

Цель работы

Научиться работать с Scilab, решать задачу о погоне, строить графики траектории движения.

Теоретическая справка

Scilab — пакет прикладных математических программ, предоставляющий открытое окружение для инженерных (технических) и научных расчётов. Scilab позволяет работать с элементарными и большим числом специальных функций (Бесселя, Неймана, интегральные функции), имеет мощные средства работы с матрицами, полиномами (в том числе и символично), производить численные вычисления (например, численное интегрирование) и решение задач линейной алгебры, оптимизации и симуляции, мощные статистические функции, а также средство для построения и работы с графиками.

Ход работы

1.1 Задача

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,2 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

1.2 Постановка задачи

1. Пусть место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения:

$$t_0 = 0, x_{л0} = 0$$

Пусть место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки:

$$x_{к0} = 0$$

2. Введем полярные координаты. Будем считать, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров

$$x_{л0}(0 = x_{л0} = 0)$$

а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние X (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k-x$ (или $k+x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k-x/4.2v$ (во втором случае $k+x/4.2v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $x/v=(k-x)/4.2v$ в первом случае и $x/v=(k+x)/4.2v$ во втором. Отсюда мы найдем два значения

$$x_1 = k/5.2; x_2 = k/3.2$$

задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:

v_r — радиальная скорость; v_τ — тангенциальная скорость.

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса,

$$v_r = dr/dt$$

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$dr/dt = v$$

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\partial\theta/\partial t$ на радиус r ,

$$v_\tau = r\partial\theta/\partial t$$

$$v_\tau = \sqrt{(17.64v^2 - v^2)} = \sqrt{16.6}v \text{ (учитывая, что радиальная скорость равна } v \text{)}$$

Тогда получаем

$$r\partial\theta/\partial t = \sqrt{14.21}v$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений. Далее, исключая из полученной системы производную по t , переходим к одному уравнению:

$$\partial r/\partial\theta = r/\sqrt{16.64}$$

При этом, начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получаем траекторию движения катера в полярных координатах.

1.3 Код

```
//начальные условия в случае 1
r0=16.4/3.2;
tetha0=0;

//начальные условия в случае 2
//r0=16.4/5.2
//tetha0=-%pi;

//функция, которая описывает движение катера береговой охраны
function dr=f(tetha, r)
    dr=r/sqrt(16.64);
endfunction;

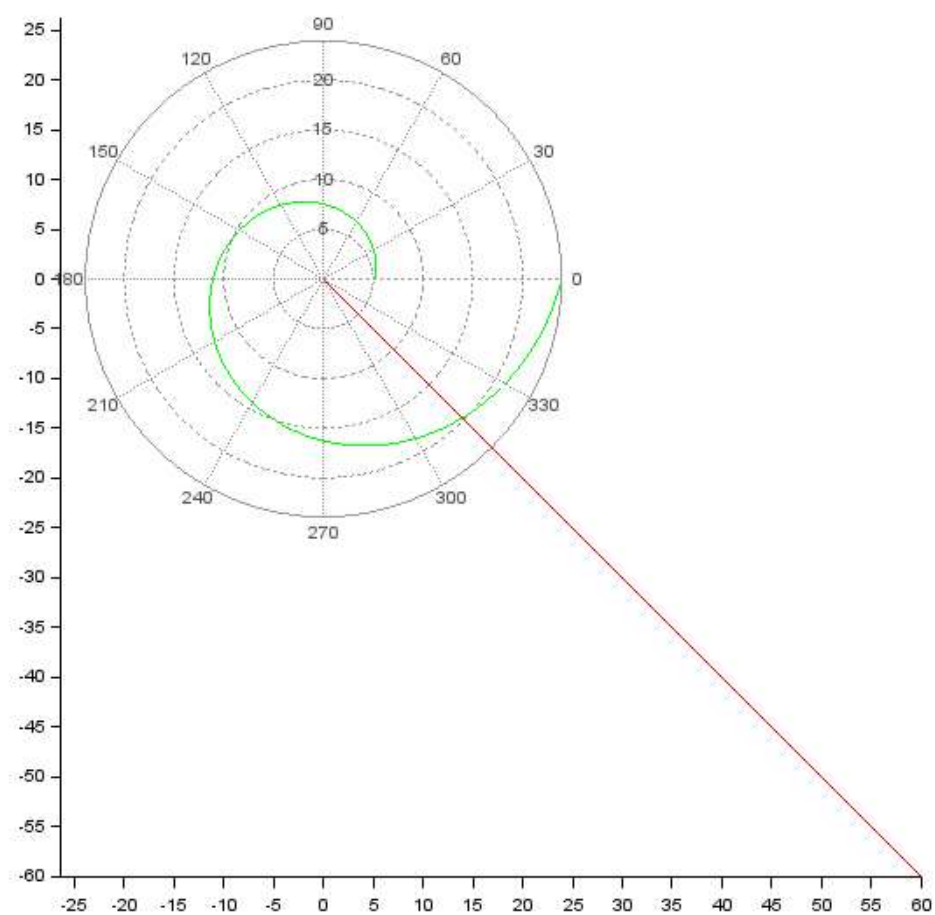
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction

fi=3*%pi/4;
tetha=tetha0:0.001:2*%pi;
r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
t=0:1:800;

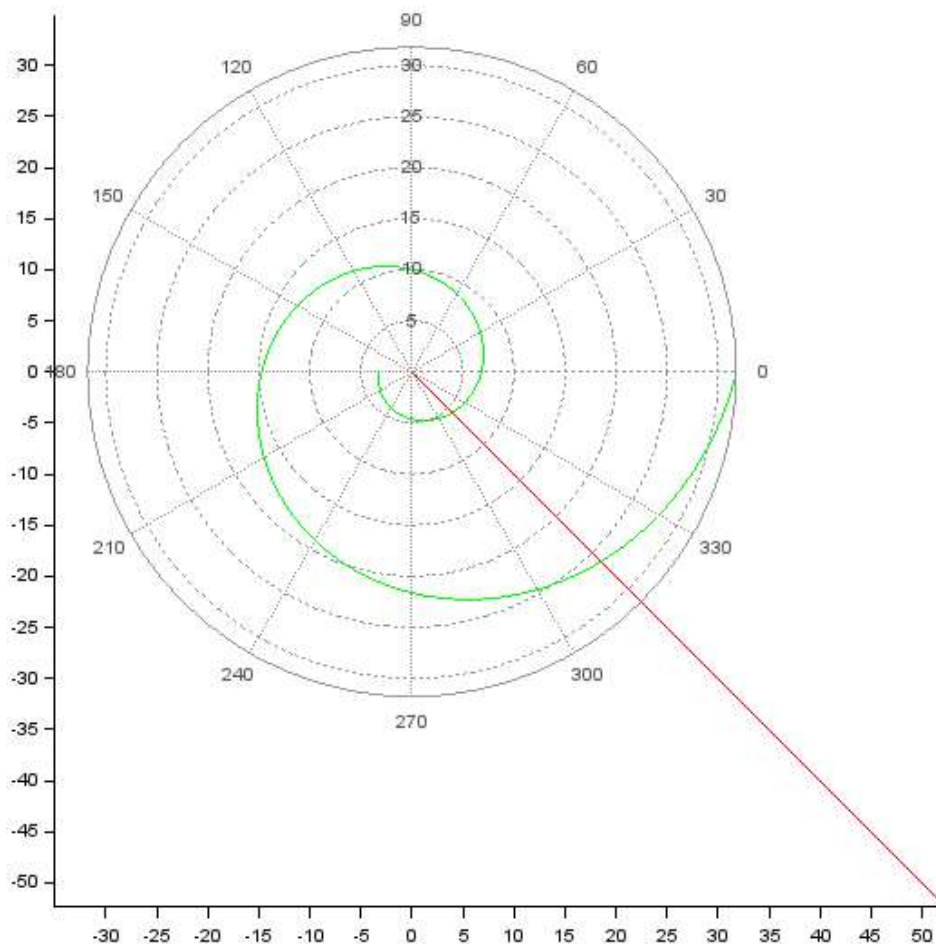
//построение траектории движения катера и лодки, зеленым и красным цветом
соответственно
polarplot(tetha,r,style = color('green'));
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

1.4 Полученные графики

Первый случай (рис.1):



Второй случай (рис.2):



Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я освоила Scilab, научилась решать задачу о погоне и строить графики, записала уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени), построила траекторию движения катера и лодки для двух случаев, нашла точку пересечения траектории катера и лодки.