

分类号: TP242.6

密 级: 无

单位代码: 10335

学 号: 21932075

浙江大学

硕士学位论文



中文论文题目: 基于模型预测控制的仿人机器人动态
步行研究

英文论文题目: Dynamic Locomotion of Humanoid Robot
Based on Model Predictive Control

申请人姓名: 许铎

指导教师: 朱秋国 副教授

合作导师: 吴俊 教授

专业名称: 控制工程

研究方向: 机器人

所在学院: 控制科学与工程学院

论文提交日期 二零二二年三月

基于模型预测控制的仿人机器人动态步行研究



论文作者签名: 许峰

指导教师签名: 朱亚国

论文评阅人 1: 隐 名

评阅人 2: 隐 名

评阅人 3: 隐 名

评阅人 4: _____

评阅人 5: _____

答辩委员会主席: 宋春跃 教授 浙江大学

委员 1: 陆豪健 研究员 浙江大学

委员 2: 章逸丰 高级工程师 浙江大学滨海产业研究员

委员 3: _____

委员 4: _____

委员 5: _____

答辩日期: 二零二二年三月六日

Dynamic Locomotion of Humanoid Robot

Based on Model Predictive Control



Author's signature: Duo Xu

Supervisor's signature: Qing Guo Shu

External Reviewers: Anonymous
Anonymous
Anonymous

Examining Committee Chairperson:

Chunyue Song Professor ZJU

Examining Committee Members:

Haojian Lu Researcher ZJU
Yifeng Zhang SE Binhai Industrial
Technology Research Institute of ZJU

Date of oral defence: March 6, 2022

摘要

仿人机器人由于其结构复杂、自由度高、以及本身不稳定和易受扰动等特点，对快速稳定的行走控制带来了极大挑战。在仿人机器人运动控制研究中，快速运动所带来的系统非线性问题显得尤为突出，对机器人建模及控制算法提出了更高的要求，因此运动速度成为了衡量仿人机器人性能的重要指标之一。本文针对仿人机器人的快速动态步行运动开展研究，设计了基于模型预测控制的仿人机器人动态步行控制算法，在此基础上对仿人机器人的速度提升方法进行了研究，并在仿人机器人“悟空-III”及仿真平台上开展了实验验证。

本文的主要研究内容有：

- 1) 介绍了“悟空-III”仿人机器人平台并建立简化运动模型。介绍了仿人机器人的硬件性能、电气结构与相应的仿真环境；根据仿人机器人实物结构建立了简化多连杆模型；针对仿人机器人的单腿支撑相进行了简化动力学建模与分析。
- 2) 设计了基于力控制的仿人机器人动态步行运动控制算法。设计步态生成器生成相应的步行状态机，并规划出质心参考轨迹；设计状态估计器，通过运动学方法与卡尔曼滤波算法估计出可靠的机器人状态信息；设计运动控制器通过 PD 控制器跟随规划的摆动腿末端位置实现摆动腿控制，通过力控制器规划出期望的地面接触力与接触力矩完成支撑腿控制。
- 3) 针对力控制方法中力的规划问题，提出了一种基于动量的模型预测控制算法，实现规划出优化的地面接触力与接触力矩。首先将机器人的姿态角、位置、角动量与线性动量作为状态量构建状态预测模型，其次根据生成的参考轨迹与摩擦力约束条件设计优化函数，最后将优化问题构建为 QP 问题求解出最优的系统输入量。最终在 RaiSim 仿真环境中完成速度控制算法验证，并在仿人机器人“悟空-III”上实现了最高 1.4m/s 的行走速度。
- 4) 针对仿人机器人提升前进速度的问题，提出了加空中相与可变步频两种提升前进速度的动态步行方法。前者通过调整支撑相与摆动相的占比实现了仿人机器

人的高步频跑步步态；后者根据仿人机器人的步行速度分阶段改变步频以适应不同阶段的速度，并针对步频变化对 MPC 控制器做出相应调整。最终在 RaiSim 仿真环境中实现了最高 3m/s 的行走速度。

关键词：“悟空-III”仿人机器人；动态步行；模型预测控制；速度控制；变步频

Abstract

Due to its complex structure, high degree of freedom, unstable and easily disturbed characteristics, humanoid robot has brought great challenges to fast and stable walking control. In the study of motion control of humanoid robot, the nonlinear problem caused by fast motion is particularly prominent, which puts forward higher requirements for robot modeling and control algorithm. Therefore, motion speed has become one of the important indicators to measure the performance of humanoid robot. In this paper, the fast dynamic walking motion of humanoid robot is studied, and the dynamic walking control algorithm of humanoid robot based on model predictive control is designed. On this basis, the speed improvement method of humanoid robot is studied, and experimental verification is carried out on the humanoid robot "Wukong-III" and the simulation platform.

The main research contents of this paper include:

- 1) The "Wukong-III" humanoid robot platform is introduced and a simplified motion model is established. The hardware performance, electrical structure and simulation environment of humanoid robot are introduced. A simplified multi-link model is established according to the structure of humanoid robot. The simplified dynamic modeling and analysis of the single leg support phase of humanoid robot is presented.
- 2) The dynamic walking motion control algorithm of humanoid robot based on force control is designed. A gait generator is designed to generate the corresponding walking state machine and the centroid reference trajectory is planned. A state estimator is designed to estimate the reliable state information of the robot by using kinematic method and Kalman filter algorithm. The motion controller is designed to realize swing leg control by PD controller following the planned swing leg end position, and the expected ground contact force and contact moment are planned by force controller to complete the support leg control.
- 3) Aiming at the force planning problem in the force control method, a model predictive

control algorithm based on momentum is proposed to plan the optimized ground contact force and contact torque. Firstly, the attitude Angle, position, angular momentum and linear momentum of the robot are used as the state variables to construct the state prediction model. Secondly, the optimization function in the finite time domain is designed according to the generated reference trajectory and anti-slip constraints. Finally, the optimization problem is constructed as a QP problem to solve the optimal system input. Finally, the speed control algorithm was verified in the RaiSim simulation environment, and the maximum walking speed of 1.4m/s was achieved on the humanoid robot "Wukong-III".

- 4) Aiming at the problem of improving the forward speed of humanoid robot, two dynamic walking methods of increasing forward speed with air phase and variable step frequency are proposed. The former realizes the high step frequency running gait of humanoid robot by adjusting the proportion of support phase and swing phase. The latter changes step frequency according to the walking speed of humanoid robot in different stages to adapt to the speed of different stages, and adjusts the MPC controller according to the change of step frequency. Finally, a maximum walking speed of 3m/s was achieved in the RaiSim simulation environment.

Key words: "Wukong-III" humanoid robot; Dynamic walking; Model predictive control; Speed control; Variable frequency

目 录

摘 要	I
Abstract	III
目 录	I
第一章 绪论	1
1.1 研究背景与意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 国内外仿人机器人研究现状	2
1.2.2 国内外步行控制理论研究现状	7
1.3 本文主要研究内容	9
1.4 本文结构	11
第二章 仿人机器人实验平台与运动模型	12
2.1 概述	12
2.2 仿人机器人平台介绍	12
2.2.1 机器人硬件性能介绍	13
2.2.2 机器人电气系统介绍	14
2.2.3 仿真环境介绍	15
2.3 简化运动模型	16
2.3.1 简化连杆模型	16
2.3.2 简化动力学模型	18
2.4 本章小结	22
第三章 仿人机器人控制架构与实现	23
3.1 概述	23
3.2 仿人机器人控制架构	23
3.3 步态生成器	24

3.3.1 步行状态机	25
3.3.2 质心轨迹规划	27
3.4 状态估计器	28
3.4.1 腿末端点状态估计	29
3.4.2 质心状态估计	32
3.5 运动控制器	34
3.5.1 摆动腿规划与控制	34
3.5.2 支撑腿规划与控制	35
3.6 各控制器验证	37
3.7 本章小结	40
第四章 基于模型预测控制的动态步行方法	42
4.1 概述	42
4.2 模型预测控制方法	43
4.2.1 控制实现框图	43
4.2.2 离散状态空间模型构建	43
4.2.3 离散预测模型构建	45
4.2.4 参考轨迹生成	46
4.2.5 优化函数与约束条件	48
4.2.6 QP 问题构建与求解	49
4.3 仿人机器人动态步行实现	50
4.3.1 原地踏步控制	50
4.3.2 前进速度控制	53
4.3.3 实物实验结果	56
4.4 速度提升方法探究	60
4.4.1 提升速度要素分析	60
4.4.2 加空中相的方法	61
4.4.3 可变步频的方法	64
4.5 本章小结	66

第五章 总结与展望	67
5.1 总结	67
5.2 展望	68
参考文献	69
致谢	73
个人简历	74
攻读学位期间获得的科研成果	75

第一章 绪论

1.1 研究背景与意义

机器人是人类最伟大的发明之一，人类一直致力于实现机器人辅助甚至代替人类执行重复和危险的任务，以达到减少人力成本、提高工作效率与质量、为人类生活服务等目标。按照驱动方式，移动机器人主要包括步行移动机器人、轮式移动机器人、履带式移动机器人等。轮式和履带式机器人由于控制和实现相对简单，在平坦的地形移动较快，在移动机器人中得到了广泛的应用。但是随着机器人应用场景的不断扩展，轮式和履带式机器人在一些复杂环境中难以满足实际应用的需求，难以在不平整的地面上做到快速而高效的移动，往往需要对其工作环境进行改造才能发挥更好的作用。相比而言，步行移动的腿足式机器人对非结构性的复杂环境有很大优势，腿足机器人离散的落脚点能够适应各种地面，并且能够简单跨越不同障碍物，更适合于复杂的陆地环境^[1]。

仿人机器人拥有类人的结构，是腿足式机器人的一种，相比于其他移动机器人，仿人机器人有着无可取代的优势。首先，由于其模仿人类的形态与运动方式的特点，仿人机器人能够更好地适应人类生活和工作的环境，不需要专门为其进行大规模环境改造，能够更好地在人类和自然环境中服务人类^[2]。另一方面，仿人机器人与人类有着相似的外形，相对于轮式和履带式机器人对人类更具有亲和力，完美适应人类的的生活和工作环境，能够更好地融入人类的生活^[3]。此外，对仿人机器人的研究聚焦于腿部运动机理，该机理也同样能够适用于外骨骼机器人的腿部运动，能够推动康复性外骨骼机器人技术的发展来帮助残疾人恢复健康。

仿人机器人是当前科技发展最活跃的领域之一，其研究集中了机械、电子、计算机、控制、人工智能等多个学科，仿人机器人技术代表了一个国家的最高科技水平，目前国内外关于仿人机器人的研究也受到越来越多的关注。2012年，美国国防部高级研究计划局举办了 DRC 机器人挑战赛，该比赛对机器人适应复杂环境的能力有很大的考验，要求机器人在复杂环境中完成跨越障碍、登上楼梯、打开阀门、驾车、使用工具等任务^[5]。DRC 机器人挑战赛吸引了全球多个国家的机器人研究团队参赛，是迄今为止国内外最

高水平的机器人竞赛,具有代表性的参赛机器人包括美国的 Atlas 机器人^[6]、日本的 HRP-2 机器人与 SCHAFT 机器人^[7]、韩国的 HUBO 机器人^[8]等。比赛过程中,虽然部分参赛机器人已经能够在复杂环境展现出与人类相近的运动能力,但是也存在着步行缓慢、动作不灵敏、抗扰动能力弱等问题,有很大的提升空间。

仿人机器人的动态步行一直是机器人领域研究的重点和难点。为了满足更加复杂的应用场景,仿人机器人的步行运动需要具备更强的快速性、灵活性和稳定性,提升仿人机器人快速运动能力、姿态平衡能力以及抗扰动能力。本课题主要针对仿人机器人的动态步行运动展开研究,设计实现仿人机器人动态步行的控制方法,对仿人机器人的运动速度的提升方法进行了探索。

1.2 国内外研究现状

人类对仿人机器人的相关研究可以追溯到上世纪 70 年代,经过半个世纪多的发展,国内外的机器人研究团队设计了形态不一的机器人平台,提出了不同的控制算法,取得了丰硕的研究成果。由于机器人的运动侧重于模仿人类步行运动,部分研究者设计出了仅具备仿人机腿部结构而没有其他类人结构的双足机器人,但是仅从步行运动的角度来看,此类机器人与仿人机器人一致,因此本文将此类双足机器人也纳入考察范围^{[4][9]}。接下来首先简单介绍国内外仿人机器人的研究现状,然后对仿人机器人步行运动控制理论进行总结与归纳。

1.2.1 国内外仿人机器人研究现状

日本是最早开展仿人机器人研究的国家,其研究主要针对应用于日常生活场景的服务机器人,日本研究的机器人外形与结构设计 with 人类更为相似,以使其更好地融入人类生活并服务人类,其驱动方式基本都采用电机驱动。早稻田大学在 1973 年研制出了世界上第一台仿人机器人 WABOT-1^[10],实现了周期为 45s 的基本双足静态步行,为仿人机器人的双足步行运动奠定了理论基础。随后,日本研发的机器人中本田公司研发的 ASIMO 系列仿人机器人和 AIST 研发的 HRP 系列仿人机器人最具有代表性,创造了非常大的研究价值与意义。

日本本田公司于 1986 年开始研发仿人机器人,先后研制了 7 代 E 系列样机和 3 代

P 系列样机, 经过不断的技术积累和迭代, 于 2000 推出了 ASIMO 仿人机器人^[11], 并先后迭代了多个版本, 如图 1.1 所示。2011 年本田公司发布了最新一代的 ASIMO 机器人, 该机器人身高约 130cm, 体重约 48kg, 外形与人类非常相似, 全身共 30 个自由度, 拥有卓越的运动性能, 并有一定的智能感知能力。ASIMO 的最快前进速度能达到 9km/h, 并能够实现上下台阶、单腿跳跃、踢足球、跳舞等动作。此外, ASIMO 还配备了灵巧手, 拥有了使用工具的能力, 使其服务人类的功能得到进一步扩展。而后, 本田公司将 ASIMO 的各项技术逐一应用在汽车、平衡电车等其他产品线上, 于 2018 年 6 月宣布不再迭代改进 ASIMO 机器人。

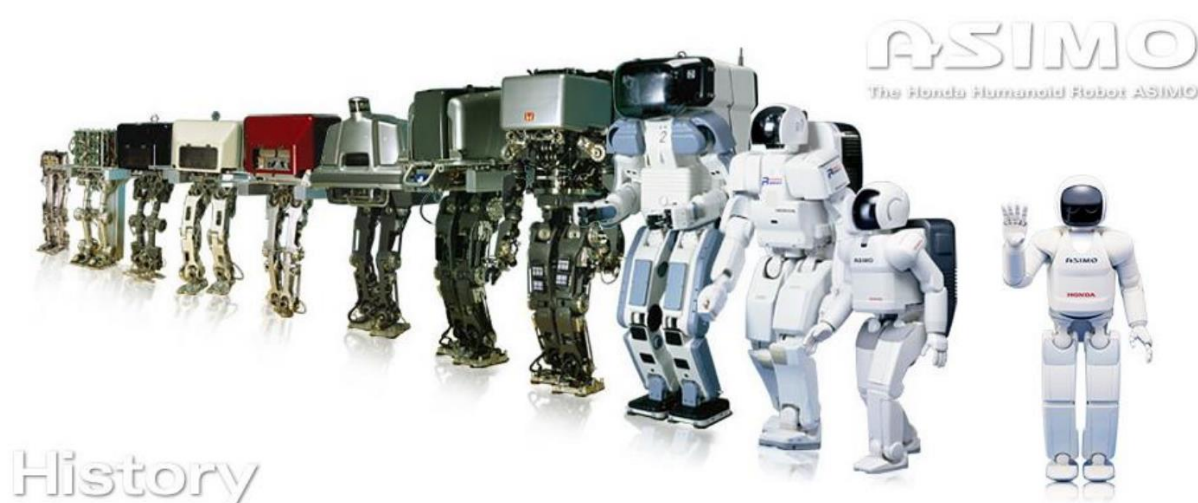
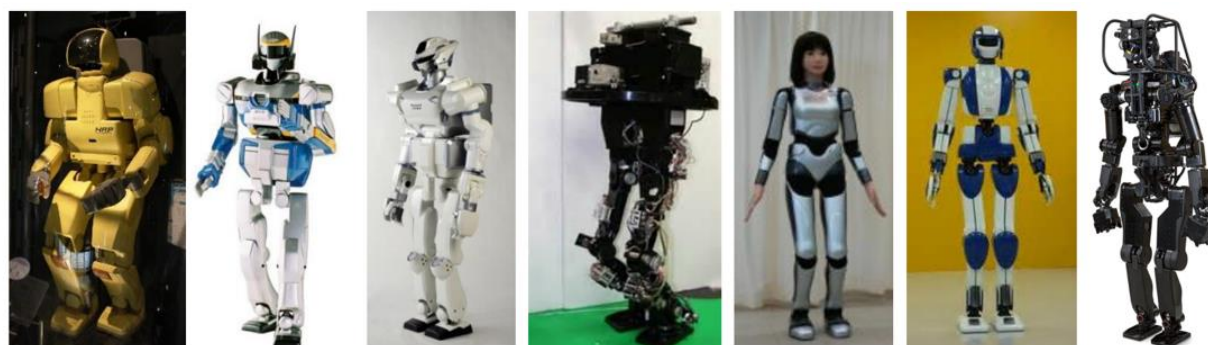


图 1.1 日本 ASIMO 系列仿人机器人

AIST 于 1998 年开启了 HRP 计划, 目的是研发出能够在人类生活和工作的环境中为人类服务, 实现协助乃至代替人类完成复杂或危险工作的仿人机器人^[12]。HRP 系列仿人机器人经过二十多年的发展, 研发出了多个版本的仿人机器人, 如图 1.2 所示, 最新一代 HRP-5P 仿人机器人^[13]是 AIST 于 2018 年发布的第 15 代产品, 如图 1.2g 所示。HRP-5P 旨在代替人类在危险环境中自主执行重体力劳动, 其身高约 182cm, 体重约 101kg, 全身共 37 个自由度。HRP-5P 能够携带约 13kg 的有效载荷, 能够适配锤子、手电钻等工具, 并能够使用工具完成安装器械、搬运物料等繁重的任务, 面向建筑工地、飞机设施及船厂等大型工地的作业需求, 提供了一种不需要改变环境而代替工人执行危险和重体力任务的解决方案。



(a) HRP-1 (b) HRP-2 (c) HRP-3 (d) HRP3L-JSK (e) HRP-4C (f) HRP-4 (g) HRP-5P

图 1.2 日本 HRP 系列仿人机器人

美国从上世纪 80 年代开始研究仿人机器人，不同于日本研究的外形更逼近与人类的仿人机器人，美国更注重机器人的运动能力，因此机器人的结构设计没有刻意模仿人类的形象和关节，拥有更加多元化的腿部结构，并且没有完全采用电机驱动，会使用液压来驱动机器人运动。美国研发的仿人机器人中最具有代表性，也是全世界范围内综合能力最强的仿人机器人为波士顿动力公司研发的 Atlas 系列仿人机器人。

波士顿动力早期的技术积累来自 MIT LegLab 对腿足机器人的研究，从 1980 年开始，以 Raibert 为首的 MIT LegLab 团队研发了由平面到三维的跳跃机器人与双足机器人^[14]，其理论基础对腿足机器人步行运动的研究有着深远影响。2005 年，Raibert 等人创建波士顿动力公司，以先前研究为基础，针对仿生双足与四足机器人展开了大量研究，研制了由 PETMAN 到 Atlas^[15]的一系列的仿人机器人，如图 1.3 所示。最新一代的 Atlas 仿人机器人身高约 150cm，体重约 89kg，如图 1.3g 所示，全身共 28 个自由度，有着世界上最强大的动态性能。根据波士顿动力公布的视频，Atlas 能够在雪地、台阶、斜坡等户外复杂地形实现稳定行走，其最快运动速度能达 2.5m/s，并拥有跨越障碍、倒地爬起、视觉抓取等功能，此外，Atlas 还能够实现后空翻^[16]、三连跳^[17]、空中转体和劈叉^[18]等体操运动级别的动作，且能够极其流畅且拟人化地完成动作衔接^[19]，代表了目前仿人机器人研究的最高水平。Atlas 能有如此强大的运动性能，除了运动控制方法的领先以外，机器人硬件方面的优势也功不可没，其液压驱动关节拥有极高的功率密度比，能够提供非常大的驱动力矩，以支持其完成各种高难度动作。

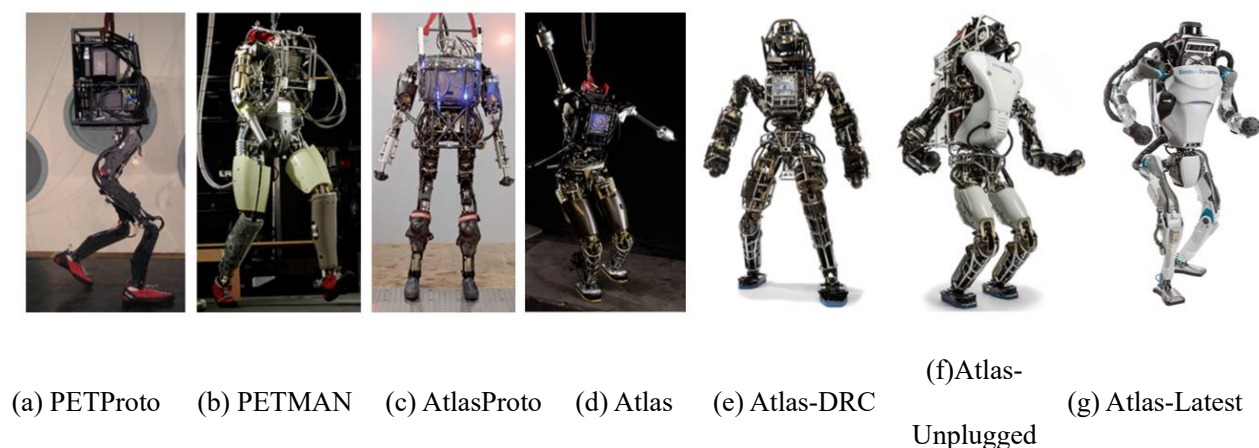


图 1.3 美国 Atlas 系列仿人机器人

除了波士顿动力公司的仿人机器人外，密歇根大学、卡耐基梅隆大学与俄勒冈州立大学共同研发的 ATRIAS 机器人，美国 Agility Robotics 公司研发的 Cassie 机器人，以及美国国家宇航局与德州大学和德州农工大学共同研发的 Valkyrie 机器人也是美国研制的较为知名的仿人机器人。

ATRIAS 机器人^[20]是由密歇根大学、卡耐基梅隆大学与俄勒冈州立大学共同研发的双足机器人，如图 1.4a 所示。ATRIAS 的腿部设计没有模仿人类的腿部结构，而是模仿自然界中双足奔跑速度最快的鸵鸟来设计腿部结构，以实现更高的步行运动速度。ATRIAS 高约 171cm，体重约 62kg，最高速度可达 9km/h，能够在草地及斜坡等不平整路面上稳定行走。

Cassie 机器人^[21]是由 Agility Robotics 公司研制的双足机器人，如图 1.4b 所示。同样模仿鸵鸟的反关节腿部结构，与 ATRIAS 机器人相比，Cassie 增加了髌偏航关节和脚踝俯仰关节，具有更加灵活和稳定的运动能力。Cassie 的结构设计同样没有完全模仿人类的形态，去除了上半身，其质量主要分布在髌部，整体更接近于集中质量的弹簧倒立摆模型。Cassie 高约 115cm，体重约 31kg，最高奔跑速度可达 2.1m/s，能够在丛林、雪地、沙地等多种户外复杂地形稳定行走，也能跨越路面上的障碍物^[22]。

Valkyrie 机器人^[23]由 NASA、德州农工大学与德州大学联合研制，并参加了 DRC 机器人挑战赛，如图 1.4c 所示。Valkyrie 机器人最大的特点是全身关节均采用 SEA 驱动，其身高约 190cm，体重约 125kg，全身共 44 个自由度，能够实现驾车、开门、跨越障碍物、攀爬楼梯、搬运物体等动作。

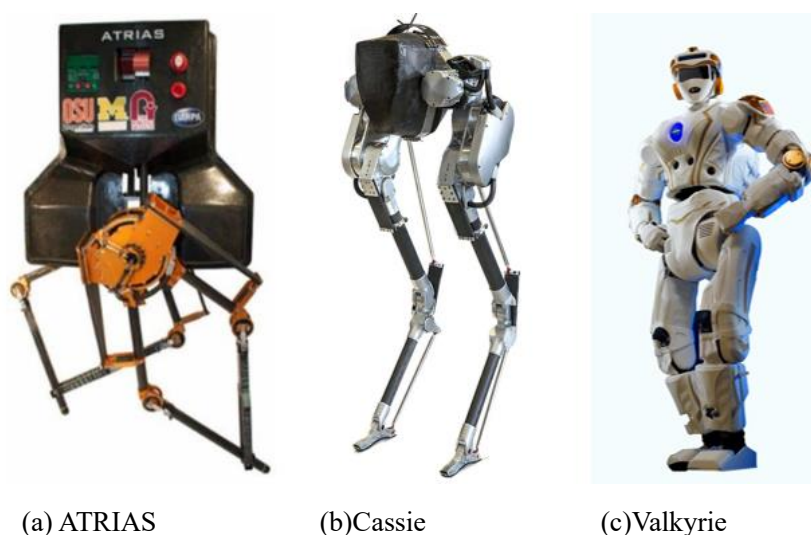


图 1.4 美国研制的其他仿人机器人

国内的仿人机器人研究相对国外来说起步较晚，最早的相关研究为 1985 年哈尔滨工业大学开始研发的 HIT 系列机器人，该系列机器人没有上半身结构，只有腿部结构，最新一代的 HIT-III 于 2002 年发布，只能实现基本的静态步行^[24]。国内第一台真正意义上的仿人机器人为国防科技大学于 2000 年研制的先行者机器人，其身高约 140cm，体重很轻，只有约 20kg，如图 1.5a 所示，实现了每秒 2 步的静态行走。清华大学于 2002 年研发出了仿人机器人 THBIP-I，如图 1.5b 所示，该机器人结构设计非常笨重，全身共 32 个自由度，实现了速度极缓慢的静态行走^[25]。2006 年，清华大学研制的平面双足机器人 THR-I 实现了动态行走功能，但是行走速度也非常迟缓，最大步幅仅有 13cm。

浙江大学于 2011 年研制了仿人机器人 Kong，如图 1.5c 所示，其研究目标聚焦于实现机器人对打乒乓球的能力^[26]，对机器人的步行运动能力没有做出进一步研究，同样只实现了静态行走。2017 年，浙江大学公布了“悟空-II”仿人机器人，如图 1.5d 所示，其身高约 130cm，体重约 48kg，全身共 17 个自由度，首次在国内实现了仿人机器人的跑跳步态，实现了最高速度为 4km/h 的跑步速度，成为国内首个实现跑步步态的仿人机器人^[27]。2021 年，浙江大学研制了新一代“悟空-III”仿人机器人（如图 1.5e 所示），其身高约 155cm，体重约 55kg，全身共 21 个自由度，成为国内首个在室外草坪上实现稳定动态行走的仿人机器人^[28]，其在草地上的行走速度最快为 0.7m/s，并能承载最高 25kg 的有效负重。

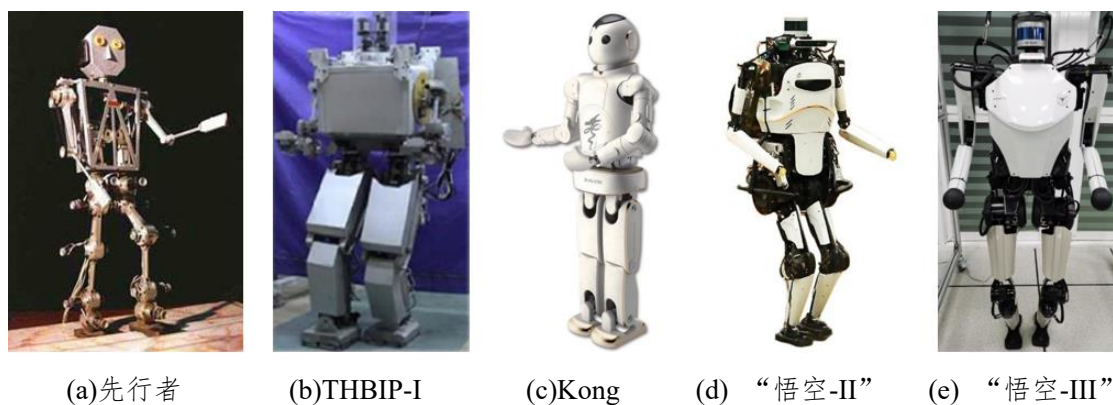


图 1.5 国内研制的仿人机器人

北京理工大学于 2002 年开始研究仿人机器人，研究目的是让仿人机器人在危险环境中协助或替代人类进行操作，或执行紧急救援、反恐等危险任务，经过十几年的技术迭代，先后研制了 6 代 BHR 仿人机器人^[29]，如图 1.6 所示，最新一代 BHR-6P 仿人机器人于 2017 年发布，如图 1.6f 所示。BHR-6P 机器人身高约 165cm，体重约 55kg，全身共 23 个自由度，具有行走、爬行、滚动、倒地爬起等运动能力。BHR 系列仿人机器人研究致力于研发出功能更全面的服务型机器人以协助或代替人类完成作业，对其运动性能要求较低，只实现了速度较低的静态步行。

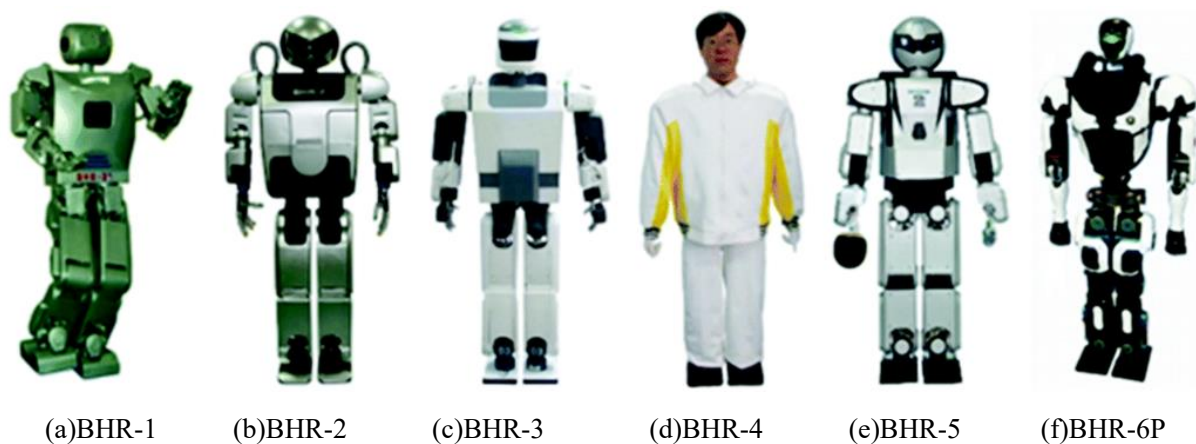


图 1.6 北京理工大学 BHR 系列机器人

1.2.2 国内外步行控制理论研究现状

仿人机器人的步行运动控制方法主要是指通过规划和控制机器人各关节的运动，实现以步行方式完成仿人机器人期望的质心位置变化。步行运动控制方法一直以来都是仿人机器人研究的重点和难点，针对仿人机器人步行控制研究的主要指标包括步行前进速

度、运动过程中的稳定性、应对异常情况的鲁棒性等。目前，国内外最常用的仿人机器人步行控制理论主要包括：基于零力矩点（ZMP）的运动控制方法、混杂零动态（HZD）运动控制方法、完全动态稳定运动控制方法、基于模型预测控制（MPC）的运动控制方法。下面将一一介绍上述仿人机器人步行控制理论。

基于 ZMP 的运动控制方法。ZMP 稳定判据^[30]是 Vukobratovic 在 1969 年提出的，ZMP 是指仿人机器人脚板与地面接触面中地面作用力对其产生的等效力矩为零的点，当 ZMP 点位于脚板与地面接触点形成的多边形支撑域内，就认为机器人是稳定的。该方法对 ZMP 的轨迹做出规划，通过控制机器人关节运动实现对该期望轨迹的跟随来完成机器人的运动控制。在早期的仿人机器人研究中，该方法在国内外有大量的应用，最典型的是日本的 ASIMO 机器人。基于 ZMP 的运动控制方法有比较大的局限性，密歇根大学的 CHOI 的研究^[31]证明了 ZMP 稳定判据是仿人机器人稳定的充分不必要条件，基于 ZMP 方法实现的步行运动属于静态行走，运动效率极低。

混杂零动态运动控制方法。该方法是由密歇根大学的 Grizzle 等人^[32]在 2002 年提出的，它考虑了机器人行走运动中的不同状态，构建混合动力学模型，将机器人不同状态下的所有约束条件作为规则来规划步态，再通过控制机器人关节运动实现所设定的约束关系，进而实现机器人的动态步行运动。该方法需要用到机器人精确的动力学模型，在平面双足机器人上能起到较好的控制效果，但是由于三维双足机器人的动力学模型较为复杂，该算法在三维机器人的应用存在着局限性。

完全动态稳定运动控制方法。该方法的核心是认为机器人在运动过程中能够保持不摔倒就是稳定的，即机器人不需要时刻都满足静态稳定的条件，而是在步行过程中处于动态稳定的状态，类似于人骑自行车的动态稳定过程。根据该稳定判据，1986 年，Raibert^[34]提出了经典的三步稳定控制法，通过将仿人机器人的身体姿态、质心高度和质心速度控制在期望的范围内，使机器人维持不摔倒的动态稳定状态。该方法将机器人的身体姿态、质心高度、质心速度进行解耦，分别对解耦后的三个量进行反馈控制，来完成机器人质心状态的控制。MIT LegLab 先后在其研制的平面单腿跳跃机器人、三维单腿跳跃机器人、平面双足机器人以及三维双足机器人落实了该完全动态稳定运动控制方法，展现了优异的动态性能，证明了方法的可行性，对学术界产生了深远的影响。

MIT LegLab 后续研发的双足机器人腿部采用了更仿生的关节型结构，并基于 Raibert

提出的完全动态稳定控制理论做了进一步研究。J Pratt 等人^[35]提出了虚拟模型控制 (VMC)，该方法假设在机器人身体质心处存在一组作用于机器人身体的虚拟力，通过规划出该虚拟力的期望轨迹即可控制机器人质心状态，通过控制机器人身体各关节实现对该虚拟力轨迹的跟随，最终实现机器人的动态行走。该方法和思想在后来应用于 Boston Dynamic 的 Bigdog 四足机器人^[36]、IHMC 的 M2V2 双足机器人^[37]及 Atlas 双足机器人^[38]。

基于模型预测控制的运动控制方法。模型预测控制在解决有限时域内的运动规划与控制问题方面一直被认为是可行的^[39]。该方法基于优化控制的策略，在每一个采样周期构建并求解一个有限时域内使某性能指标达到最优的开环优化问题，得到最优的系统输入量作为控制量完成对系统状态的控制。该方法作为一种在线求解的优化控制方法，拥有滚动优化、反馈校正的优点，并能在求解优化问题的过程中考虑系统约束条件，在腿足机器人的运动控制上有广泛的应用，例如通过 MPC 方法来求解优化的李雅普诺夫函数^[40]、规划出优化的 ZMP 轨迹^{[41][42]}等。2018 年，MIT 将模型预测控制方法应用于 Cheetah3^[43]四足机器人上，基于力控制的框架，通过 MPC 规划的地面反作用力完成对机器人质心状态的控制^[44]，能够实现多种步态，其最快速度可达 3m/s，拥有较高的动态性能^[45]。基于力控制的模型预测控制方法在仿人机器人上的应用案例非常少，且大多处于仿真阶段，IHMC 的 G. García 等人^[46]、南加州理工大学的 Li J 和 Nguyen Q^[47]在仿真环境中实现了基于力控制的模型预测控制方法完成仿人机器人的动态行走，但是其行走的速度较慢，如何更好地将模型预测控制方法应用于仿人机器人平台，还需要进一步的研究。

1.3 本文主要研究内容

本文针对仿人机器人的动态步行运动，基于模型预测控制方法设计了一套实现仿人机器人快速稳定步行的控制方案，分别设计并实现了机器人步行运动控制的步态生成器、状态估计器与运动控制器，最终在“悟空-III”仿人机器人实物平台及 RaiSim 仿真环境中实现仿人机器人的动态步行控制，并针对提升机器人步行运动的前进速度指标展开了进一步的研究。

本文主要的研究内容为：

- 1) 仿人机器人简化建模。定义世界坐标系、机器人坐标系和各关节局部连杆坐标系，根据仿人机器人“悟空-III”的结构特性建立简化多连杆模型；对机器人步行运动过程中的单腿支撑相进行简化动力学建模，分析地面接触力和接触力矩对机器人质心状态的作用。
- 2) 步态生成器设计与实现。针对仿人机器人的动态步行运动，设计了实现仿人行走步态和跑步步态的一种通用的步行状态机；根据用户下发的控制指令，完成质心轨迹规划，生成期望的质心轨迹。
- 3) 状态估计器设计与实现。针对“悟空-III”实物机器人平台，通过电机编码器获取的关节信息，利用机器人运动学的方法估计腿末端点的状态信息；通过陀螺仪获取的姿态信息和加速度信息计算出机器人质心状态，与由机器人关节信息通过运动学求解的机器人质心状态进行数据融合与滤波，估计出准确可靠的机器人质心状态。
- 4) 运动控制器设计与实现。针对仿人机器人步行运动中的腿部支撑相与摆动相，分别设计摆动腿控制器与支撑腿控制器，完成机器人步行运动控制。摆动腿控制器根据机器人的期望速度计算落脚点，并规划出摆腿轨迹完成摆动腿控制；支撑腿控制器通过模型预测控制方法规划出优化的地面接触力与接触力矩曲线，通过力控制的方法完成对机器人质心状态的控制。
- 5) 针对机器人的前进速度指标，研究提升速度的控制方法。通过减少支撑相的时间来提升机器人的速度，分别设计了加空中相与变步频的动态步行运动方法，并针对步频的变化调整 MPC 的预测模型与控制参数，以适配上述方法，实现动态步行运动中质心速度的提升。

1.4 本文结构

根据本文的研究内容，各章节的内容安排如下：

- 第一章 本章主要介绍本课题的研究背景与意义，对国内外仿人机器人以及相关步行控制理论进行简单介绍。
- 第二章 本章首先介绍“悟空-III”仿人机器人平台，简要描述机器人硬件性能与电气结构，介绍所使用的仿真环境。之后，本章对“悟空-III”进行了简化建模与分析，根据规定的坐标系建立了简化多连杆模型，针对机器人的单腿支撑相进行了简化质心动力学建模与分析。
- 第三章 本章主要介绍仿人机器人的整体控制架构与实现，介绍了步态生成器、状态估计器、运动控制器的设计。步态生成器分别介绍了步行状态机实现、质心轨迹规划；状态估计器用运动学的方法估计腿末端点的状态，用卡尔曼滤波实现对机器人质心的状态估计；运动控制器针对机器人运动过程中腿的接触状态分别设计了摆动腿控制器与支撑腿控制器。
- 第四章 本章主要介绍基于模型预测控制方法的具体实现及实验结果。介绍模型预测控制实现流程，包括构建离散状态空间模型，构建预测模型，生成参考轨迹，设定优化函数与约束条件，构建并求解二次规划问题得到最优的地面接触力和接触力矩，最终传入支撑腿控制器完成支撑腿规划与控制。本章分别对仿真和实物平台实现的仿人机器人动态步行实验数据进行分析，并针对机器人步行速度提升方法展开了探究。
- 第五章 本章主要对本文的研究内容进行总结，分析研究过程不足之处，对于进一步的改进和扩展的方向提出了一些设想和展望。

第二章 仿人机器人实验平台与运动模型

2.1 概述

本文的研究是基于“悟空-III”仿人机器人平台，分别在仿真环境和实物平台上实现仿人机器人动态步行运动控制。本章介绍“悟空-III”仿人机器人平台，包括硬件性能、电气系统和仿真环境，并对机器人系统进行了简化建模与分析，为后文的研究做好铺垫。

本章内容组织如下：2.2 节主要介绍“悟空-III”仿人机器人平台，描述实物机器人的硬件性能和电气系统，以及使用的仿真环境。2.3 节主要介绍仿人机器人的简化运动模型，包括简化连杆模型与简化质心动力学模型。

2.2 仿人机器人平台介绍

“悟空-III”仿人机器人是浙江大学控制科学与工程学院机器人与机器智能实验室研发的第三代悟空系列机器人，其实物图如下图 2.1 所示。下面介绍“悟空-III”的硬件性能、电气系统以及仿真环境。

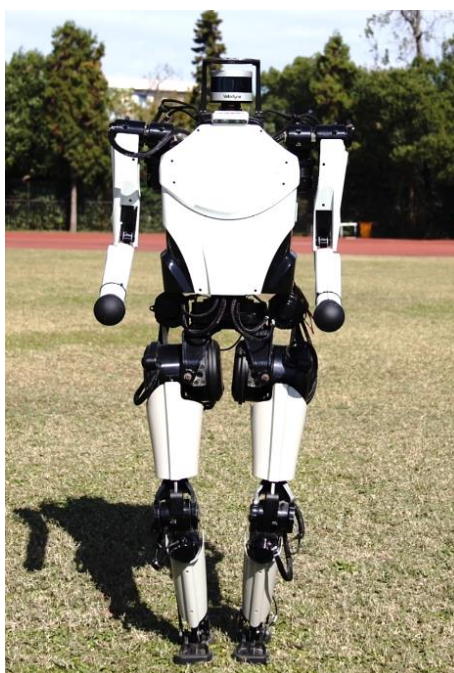


图 2.1 仿人机器人“悟空-III”实物平台

2.2.1 机器人硬件性能介绍

仿人机器人“悟空-III”的驱动方式完全采用电机驱动，其驱动关节所使用的电机均为根据各个关节转矩需求而确定选型的无刷直流电机。电机采用定制化结构设计，在电机的转子上安装了绝对式编码器以获取转子的位置、转速信息。每个电机都配备了 Elmo 驱动器，主控板通过电机驱动器来控制相应电机转动并获取电机状态信息。

机器人配备的传感器包括装配在腰关节处的陀螺仪、装配在机器人头部的激光雷达与双目相机，以及装在机器人足底的力传感器。陀螺仪型号为 MTi-300，能够实时获取机器人的姿态角、角速度和加速度。激光雷达与双目相机能够采集环境信息输入感知主机，以检测机器人前进遇到的障碍物。力传感器能感知机器人脚底地面接触力的大小，以判断脚板是否触地。“悟空-III”的主要物理特性如表 2.1 所示。

表 2.1 “悟空-III” 主要物理特性

参数名称	符号	值	单位
质量	m	54.5	kg
转动惯量	I_{xx}	5.56	$kg \cdot m^2$
	I_{yy}	5.32	$kg \cdot m^2$
	I_{zz}	1.26	$kg \cdot m^2$
身高	h_{body}	1.55	m
腿部连杆长度	l_1	0.35	m
	l_2	0.35	m

“悟空-III”的全身共 21 个由电机驱动的主动自由度，包括左右腿各 6 个自由度，左右手各 4 个自由度以及腰部的 1 个自由度。按照关节旋转方向将腿部 6 个自由度命名为髋俯仰关节、髋横滚关节、髋偏航关节、膝关节、踝俯仰关节、踝横滚关节，将手部 4 个自由度命名为肩俯仰关节、肩横滚关节、肩偏航关节、肘关节。为了减少机器人质心惯量，“悟空-III”的四肢各个关节采用轻质化结构设计，其主要质量集中在靠近身体中心的髋俯仰关节、髋横滚关节与髋偏航关节，使机器人整体模型更接近于一个集中质量的三维线性倒立摆。“悟空-III”各个关节的信息如下表 2.2 所示。

表 2.2 “悟空-III” 关节信息

关节名称	最大转速/ <i>rpm</i>	最大转矩/ <i>Nm</i>	运动范围/ <i>rad</i>
髋俯仰关节	168	297	-1.05~0.523
髋横滚关节	152	245	-0.067~0.261
髋偏航关节	193	57	-0.3~0.3
膝关节	168	297	0.0873~1.57
踝俯仰关节	180	30	-0.76~0
踝横滚关节	252	22.6	-0.226~0.226
腰关节	193	57	-0.5~0.5
肩俯仰关节	252	22.6	-2.7~2.6
肩横滚关节	252	22.6	-0.34~1.35
肩偏航关节	252	22.6	-1.2~1.2
肘关节	252	22.6	-2~0.4

2.2.2 机器人电气系统介绍

仿人机器人“悟空-III”的电气结构如下图 2.2 所示。“悟空-III”的电源采用的是索尼 VTC6 电芯的 72V9Ah 的锂电池，通过电源板为机器人的工控机、感知主机、驱动器与电机等稳定供电。为了避免上位机误操作以及一些意外情况导致关节力矩输出过大超出了正常限位，“悟空-III”还配备了连接在驱动器的急停开关，在出现异常情况时能够及时使所有电机急停，以避免对实验人员与机器人硬件造成损伤。

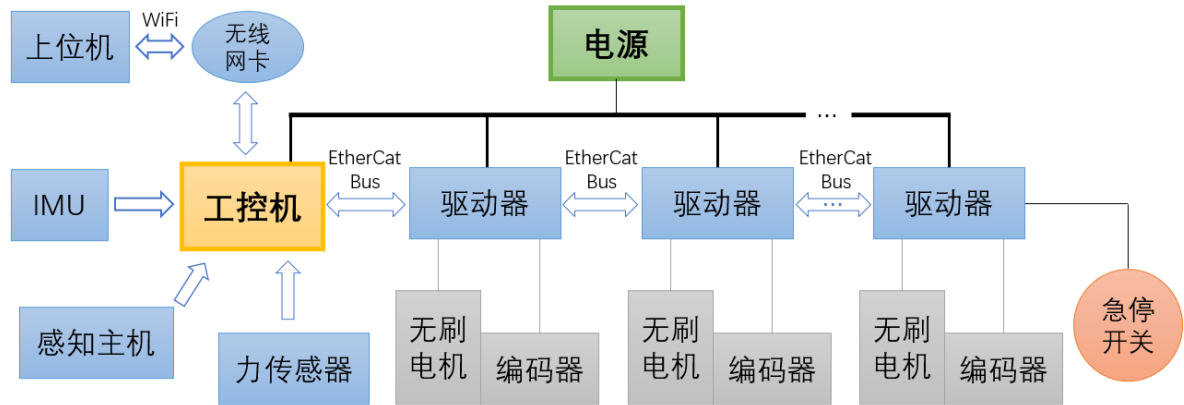


图 2.2 “悟空-III” 电气结构图

“悟空-III”的主控板选用的是 Kontron 工控机，CPU 为双核四线程的 i7-5650U，为了实现控制算法从仿真环境到实物平台的可迁移性，“悟空-III”的控制系统在 Ubuntu 操作系统使用 C++ 语言进行开发，控制系统的控制频率为 1kHz。工控机通过 WiFi 与上位机通讯，以烧写程序并接受下发的控制指令；通过 EtherCat 总线系统将机器人全身 21 个关节电机驱动器串联实现实时通讯，以下发电机输出力矩指令并获取电机编码器信息；通过 RS232 串口与 IMU 和脚底力传感器通讯，以实时获取传感器的信息；通过网口与感知主机通讯，以获取外界环境信息。“悟空-III”的通过对激光雷达和双目相机数据的采集和处理为机器人加上视觉和触觉，使机器人拥有自主定位与建图、导航避障、路径规划以及目标识别与跟随的能力。

2.2.3 仿真环境介绍

本文基于 RaiSim 搭建了“悟空-III”仿人机器人的仿真环境平台。RaiSim^[52]是由 ETH 研究院的衍生公司 RaiSim tech 研发的一款用于机器人和人工智能的跨平台物理引擎，能够基于机器人的 URDF 模型，快速准确地模拟机器人系统的运动过程，使用 Unity 和 Ogre 引擎实现了仿真的可视化。RaiSim 仿真环境如下图 2.3 所示。

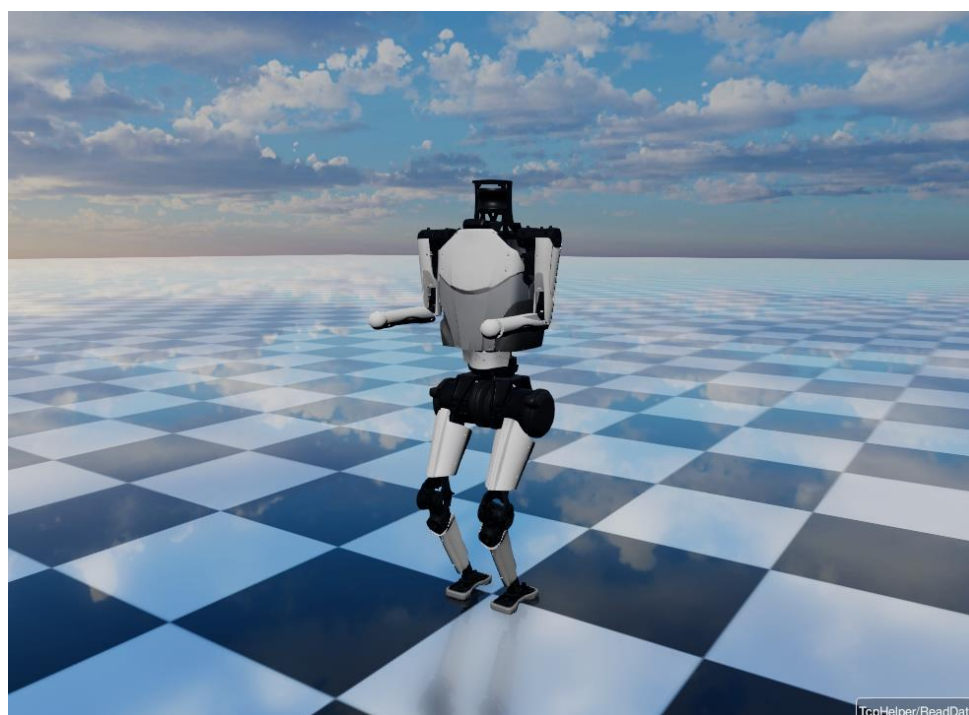


图 2.3 RaiSim 仿真环境中的“悟空-III”

“悟空-III”是一款高质量、高惯量的大型仿人机器人，在机器人硬件平台上进行实验是有风险的，在实验过程中如果发生事故可能对机器人或操作人员造成伤害。当机器人受到损害时，不但会阻碍开发进度，并且部件的更换或制造的成本可能很高。因此，本文研究的运动控制算法是先在仿真环境中开发逻辑框架与控制器，这样对操作人员和机器人硬件没有风险，并且能使地面接触力和规划的轨迹等信息可视化，还可以避免外界环境和传感器测量误差所带来的噪声影响。利用仿真，能够很容易模拟测试新的算法，调优和调试过程也能够大大加速，对设计仿人机器人运动控制算法有很大帮助。

2.3 简化运动模型

2.3.1 简化连杆模型

本文分别定义了世界坐标系 Σ_w 、机器人身体坐标系 Σ_b 和局部连杆坐标系 Σ_l 来准确描述机器人系统。本文定义“悟空-III”的世界坐标系 Σ_w 的原点为初始笔直站立状态下机器人质心在地面的投影点，按照右手定则，规定质心正前方为 x 轴正方向，质心垂直向左为 y 轴正方向，质心竖直向上为 z 轴正方向。本文定义机器人身体坐标系 Σ_b 的原点为“悟空-III”的等效质心，由于机器人腰关节所在位置与机器人质心位置接近，为了方便计算，将机器人腰关节上方的陀螺仪所在位置定义为“悟空-III”的等效质心位置，定义身体坐标系 Σ_b 与世界坐标系 Σ_w 平行，方向与世界坐标系 Σ_w 一致。

为了方便机器人的表示与计算，本文将“悟空-III”腰部及以下部分根据实际机械结构简化为抽象连杆模型，在此简化连杆模型的各个连杆上建立了“悟空-III”的局部连杆坐标系 Σ_l 。本文规定机器人各连杆的局部坐标系 Σ_l 的初始坐标轴方向与世界坐标系 Σ_w 平行，在关节发生转动时，由于局部连杆坐标系与对应连杆固连，对应连杆的局部坐标系会随之转动。由于仿人机器人“悟空-III”的踝俯仰关节与踝横滚关节为同轴心的球关节结构，其局部坐标系原点是重叠的，初始坐标轴方向均与世界坐标系平行，但是会随着脚踝关节的运动发生相对旋转。本文定义机器人脚踝关节所在位置为腿部的末端点，在后续运动学计算时，以脚踝关节的位姿代表机器人腿末端点的位姿。图2.4为“悟空-III”简化连杆模型及其坐标系示意图，其中图2.4a为初始站立状态，图2.4b为正常站立状态。

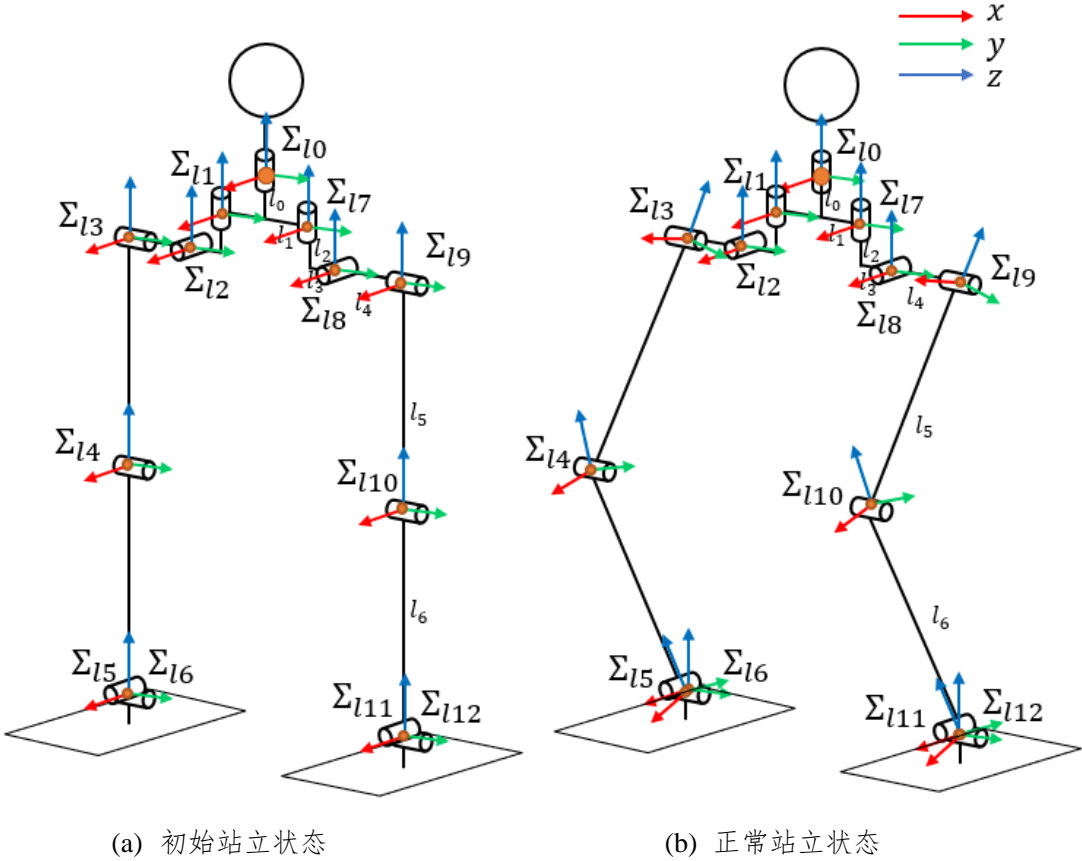


图 2.4 “悟空-III” 简化连杆模型与连杆局部坐标系示意图

上图 2.4 中，局部连杆坐标系定义如下表 2.3a 所示，连杆长度如下表 2.3b 所示。

表 2.3 “悟空-III” 局部连杆坐标系信息

(a) 局部坐标系定义		(b) 连杆长度	
局部坐标系	对应关节	连杆	长度/mm
Σ_{l0}	腰关节	l_0	78.5
Σ_{l1}, Σ_{l7}	髋偏航关节	l_1	45
Σ_{l2}, Σ_{l8}	髋横滚关节	l_2	107
Σ_{l3}, Σ_{l9}	髋俯仰关节	l_3	47
$\Sigma_{l4}, \Sigma_{l10}$	膝关节	l_4	41.2
$\Sigma_{l5}, \Sigma_{l11}$	踝横滚关节	l_5	350
$\Sigma_{l6}, \Sigma_{l12}$	踝俯仰关节	l_6	350

2.3.2 简化动力学模型

“悟空-III”是一个 21 自由度的复杂的非线性系统，而基于模型预测控制的控制器在有大量非线性项的情况下求解会非常困难，通常需要对模型进行简化来减少所需要的计算量。为减少腿部惯量的影响，“悟空-III”设计了轻质化的腿部结构，腿部质量相比身体躯干差了 5 倍以上，因此可以将腿部视为无质量无惯量的轻质连杆，只考虑身体躯干的质量和惯量，将机器人简化成一个三维线性倒立摆来进行动力学分析。本文根据该集中质量的简化模型，对仿人机器人进行了动力学建模分析。

根据上文 2.3.1 定义的坐标系，本文建立了机器人的简化质心动力学模型，如下图 2.5 所示。

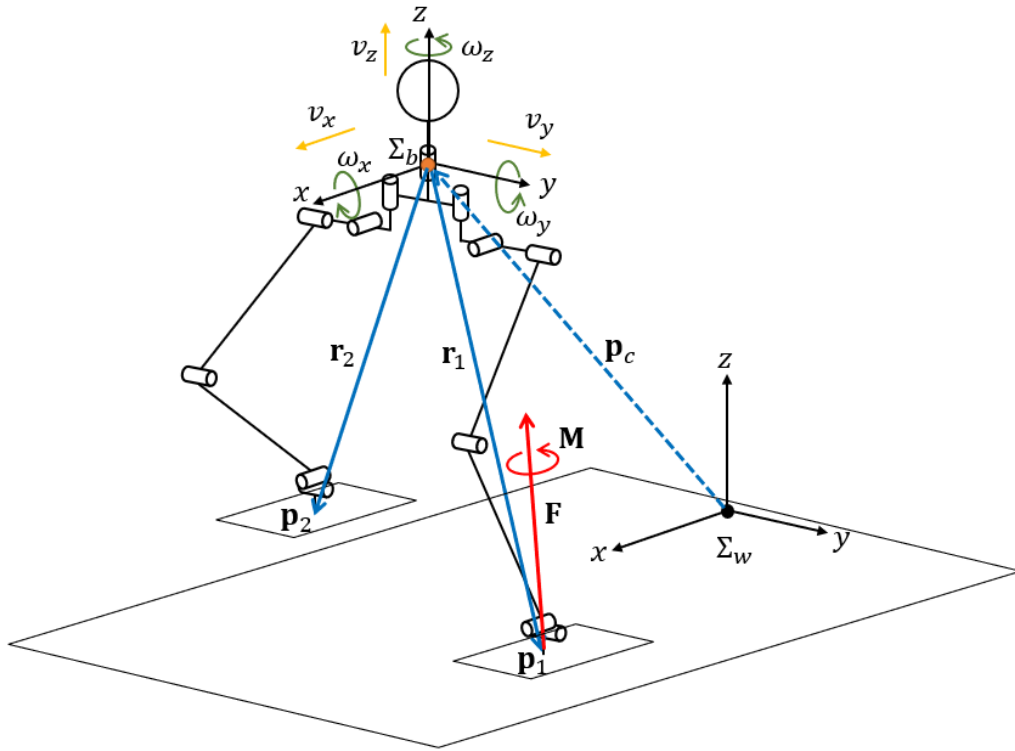


图 2.5 “悟空-III”简化质心动力学模型示意图

其中，机器人质心的位置 \mathbf{p}_c 用世界坐标系 Σ_w 原点到质心的向量表示：

$$\mathbf{p}_c = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中， x 、 y 、 z 分别表示仿人机器人质心在世界坐标系下的位置坐标在 x 轴、 y 轴、 z 轴上

的分量。对式(2.1)求导后得到机器人质心在世界坐标系下的速度：

$$\dot{\mathbf{p}}_c = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中， \dot{x} 、 \dot{y} 、 \dot{z} 分别表示机器人质心在世界坐标系下的速度在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的分量，即图 2.5 中黄色箭头表示的 v_x 、 v_y 、 v_z 。本文用欧拉角表示机器人身体的姿态，定义机器人身体姿态角 Θ 为绕世界坐标系坐标轴转动的角度：

$$\Theta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

其中， ϕ 为横滚角(roll)， θ 为俯仰角(pitch)， ψ 为偏航角(yaw)，根据右手定则定义转动方向。同样对式(2.3)求导，得到机器人身体姿态角速度的表达式：

$$\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

其中， $\dot{\phi}$ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\psi}$ 分别表示机器人身体的姿态角速度。此外，为了完成仿人机器人腿部运动规划，还需要准确描述机器人腿部末端点的位置，定义机器人身体坐标系 Σ_b 下腿末端点的位置 \mathbf{p} 的表达式为：

$$\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} p_{i,x} \\ p_{i,y} \\ p_{i,z} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

其中， $i = 1, 2$ ，分别表示仿人机器人的左腿和右腿。与腿末端点位置 \mathbf{p}_1 、 \mathbf{p}_2 相对应，图 2.5 中的 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 为机器人腿末端点指向机器人质心的向量，用于后文求地面接触力对质心产生的转矩。

仿人机器人在步行运动的过程中，对于行走步态，左腿支撑相与右腿支撑相交替出现；对于跑步步态，除了单腿支撑相外机器人还会进入空中相，但是在空中相内机器人不受地面接触力与接触力矩的影响。本文基于力控制实现机器人的步行运动，因此只需要对仿人机器人在运动过程中的单腿支撑相进行动力学建模与分析。以仿人机器人左腿支撑为例，在不受其他外力的情况下，由于机器人在稳定运动时脚板与地面接触且不发

生翻转，机器人受的外力与外力矩只有脚板和地面接触产生的接触力 \mathbf{F} 与接触力矩 \mathbf{M} ，可将其简化为如下图 2.6 所示的三维线性倒立摆模型。

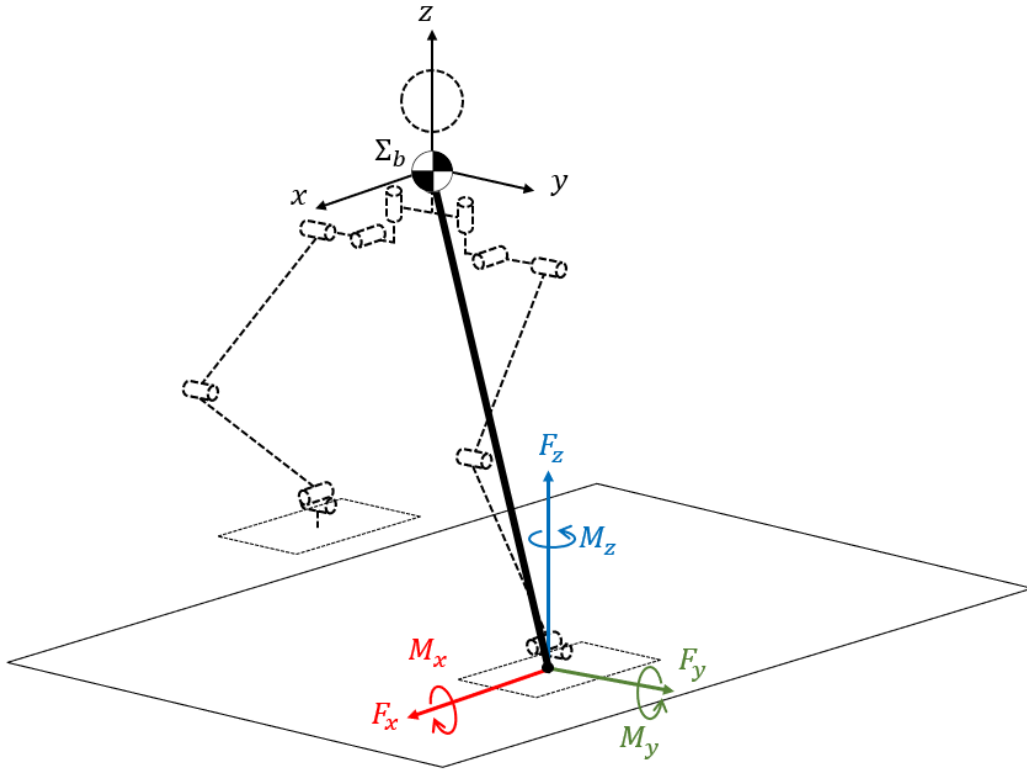


图 2.6 “悟空-III”单腿支撑相受力示意图

基于上图 2.6 中的模型，分析仿人机器人处于单腿支撑相时地面接触力 \mathbf{F} 与地面接触力矩 \mathbf{M} 对质心的作用，得到以下简化质心动力学基本的物理公式：

$$m\ddot{\mathbf{p}}_c = \mathbf{F} - m\mathbf{g} \quad (2.6)$$

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} + \mathbf{M} \quad (2.7)$$

其中， m 表示机器人的质量， $\ddot{\mathbf{p}}_c$ 表示机器人质心的加速度向量， \mathbf{g} 表示重力加速度向量， $\mathbf{F} = [F_x \ F_y \ F_z]^T$ 为地面接触力向量， $\mathbf{M} = [M_x \ M_y \ M_z]$ 为地面接触力矩向量， \mathbf{L} 为机器人质心的角动量向量，在简化为单连杆单刚体的三维线性倒立摆模型中，角动量的计算公式为：

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{R}\mathbf{I}_\beta\mathbf{R}^T\boldsymbol{\omega} \quad (2.8)$$

其中， \mathbf{I} 表示机器人的惯性张量矩阵， $\boldsymbol{\omega}$ 表示世界坐标系下机器人的质心角速度， \mathbf{R} 表示旋转矩阵， \mathbf{I}_β 表示机器人身体坐标系下的惯性张量矩阵。旋转矩阵的计算公式为：

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\psi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_x(\phi) \quad (2.9)$$

其中,

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

传统的质心状态变量定义一般为 $[\Theta \quad \mathbf{p}_c \quad \dot{\Theta} \quad \dot{\mathbf{p}}_c]^T$, 这种表示能够很直观地述机器人的质心状态信息, 控制器直接作用于质心的速度和角速度。本文没有采用该定义方法, 而是将质心状态变量定义为:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Theta \\ \mathbf{p}_c \\ \mathbf{L} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

其中, Θ 表示机器人质心的姿态角, \mathbf{p}_c 表示机器人的质心的位置, \mathbf{L} 表示机器人质心的角动量, \mathbf{P} 表示机器人质心的线性动量。由于仿人机器人系统是一个高动态的实时性系统, 实时变化的质心速度和角速度会导致系统稳定性减弱, 通过控制质心的角动量 \mathbf{L} 和对质心的线性动量 \mathbf{P} 来间接作用于机器人质心的角速度和速度, 能够使控制效果更加柔顺。线性动量 \mathbf{P} 的计算公式为:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} = m\dot{\mathbf{p}}_c \quad (2.14)$$

其中, \mathbf{p}_c 即为机器人质心的位置。由此, 上述质心状态量中, 角动量 \mathbf{L} 的导数 $\dot{\mathbf{L}}$ 已经由公式(2.7)给出。由式(2.6)与式(2.14)可以得到线性动量 \mathbf{P} 的导数为:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F} - m\mathbf{g} \quad (2.15)$$

同时, 由式(2.14)可以得到质心位置 \mathbf{p}_c 的导数为:

$$\dot{\mathbf{p}}_c = \frac{\mathbf{P}}{m} \quad (2.16)$$

仿人机器人世界坐标系下的质心角速度的计算公式为:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ -\sin \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{R}(\theta, \psi) \dot{\boldsymbol{\Theta}} \quad (2.17)$$

由于机器人的俯仰角 $\theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 则 $\cos \theta \neq 0$, 因此式(2.17)经过转换可以得到机器人姿态角速度的计算公式为:

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \begin{bmatrix} \cos \psi / \cos \theta & \sin \psi / \cos \theta & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \cos \psi \tan \theta & \sin \psi \tan \theta & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{R}(\theta, \psi)^{-1} \boldsymbol{\omega} \quad (2.18)$$

与四足机器人不同, 由于仿人机器人在运动过程中只有单腿支撑, 俯仰角不像四足机器人那么平稳而始终趋近于 0° , 因此 θ 的变化不能完全忽视, 所以本文没有对上述公式做四足机器人所使用的线性化近似^[44]。

同时, 由公式(2.8)可得, 机器人世界坐标系下的角速度可以通过角动量 \mathbf{L} 表示为:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}^{-1} \mathbf{L} = (\mathbf{R} \mathbf{I}_\beta \mathbf{R}^T)^{-1} \mathbf{L} \quad (2.19)$$

将式(2.19)代入式(2.18)可得, 由机器人角动量计算姿态角速度的公式为:

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = (\mathbf{I} \mathbf{R}(\theta, \psi))^{-1} \mathbf{L} \quad (2.20)$$

2.4 本章小结

本章首先介绍仿人机器人实验平台“悟空-III”包括其硬件性能、电气系统以及仿真环境; 之后根据“悟空-III”的机械结构特性建立了简化多连杆模型, 定义了世界坐标系、机器人身体坐标系与各局部坐标系并规定了坐标系朝向; 最后, 针对仿人机器人在运动过程中的单腿支撑相, 将机器人系统简化为三维线性倒立摆进行动力学建模分析, 为后文的研究做好铺垫。

第三章 仿人机器人控制架构与实现

3.1 概述

本文针对仿人机器人动态步行问题提出了一种基于力控制方法的运动控制架构。在仿人机器人步行运动控制的实现流程中,要完成用户下发的控制指令,需要根据该指令与机器人的状态信息完成运动步态规划,通过对步行运动过程中的单腿摆动相与单腿支撑相分别设计控制器来实现规划的步态,控制机器人质心跟随期望的参考轨迹以完成步行运动控制。按照上述仿人机器人步行运动控制实现方法,本文将整体控制架构划分为步态生成器、状态估计器与运动控制器三部分。其中,步态生成器主要完成步态规划,针对机器人行走和跑步两种步态,设计腿部运动状态机,并根据控制指令与估计的机器人状态信息规划出质心参考轨迹;状态估计器主要根据机器人的传感器采集到的信息,用卡尔曼滤波的方法,通过对运动学方法与加速度积分方法获取的质心状态估计进行数据融合,估计出可靠准确的机器人状态信息;运动控制器则分别针对单腿的摆动相与支撑相设计控制器,对于机器人运动过程中的单腿摆动相,根据机器人的前进速度选择落脚点,根据落脚点规划出摆动腿的摆动轨迹,通过 PD 位置控制实现规划的摆动腿轨迹,对于单腿支撑相,通过模型预测控制方法计算出优化的地面接触力与接触力矩,通过力控制的方法完成对质心状态的控制。

本章内容组织如下:3.2 节主要介绍仿人机器人的总体控制架构;3.3 节主要介绍步态生成器的设计;3.4 节主要介绍状态估计器的设计;3.5 节主要介绍运动控制器的设计,包括摆动腿规划与控制以及支撑腿规划与控制;3.6 节主要介绍各控制器的效果验证。

3.2 仿人机器人控制架构

本文基于力控制方法,分别在 RaiSim 仿真环境和“悟空-III”实物平台上实现了对仿人机器人动态步行的控制,其整体控制系统框图如下图 3.1 所示。整体机器人系统的输入包括用户发送的控制指令以及机器人系统采集的 IMU 和电机编码器数据,系统输出为下发到电机的仿人机器人全身关节力矩,以完成仿人机器人动态步行控制。

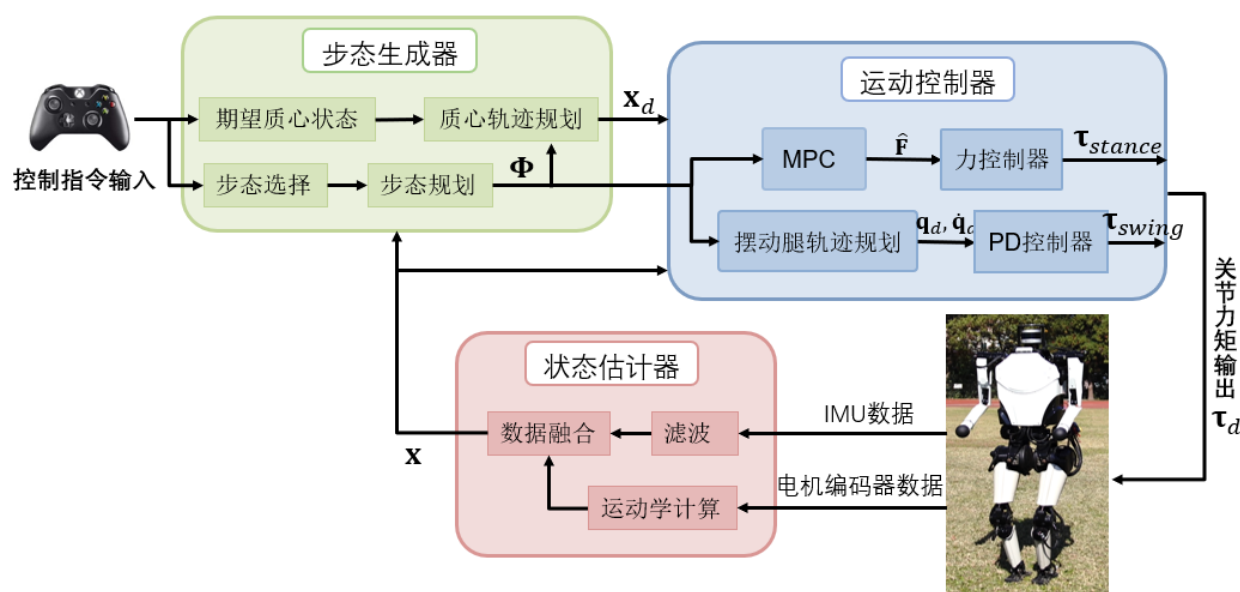


图 3.1 “悟空-III” 整体控制架构

在上述控制架构中，控制系统主要由三个部分组成，步态生成器（绿色）、运动控制器（蓝色）和状态估计器（红色）。其中，步态生成器是对仿人机器人运动的顶层规划，根据用户下发的控制指令和状态估计器所估计的仿人机器人状态信息，生成质心参考轨迹和步态，传入运动控制器中。运动控制器是仿人机器人执行运动的底层实现，根据步态生成器生成的质心参考轨迹和规划的步态，设计运动控制算法，计算出能够跟随需求质心轨迹并完成所需步态的全身关节力矩指令，发送到全身 21 个关节电机的微控制器中，微控制器将电机指令传递给机器人完成运动控制。状态估计器是完成对仿人机器人实时状态的准确估计，根据机器人系统的 IMU 和电机编码器采集的数据，估计出实现运动控制所需要的机器人状态信息，传入步态生成器以完成步态规划。

3.3 步态生成器

“悟空-III” 仿人机器人控制系统的控制指令由用户通过遥控器下发，用户输入的控制指令包括机器人运动的期望质心状态与选择的步态。根据该控制指令，步态生成器针对仿人机器人的行走和跑步步态分别设计了两种状态机，根据传入质心速度和方向指令生成期望质心状态轨迹。接下来首先介绍步行状态机的设计，然后介绍根据控制指令生成质心轨迹规划的方法。

3.3.1 步行状态机

在腿足机器人系统的运动步态中，每条腿有接触相和摆动相两个状态，系统中腿的数量越多，接触状态就越多，总数为 2^F ， F 表示腿的数量。对于四足系统来说，可以有16种接触状态，而双足系统接触状态相对简单，只有双足支撑相、左腿支撑相、右腿支撑相、以及空中相4种接触状态。本文所设计的步态生成器是根据需要合理安排这4种接触状态的切换时机和次序，规划出期望质心轨迹和步态。

在仿人机器人的动态步行运动过程中，上述的4种接触状态交替出现，本文针对仿人机器人的行走和跑步步态，分别设计了两种步态状态机^[27]，如下图3.2所示。其中，蓝色箭头表示行走步态，红色箭头表示跑步步态。

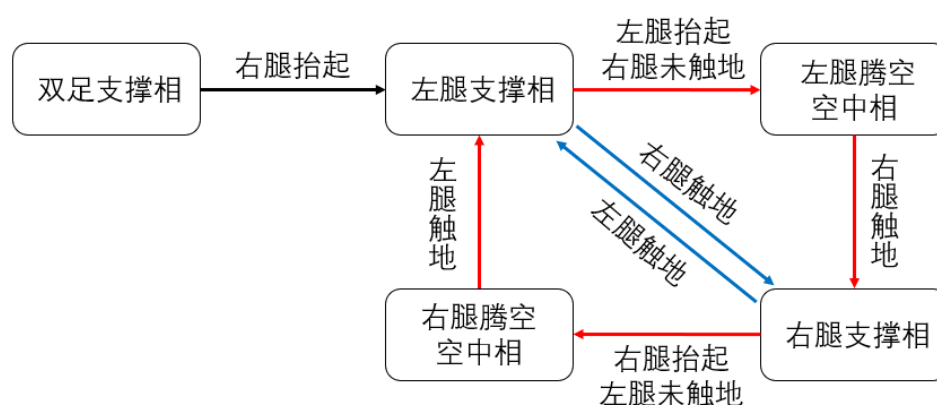


图 3.2 “悟空-III”整体步行状态机

为了实现上述步行状态机，上一代“悟空-III”针对仿人机器人不同的接触状态设计了不同的控制器，这种控制策略比较直观，但是存在一些缺陷。首先，由于稳定的仿人机器人动态步行运动存在周期性特点，且机器人双腿的机械结构和物理性能相同，步行状态机中的左腿支撑相和右腿支撑相能够使用同样的控制律，因此该方法的针对左腿支撑相与右腿支撑相分别设计的控制器存在大量的重复代码；此外，对于空中相来说，由于与地面接触，此状态下机器人不受任何外力影响，机器人的质心维持现有的运动状态，且空中相时间非常短，单独针对机器人的空中相设计控制器基本没有实质作用。

本文采用了一种更简单的方法来实现上述步态状态机，不针对机器人整体的接触状态而是针对每条腿的接触状态来设计控制器。将机器人的单条腿作为控制对象，无论是

行走步态还是跑步步态，对单条腿来说都只有支撑相和摆动相两种状态，通过控制单条腿在一个步行周期内的支撑相和摆动相的时长以及切换时机即可完成仿人机器人状态机的切换。在仿人机器人步行运动过程中，无论是行走步态还是跑步步态，机器人的左腿和右腿的运动都呈周期性，在一个步行周期 T 内，单腿的支撑时间记为 T_{stance} ，摆动时间记为 T_{swing} ，单腿运动的状态机如下图 3.3 所示。

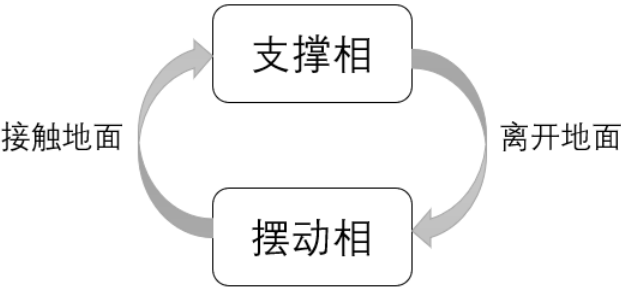


图 3.3 “悟空-III” 单腿运动状态机

由上述腿部运动状态机得到的行走步态与跑步步态状态机切换示意图如下图 3.4 与图 3.5 所示。

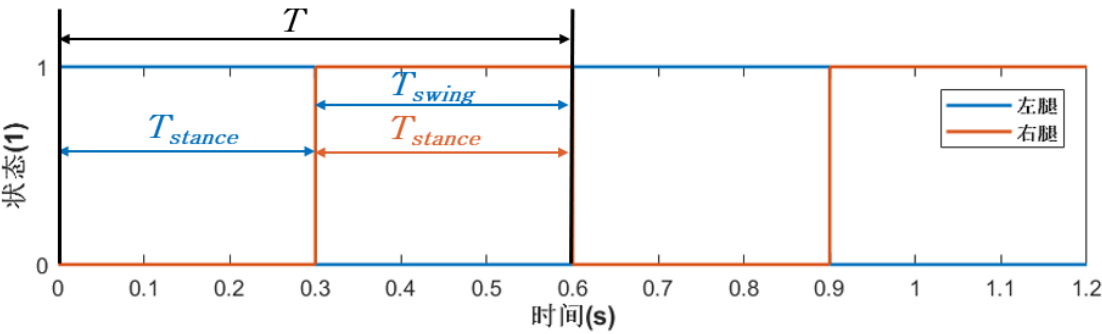


图 3.4 行走步态状态机切换图

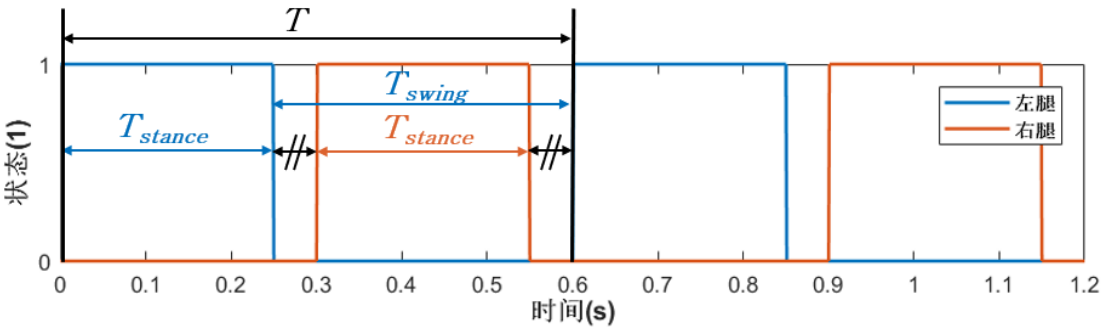


图 3.5 跑步步态状态机切换图

上图 3.4 与图 3.5 中，红色代表右腿，蓝色代表左腿，纵坐标表示单腿的接触状态，状态为 1 表示单腿处于支撑相状态，状态为 0 表示单腿处于摆动相状态。对于仿人机器

人的行走步态,机器人在运动过程中不存在空中相,所有时刻都会有一条腿与地面接触,单腿的 T_{stance} 和 T_{swing} 相等。对于跑步步态,单腿的 T_{stance} 小于 T_{swing} ,存在部分时间段机器人的两条腿都处于摆动相,则仿人机器人就处于空中相,即图 3.5 中打双斜杠的时间段,在跑步步态中机器人周期性进入空中相的持续时间为 $(T_{swing} - T_{stance})/2$ 。

3.3.2 质心轨迹规划

步态生成器通过对用户下发的控制指令和状态估计器得到的机器人状态规划机器人的运动步态并生成期望的质心运动轨迹。仿人机器人的步行运动控制会预先设定一个期望的前向速度作为初始控制指令,在运动过程中用户可以下发控制指令来调整机器人的目标状态。为了防止系统输入和输出急剧变化导致机器人系统不稳定,不能直接将该期望的速度、方向目标值传入控制器,需要规划出一条较为柔和的质心轨迹曲线,最终将生成的期望质心状态 x_d 传入控制器进行控制跟随。由于本文的研究重点是提升机器人的前进速度,因此本课题对机器人方向的控制是通过简单的反馈实现位置控制,对机器人的转向速度没有做出进一步研究。

在“悟空-III”仿人机器人实物平台上,用户通过遥控手柄向机器人下发控制指令调整机器人的期望状态,控制指令包括“加速”、“减速”、“左移”、“右移”、“左转”、“右转”。其中,“加速”与“减速”指令是以 0.1m/s 的变化率对机器人的目标前向速度进行调整,“左移”、“右移”指令是以 0.05m/s 的变化率对机器人的侧向目标速度进行调整,“左转”、“右转”指令是以 5° 的变化率对机器人的目标方向进行调整。用户下发的控制指令会实时更新且累加,得到机器人的目标前向速度 $v_{x,target}$ 、目标侧向速度 $v_{y,target}$ 与目标方向 ψ_{target} 。

根据实时更新的机器人 $v_{x,target}$ 、 $v_{y,target}$ 与 ψ_{target} ,本文分别针对行走步态与跑步步态做了如下的质心轨迹规划:

$$v_{x,d} = \begin{cases} v_{x,d} + \Delta v_{\Phi,+}, & v_{x,d} < v_{x,target} \\ v_{x,d} - \Delta v_{\Phi,-}, & v_{x,d} > v_{x,target} \\ v_{x,d}, & v_{x,d} = v_{x,target} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$v_{y,d} = \begin{cases} v_{y,d} + \Delta v_{\Phi,+}, & v_{y,d} < v_{y,target} \\ v_{y,d} - \Delta v_{\Phi,-}, & v_{y,d} > v_{y,target} \\ v_{y,d}, & v_{y,d} = v_{y,target} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\psi_d = \begin{cases} \psi_d + \Delta\psi_\Phi, & \psi_d < \psi_{target} \\ \psi_d - \Delta\psi_\Phi, & \psi_d > \psi_{target} \\ \psi_d, & \psi_d = \psi_{target} \end{cases} \quad (3.3)$$

其中, Δv_Φ 表示一个控制周期内加速度的大小, $\Delta\psi_\Phi$ 表示一个控制周期内角度变化的大小, 针对行走和跑步步态, 其具体值设定为:

$$\Delta v_{\Phi,+} = \begin{cases} \frac{0.8}{10000}, & \Phi \text{ 为行走步态} \\ \frac{1.6}{10000}, & \Phi \text{ 为跑步步态} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\Delta v_{\Phi,-} = \begin{cases} \frac{0.4}{10000}, & \Phi \text{ 为行走步态} \\ \frac{0.5}{10000}, & \Phi \text{ 为跑步步态} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\Delta\psi_\Phi = \begin{cases} \frac{2}{10000}, & \Phi \text{ 为行走步态} \\ \frac{3}{10000}, & \Phi \text{ 为跑步步态} \end{cases} \quad (3.6)$$

生成的机器人质心期望速度 $v_{x,d}$ 、 $v_{y,d}$ 与期望方向 ψ_d 将传入机器人的运动控制器, 通过运动控制器实现对规划期望质心轨迹的跟随, 以完成机器人步行运动控制。

3.4 状态估计器

仿人机器人在运动的过程中, 实现稳定控制的基础是要先获取到准确可靠的机器人状态信息。在 RaiSim 仿真环境中可以直接读取仿人机器人的状态量, 而在“悟空-III”实物平台上, 能够采集到的数据信息包括惯性传感器 (IMU) 的加速度计获取的加速度信息与陀螺仪角速度计获取的姿态信息, 以及电机编码器获取到的关节角度与角速度信息, 本文设计的状态估计器是通过 IMU 和电机编码器的数据来估计机器人的状态。

根据本文 2.3.1 节定义的参考坐标系, 用于准确描述机器人系统的状态量包括机器人身体坐标系下的末端信息与世界坐标系下的质心状态信息。在本文设计的控制架构中, 机器人坐标系下的末端信息主要用于摆动腿的规划与控制以及计算质心相对足底产生的扭矩, 具体包括机器人腿末端点相对于质心的位置 \mathbf{p}_i 和速度 $\dot{\mathbf{p}}_i (i = 1, 2)$; 世界坐标系下的质心状态量主要用于完成机器人整体质心运动规划与支撑腿的控制, 具体包括姿态角 Θ 、质心位置 \mathbf{p}_c 、角速度 ω 以及质心速度 $\dot{\mathbf{p}}_c$ 。

在上述仿人机器人状态量中，机器人身体坐标系下的末信息 \mathbf{p}_i 与 $\dot{\mathbf{p}}_i$ 是用电机编码器数据通过机器人运动学计算获取，机器人的姿态角 $\boldsymbol{\Theta}$ 和角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 可以由 IMU 的陀螺仪角速度计获取，机器人的质心位置 \mathbf{p}_c 和速度 $\dot{\mathbf{p}}_c$ 是由电机编码器数据通过机器人运动学解算得到的状态量与 IMU 的加速度计数据融合获取。接下来首先介绍机器人坐标系下的腿末端点位置估计，然后介绍世界坐标系下的质心状态估计。

3.4.1 腿末端点状态估计

本文定义的仿人机器人腿末端点为脚踝关节局部坐标系的原点位置，根据机器人运动学分析，机器人的末端运动可以由关节运动唯一确定。根据本文 2.3.1 中定义的简化多连杆模型，可以通过机器人运动学计算腿末端点的位置 \mathbf{p}_i 和速度 $\dot{\mathbf{p}}_i$ 。以仿人机器人的右腿关节为例，本文建立的运动学模型^[48]示意图如下图 3.6 所示。

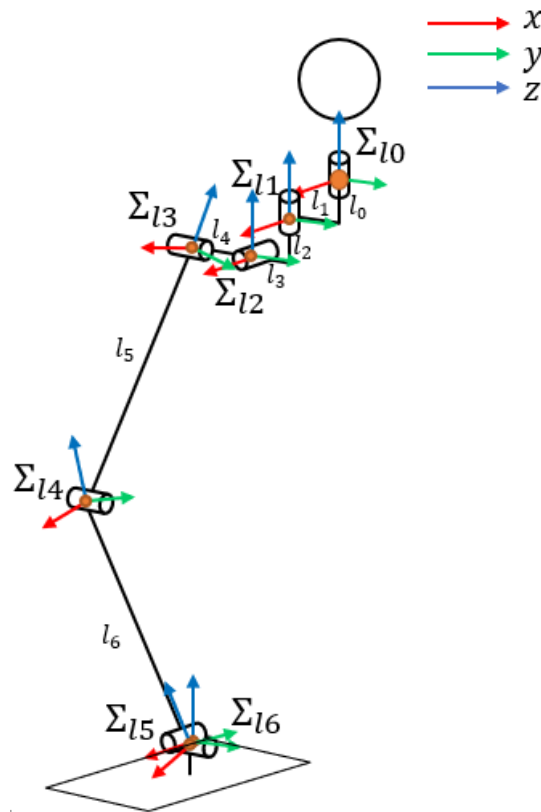


图 3.6 “悟空-III”运动学模型示意图

上图 3.6 中， Σ_{li} 表示局部连杆坐标系， l_i 表示各关节间的连杆，坐标系对应的关节和连杆长度信息在本文第二章的表 2.2 中给出。将机器人身体坐标系 Σ_b 作为基坐标系，

腰部的局部连杆坐标系 Σ_{l_0} 的初始位置与该基坐标系 Σ_b 重叠。由于局部连杆坐标系与关节固连，因此只会绕一个方向转动，为了方便表示，将局部连杆坐标系 Σ_{li} 转动的角度记为 q_i ，各个局部坐标系原点在身体坐标系中的坐标记为 $\{x_i, y_i, z_i\}$ 。根据各局部连杆坐标系原点的相对位置关系与各关节的旋转方向，可以得到各个坐标系之间的旋转矩阵为：

$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} c1 & -s1 & 0 & 0 \\ s1 & c1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & -l_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$${}^1\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c2 & -s2 & l_3 \\ 0 & s2 & c2 & -l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$${}^2\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} c3 & 0 & s3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_4 \\ -s3 & 0 & c3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$${}^3\mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} c4 & 0 & s4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s4 & 0 & c4 & -l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$${}^4\mathbf{T}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c5 & -s5 & 0 \\ 0 & s5 & c5 & -l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$${}^5\mathbf{T}_6 = \begin{bmatrix} c6 & 0 & s6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s6 & 0 & c6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

其中，为了方便表示，将 $\sin q_1$ 记为 $s1$ ， $\cos q_1$ 记为 $c1$ ，以此类推。将各个旋转矩阵相乘，可得到腿末端点坐标系 $\{x_6, y_6, z_6\}$ 相对于质心坐标系 $\{x_0, y_0, z_0\}$ 的坐标变换矩阵 \mathbf{T} 为：

$$\mathbf{T} = {}^0\mathbf{T}_6 = {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_2 {}^2\mathbf{T}_3 {}^3\mathbf{T}_4 {}^4\mathbf{T}_5 {}^5\mathbf{T}_6 \quad (3.13)$$

將式(3.7)~式(3.12)代入式(3.13),得到機器人腿末端點在機器人質心基坐標系下的位姿變換矩陣 \mathbf{T} 為:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & p_x \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & p_y \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

其中, $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ 表示腿末端點在質心基坐標系中的位置:

$$\begin{cases} p_x = -l_5(c_6s_4 + c_4s_5s_6) - l_3s_6 - l_4c_5s_6 \\ \quad - l_6(c_3(c_6s_4 + c_4s_5s_6) + s_3(c_4c_6 - s_4s_5s_6)) \\ p_y = l_1 - l_5(s_4s_6 - c_4c_6s_5) + l_3c_6 + l_4c_5c_6 \\ \quad - l_6(c_3(s_4s_6 - c_4c_6s_5) + s_3(c_4s_6 + c_6s_4s_5)) \\ p_z = l_4s_5 - l_2 - l_6(c_3c_4c_5 - c_5s_3s_4) - l_0 - l_5c_4c_5 \end{cases} \quad (3.15)$$

矩陣 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}$ 表示在質心基坐標系中腿末端點的姿態旋轉矩陣, 矩陣各項的

具體計算表達式為:

$$\begin{cases} t_{11} = c_1(c_3(c_4c_6 - s_4s_5s_6) - s_3(c_6s_4 + c_4s_5s_6)) \\ \quad - s_1(c_2(c_3(c_6s_4 + c_4s_5s_6) + s_3(c_4c_6 - s_4s_5s_6)) + c_5s_2s_6) \\ t_{12} = s_2(c_3(c_6s_4 + c_4s_5s_6) + s_3(c_4c_6 - s_4s_5s_6)) - c_2c_5s_6 \\ t_{13} = s_1(c_3(c_4c_6 - s_4s_5s_6) - s_3(c_6s_4 + c_4s_5s_6)) \\ \quad + c_1(c_2(c_3(c_6s_4 + c_4s_5s_6) + s_3(c_4c_6 - s_4s_5s_6)) + c_5s_2s_6) \\ t_{21} = c_1(c_3(c_4s_6 + c_6s_4s_5) - s_3(s_4s_6 - c_4c_6s_5)) \\ \quad - s_1(c_2(c_3(s_4s_6 - c_4c_6s_5) + s_3(c_4s_6 + c_6s_4s_5)) - c_5c_6s_2) \\ t_{22} = s_2(c_3(s_4s_6 - c_4c_6s_5) + s_3(c_4s_6 + c_6s_4s_5)) + c_2c_5c_6 \\ t_{23} = s_1(c_3(c_4s_6 + c_6s_4s_5) - s_3(s_4s_6 - c_4c_6s_5)) \\ \quad + c_1(c_2(c_3(s_4s_6 - c_4c_6s_5) + s_3(c_4s_6 + c_6s_4s_5)) - c_5c_6s_2) \\ t_{31} = s_1(s_2s_5 - c_2(c_3c_4c_5 - c_5s_3s_4)) - c_1(c_3c_5s_4 + c_4c_5s_3) \\ t_{32} = c_2s_5 + s_2(c_3c_4c_5 - c_5s_3s_4) \\ t_{33} = -c_1(s_2s_5 - c_2(c_3c_4c_5 - c_5s_3s_4)) - s_1(c_3c_5s_4 + c_4c_5s_3) \end{cases} \quad (3.16)$$

由此, 根據式(3.15)可以通過電機編碼器獲取的關節角度來計算腿末端點在身體坐標系中的位置。

同时, 通过上述坐标变换矩阵 \mathbf{T} , 可以对其求偏导得到相应的雅克比矩阵 \mathbf{J} 。本文利用 Matlab 中的 `jacobian` 函数来计算雅克比矩阵, 由于仿人机器人的全维雅克比矩阵每一项表示较为琐碎, 本文在此不列出矩阵各项的具体计算公式。

得到雅克比矩阵后, 可以由关节速度来得到腿末端点的速度:

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.17)$$

其中, $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T$ 为仿人机器人腿部关节各关节角度, q_i 的下标 i 与局部坐标系定义编号一致, 向量 $\dot{\mathbf{p}} = [\dot{p}_x \ \dot{p}_y \ \dot{p}_z]^T$ 表示腿末端点在质心基坐标系中的速度。本章是以“悟空-III”右腿为例计算出机器人右腿的末端状态计算公式, 而机器人左腿的机械结构与右腿对称, 计算过程类似, 这里不再赘述。

3.4.2 质心状态估计

根据 2.3.2 描述的简化质心动力学模型中的公式(2.13), 本文定义的完整描述质心状态的变量为 $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\Theta} \ \mathbf{p}_c \ \mathbf{L} \ \mathbf{P}]^T$ 。其中, 角动量 \mathbf{L} 与线性动量 \mathbf{P} 可以通过角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 与质心速度 $\dot{\mathbf{p}}_c$ 计算得出, 姿态角 $\boldsymbol{\Theta}$ 和角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 可以通过 IMU 的原始数据经过简单滤波后直接获取, 而质心在世界坐标系下的位置 \mathbf{p}_c 可由世界坐标系下的速度 $\dot{\mathbf{p}}_c$ 对时间积分所得, 因此本节主要内容为对质心速度 $\dot{\mathbf{p}}_c$ 的估计。

在仿人机器人稳定步行运动的过程中, 当机器人处于单腿支撑相时, 在满足摩擦力约束的情况下, 机器人脚底与地面不发生相对滑动, 因此能够支撑腿各关节的角度及角速度信息通过机器人运动学的方法求出机器人质心的速度; 当机器人处于空中相时, 机器人不受外力作用, 由于惯性而保持进入空中相之前的运动状态, 速度大小与单腿支撑相切换到空中相时的速度大小相同。通过运动学求解质心速度的计算公式如下:

$$\dot{\mathbf{p}}_c = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \mathbf{p}_i + \mathbf{R}\dot{\mathbf{p}}_i \quad (3.18)$$

其中, ω_x 、 ω_y 、 ω_z 分别表示机器人的 roll、pitch、yaw 姿态角的角速度, \mathbf{R} 表示机器人的旋转矩阵, \mathbf{p}_i 与 $\dot{\mathbf{p}}_i$ 表示腿末端点的位置和速度。

此外, “悟空-III” 仿人机器人胸腔内部配备了陀螺仪, 陀螺仪的加速度计获取的加速度信息进行积分也能够得到机器人的质心速度, 其计算公式为:

$$\dot{\mathbf{p}}_c = \int (\mathbf{R}\mathbf{A} + \mathbf{g})dt \quad (3.19)$$

其中， \mathbf{A} 表示陀螺仪获取的质心加速度矩阵， \mathbf{R} 表示旋转矩阵， \mathbf{g} 表示重力加速度向量。

由于电机编码器读取的关节角速度信息噪声较大，导致运动学方法求得的质心速度波动较大，而陀螺仪的加速度计本身存在漂移误差，经过积分之后导致累积误差，因此两种速度估计方法都无法得到准确可靠的质心速度。本文使用卡尔曼滤波算法对其进行处理，以关节角速度通过运动学求解得到的质心速度作为观测模型，以陀螺仪加速度积分得到的质心速度作为状态模型，通过加速度积分的数据对观测值进行修正。

卡尔曼滤波算法的实现包括预测和校正两步，首先基于上一时刻状态预测出当前时刻状态，再综合当前时刻的估计状态与观测状态进行校正，得到最优的状态估计量。卡尔曼滤波的预测环节包括状态预测和误差矩阵预测，方程如下：

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (3.21)$$

卡尔曼滤波的校正环节包括卡尔曼增益计算、状态校正和误差矩阵更新，公式如下：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}_k \mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}\mathbf{x}_k) \quad (3.23)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}) \mathbf{P}_k \quad (3.24)$$

其中， \mathbf{x}_k 表示 k 时刻的状态， \mathbf{u}_k 表示 k 时刻的系统输入， \mathbf{P}_k 表示 k 时刻的误差矩阵， \mathbf{R} 表示预测噪声协方差矩阵， \mathbf{K}_k 表示 k 时刻的卡尔曼增益。以 \mathbf{x} 方向的速度为例，该系统的输入向量为 $[\text{acc} * T \ 0]$ ，其中 acc 为陀螺仪测量的加速度，系统各系数矩阵为：

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 1 & -\Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \Delta T \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Q} &= [1], \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.25)$$

其中，模型噪声矩阵 \mathbf{R} 和观测噪声矩阵 \mathbf{P} 的数值根据实际仿人机器人平台调整所得。将输入向量和上述矩阵代入卡尔曼滤波递推公式，计算出式(3.23)的输出即得到仿人机器人质心 \mathbf{x} 速度的最优估计结果。

3.5 运动控制器

“悟空-III”仿人机器人的运动由全身 21 个无刷电机所控制，完整的仿人机器人运动控制器包括手臂、腰部和腿部所有关节控制器，其中手臂和腰部的控制在仿人机器人动态步行运动中影响较小，在本课题中使用简单的 PD 位置控制器对手臂和腰部进行控制，本文重点研究腿部运动控制器，包括摆动腿规划与控制 and 支撑腿规划与控制。

3.5.1 摆动腿规划与控制

仿人机器人的腿部处于摆动相时不施加地面接触力，因此不受基于力控的 MPC 控制，为了在每个步态周期中控制摆动腿的运动，需要使用 PD 位置控制器在笛卡尔空间控制腿部按照期望的轨迹摆动。本课题通过正运动学获取任意时刻腿部末端点的当前位置，按照期望的落脚点规划出腿末端点从初始位置摆动到落脚点的轨迹，通过摆动腿控制器来跟随摆动腿期望轨迹，完成摆动腿规划与控制。

摆动腿轨迹生成的第一步是计算落脚点，Raibert^[34]提出的腿足机器人经典落脚点基于质心的相对位置计算公式如下：

$$x_f = \frac{\dot{x}T_{stance}}{2} + K_x(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (3.26)$$

其中， x_f 表示髋关节的相对位置， \dot{x} 表示机器人质心速度， \dot{x}_d 表示期望的身体质心速度， T_{stance} 为机器人单腿支撑相的持续时长， K_x 为系数矩阵。本课题针对“悟空-III”双足机器人的特性，对该模型进行修改，得到如下关系式：

$$x_f = K_0 + K_1\dot{x} + K_2(\dot{x} - \dot{x}_d) \quad (3.27)$$

其中， K_0 、 K_1 、 K_2 为根据实际的机器人平台控制效果调整的参数矩阵。

为实现期望机器人摆动腿由初始位置摆动到期望落脚点的运动，需要在一定约束条件下规划出腿末端点的期望轨迹，以完成摆动腿的运动。本课题选用贝塞尔曲线规划摆动腿的运动，通过插值的方法获得离散的轨迹序列，实时获取期望的腿末端点位置、速度，通过逆运动学求解出期望的关节位置、速度传入关节 PD 控制器完成摆动腿运动控制。贝塞尔样条曲线的位置表达式为：

$$x_d = x_0 + (x_f - x_0)(t^3 + 3t^2(1 - t)) \quad (3.28)$$

其中， x_0 代表摆动腿初始位置， x_f 代表落脚点位置， t 表示时间。贝塞尔样条曲线的速度表达式为：

$$\dot{\mathbf{x}}_d = 6(\dot{\mathbf{x}}_f - \dot{\mathbf{x}}_0)t(1-t) \quad (3.29)$$

其中, $\dot{\mathbf{x}}_0$ 代表摆动腿初始速度, $\dot{\mathbf{x}}_f$ 代表期望末端速度, 这里设为 $\mathbf{0}$ 。由此, 可以唯一确定摆动腿的运动规划, 获得期望的腿末端点位置 $\mathbf{p}_{i,d}$ 和速度 $\dot{\mathbf{p}}_{i,d}$, 通过机器人运动学可以将腿末端点位置 $\mathbf{p}_{i,d}$ 和速度 $\dot{\mathbf{p}}_{i,d}$ ($i = 1, 2$, 分别代表左右腿) 映射到关节位置 $\mathbf{q}_{i,d}$ 和速度 $\dot{\mathbf{q}}_{i,d}$ ($i = 1 \sim 6$, 分别表示腿部 6 个关节), 从而得到摆动腿的关节 PD 控制律为:

$$\tau_i = K_{p,i}(\mathbf{q}_{i,d} - \mathbf{q}_i) + K_{d,i}(\dot{\mathbf{q}}_{i,d} - \dot{\mathbf{q}}_i) \quad (3.30)$$

其中, $K_{p,i}$ 、 $K_{d,i}$ 分别为第 i 个关节的 PD 参数, 根据实际控制效果所调整。本课题使用的具体参数值如下表 3.1 所示。

表 3.1 摆动腿关节 PD 参数

i	关节	K_p	K_d
1	髋偏航关节	650	2
2	髋横滚关节	700	4
3	髋俯仰关节	1500	20
4	膝关节	1500	20
5	踝横滚关节	32	0.6
6	踝俯仰关节	32	0.6

3.5.2 支撑腿规划与控制

在仿人机器人的腿部处于支撑相时, 与地面接触而受到地面接触力而对机器人质心状态产生影响, 以地面接触力 \mathbf{F} 与地面接触力矩 \mathbf{M} 作为系统输入, 以机器人质心状态 \mathbf{x} 作为系统状态变量, 对其进行的简化动力学建模与分析在 2.3.2 中给出。将简化动力学模型的式(2.6)在一个步行周期内进行积分, 可以得到:

$$m(\dot{\mathbf{p}}_c(T) - \dot{\mathbf{p}}_c(0)) = \int_0^T \mathbf{F} dt - \int_0^T m\mathbf{g} dt \quad (3.31)$$

式(3.31)左侧表示在一个步行周期内机器人质心的动量变化, 右侧表示总外力产生的冲量。将式(3.31)分解到世界坐标系的 x 、 y 、 z 三个坐标轴上, 可得:

$$m(\dot{x}(T) - \dot{x}(0)) = \int_0^T F_x dt \quad (3.32)$$

$$m(\dot{y}(T) - \dot{y}(0)) = \int_0^T F_y dt \quad (3.33)$$

$$m(\dot{z}(T) - \dot{z}(0)) = \int_0^T F_z dt - \int_0^T mg dt \quad (3.34)$$

其中, \dot{x} 、 \dot{y} 、 \dot{z} 分别表示机器人质心速度在世界坐标系的 x 轴、 y 轴、 z 轴上的分量, F_x 、 F_y 、 F_z 分别表示地面接触力在世界坐标系的 x 轴、 y 轴、 z 轴上的分量。由式(3.32)~(3.34)可得, 要在一个步行周期内保持机器人质心速度不变, 则质心的动量变化为 0, 即上述公式的左侧都为 0, 需要满足的条件为:

$$\int_0^T F_x dt = 0 \quad (3.35)$$

$$\int_0^T F_y dt = 0 \quad (3.36)$$

$$\int_0^T F_z dt - \int_0^T mg dt = 0 \quad (3.37)$$

如果要控制机器人的质心速度按照期望值变化, 则需要规划地面接触力 \mathbf{F} 使其产生的冲量与机器人质心的期望动量变化相等, 由此可得, 合理规划地面作用力 \mathbf{F} , 即可控制机器人质心速度大小。其中, F_x 与 F_y 分别对机器人前向和侧向速度起作用, 而式(3.39)中的 $\int_0^T mg dt$ 表示重力产生的向下的冲量, 而在机器人行走的过程中我们希望机器人质心高度能尽量保持恒定, 因此 F_z 的主要作用就是抵消重力产生的冲量。

将简化动力学模型的公式(2.7)在一个步行周期内进行积分, 可以得到:

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(T) - \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(0) = \int_0^T \mathbf{r} \times \mathbf{F} dt + \int_0^T \mathbf{M} dt \quad (3.38)$$

式(3.28)左侧表示在一个步行周期内机器人质心角动量的变化, 右侧表示所受外力产生的冲量矩与外力矩产生的角动量, 其中, \mathbf{I} 表示机器人的惯性张量, $\boldsymbol{\omega}$ 表示机器人质心的角速度, \mathbf{r} 表示地面接触点到机器人质心的向量。由此, 根据式(3.35)~(3.38)可得, 合理规划地面作用力 \mathbf{F} 与地面接触力矩 \mathbf{M} , 即可控制机器人质心角速度大小。在本课题中, 由于“悟空-III”脚踝只有横滚和俯仰两个关节, 因此产生的地面作用力矩主要为 M_x 和 M_y 。由此可得, 合理规划支撑腿与地面接触产生的接触力 \mathbf{F} 与接触力矩 \mathbf{M} , 即可控制机器人质心的速度和角速度, 从而控制机器人质心状态 \mathbf{x} 。

在规划出合适的地面接触力 $\mathbf{F} = [F_x \ F_y \ F_z]^T$ 与地面接触力矩 $\mathbf{M} = [M_x \ M_y \ M_z]^T$ 后, 支撑腿各关节力矩的计算公式为:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

其中, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4 \ \tau_5 \ \tau_6]^T$ 为支撑腿各个关节的力矩, 按照关节局部坐标系的定义, τ_1 表示髋偏航关节力矩, τ_2 表示髋横滚关节力矩, τ_3 表示髋俯仰关节力矩, τ_4 表示膝关节力矩, τ_5 表示脚踝横滚关节力矩, τ_6 表示脚踝横滚关节力矩, \mathbf{J} 为支撑腿的全维雅克比矩阵, 具体计算方法在 3.4.1 中给出。

本文规划的 \mathbf{F} 与 \mathbf{M} 是通过预测模型计算出的优化量, 具体计算将在下一章详细描述。

3.6 各控制器验证

根据本文 3.3.1 节构建的仿人机器人步行状态机, 设定步行周期 $T = 0.6s$, 在行走步态中, 单腿的支撑相与摆动相时间相等, 即 $T_{stance} = T_{swing} = 0.3s$; 在跑步步态中, 单腿的支撑相与摆动相占比分别为 4/10 与 6/10, 得到的 $T_{stance} = 0.24s$, $T_{swing} = 0.36s$, 机器人周期性进入空中相的时间为 $(T_{swing} - T_{stance})/2 = 60ms$ 。在 RaiSim 仿真环境中, 仿人机器人在行走和跑步前进过程中状态切换的部分曲线分别如图 3.7 与图 3.8 所示。

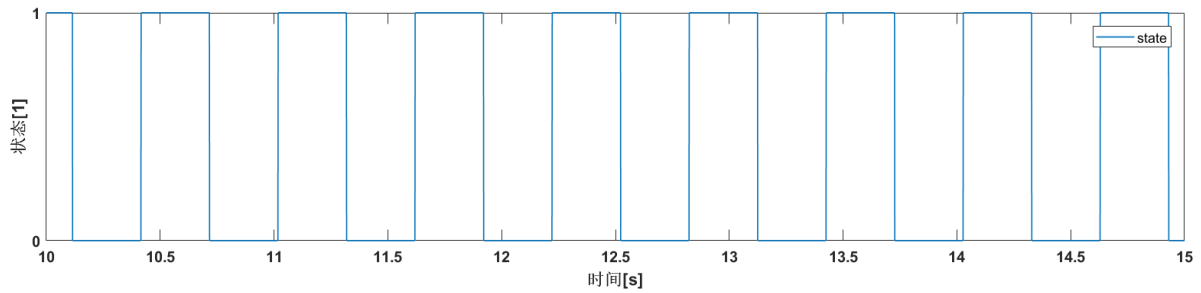


图 3.7 “悟空-III”行走步态状态切换图

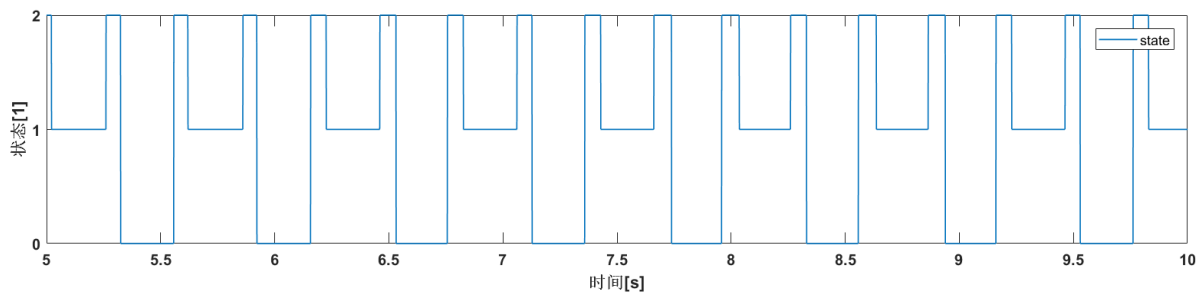


图 3.8 “悟空-III”跑步步态状态切换图

图 3.7 与图 3.8 中, 状态 0 代表右腿支撑相, 状态 1 代表左腿支撑相, 状态 2 代表空中相。由上图可以看出, “悟空-III”行走步态和跑步步态均能实现稳定的状态机切换。

本文 3.3.2 节对质心的轨迹规划可以分为速度控制和方向控制两部分, 速度控制效果将在后文详细介绍, 方向控制会根据目标 yaw 角方向规划出期望的 yaw 角变化曲线

交给控制器来完成跟随。RaiSim 仿真环境中，机器人能够根据下发的方向指令完成先左转至 20° ，而后右转至 40° ，接着再左转至 25° ，最终将方向回正到 0° ，方向控制效果如下图 3.9 所示。

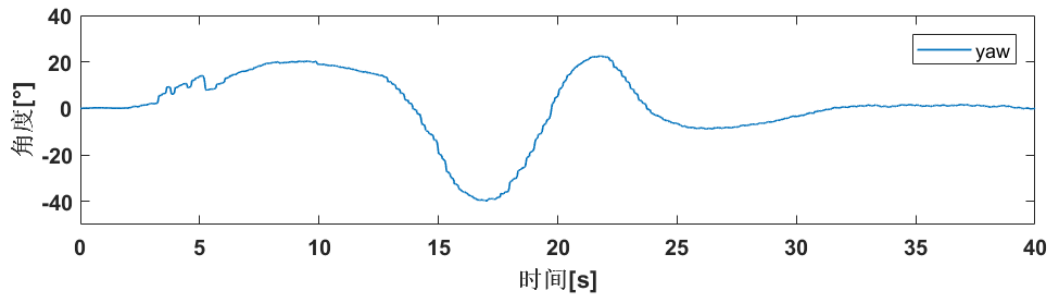
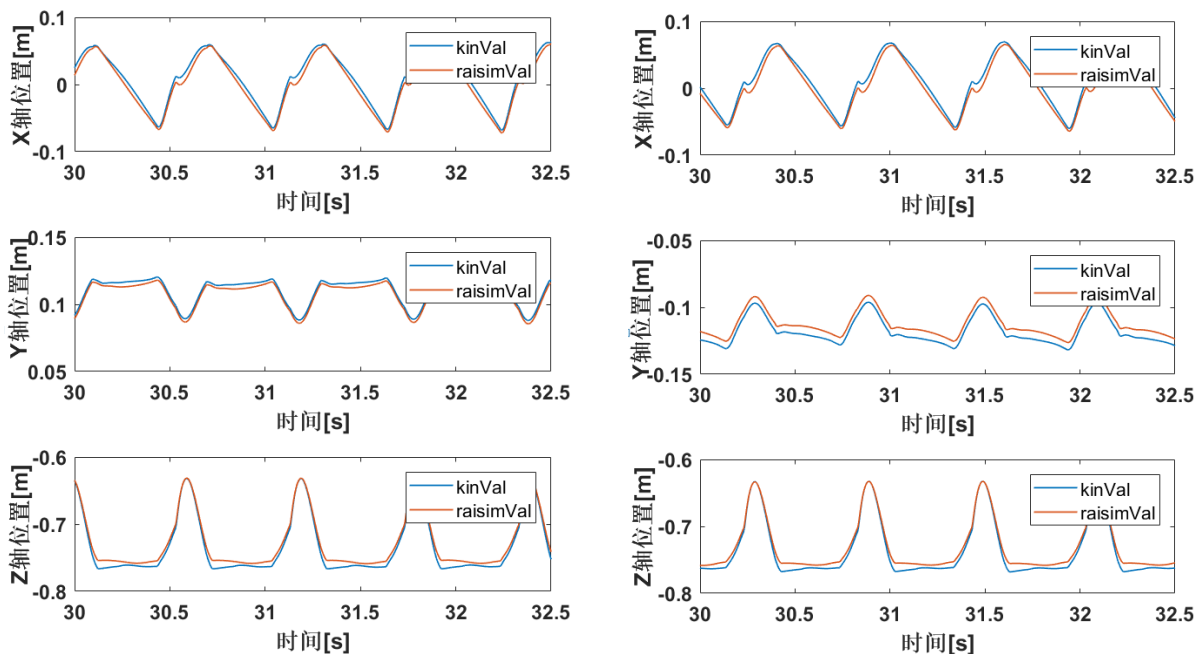


图 3.9 “悟空-III”方向控制效果图

由上图 3.9 可以看出，“悟空-III”能较为平滑地完成方向转变，实现的转向角速度最大约为 0.05rad/s 。

本文 3.4.1 节通过运动学的方法根据机器人的关节信息估计腿部末端点的状态。在 RaiSim 仿真环境中，能够直接读取定义的腿末端点信息，将其与运动学计算得到的腿末端点信息进行对比，即可验证运动学计算的正确性，两者对比的曲线图如图 3.10 所示。



(a) 左腿末端点位置估计

(b) 右腿末端点位置估计

图 3.10 腿末端点状态估计效果图

上图 3.10 中, 红色曲线代表 RaiSim 仿真环境中读取的关节末端位置, 蓝色曲线代表运动学方法计算出的关节末端位置。可以看出两者非常接近, 因此运动学计算得到的腿末端点状态估计是可靠的, 能够应用于实物平台。

本文 3.4.2 节的质心状态估计主要针对“悟空-III”实物平台, 将 IMU 数据与电机编码器数据进行卡尔曼滤波融合得到可靠的质心状态。在“悟空-III”实物平台上, 机器人前进过程中滤波前后的机器人 X 和 Y 方向质心速度数据对比如下图 3.11 所示。

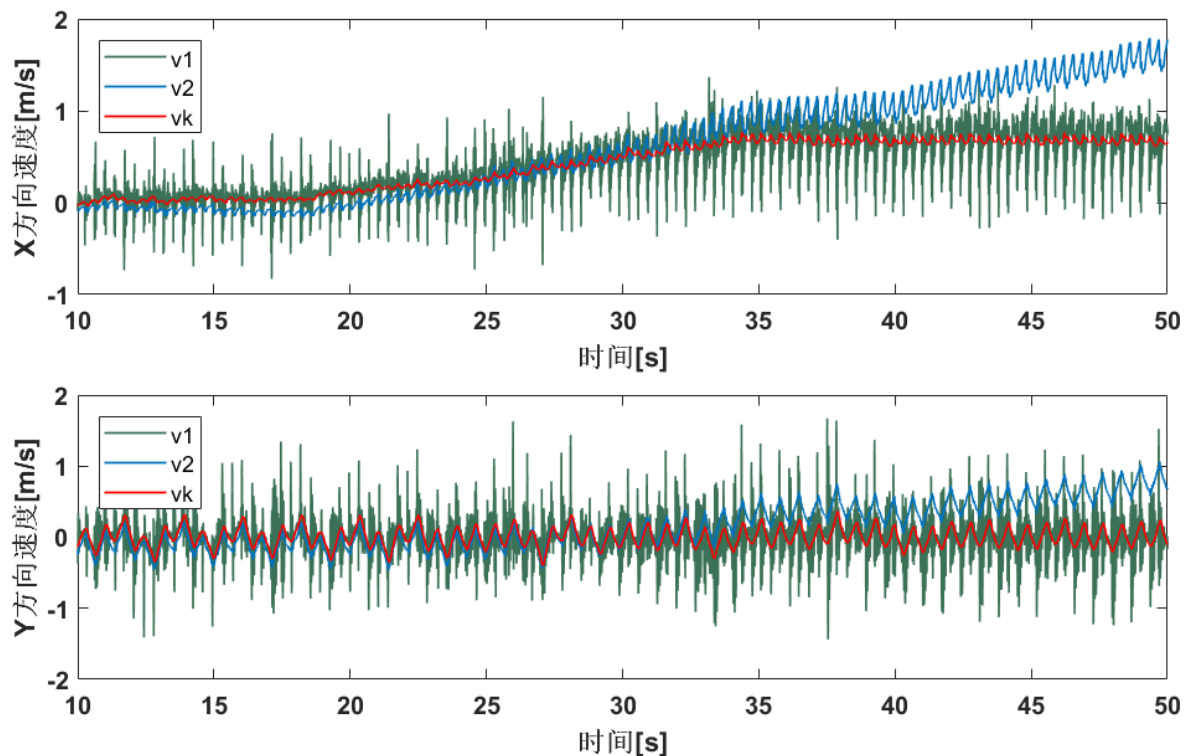


图 3.11 卡尔曼滤波前后数据对比图

上图 3.11 中, 绿色曲线代表根据关节数据通过机器人运动学计算出的速度, 蓝色曲线代表通过 IMU 测量的加速度值积分得到的速度, 红色曲线代表通过卡尔曼滤波算法对两者进行数据融合获得的估计速度。由上图可得, 根据关节数据计算出的质心速度估计量存在很大的噪声, 数据波动较大, 根据 IMU 的加速度计数据积分得到的质心速度估计量存在累积误差, 而用卡尔曼滤波的方法得到的融合数据波动较小, 变化平缓, 更符合机器人的真实情况。

本文 3.5.1 节介绍的摆动腿控制器先规划出落脚点的位置, 再规划出摆动腿末端点运动的轨迹, 最终通过 PD 控制器完成摆腿控制。在 RaiSim 仿真环境中, 机器人步行前

进时规划的落脚点与摆动腿轨迹如下图 3.12 所示。

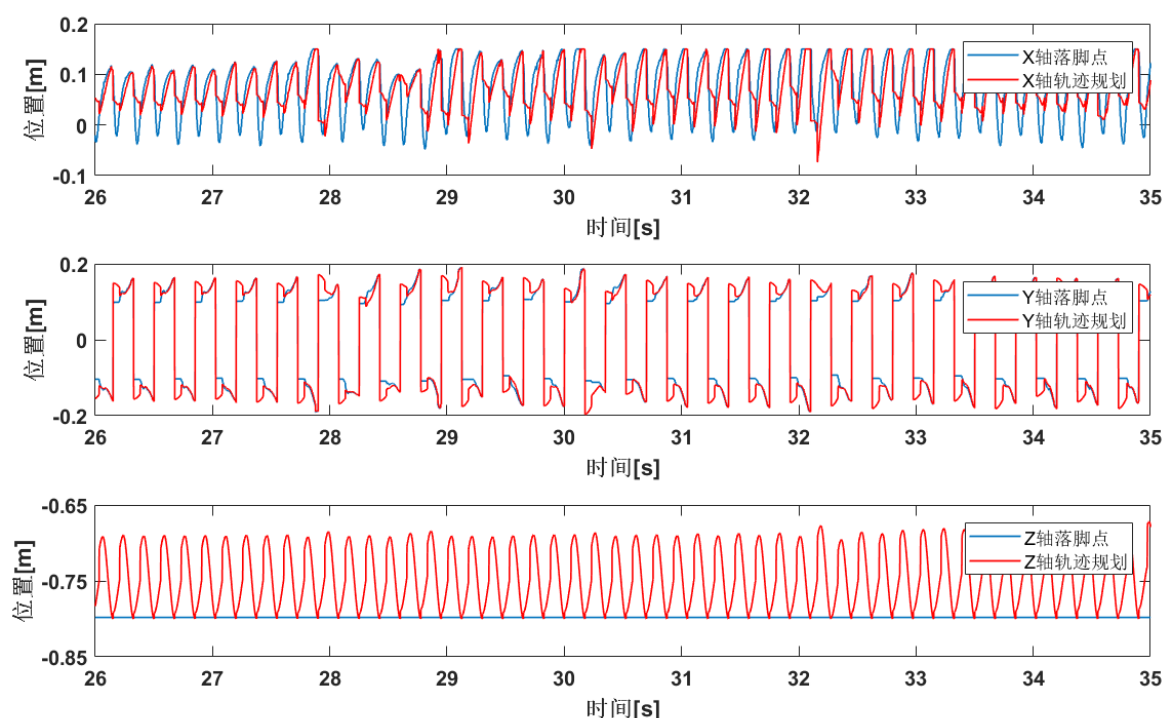


图 3.12 摆动腿轨迹规划效果图

上图 3.12 中，蓝色曲线代表规划的落脚点位置，红色曲线代表规划的腿末端点摆动轨迹。可以看出，在机器人前进的过程中，随着速度增加，X 方向的落脚点位置不断增加来增大步长，但是受到腿长限制，在速度达到一定值后落脚点不能继续增大，本课题设定的 X 方向落脚点限幅为 15cm。Z 方向的落脚点设定在前进过程中保持不变，Z 轴的轨迹规划代表抬腿的控制，实现的抬腿高度约为 10cm。

本文 3.5.2 节介绍的支撑腿规划与控制效果主要体现在对机器人质心状态的控制上，具体将在第四章详细展开。

3.7 本章小结

本章主要介绍了基于力控制的仿人机器人动态步行控制架构及具体的实现方法。针对本文提出的仿人机器人控制架构中的主要组成部分，本章分别介绍了步态生成器、状态估计器、运动控制器的设计与实现。根据用户下发的控制指令，与机器人的状态估计信息，本章设计了仿人机器人的步态生成器，生成规划的质心轨迹与期望步态。根据机

器人 IMU 与电机编码器采集到的数据,本章设计了状态估计器来估计机器人的状态信息,采用卡尔曼滤波的方法对两者数据进行融合,得到了可靠准确的状态估计值。根据步态生成器生成的步态,本章针对机器人单腿的支撑相与摆动相分别设计了运动控制器来实现步态,完成对机器人质心状态的控制,对于摆动相,基于选择的落脚点采用贝塞尔曲线规划出摆动腿轨迹曲线,通过关节 PD 控制器实现对摆动相的控制,对于支撑相,采用力控制的方法,通过规划地面接触力与接触力矩完成对质心状态的控制,地面接触力与接触力矩的规划通过模型预测控制算法优化求解获取,模型预测控制方法的具体实现将在第四章详细介绍。

第四章 基于模型预测控制的动态步行方法

4.1 概述

本课题采用力控制的方法，通过支撑腿与地面接触产生的地面接触力 \mathbf{F} 与接触力矩 \mathbf{M} ，对机器人质心状态进行控制，地面接触力 \mathbf{F} 与接触力矩 \mathbf{M} 是通过模型预测控制算法得到。模型预测控制（MPC）是一种优化控制算法，其作用机理可以简单描述为：在每一个采样周期，利用系统当前状态来预测系统未来的输出，在线求解有限时域内的优化问题，将得到的最优控制序列的第一项作为系统输入量。模型预测控制的具体实现包括以下环节：(1)预测模型：构建一个描述系统动态行为的预测模型，根据系统的当前状态，预测系统未来有限时域内的动态。(2)滚动优化：通过求解有限时域内的优化问题来确定控制输入，优化不是一次离线进行，而是反复在线进行，在每一个采样周期都求解从此时刻开始的未来有限时域内的优化问题。(3)反馈校正：将每个采样时刻得到的测量值都作为当前时刻预测系统未来状态的初始条件，利用这一实时信息对基于模型的预测结果进行修正，然后再进行新的优化。(4)参考轨迹：模型预测控制需要给出系统期望的参考状态轨迹，根据该参考轨迹设计滚动优化中的性能指标。

MPC 的优点是能够根据预测的系统未来状态得到优化的有限时域内系统输入量的最优解，在每一次优化求解的过程中都能考虑未来多个周期的系统误差，使得系统的控制效果具有超前性，同时会将每个采样时刻的测量值作为预测系统的初始条件实现反馈校正的效果，近几年在腿足机器人运动控制领域有着广泛的应用。

本章内容组织如下：4.2 节介绍模型预测方法在“悟空-III”步行控制中的实现流程；4.3 节介绍基于 MPC 实现的仿人机器人动态步行控制在 RaiSim 仿真环境与“悟空-III”实物平台上的实验结果；4.4 节介绍对进一步提升机器人速度方法的探究，并在仿真环境中对提出的方法进行验证。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Theta \\ \mathbf{p}_c \\ \mathbf{L} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & (\mathbf{I}\mathbf{R})^{-1} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3/m \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta \\ \mathbf{p}_c \\ \mathbf{L} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ [\mathbf{r}]_{\times} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

其中, $\mathbf{0}_3$ 为 3 阶零矩阵, \mathbf{I}_3 为 3 阶单位矩阵, \mathbf{I} 为世界坐标系下机器人的惯性张量, \mathbf{R} 表示旋转矩阵 $\mathbf{R}(\theta, \psi)$, $[\mathbf{a}]_{\times} \mathbf{b}$ 表示向量 \mathbf{a} 与向量 \mathbf{b} 的叉乘。将式(4.1)用标准的状态空间表达式可表示为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{C} \quad (4.2)$$

其中, \mathbf{A} 表示状态转移矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}(\theta, \psi)^{-1} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3/m \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

\mathbf{B} 表示输入矩阵:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{I}^{-1}[\mathbf{r}]_{\times} & \mathbf{I}^{-1} \\ \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

\mathbf{C} 表示重力常量矩阵:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

系统输入 \mathbf{u} 为地面接触力 \mathbf{F} 和地面接触力矩 \mathbf{M} 组成的 6 维向量:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

系统状态量 \mathbf{x} 为 12 维的质心状态向量:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Theta \\ \mathbf{p}_c \\ \mathbf{L} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

对公式(4.2)进行离散化处理,用 $\mathbf{x}(k)$ 表示第 k 个离散周期的质心状态向量,得到其离散状态空间模型:

$$\dot{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{C} \quad (4.8)$$

其中, $\mathbf{A}(k)$ 表示离散状态转移矩阵, $\mathbf{B}(k)$ 表示离散输入矩阵, $\mathbf{x}(k)$ 表示机器人离散系统状态向量, $\dot{\mathbf{x}}(k)$ 表示离散系统状态向量导数, $\mathbf{u}(k)$ 表示离散系统输入变量。

4.2.3 离散预测模型构建

模型预测控制是针对有限时域的优化控制问题求解出最优的系统输入量,因此预测模型需要对未来有限时域内的系统状态做出预测。定义系统离散状态空间模型的离散周期为 ΔT ,定义预测未来离散化周期的个数为预测步数 K ,则完整预测时域 $T_p = K * \Delta T$ 。离散预测模型需要根据系统的当前状态 $\mathbf{x}(k)$,预测出未来 T_p 时域内的系统状态。

首先,根据公式(4.8)的离散状态空间模型,可以得到通过机器人当前的质心状态计算下一控制周期质心状态的公式为:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \Delta T \dot{\mathbf{x}}(k) \quad (4.9)$$

其中, $\mathbf{x}(k+1)$ 表示第 $k+1$ 个离散周期的质心状态向量, ΔT 表示离散周期。

将公式(4.8)代入公式(4.9)得到如下机器人质心状态预测方程:

$$\mathbf{x}(k+1) = (\Delta T \mathbf{A}(k) + \mathbf{I})\mathbf{x}(k) + \Delta T \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \Delta T \mathbf{C} \quad (4.10)$$

为了方便计算,将公式(4.10)简化为:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{dt}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}_{dt}\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}_{dt} \quad (4.11)$$

其中, $\mathbf{A}_{dt} = (\Delta T \mathbf{A}(k) + \mathbf{I})$, $\mathbf{B}_{dt} = \Delta T \mathbf{B}(k)$, $\mathbf{C}_{dt} = \Delta T \mathbf{C}$ 。将公式(4.11)不断迭代可推出得到当前系统状态 \mathbf{x}_0 预测未来 T_p 时域内系统状态的完整系统预测模型为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}_{qp}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}_{qp}\mathbf{U} + \mathbf{C}_{qp} \quad (4.12)$$

其中, \mathbf{A}_{qp} 表示预测状态转移矩阵:

$$\mathbf{A}_{qp} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{dt} \\ \mathbf{A}_{dt}^2 \\ \mathbf{A}_{dt}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{dt}^K \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

\mathbf{B}_{qp} 表示预测输入矩阵:

$$\mathbf{B}_{qp} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dt} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{dt}\mathbf{B}_{dt} & \mathbf{B}_{dt} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_{dt}^2\mathbf{B}_{dt} & \mathbf{A}_{dt}\mathbf{B}_{dt} & \mathbf{B}_{dt} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{dt}^{K-1}\mathbf{B}_{dt} & \mathbf{A}_{dt}^{K-2}\mathbf{B}_{dt} & \mathbf{A}_{dt}^{K-3}\mathbf{B}_{dt} & \cdots & \mathbf{B}_{dt} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

\mathbf{C}_{qp} 表示预测常量矩阵:

$$\mathbf{C}_{qp} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{dt} \\ (\mathbf{A}_{dt} + \mathbf{I})\mathbf{C}_{dt} \\ (\mathbf{A}_{dt}^2 + \mathbf{A}_{dt} + \mathbf{I})\mathbf{C}_{dt} \\ \vdots \\ (\mathbf{A}_{dt}^{K-1} + \mathbf{A}_{dt}^{K-2} + \cdots + \mathbf{A}_{dt} + \mathbf{I})\mathbf{C}_{dt} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

\mathbf{U} 表示预测系统输入量:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+K-1) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

\mathbf{X} 表示预测的质心状态向量:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{x}(k+2) \\ \mathbf{x}(k+3) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k+K) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

4.2.4 参考轨迹生成

在模型预测控制的实现中,考虑到仿人机器人系统的动态特性,为了防止系统输入和输出急剧变化而导致机器人系统的不稳定,不能直接将期望的机器人质心状态设定值传入 MPC 控制器,需要对其进行“柔化”处理,给系统状态 \mathbf{x} 规划出一条较为平缓的期望曲线达到设定值 \mathbf{x}_d ,在预测模型的预测时域内生成一条参考轨迹 \mathbf{x}_r 。针对 4.2.3 的预测模型,生成的参考轨迹为以 ΔT 为间隔,覆盖未来 T_p 时域内的 K 个离散质心状态轨迹序列。

本文 3.3.2 节设计的步态生成器生成期望质心状态包括期望的前向速度 $v_{x,d}$ 、期望侧向速度 $v_{y,d}$ 与期望的前进方向 ψ_d ,而本文 2.3.2 节定义的系统状态空间模型中机器人质

心状态变量 $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\Theta} \quad \mathbf{p}_c \quad \mathbf{L} \quad \mathbf{P}]^T$, 因此需要根据 $v_{x,d}$ 、 $v_{y,d}$ 与 ψ_d 得到状态空间模型定义下的期望质心状态轨迹, 包括期望的机器人姿态角 $\boldsymbol{\Theta}_d$ 、期望质心位置 $\mathbf{p}_{c,d}$ 、期望质心角动量 \mathbf{L}_d 与期望线性动量 \mathbf{P}_d 。

对于机器人的姿态角 $\boldsymbol{\Theta} = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$, 一般认为机器人的横滚角 ϕ 与俯仰角 θ 尽可能保持在为 0° 左右更为稳定, 但是考虑到机器人在运动过程中, 尤其是速度提上去之后, 横滚角 ϕ 与俯仰角 θ 可能会有较大的波动, 如果一直将期望角度设为 0° , 会导致姿态角期望值与实际值相差过大而无法达到较好的控制效果, 因此本文对横滚角 ϕ 与俯仰角 θ 的期望值做了补偿; 而偏航角 ψ 的目标值为步态生成器传入的 ψ_d , 根据当前偏航角与目标偏航角的偏差关系生成偏航角参考轨迹。综上, 机器人期望姿态角 $\boldsymbol{\Theta}_d$ 参考轨迹生成公式如下:

$$\phi_d^{cur} = \phi_d^{last} + K_\phi(\phi_d^{init} - \phi) \quad (4.18)$$

$$\theta_d^{cur} = \theta_d^{last} + K_\theta(\theta_d^{init} - \theta) \quad (4.19)$$

$$\psi_d^{cur} = \begin{cases} \psi_d^{last} + K_\psi \Delta T, & \psi_d^{last} < \psi_d \\ \psi_d^{last} - K_\psi \Delta T, & \psi_d^{last} > \psi_d \end{cases} \quad (4.20)$$

其中, ϕ_d^{cur} 、 θ_d^{cur} 、 ψ_d^{cur} 分别表示当前周期的姿态角期望值, ϕ_d^{last} 、 θ_d^{last} 、 ψ_d^{last} 分别表示上一个周期的姿态角期望值, ϕ_d^{init} 、 θ_d^{init} 分别表示初始的俯仰角与横滚角设定值, 本课题将初始的俯仰角与偏航角均设定为 0° , θ 、 ϕ 分别表示当前的俯仰角与偏航角实际值, K_ϕ 、 K_θ 、 K_ψ 为根据实际控制效果所调整的误差系数。

对于仿人机器人的质心位置 $\mathbf{p}_c = [p_{c,x} \quad p_{c,y} \quad p_{c,z}]^T$, 质心高度值 $p_{c,z}$ 的期望值为一个恒定的质心高度值, 质心前向和侧向的位置 $p_{c,x}$ 与 $p_{c,y}$ 期望值通过步态生成器规划的质心期望速度 $v_{x,d}$ 与 $v_{y,d}$ 得到。机器人期望质心位置 $\mathbf{p}_{c,d}$ 参考轨迹生成公式如下:

$$p_{c,x,d}^{cur} = p_{c,x,d}^{last} + v_{x,d} \Delta T \quad (4.21)$$

$$p_{c,y,d}^{cur} = p_{c,y,d}^{last} + v_{y,d} \Delta T \quad (4.22)$$

$$p_{c,z,d}^{cur} = p_{c,z,d}^{last} = H_{com} \quad (4.23)$$

其中, $p_{c,x,d}^{cur}$ 、 $p_{c,y,d}^{cur}$ 、 $p_{c,z,d}^{cur}$ 分别表示当前周期质心位置期望值, $p_{c,x,d}^{last}$ 、 $p_{c,y,d}^{last}$ 、 $p_{c,z,d}^{last}$ 分别表示上一周期质心位置期望值, H_{com} 表示设定的质心高度值, 本课题将其设定为正常双足站立时的质心高度值 $0.8m$ 。

对于质心角动量 \mathbf{L} 与线性动量 \mathbf{P} ，由于在不受外力和外力矩的情况下机器人满足角动量守恒与动量守恒，因此期望的角动量 \mathbf{L}_d 与期望的线性动量 \mathbf{P}_d 不需要规划参考曲线，只需要根据机器人的期望的角速度与速度计算出相应的角动量与线性动量，公式如下：

$$\mathbf{L}_d = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}_d = \mathbf{R} \mathbf{I}_\beta \mathbf{R}^T \boldsymbol{\omega}_d \quad (4.24)$$

$$\mathbf{P}_d = m\mathbf{v}_d = m\dot{\mathbf{p}}_{c,d} \quad (4.25)$$

其中， \mathbf{I} 表示世界坐标系下仿人机器人的惯性张量， \mathbf{I}_β 表示机器人身体坐标系下的惯性张量， \mathbf{R} 表示旋转矩阵， m 表示机器人质量， $\boldsymbol{\omega}_d$ 、 $\dot{\mathbf{p}}_{c,d}$ 分别表示机器人期望质心角速度与期望速度。

4.2.5 优化函数与约束条件

根据 4.2.3 预测的质心状态轨迹与 4.2.4 生成的质心参考轨迹，能够将两者的状态误差以及系统输入的地面接触力与接触力矩的正则化参数作为优化项，构造出在预测时域 T_p 内的有限时域优化函数，得到 MPC 标准求解公式：

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} \sum_{i=0}^{K-1} \left\| \mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_{i+1,ref} \right\|_{\mathbf{Q}_i} + \left\| \mathbf{u}_i \right\|_{\mathbf{R}_i} \quad (4.26)$$

$$s.t. \quad \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i, \quad i = 0 \dots K-1 \quad (4.27)$$

$$\mathbf{c}_i^- \leq \mathbf{C}_i \mathbf{u}_i \leq \mathbf{c}_i^+, \quad i = 0 \dots K-1 \quad (4.28)$$

$$\mathbf{D}_i \mathbf{u}_i = 0, \quad i = 0 \dots K-1 \quad (4.29)$$

其中， K 为预测模型的预测步数，式(4.26)中的 \mathbf{x}_{i+1} 表示第 $i+1$ 个周期的质心状态向量， $\mathbf{x}_{i+1,ref}$ 为参考质心轨迹， \mathbf{Q}_i 为质心状态量误差的权重向量， \mathbf{R}_i 为系统输入的地面接触力与接触力矩的权重向量；式(4.27)中的 \mathbf{A}_i 、 \mathbf{B}_i 为式(4.8)中离散状态空间模型的状态矩阵；式(4.28)中的 \mathbf{c}_i^- 、 \mathbf{c}_i^+ 、 \mathbf{C}_i 表示 MPC 问题中的不等式约束；式(4.29)中的 \mathbf{D}_i 表示 MPC 问题中的等式约束。

在本课题中，式(4.29)的等式约束表示机器人腿部处于摆动相时与地面接触力为 0，式(4.28)的不等式约束表示腿部处于支撑相时，防止足底与地面接触产生相对滑动的约束条件，具体为：

$$-\mu F_z \leq \pm F_x \leq \mu F_z \quad (4.30)$$

$$-\mu F_z \leq \pm F_y \leq \mu F_z \quad (4.31)$$

其中， F_x 、 F_y 、 F_z 分别表示地面接触力在世界坐标系三个坐标轴方向的分力， μ 为地面摩

擦系数。同时，为了防止机器人产生过大的纵向加速度，对 F_z 的大小也做了一定约束，表达式为：

$$F_{min} \leq F_z \leq F_{max} \quad (4.32)$$

其中， F_{min} 、 F_{max} 分别表示 Z 方向地面接触力的最小值与最大值。

4.2.6 QP 问题构建与求解

针对上一节提出的标准形式的 MPC 问题，能够将该优化函数转化为一个二次规划 (Quadratic Programming, 简称 QP) 的优化问题来求解，该求解方法曾在 Cheetah3 四足机器人上实现^[44]。

将式 (4.12) 代入式 (4.26)，得到 MPC 优化性能指标的矩阵形式：

$$\mathbf{J}(\mathbf{U}) = \|\mathbf{A}_{qp}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}_{qp}\mathbf{U} + \mathbf{C}_{qp} - \mathbf{x}_{ref}\|_{\mathbf{L}} + \|\mathbf{U}\|_{\mathbf{K}} \quad (4.33)$$

其中， \mathbf{x}_{ref} 表示期望的质心状态轨迹， \mathbf{L} 表示质心状态向量的权重系数矩阵， \mathbf{K} 表示地面作用力的权重系数矩阵。针对上述优化函数及 4.2.5 中给出的约束条件，能够将该优化问题转化为针对系统输入量 \mathbf{U} 的一般形式的 QP 方程：

$$\min_{\mathbf{U}} \quad \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{H} \mathbf{U} + \mathbf{G}^T \mathbf{U} \quad (4.34)$$

$$s.t. \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{U} \leq \mathbf{b} \quad (4.35)$$

其中， \mathbf{A} 、 \mathbf{b} 是由式 (4.28) 的约束条件改写而成的矩阵形式， \mathbf{H} 和 \mathbf{G} 的计算公式为：

$$\mathbf{H} = 2(\mathbf{B}_{qp}^T \mathbf{L} \mathbf{B}_{qp} + \mathbf{K}) \quad (4.36)$$

$$\mathbf{G} = 2\mathbf{B}_{qp}^T \mathbf{L}(\mathbf{A}_{qp}\mathbf{x}_0 - \mathbf{y}) \quad (4.37)$$

本课题使用 Eigen3 线性代数库^[49]来构造矩阵并实现 MPC 中的矩阵运算，使用 qpOASES 求解器^[50]来求解该二次规划问题。qpOASES 求解器被广泛应用于在线求解的 MPC 问题^[51]，是一种快速可靠的 QP 算法求解方案。

QP 问题最终求解出的优化量 \mathbf{U} 为 $6K$ 维的系统输入矩阵，表示未来 K 个预测周期内实现期望质心状态最优的 K 组 6 维系统输入向量，取第一组向量作为下一时刻的系统控制量输入 $\hat{\mathbf{U}} = [\hat{\mathbf{f}} \quad \hat{\mathbf{m}}]^T$ ，再根据上文 3.5.2 节介绍的力控制方法实现支撑腿关节力控。

4.3 仿人机器人动态步行实现

本节首先介绍 RaiSim 仿真环境中实现的原地踏步控制和前进速度控制效果，之后介绍“悟空-III”实物平台上的动态步行控制效果。

4.3.1 原地踏步控制

根据本文设计的步行状态机，设定的步行周期 $T = 0.6s$ ，根据 4.2.2 节介绍的离散状态空间模型，将离散周期设定为 $\Delta T = 0.03s$ 。针对腿足机器人的步行运动控制，预测模型的预测时域对四足机器人一般要覆盖一整个步行周期，而对双足机器人则一般要覆盖 0.6 个步行周期以上^[53]，根据本文 4.2.3 节介绍的预测模型，设定预测步长 $K = 16$ ，得到的预测时域 $T_p = 0.48s$ 。同时，预测步长 K 决定了 QP 优化问题的矩阵维度，由于矩阵维度较高 MPC 无法按照主控频率 1KHz 来实时求解更新，这里设定其更新周期为 10ms。

在模型预测控制中，通过调整控制变量在优化函数中的权重使其达到更好的控制效果，具体为 4.2.5 节构建的优化函数中的质心状态量误差的权重向量 \mathbf{Q}_i ，与系统输入量地面接触力与接触力矩的权重向量 \mathbf{R}_i 。本课题根据控制效果对上述参数进行调整，设定的具体参数大小如表 4.1 所示。

表 4.1 RaiSim 仿真环境 MPC 权重参数表

参数	大小	参数	大小
$roll$	60	L_x	1.2
$pitch$	80	L_y	0.2
yaw	0	L_z	0
px	1	P_x	0.01
py	1	P_y	0.12
pz	60	P_z	0.03
F_x	1e-6	M_x	1e8
F_y	1e-6	M_y	0.05
F_z	1e-6	M_z	1e8

在 RaiSim 仿真环境中，设定仿人机器人步行运动的速度为 0m/s ，身体质心高度为 0.796m ，身体姿态角为 0° ，将固定值作为期望参考轨迹，最终用 4.2.6 节的方法构建并求解出的地面接触力与接触力矩实现对支撑腿的控制，在 RaiSim 仿真环境中实现了“悟空-III”原地踏步实验。其质心速度控制效果如图 4.2 所示，姿态控制效果如图 4.3 所示，质心高度控制效果如图 4.4 所示。

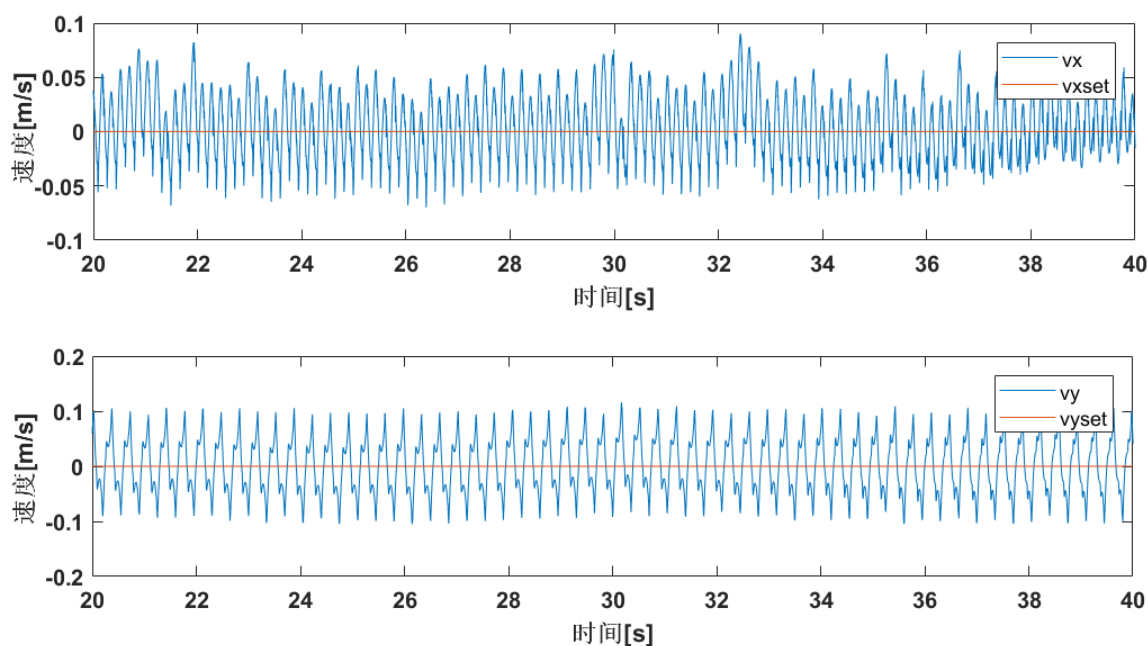


图 4.2 RaiSim 仿真环境原地踏步质心速度控制效果

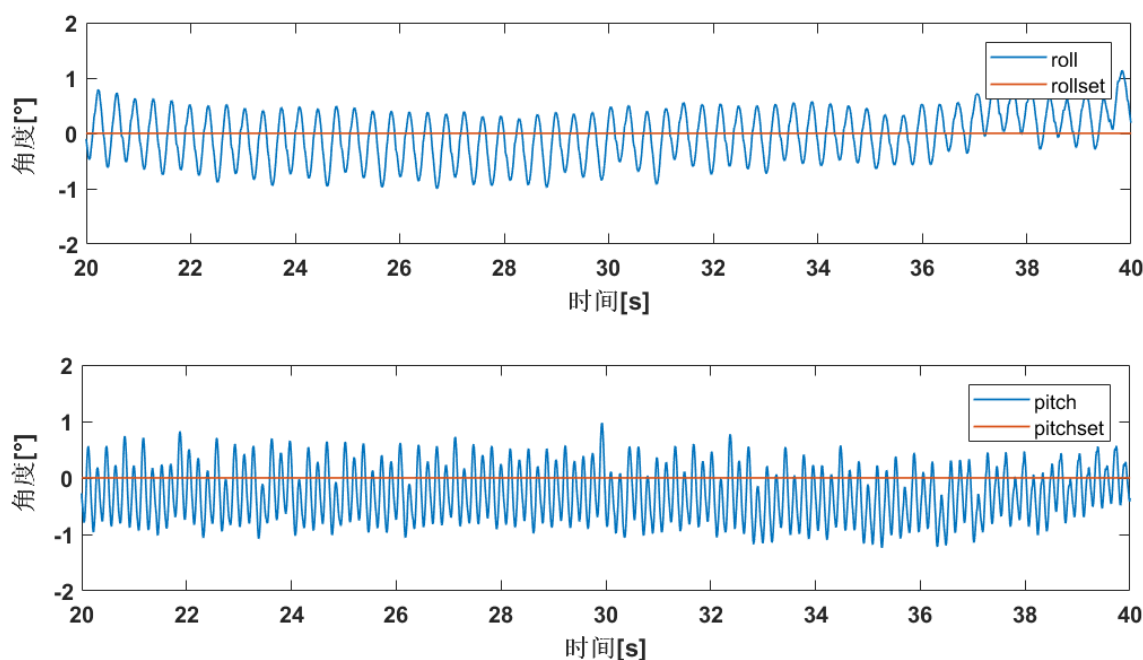


图 4.3 RaiSim 仿真环境机器人原地踏步身体姿态控制效果

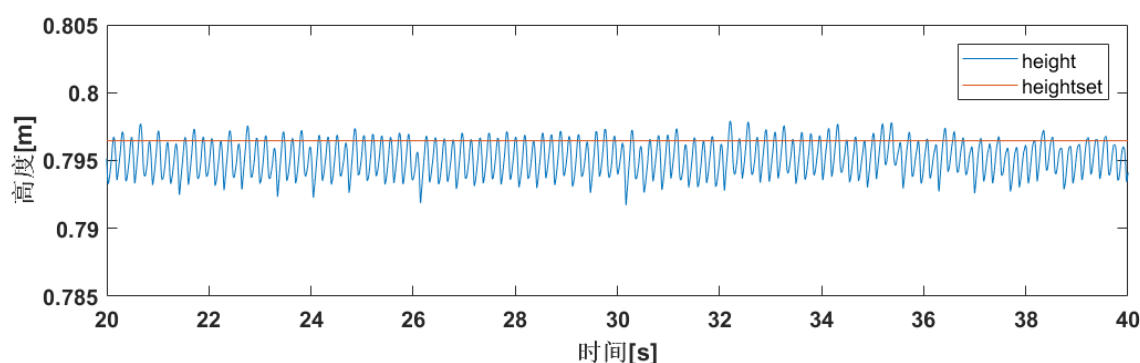


图 4.4 RaiSim 仿真环境机器人原地踏步质心高度控制效果

由上图可以看出，机器人的前向与侧向速度均能控制在 $\pm 0.1\text{m/s}$ 以内，机器人的roll角与pitch角基本控制在 $\pm 1^\circ$ 以内，质心高度波动能控制在5cm以内，能够控制机器人实现稳定的原地踏步。

在原地踏步控制过程中，MPC求解出的优化的地面接触力如图4.5所示。

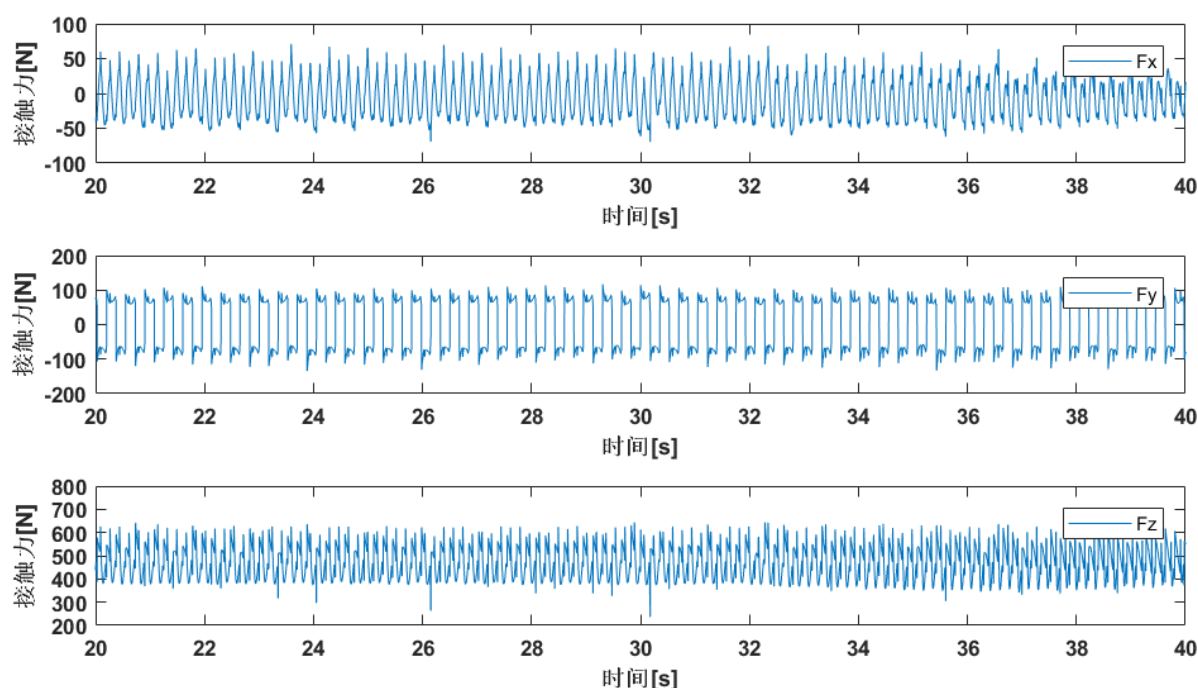


图 4.5 RaiSim 仿真环境机器人原地踏步 MPC 求解的地面接触力

由上图4.5可以看出，Z方向接触力 F_z 在500N附近波动，与机器人54.5kg的质量相匹配。在原地踏步过程中，主要靠接触力来维持质心状态的稳定，接触力矩作用很小，基本接近于0。

4.3.2 前进速度控制

在 RaiSim 仿真环境中, 设定身体质心高度为 0.796m 、姿态角为 0° 不变, 设定侧向速度保持 0m/s , 设定前向速度从 0m/s 增加到 1.2m/s 再降低到 0.6m/s , 根据本文 4.2.4 节的方法生产期望质心参考轨迹, 传入 MPC 控制器完成控制跟随, 最终实现了仿真环境中“悟空-III”动态步行的速度控制实验。其质心速度控制效果如下图 4.6 所示, 身体姿态控制效果如图 4.7 所示, 质心高度控制效果如图 4.8 所示。

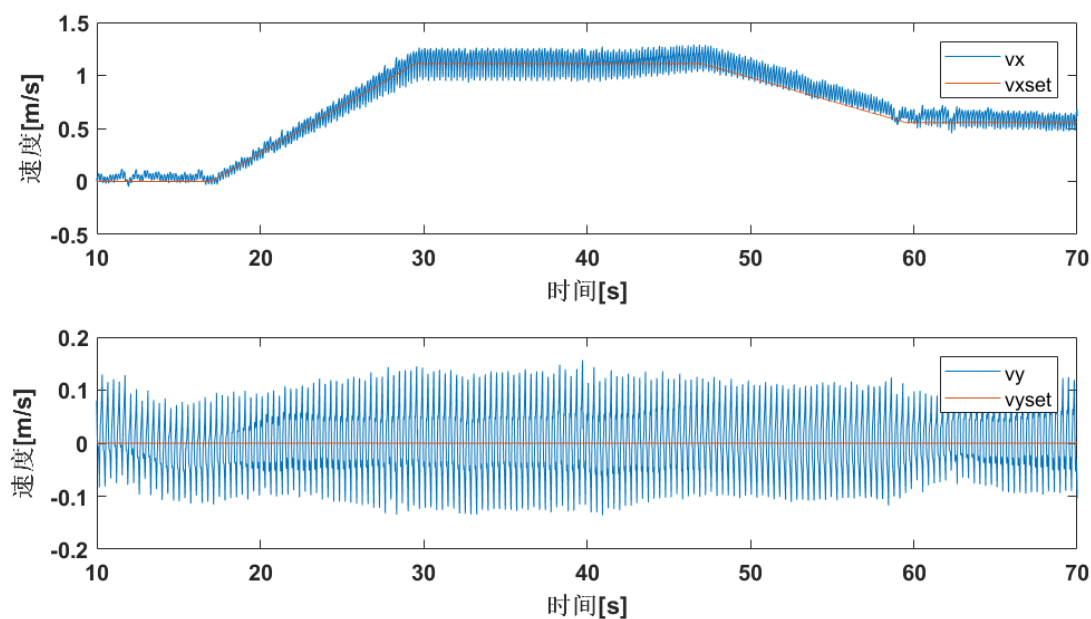


图 4.6 RaiSim 仿真环境机器人动态步行质心速度控制效果

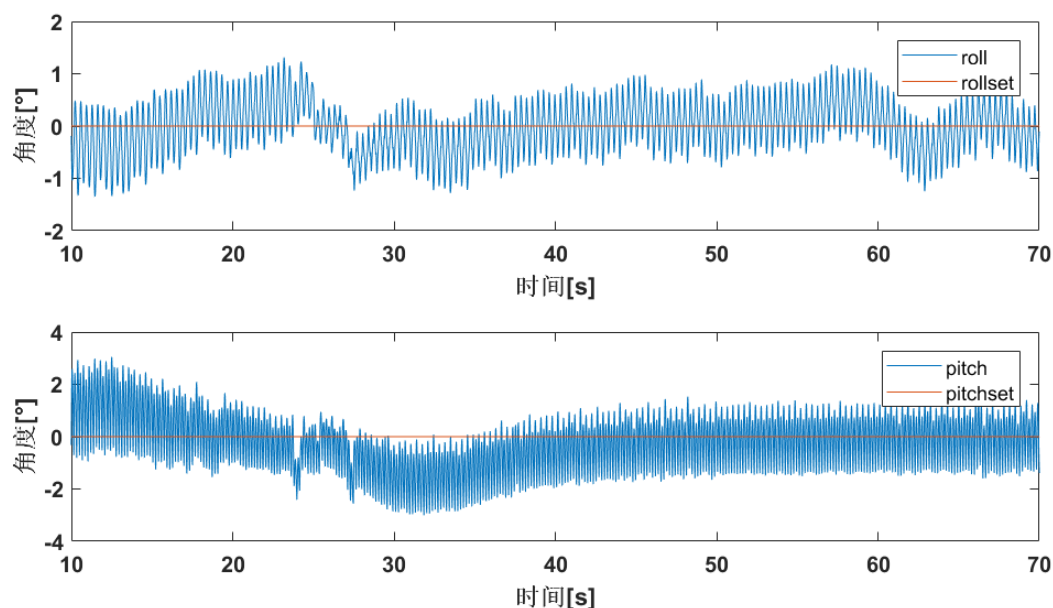


图 4.7 RaiSim 仿真环境机器人动态步行身体姿态控制效果

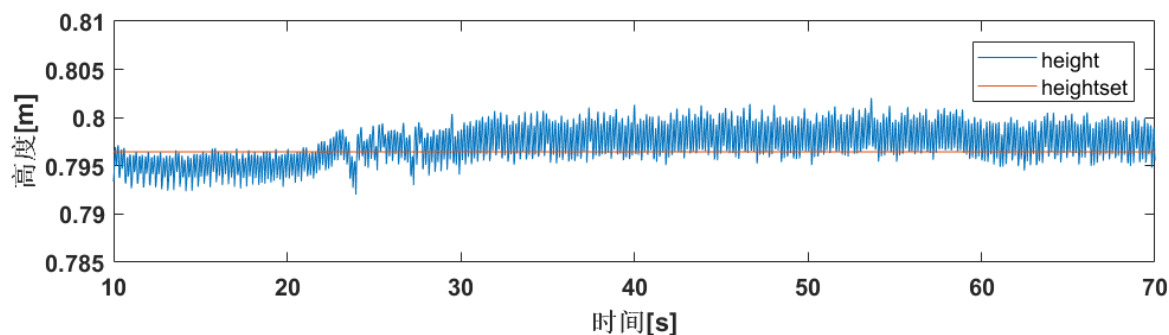


图 4.8 RaiSim 仿真环境机器人动态步行质心高度控制效果

由上图可以看出，在仿真环境中，机器人能够很好地跟随设定的期望的质心前向速度完成加速、减速并能保持步行状态的动态稳定性，其速度波动值最大约为 0.3m/s ，侧向速度在 $\pm 0.15\text{m/s}$ 以内波动，机器人的 roll 角与 pitch 角在加速阶段波动幅度较大，之后趋于稳定，稳定后的波动幅度基本不超过 $\pm 2^\circ$ ，质心高度同样在加速阶段波动较大，稳定后波动幅度在 1cm 以内，达到了控制器预期的控制效果。

在前进速度控制的动态步行实验中，MPC 求解出的优化的地面接触力与接触力矩如下图所示 4.9 与图 4.10 所示。

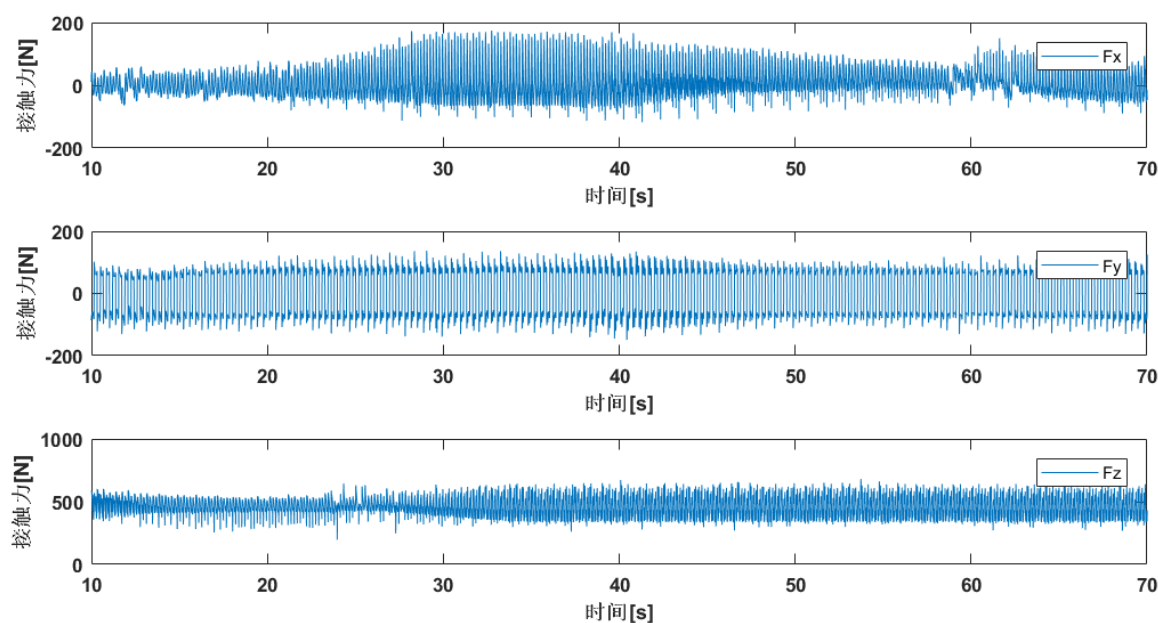


图 4.9 RaiSim 仿真环境机器人动态步行 MPC 求解的地面接触力

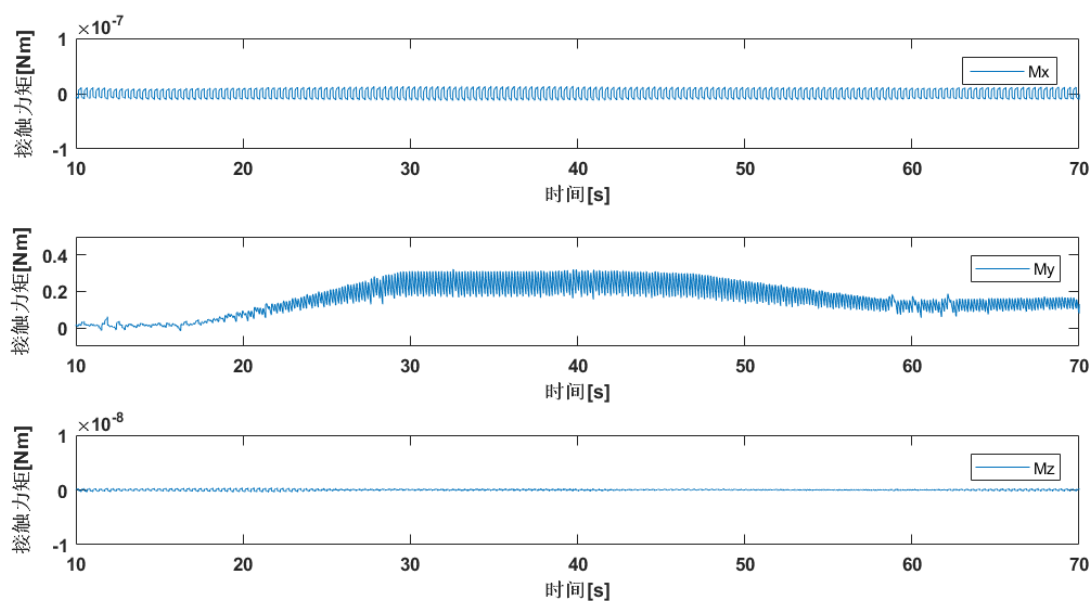


图 4.10 RaiSim 仿真环境机器人动态步行 MPC 求解的地面接触力矩

由上图可以看出,随着机器人前进速度的变化, F_x 会在加速阶段增大,在减速阶段减小,以产生相应的加速度实现对期望速度轨迹的跟随,同时,随着机器人速度变化,Y 方向接触力矩 M_y 的变化与机器人速度变化趋势相同,使前进过程中机器人的 pitch 角保持稳定。

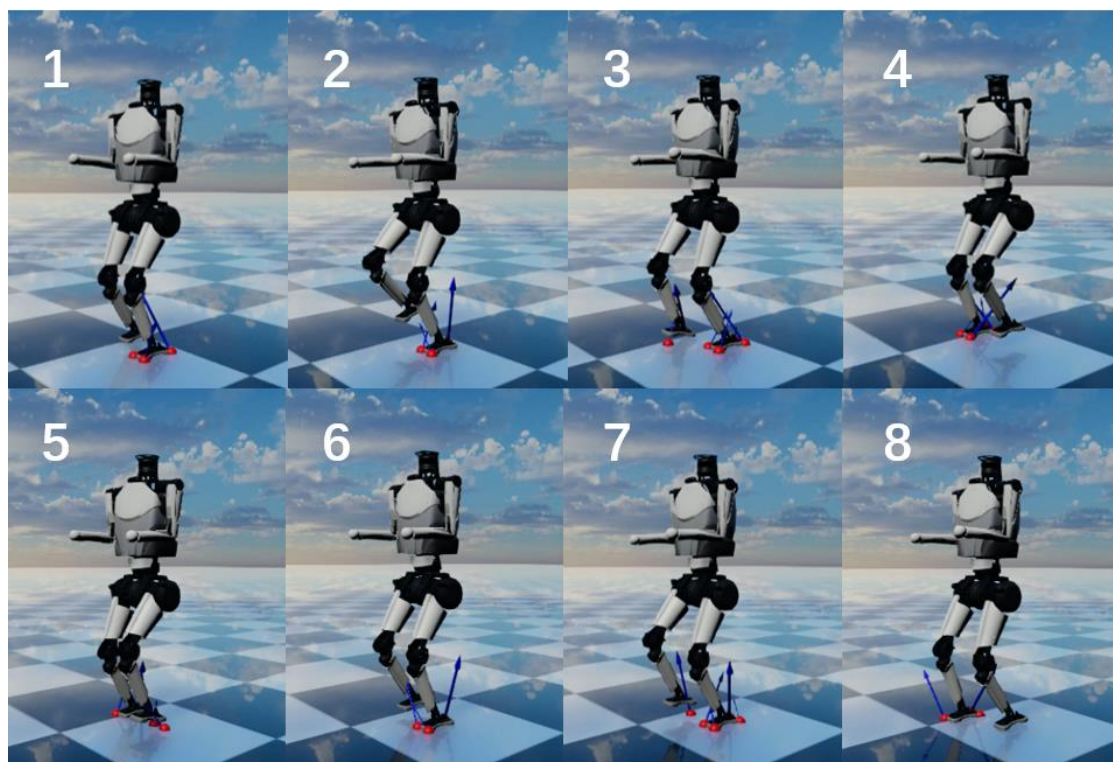


图 4.11 RaiSim 仿真环境机器人动态步行实验图

4.3.3 实物实验结果

上文在 **RaiSim** 仿真环境中完成的机器人动态步行实验验证了本文提出的控制算法的可行性，但是仿真环境非常理想，能够实时获取机器人精确的状态信息，并能够准确地下发期望的关节力矩，且能够保证仿真环境地形完全平坦不存在噪声输入，然而在“悟空-III”实物机器人平台上，由于机械零件的加工差异、传感器的采集误差、关节电机输出力矩的偏差以及外界环境的随机性引起的误差，机器人的状态估计与控制器的执行存在一定误差，因此将该算法从仿真迁移到实物对其鲁棒性的要求较高，同时需要对控制参数进行调整。

经过调试，最终在“悟空-III”实物平台上实现基于 **MPC** 方法的动态步行所使用的权重参数如表 4.2 所示。

表 4.2 “悟空-III”实物平台 **MPC** 权重参数表

参数	大小	参数	大小
<i>roll</i>	150	L_x	1.29
<i>pitch</i>	130	L_y	1.1
<i>yaw</i>	0	L_z	0
<i>px</i>	1	P_x	0.01
<i>py</i>	1	P_y	0.01
<i>pz</i>	150	P_z	0.028
F_x	0.0093	M_x	1e8
F_y	0.0194	M_y	0.098
F_z	0.00062	M_z	1e10

使用上表中的控制参数，最终在“悟空-III”实物平台上实现了最快约 1.4m/s 的快速动态步行运动，其质心速度控制效果如图 4.12 所示，姿态控制效果如图 4.13 所示，质心高度控制效果如图 4.14 所示。

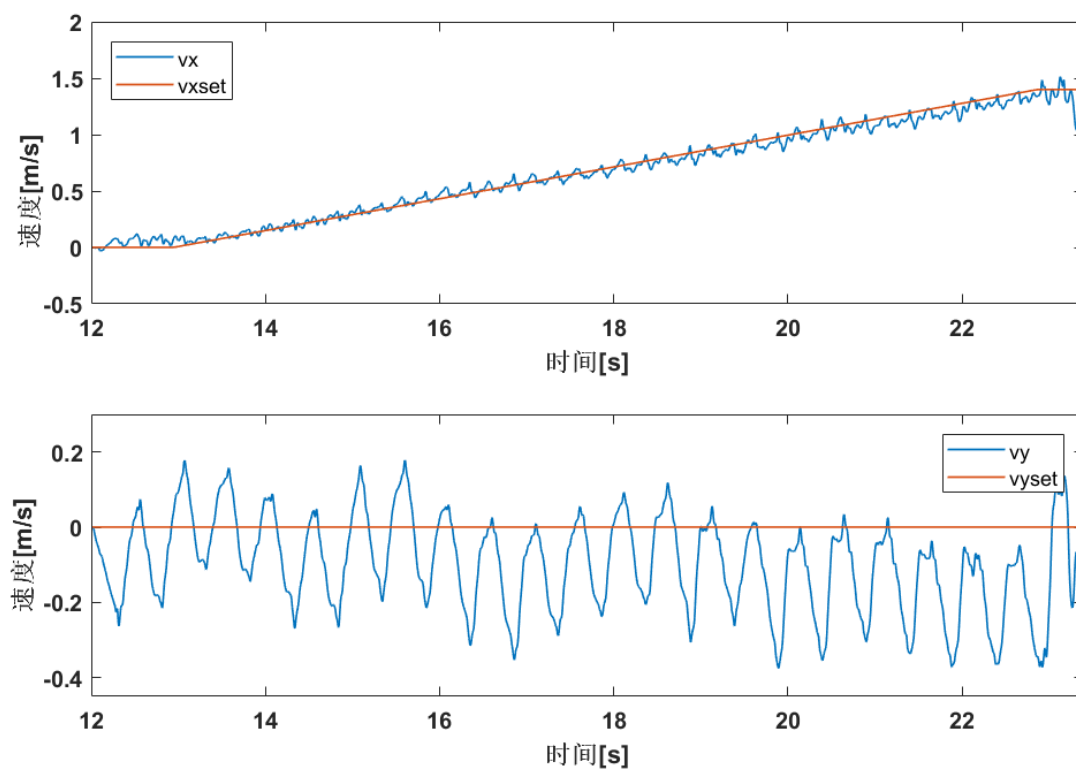


图 4.12 “悟空-III”实物平台机器人动态步行质心速度控制效果

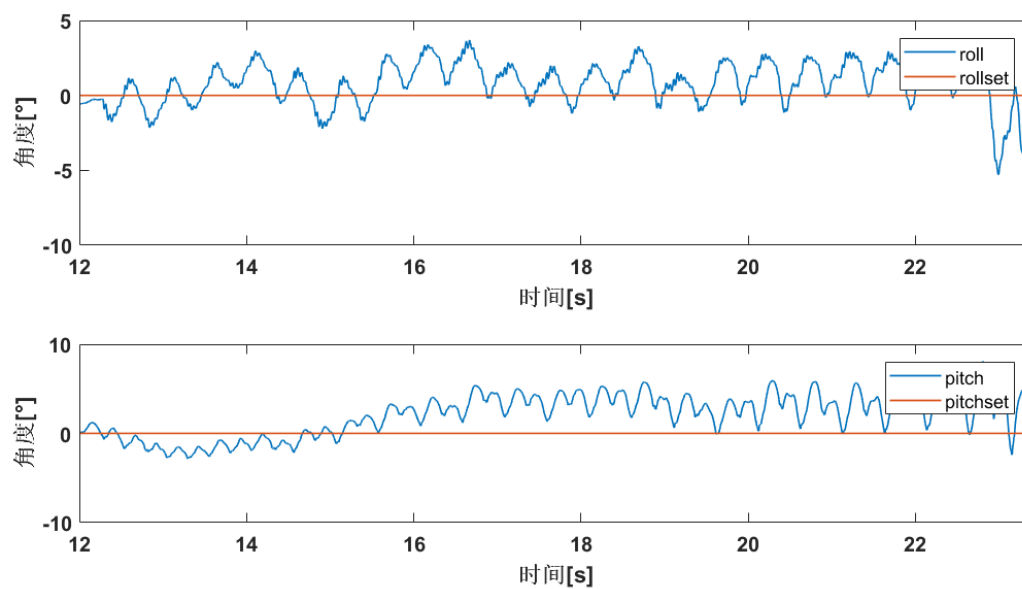


图 4.13 “悟空-III”实物平台机器人动态步行身体姿态控制效果

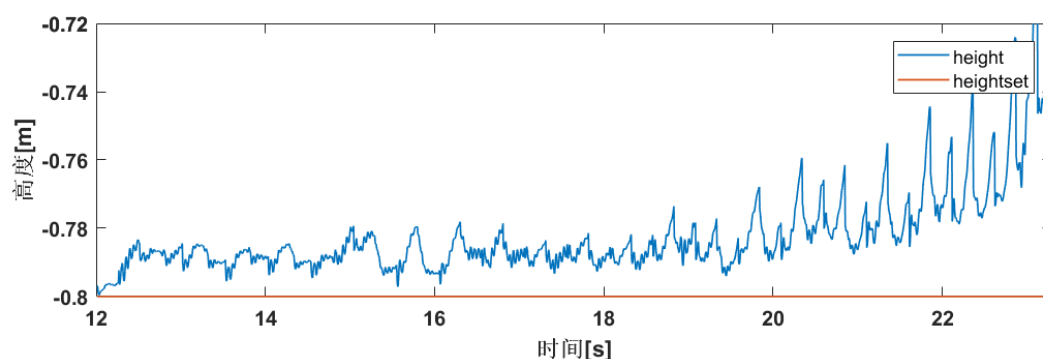


图 4.14 “悟空-III”实物平台机器人动态步行质心高度控制效果

从上图可以看出,“悟空-III”实物平台上实现的动态步行过程中,前向速度能起到较好的跟随效果,侧向速度均值为负数而没有跟随设定的 0m/s ,这是由于实物机器人左右硬件结构的不对称性导致,表现为机器人在前进过程中会向左侧偏移,而总体侧向速度波动幅度不超过 0.4m/s 。机器人的 roll 角和 pitch 角波动均比仿真环境中要大,roll 角波动幅度最大约 4° ,pitch 角波动幅度最大约 6° ,且速度提上去之后 pitch 角均值为正,表现为机器人身体前倾。机器人的质心高度波动在速度提升至 1m/s 以上较为剧烈,波动幅度最大约 6cm 。总体来看,机器人质心状态量控制效果不如仿真环境中稳定性高,但是仍然能维持不摔倒而提升前进速度达到 1.4m/s ,实现了动态稳定步行的控制。

在“悟空-III”实物前进控制实验中,MPC 求解出的优化的地面接触力与接触力矩如图 4.15 与图 4.16 所示。

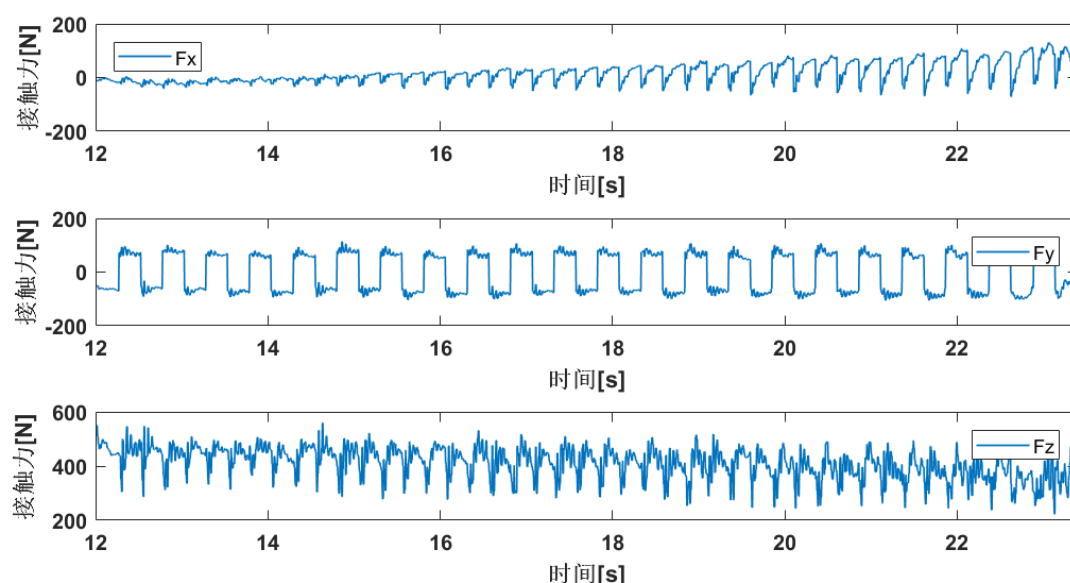


图 4.15 “悟空-III”实物平台机器人动态步行 MPC 求解的地面接触力

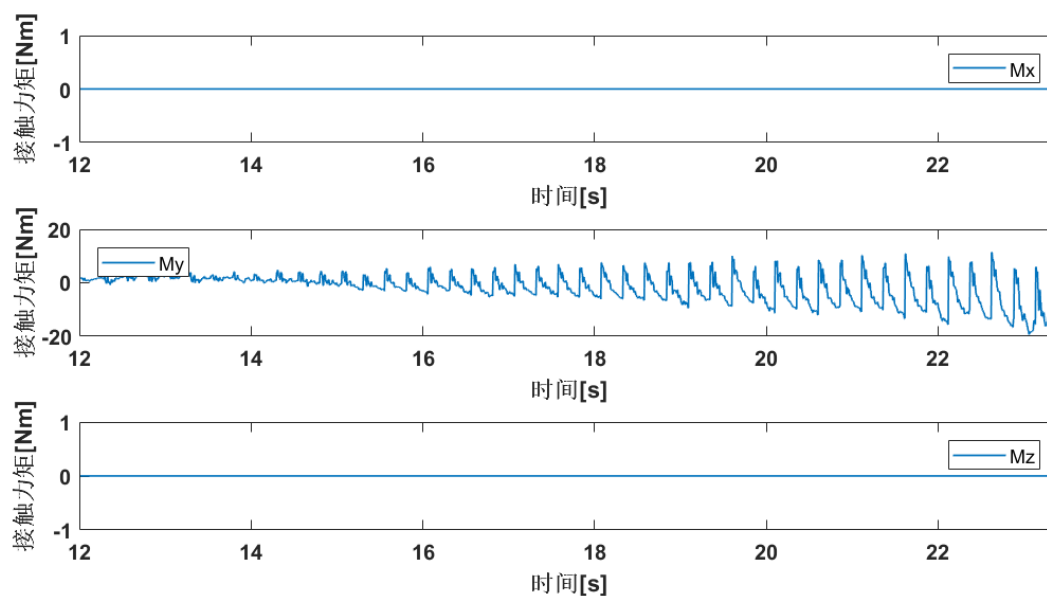


图 4.16 “悟空-III” 实物平台机器人动态步行 MPC 求解的地面接触力矩

由上图可以看出，规划出的地面接触力与接触力矩存在震荡，但总体的趋势与仿真实验结果基本一致。值得一提的是 Y 方向的接触力矩 M_y 相比仿真实验中计算出的优化量大，这是为了缓解实物实验中机器人的 pitch 角波动较大且身体前倾的问题，将其权重增大使机器人的踝俯仰关节输出更大的力矩来维持机器人身体俯仰角的稳定。

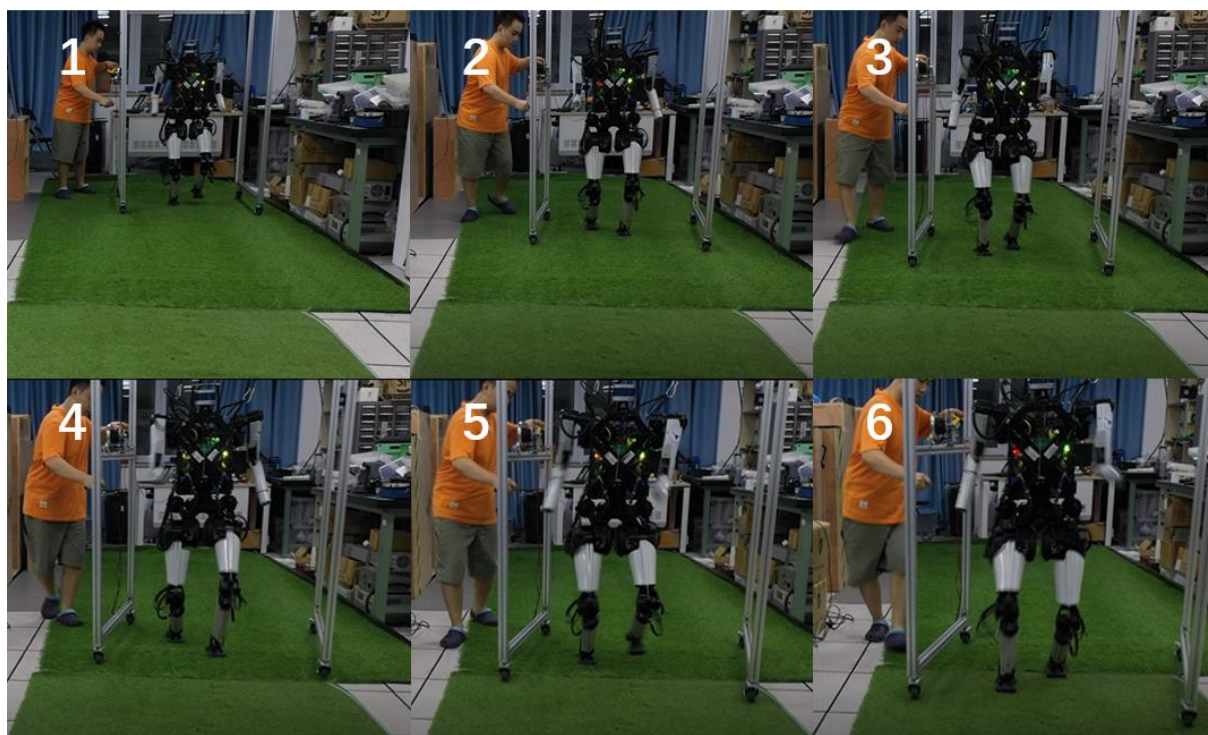


图 4.17 “悟空-III” 实物机器人动态步行实验图

4.4 速度提升方法探究

本文的主要研究目标是提升仿人机器人的前进速度，基于此目标，在实现仿人机器人动态步行控制的基础上，本文研究了决定仿人机器人质心前向速度的要素，进而对速度提升方法展开探索研究，并在仿真环境中进行验证。

4.4.1 提升速度要素分析

仿人机器人步行前进过程中一个完整支撑相的示意图如下图 4.18 所示，其中蓝色代表左腿，红色代表右腿，上面的图表示机器人的左腿刚刚触地，下面的图表示机器人的左腿刚要抬起。 l_{left} 为左腿步长， l_{right} 代表右腿步长， l_{com} 代表质心移动的距离。

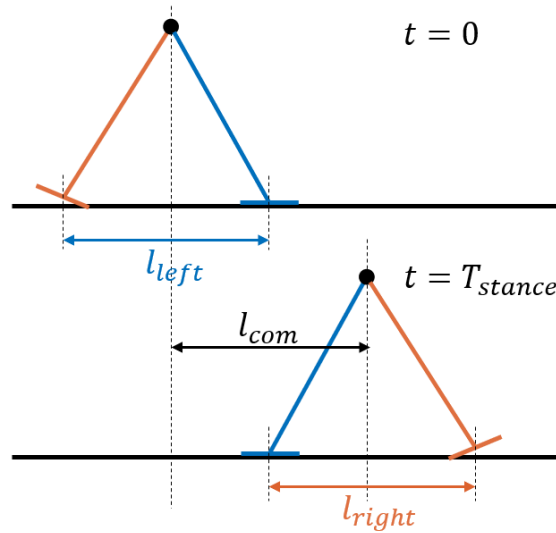


图 4.18 仿人机器人步行运动完整支撑相示意图

由于仿人机器人左右腿的物理结构与机械性能一致，有：

$$l_{left} = l_{right} = l_{com} \quad (4.38)$$

由此可得在支撑相内，质心的前向速度为：

$$v_x = \frac{l_{com}}{T_{stance}} \quad (4.39)$$

如果存在空中相，机器人在空中相持续时间会因为惯性具有前向速度，由于机器人在空中相不受外力，空中相的前向速度与支撑相相同。因此，仿人机器人的前向速度与步长和支撑相的时间有关，步长越长、支撑相的时间越短，前向速度越快。传统方法都

聚焦于增大步长来提高机器人的前向速度，但是仿人机器人的步长受机械结构和物理特性限制，一方面受腿部连杆长度限制，迈步的最大长度存在机械限位，另一方面受电机物理性能限制，摆动腿需要在 T_{swing} 内完成摆腿动作的跟随对电机转速有着一定的要求。

根据以上分析，在增大步长方法的基础上，针对通过减少 T_{stance} 来提升速度的方法，本文设计了加空中相与可变步频的两种机器人动态步行方法来提升机器人的速度，具体将在下文进行介绍。

4.4.2 加空中相的方法

不同于增大步长的方法，加空中相的方法通过减少支撑相时间来实现提高机器人的前向速度。针对固定的步行周期 T ，支撑相时间 T_{stance} 减少，则摆动相时间 T_{swing} 增加，单腿的支撑相时间 T_{stance} 小于摆动相时间 T_{swing} 时，在步行周期内有一段时间两条腿都处在摆动相，则仿人机器人存在空中相，由于机器人在空中相持续时间内还会因为惯性具有前向速度，机器人的前进速度不再受机器人腿部连杆长度限制，从而提升机器人的行走速度。

由于存在空中相，机器人处于空中相时不受地面接触力和接触力矩的控制，因此在步频较慢时 MPC 无法起到很好的控制效果，与人类跑步运动的原理相似，在步频较慢时，由于滞空时段的不可控性，行走步态的稳定性优于跑步步态，而步频较高时，跑步步态则能体现出更稳定的动态性能。

经过调试，本课题设定步行周期 $T = 0.35s$ 来实现仿人机器人的跑步运动，设定单腿的支撑相与摆动相占比分别为 4/10 与 6/10，得到的 $T_{stance} = 0.14s$ ， $T_{swing} = 0.21s$ ，机器人周期性进入空中相的时间为 $(T_{swing} - T_{stance})/2 = 35ms$ ，机器人跑步过程中的状态机切换如图 4.19 所示，其中状态 0 代表右腿支撑相，状态 1 代表左腿支撑相，状态 2 代表空中相。

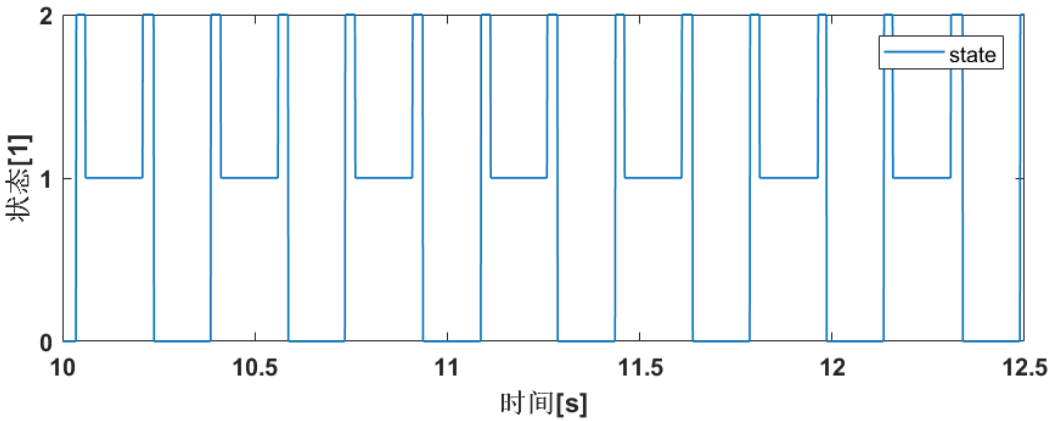


图 4.19 高步频跑步步态状态机切换图

调整步频之后,需要对预测进行调整,设定预测步数 $K = 12$,同样采用离散周期 $\Delta T = 0.03s$,得到的预测时域 $T_p = 0.36s$ 。由于预测步数减少,QP 问题矩阵维度降低,能够更快地完成 MPC 求解计算,因此将 MPC 更新周期设定为 5ms。同时,对 MPC 的权重参数进行调整,跑步步态使用的参数如下表所示:

表 4.3 RaiSim 仿真环境 MPC 跑步步态权重参数

参数	大小	参数	大小
<i>roll</i>	50	L_x	1.5
<i>pitch</i>	50	L_y	1.5
<i>yaw</i>	0	L_z	0
<i>px</i>	1	P_x	0.01
<i>py</i>	1	P_y	0.12
<i>pz</i>	25	P_z	0.03
F_x	1e-6	M_x	1e8
F_y	1e-6	M_y	0.05
F_z	1e-6	M_z	1e8

最终在 RaiSim 仿真环境中实现的“悟空-III”跑步步态速度能提升到最高约 2.2m/s,其速度控制效果、身体姿态控制效果、质心高度控制效果分别如下图 4.20、图 4.21、图 4.22 所示。

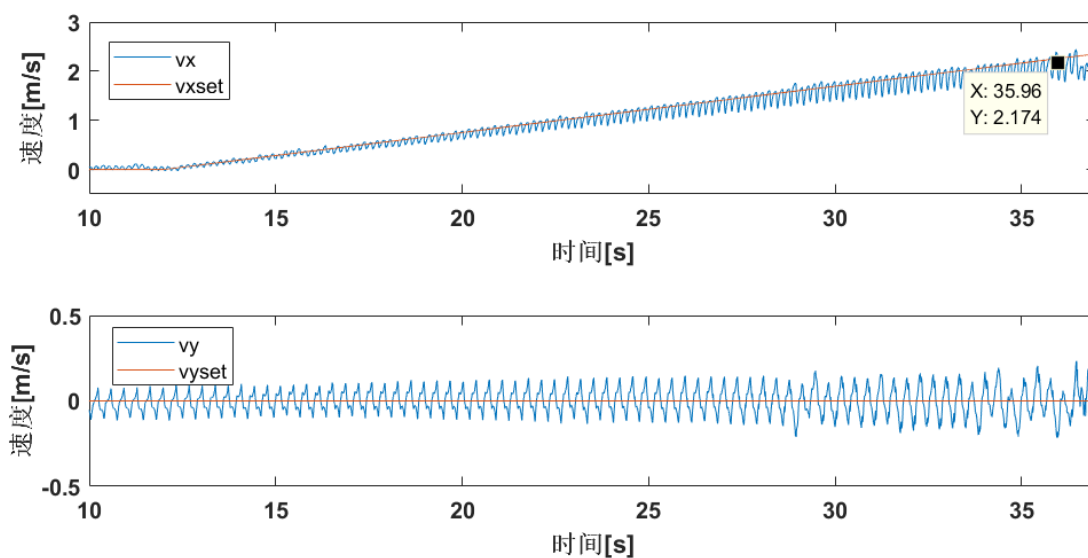


图 4.20 RaiSim 仿真环境加空中相的动态步行质心速度控制效果

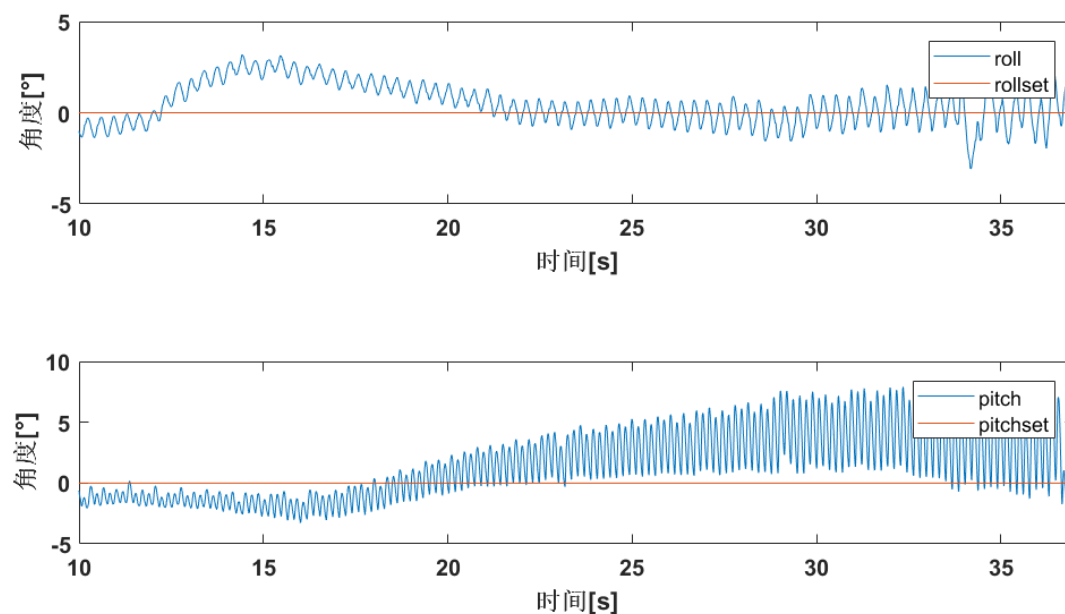


图 4.21 RaiSim 仿真环境加空中相的动态步行身体姿态控制效果

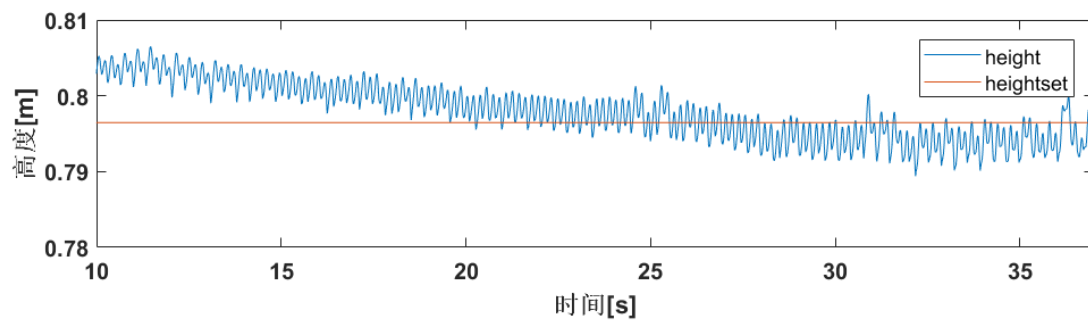


图 4.22 RaiSim 仿真环境加空中相的动态步行质心高度控制效果

可以看出,加空中相之后,在速度较低时机器人的稳定性不如行走步态,虽然速度跟随效果较好,但是 **roll** 角和 **pitch** 角均存在不同程度的偏移,其原因是速度较低时跑步步态稳定性较弱,在速度提上去之后 **roll** 角波动较平稳,而 **pitch** 角波动较大,峰值约为 8° 且身体较大幅度前倾,这与人类跑步速度较高时身体前倾的表现一致,而机器人的质心高度则随着速度增大不断降低,可能原因是速度较高时 MPC 的优化函数为了维持姿态稳定而相应忽视了高度状态量的控制。

4.4.3 可变步频的方法

变步频的方法通过缩短步行周期来减少腿支撑相的时间,进而提升机器人的速度。此方法仿人机器人在运动过程中步频不固定,步行周期 T 随着速度增大而缩短,单腿支撑相和摆动相占比固定且相等,即不存在空中相,在缩短步行周期的同时支撑相时间 T_{stane} 也会缩短,从而提升机器人的前进速度。

Hae-Won 等人 2015 年曾在 MIT Cheetah 2^[54]上实现了变步频的基于地面接触力控制的四足机器人行走,该研究没有采用 MPC,而是通过简单的贝塞尔曲线规划接触力,其腿部摆动相时间保持不变,随着速度增大而线性增大步频,减少支撑相时间,通过该方法在 Cheetah 2 上实现了最高速度达到了 6.9m/s 的快速奔跑。而由于模型预测算法是通过在线求解一个未来有限时域内的优化问题,获得使有限时域内误差最小的系统输入量,传入机器人系统完成腿部运动控制,因此可变的步频需要对预测模型、预测时域和 MPC 控制器更新的频率做出相应的调整,无法随着速度变化而不断改变预测模型,因此本文根据仿人机器人速度变化将其分为三个阶段来进行控制,分别设计三个阶段的 MPC 控制器完成整体的步行运动控制。

本文设计的可变步频方法采用的步频与 MPC 相关参数设定如下表所示。

表 4.4 变步频方法 MPC 相关参数

速度 v	步行周期 T	离散周期 ΔT	预测步长 K	预测时域 T_p	MPC 更新周期
0-1m/s	0.8s	0.025s	20	0.5s	16ms
1-2m/s	0.6s	0.03s	16	0.48s	10ms
>2m/s	0.35s	0.03s	12	0.36s	5ms

根据上表,随着速度增大,机器人动态步行的步频呈阶段式提升,该变步频的方法也更契合人类步行过程中速度提升的特性。最终在 RaiSim 仿真环境中实现了“悟空-III”的高速动态步行,其速度控制、姿态控制和质心高度控制效果分别如下图 4.23、图 4.24、图 4.25 所示。

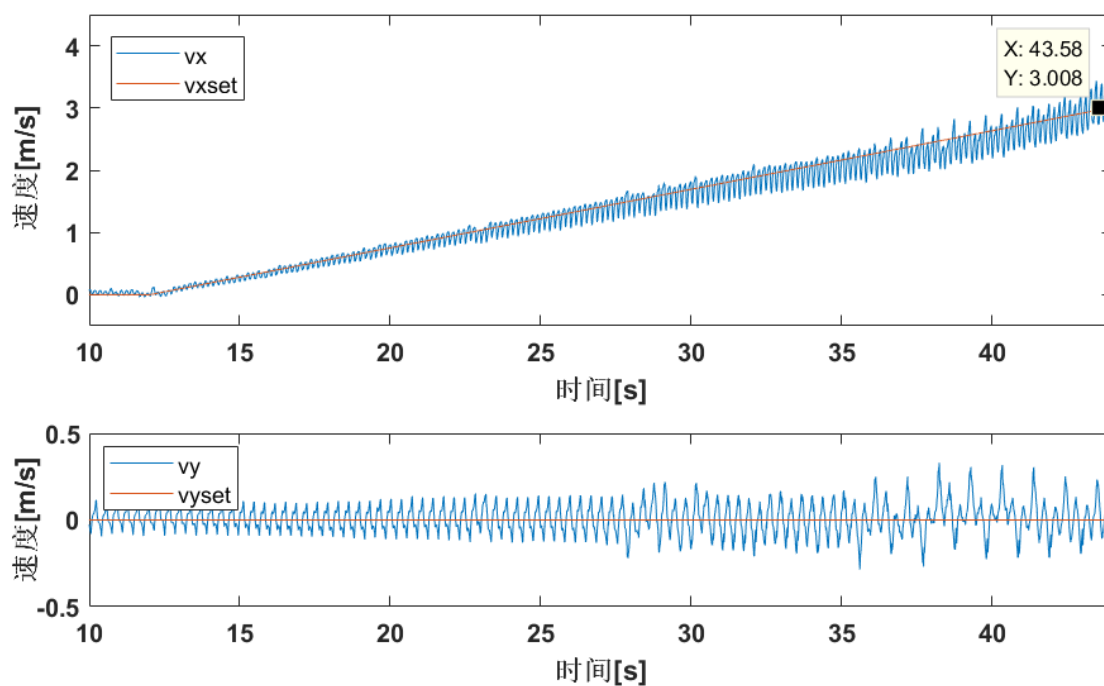


图 4.23 RaiSim 仿真环境可变步频的动态步行质心高度控制效果

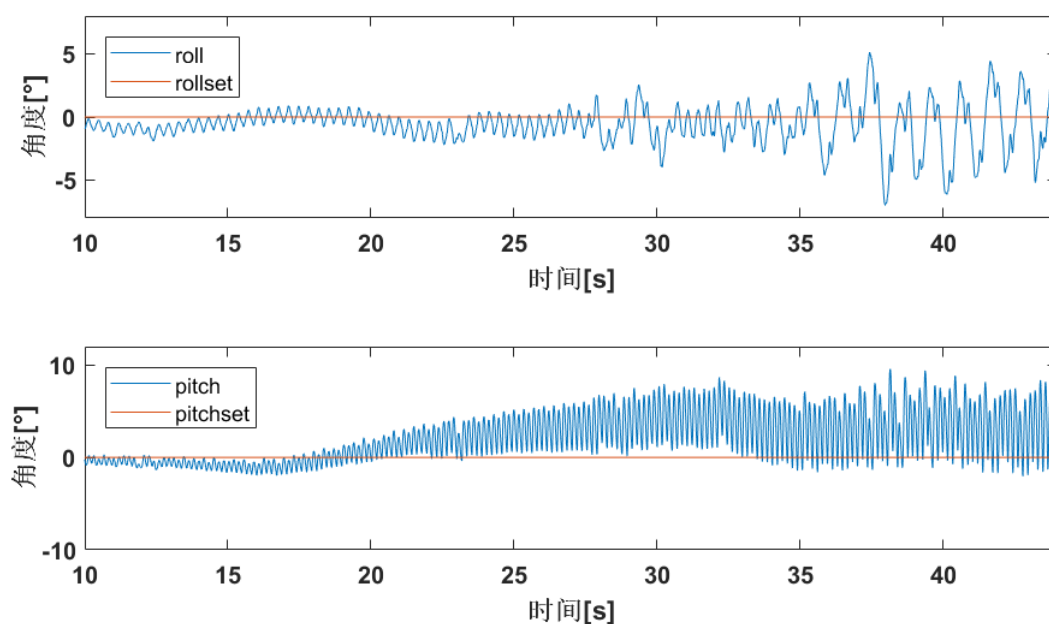


图 4.24 RaiSim 仿真环境可变步频的动态步行质心高度控制效果

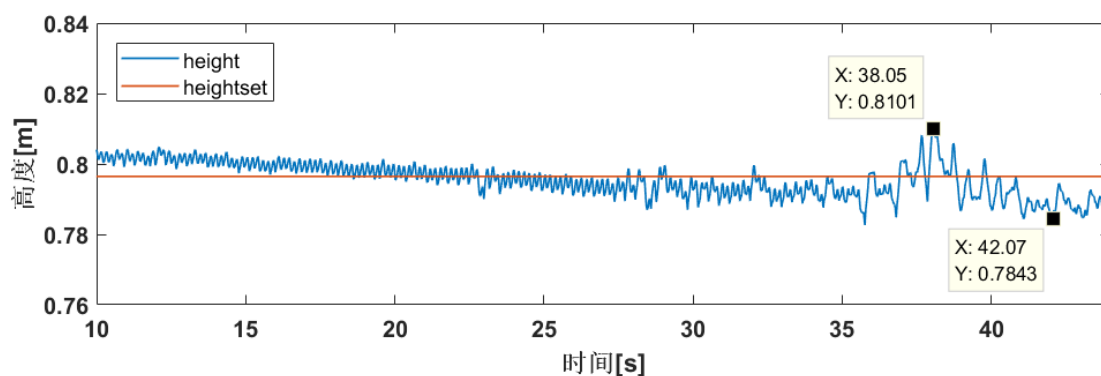


图 4.25 RaiSim 仿真环境可变步频的动态步行质心高度控制效果

由上图可以看出，该方法能够在低速状态下身体姿态角维持在 0° 附近波动，同时能在高速状态下保持动态稳定，最高速度能达到 3m/s 。在机器人速度提升上去之后，其姿态角波动变大，roll 角与 pitch 角震荡幅度均接近 10° ，质心高度波动幅度也变大，最高约为 3cm 。总体来看，该方法对于机器人步行运动的前进速度有极大提升。

4.5 本章小结

本章针对第三章的支撑腿规划与控制方法，通过模型预测控制方法规划出机器人在步行运动过程中支撑腿的接触力与接触力矩，分别在 RaiSim 仿真环境与“悟空-III”实物平台上实现了机器人的动态步行运动控制，而后针对机器人的速度提升提出了两种方法，并在 RaiSim 仿真环境中进行了验证。本章首先详细介绍了模型预测控制方法实现的流程，而后基于该方法在 RaiSim 仿真环境中开展了原地踏步、前进速度控制实验，并在“悟空-III”实物平台上完成了算法验证，最后提出了加空中相与可变步频的两种动态步行方法来提升机器人的前进速度。最终，本文在 RaiSim 仿真环境中实现了最高约 3m/s 的动态步行运动，在“悟空-III”实物平台实现了最高约 1.4m/s 的动态步行运动。

第五章 总结与展望

5.1 总结

本文为实在高速运动下仍满足稳定性要求的仿人机器人动态步行，分别设计了步态生成器、状态估计器与运动控制器完成仿人机器人的动态步行控制，通过预测模型规划出力控制方法中的地面接触力与接触力矩，并针对机器人的速度提升方法展开探究。通过本文阐述的方法，在 RaiSim 仿真环境中实现了最高 3m/s 的前进速度，在“悟空-III”实物平台上实现了最高 1.4m/s 的前进速度。

本文各章节的内容和结论如下：

- 1) 介绍了“悟空-III”仿人机器人平台的硬件性能、电气结构，以及运动控制算法所使用的仿真验证环境。针对仿人机器人实物平台的机械结构，建立了简化多连杆模型并规定了世界坐标系、身体坐标系与局部坐标系的位置与方向；针对机器人的单腿支撑相进行了简化质心动力学建模与分析。
- 2) 针对仿人机器人的动态步行运动，设计了基于力控制的仿人机器人动态步行运动控制算法，分别设计步态生成器、状态估计器和运动控制器完成整体步行运动的控制。步态生成器设计并实现了行走和跑步两种步行状态机，并根据用户下发的控制指令生成规划的质心运动轨迹；状态估计器根据机器关节信息通过运动学的方法估计腿末端点的状态，用卡尔曼滤波的方法实现对机器人质心的状态估计；运动控制器针对机器人运动过程中腿的接触状态分别设计了基于 PD 位置控制的摆动腿控制器与基于力控制的支撑腿控制器，分别规划出摆动腿末端轨迹与支撑腿力控轨迹完成控制器跟随。
- 3) 针对力控制方法中力的规划问题，提出了一种基于动量的模型预测控制方法规划出接触力与接触力矩。介绍了模型预测控制在“悟空-III”上应用的流程，包括构建状态空间模型、构建预测模型、生成参考轨迹、设计优化函数与约束、构建并求解二次规划问题等步骤。在 RaiSim 仿真环境中实现了速度控制实验，最终在“悟空-III”仿人机器人上实现了最高 1.4m/s 的行走速度。

- 4) 针对仿人机器人步行速度提升问题, 设计了加空中相与可变步频两种提升速度的动态步行方法。加空中相的方法通过调整支撑相与摆动相占比实现了仿人机器人的高步频跑步步态, 对 MPC 控制器做出相应调整, 在 RaiSim 仿真环境中实现了最高 2.2m/s 的跑步速度。可变步频的方法根据仿人机器人的步行速度分阶段改变步频以适应不同阶段的速度, 并根据步频调整 MPC 控制器, 最终在 RaiSim 仿真环境中实现了最高 3m/s 的快速行走速度。

5.2 展望

本文针对仿人机器人的动态步行问题取得了一定成果, 在 RaiSim 仿真环境中实现了高达 3m/s 的前进速度, 但是研究中仍有很多方面可以优化, 未来对于模型预测控制在仿人机器人步行运动控制中的应用还可以在以下几个方面进行改进:

- 1) 本文提出的速度提升方法在 RaiSim 仿真环境中取得了较好的成果, 但是由于仿人机器人实物平台与仿真环境存在差异且受到环境噪声影响, 在机器人实物平台实现该控制算法还需要做出进一步调整和优化。
- 2) 本文介绍的算法主要针对提升机器人的前进速度, 对机器人的转向速度没有做出进一步研究, 实际应用中机器人的灵活性也非常重要, 要提升机器人的转向速度需要更精确的机器人动力学模型, 提升机器人在转向时的灵活性与稳定性。
- 3) 仿人机器人在动态步行的过程中, 上半身手臂关节以及腰关节的运动也会对机器人的状态产生影响, 本文研究的运动控制方法聚焦于腿部运动, 要使机器人的步行运动有更高的拟人性与更强的动态性能需要将上半身的控制也引入整体的运动控制器中。

参考文献

- [1] 唐冲. 欠驱动双足机器人高效行走控制研究[D]. 浙江大学, 2015.
- [2] R. D. Schraft, G. Schmierer. Service Robots - Products, Scenarios, Visions[J]. PETERS, 2000.
- [3] 汤卿. 仿人机器人设计及步行控制方法[D]. 浙江大学, 2009.
- [4] 李超. 欠驱动双足机器人动态步行规划与抗扰动控制[D]. 浙江大学, 2015.
- [5] Three Teams Take Top Honors at DARPA Robotics Challenge Finals[ED/OL]. [2015-09-01].
<http://www.theroboticschallenge.org/>.
- [6] DARPA Robotics Challenge Finals: Know Your Robots[ED/OL]. [2015-09-01].
<http://spectrum.ieee.org/autamaton/robotics/humanoids/darpa-robotics-challenge-drc-finals-know-you-r-robots>.
- [7] Who Is SCHAFT, the Robot Company Bought by Google and Winner of the DRC [ED/OL].
[2015-09-01]. <http://spectrum.ieee.org/autamaton/robotics/humanoids/schaft-robot-company-bought-by-google-darpa-robotics-challenge-winner>.
- [8] How South Korea's DRC-HUBO Robot Won the DARPA Robotics Challenge [ED/OL].
[2015-09-01] <https://spectrum.ieee.org/how-kaist-drc-hubo-won-darpa-robotics-challenge>.
- [9] 易江. 仿人机器人的步行平衡控制[D]. 杭州: 浙江大学, 2017.
- [10] Kato I, Ohteru S, Kobayashi H, et al. Information-power Machine with Senses and Limbs[M]//On Theory and Practice of Robots and Manipulators. Springer, Vienna, 1974: 11-24.
- [11] ASIMO. [ED/OL]. [2015-09-01]. <http://www.honda.com.cn/corporate/technology/robotics/asimo/>.
- [12] Hirukawa H, Kanehiro F, Kaneko K, et al. Humanoid Robotics Platforms Developed in HRP[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2004, 48(4): 165-175.
- [13] Development of a Humanoid Robot Prototype, HRP-5P, Capable of Heavy Labor. [ED/OL].
[2018-11-16]. https://www.aist.go.jp/aist_e/list/latest_research/2018/20181116/en20181116.html.
- [14] Hodgins J K, Raibert M H. Biped Gymnastics[J]. The International Journal of Robotics Research, 1990, 9(2): 115-128.

- [15] ATLAS, The world's Most Dynamic Humanoid robot[ED/OL]. [2017-09-01]
<https://www.bostondynamics.com/atlas>.
- [16] What's new, Atlas[ED/OL]. [2017-11-17] <https://www.youtube.com/watch?v=fRj34o4hN4I>.
- [17] Parkour Atlas[ED/OL]. [2018-10-12] <https://www.youtube.com/watch?v=LikxFZZO2sk>.
- [18] More Parkour Atlas[ED/OL]. [2019-09-24]. https://www.youtube.com/watch?v=_sBBaNYex3E.
- [19] Do You Love Me[ED/OL]. [2020-12-30]. <https://www.youtube.com/watch?v=fn3KWM1kuAw>.
- [20] Hubicki C, Grimes J, Jones M, et al. Atrias: Design and Validation of a Tether-free 3d-capable Spring-mass Bipedal Robot[J]. The International Journal of Robotics Research, 2016, 35(12): 1497-1521.
- [21] Gong Y, Hartley R, Da X, et al. Feedback control of a Cassie Bipedal Robot: Walking, Standing, and Riding a Segway[C]//2019 American Control Conference (ACC). IEEE, 2019: 4559-4566.
- [22] Feedback Control of a Cassie Bipedal Robot: Walking, Standing, and Riding a Segway [ED/OL]. [2018-09-20] <https://www.youtube.com/watch?v=UhXly-5tEkc>.
- [23] Radford N A, Strawser P, Hambuchen K, et al. Valkyrie: Nasa's First Bipedal Humanoid Robot[J]. Journal of Field Robotics, 2015, 32(3): 397-419.
- [24] 谢涛, 徐建峰, 张永学, 强文义. 仿人机器人的研究历史、现状及展望. 机器人. 2002. 24(4): 367-374.
- [25] Zhao M, Liu L, Wang J, et al. Control System Design of THBIP-I Humanoid Robot[C]//Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292). IEEE, 2002, 3: 2253-2258.
- [26] Sun Y, Xiong R, Zhu Q, et al. Balance Motion Generation for a Humanoid Robot Playing Table Tennis[C]//2011 11th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. IEEE, 2011: 19-25.
- [27] 马尊旺. 双足机器人动态跑跳步态规划与平衡控制研究[D]. 浙江大学, 2020.
- [28] 黄涛涛. 基于力控制的双足机器人快速步行研究[D]. 浙江大学, 2021.
- [29] Huang Q, Yang T, Liao W, et al. Historical Development of BHR Humanoid Robots[M]//Explorations in the History and Heritage of Machines and Mechanisms. Springer, Cham, 2019: 310-323.
- [30] Vukobratović M, Borovac B. Zero-moment Point—Thirty Five Years of its Life[J]. International Journal of Humanoid Robotics, 2004, 1(01): 157-173.
- [31] Westervelt E R, Grizzle J W, Koditschek D E. Hybrid Zero Dynamics of Planar Biped Walkers[J]. IEEE

- Transactions on Automatic Control, 2003, 48(1): 42-56.
- [32] Westervelt E R. Toward a Coherent Framework for the Control of Planar Biped Locomotion[M]. University of Michigan, 2003.
- [33] Choi J H. Model-based Control and Analysis of Anthropomorphic Walking[M]. University of Michigan, 2005.
- [34] Raibert M H. Legged Robots that Balance[M]. MIT press, 1986.
- [35] Pratt J, Dilworth P, Pratt G. Virtual Model Control of a Bipedal Walking Robot[C]//Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 1997, 1: 193-198.
- [36] Raibert M, Blankespoor K, Nelson G, et al. Bigdog, the Rough-terrain Quadruped Robot[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2008, 41(2): 10822-10825.
- [37] Pratt J, Koolen T, De Boer T, et al. Capturability-based Analysis and Control of Legged Locomotion, Part 2: Application to M2V2, a Lower-body Humanoid[J]. The International Journal of Robotics Research, 2012, 31(10): 1117-1133.
- [38] Johnson M, Shrewsbury B, Bertrand S, et al. Team IHMC's Lessons Learned from the DARPA Robotics Challenge Trials[J]. Journal of Field Robotics, 2015, 32(2): 192-208.
- [39] Kawato M. Internal Models for Motor Control and Trajectory Planning[J]. Current Opinion in Neurobiology, 1999, 9(6): 718-727.
- [40] Powell M J, Cousineau E A, Ames A D. Model Predictive Control of Underactuated Bipedal Robotic Walking[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2015: 5121-5126.
- [41] Castano J A, Zhou C, Kryczka P, et al. MPC Strategy for Dynamic Stabilization of Preplanned Walking Gaits[C]//2017 IEEE-RAS 17th International Conference on Humanoid Robotics (Humanoids). IEEE, 2017: 618-623.
- [42] Wieber P B. Trajectory Free Linear Model Predictive Control for Stable Walking in the Presence of Strong Perturbations[C]//2006 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. IEEE, 2006: 137-142.
- [43] G. Bledt, M. J. Powell, B. Katz, et al. MIT Cheetah 3: Design and Control of a Robust, Dynamic Quadruped Robot[C]// 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems

- (IROS), Madrid, 2018:2245-2252.
- [44] Di Carlo J, Wensing P M, Katz B, et al. Dynamic Locomotion in the MIT Cheetah 3 through Convex Model Predictive Control[C]//2018 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS). IEEE, 2018: 1-9.
- [45] Dynamic Locomotion in the MIT Cheetah 3 Through Convex Model Predictive Control[ED/OL]. [2019-09-10] <https://www.youtube.com/watch?v=q6zxCvCxhic>.
- [46] García G, Griffin R, Pratt J. MPC-based Locomotion Control of Bipedal Robots with Line-Feet Contact using Centroidal Dynamics[C]//2020 IEEE-RAS 20th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids). IEEE, 2021: 276-282.
- [47] Li J, Nguyen Q. Force-and-moment-based Model Predictive Control for Achieving Highly Dynamic Locomotion on Bipedal Robots[J]. arXiv preprint arXiv:2104.00065, 2021.
- [48] 彭博. 双足机器人动态行走控制研究[D].浙江大学,2020.
- [49] G. Guennebaud, B. Jacob et al., “Eigen v3,” <http://eigen.tuxfamily.org>, 2010.
- [50] Ferreau H J, Kirches C, Potschka A, et al. qpOASES: A Parametric Active-set Algorithm for Quadratic Programming[J]. Mathematical Programming Computation, 2014, 6(4): 327-363.
- [51] Ferreau H J, Bock H G, Diehl M. An Online Active Set Strategy to Overcome the Limitations of Explicit MPC[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC - Affiliated Journal, 2008, 18(8): 816-830.
- [52] Hwangbo J, Lee J, Hutter M. Per-contact Iteration Method for Solving Contact Dynamics[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3(2): 895-902.
- [53] Kwon T, Lee Y, Van De Panne M. Fast and Flexible Multilegged Locomotion Using Learned Centroidal Dynamics[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2020, 39(4): 46: 1-46: 17.
- [54] Park H W, Park S, Kim S. Variable-speed Quadrupedal Bounding Using Impulse Planning: Untethered High-speed 3d Running of MIT Cheetah 2[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2015: 5163-5170.

致谢

衷心感谢我的导师朱秋国老师，您对科研事业的热情与远见让我感服，您在科研上给我指引了正确的方向，给我提供了很多指导和帮助，在我困惑的时候能给我很多建设性的想法和建议，在做实验的过程中也给了我很多指导和鼓励，同时您对生活和工作充满激情和干劲，您在平常生活 and 工作中展现出的认真负责的精神态度和兢兢业业的工作作风是我崇敬和学习的榜样。

衷心感谢我的德育导师和合作导师吴俊老师，您对工作孜孜不倦、严谨求是，对学生生活关怀备至、体贴入微，您在生活中展现出来的人格魅力和勤恳谦逊的精神态度让我崇敬和爱戴。同时感谢浙江大学机器人实验室的其余老师，感谢你们的指导和帮助。

衷心感谢实验室的各位师兄弟，感谢你们的帮助、鼓励和陪伴，也让我在研究生期间收获了很多东西。感谢马尊旺、彭勃、黄涛涛师兄，感谢你们在研究课题上对我的引导和启发，当我遇到很多科研上的问题随时都可以向你们请教。感谢赵庆腾、姜朝峰、张思涵、史继文、邹鹏、徐静等师兄师姐，你们给我的科研工作和职业规划带来了很大帮助。感谢同级的朱一韬、王裴、颜超杰、李亚飞、王裕霞，感谢你们陪伴我共同进步和成长。感谢杨太文、牛锦鹏、王志成、竺鹏、张毫豪等实验室的其他兄弟姐妹们，感谢你们在项目 and 毕业课题中给我提供的帮助和支持。

最后感谢我的家人，感谢你们一直以来对我的支持与包容。感谢身边的所有人。

许铨

2022 年 3 月

攻读学位期间获得的科研成果