('附件 3-弹性模量与压力. xlsx', 'Sheet1', 'A2:A629');
  2 r=xlsread('附件 3-弹性模量与压力.xlsx', 'Sheet1', 'B2:B629');
  3 y=-0.06315*a.^4+0.7934*a.^3-2.647*a.^2+0.9696*a+7.09;
  4 figure ('color', 'w');
  5 plot(a, r, 'r:', 'Linewidth', 3);
  6 hold on:
  7 plot (a, y, 'b-');
  8 axis([0, 6. 27, 2, 8]);
  9 xlabel('极角(rad)');
  10 ylabel('极径 (mm)');
  11 box off;
(2) 求最优凸轮角速度
      clear, clc;
   2 C=0.85:
   3 A=0.49*pi;%小孔面积
   4 V=12500*pi;%油管体积
   5 d1=2.5;
   6 d3=1.4;
   7 s1=0.25*pi*d1^2:
   8 s3=0.25*pi*d3^2;
   9 L=0. 5*d1/tan(pi/20);
  10
  11
      tstep=0.02;%确分
  12
      z=zeros(1, 1e
                                             %储存稳定目标值
  13
      pos1=1;
   14
  15
   16
                           包始油管油质量
                         th(0:tstep:2000)); %储存油管压力值
                         %P的下标
                =0:tstep:2000
               rouyb=0.7919*17.896/(17.896-H(w, t));
              Pyb=y(rouyb);%此时油泵油压力
   26
              r2=(L+h(t))*tan(pi/20);
  27
              s2=pi*r2^2;
                                    %针阀底端与圆锥相切处圆环的面积
              B=min(s2-s1, s3);
  28
                                    %流出面积
  29
              %计算体积变化
  30
              Qin=State1(Pyb, Pyg)*C*A*sqrt(2*(Pyb-Pyg)/rouyb)*tstep;
              Qout=State2(t)*C*B*\operatorname{sqrt}(2*(\operatorname{Pyg}-0.1)/\operatorname{Y}(\operatorname{Pyg}))*\operatorname{tstep};
  31
```

```
myg=myg+(Qin-Qout)*rouyg; %计算油管油质量
32
                                    %更新油管油密度
33
           rouyg=myg/V;
                                    %更新油管油压力
34
           Pyg=y (rouyg);
35
           P(pos2) = Pyg;
36
           pos2=pos2+1;
37
       end
       z(1, pos1) = sum((100-P).^2);
38
39
       pos1=pos1+1;
40
   end
   [i, j] = min(z);
41
42
   mubiao=j/10000;
43
44 %密度转化为压力
45 function P=y(x)
46 P=17284. 0015*x^2-27111. 3456*x+10656.
47
   end
48
   %压力转化为密度
49
   function rou=Y(x1)
   rou=-1.68e-6*x1^2+0.00
51
52
   end
53
54
   %极角化极径
55
   function jj=r(a
    jj=-0.06315*
56
                                      2+0.9696*a+7.09;
57
   end
58
    unction flag2=State2(t)
69
70
     nt=mod(t,100);%放入第一周期
71
                 %喷出
    if nt<2.45
72
       f1ag2=1;
73
    else
74
       flag2=0;
                  %不喷出
75
    end
```

```
end
  76
  77
  78
     %计算活塞上升高度
  79 function HT=H(w, t)
  80 u=zeros(1, length(0:0.1:2*pi));
     pos3=1;
  81
  82 for a=0:0.1:2*pi
      u(1, pos3) = r(a) *sin(w*t+a);
  84
       pos3=pos3+1;
  86
     HT = max(u) - 2.143;
  87
      end
  88
      %针阀上升高度
  89
  90 function hp=h(t)
       kt=mod(t,100);%放入一个周期
  91
       if kt<0.45
  92
  93
           hp=2.016*exp(-((t-0.4551)
  94
       elseif kt<=2</pre>
  95
           hp=2;
  96
       elseif kt<2.45
  97
           hp=2.016*exp(-
  98
       else
  99
           hp=0;
 100
       end
 101
      end
问题三主程序:
            *pi*d3^2;
        .5*d1/tan(pi/20);
 11
 12 tstep=0.02;%确定步长
 13 z=zeros(1, length(0.0001:0.0001:0.05));
 14 pos1=1;
 15 %遍历法探索可能解
 16 for w=0.0001:0.0001:0.05
```

```
%油泵压力
17
       Pyb=0.5;
                      %油管压力
18
       Pyg=100;
19
       rouyg=0.85;
20
       myg=rouyg*V;
       P=zeros(1, length(0:tstep:2000));
21
22
                      %P的下标
       pos2=1;
       %迭代时间
23
       for t=0:tstep:2000
24
25
            rouyb=0.7919*17.896/(17.896-H(w, t));
            Pyb=y(rouyb);%此时油泵油压力
26
27
           r2=(L+h(t))*tan(pi/20);
            s2=pi*r2^2;
                                 %针阀底端与圆锥
28
29
            B=min(s2-s1, s3):
                                 %流出面积
            %计算体积变化
30
            Qin=State1(Pyb, Pyg)*C*A*sqrt(
31
                                                       ouyb)*tstep;
32
            Qout=State2(t)*C*B*sqrt(2*(F
                                                     ))*tstep;
33
            myg=myg+(Qin-Qout)*rouyg
34
            rouyg=myg/V;
            Pyg=y (rouyg);
35
36
            P(pos2) = Pyg;
            pos2=pos2+1;
37
38
       end
39
       z(1, pos1) = sum((
40
        pos1=pos1
41
   end
   [i, j] = \min(z)
42
43
   mubiao=j
44
45
                           3456*x+10656.1125;
             68e-6*x1^2+0.0006374*x1+0.7916;
54
   %极角化极径
55
56
   function jj=r(a)
57
    jj=-0.06315*a^4+0.7934*a^3-2.647*a^2+0.9696*a+7.09;
58
   end
59
   %单向阀状态
```

```
61 function flag1=State1 (Pyb, Pyg)
62
    if Pyb>Pyg %开阀
63
      flag1=1;
64
    else
      flag1=0; %闭阀
65
66
    end
67
   end
68
69 %喷口状态
70 function flag2=State2(t)
    nt=mod(t,100);%放入第一周期
71
72
    if nt<2.45
               %喷出
73
      flag2=1;
74
    else
      flag2=0;
75
               %不喷出
76
    end
77
   end
```