

Цель работы

Построить графики распространения рекламы, определить в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Теоретическая справка

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем незнающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что dn/dt - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:

$$\alpha_1(t)(N - n(t))$$

где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,

$$\alpha_1(t) > 0$$

характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

$$\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

Ход работы

1. Постановка задачи

Вариант 45. Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.288 + 0.000018n(t))(N - n(t))$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.000018 + 0.377n(t))(N - n(t))$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (0.1t + 0.4\cos(t)n(t))(N - n(t))$$

При этом объем аудитории $N=3030$, в начальный момент о товаре знает 24 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

2. Решение для случая 1

$$\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$$

```
model sluch1

constant Real a1=0.288;//значение коэффициента a1
constant Real a2=0.000018;//значение коэффициента a2
constant Real N=3030;//объем аудитории

Real n;//количество человек, которые знают о товаре

initial equation
n=24;//количество человек, которые знают о товаре в начальный момент времени

equation
der(n)=(a1+a2*n)*(N-n);//уравнение

end sluch1;
```

Для случая 1 получили следующий график (рис.1):

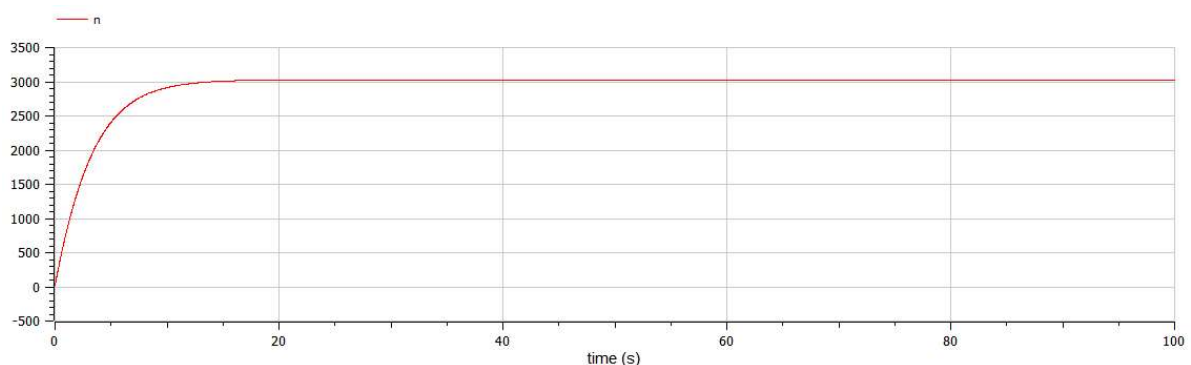


рис.1

3. Решение для случая 2

$$\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$$

```
model sluch2
```

```

constant Real a1=0.000018;//значение коэффициента a1
constant Real a2=0.377;//значение коэффициента a2
constant Real N=3030;//объем аудитории

Real n;//количество человек, которые знают о товаре

initial equation
n=24;//количество человек, которые знают о товаре в начальный момент времени

equation
der(n)=(a1+a2*n)*(N-n);//уравнение

end sluch2;

```

Для случая 2 получили следующий график (рис.2):

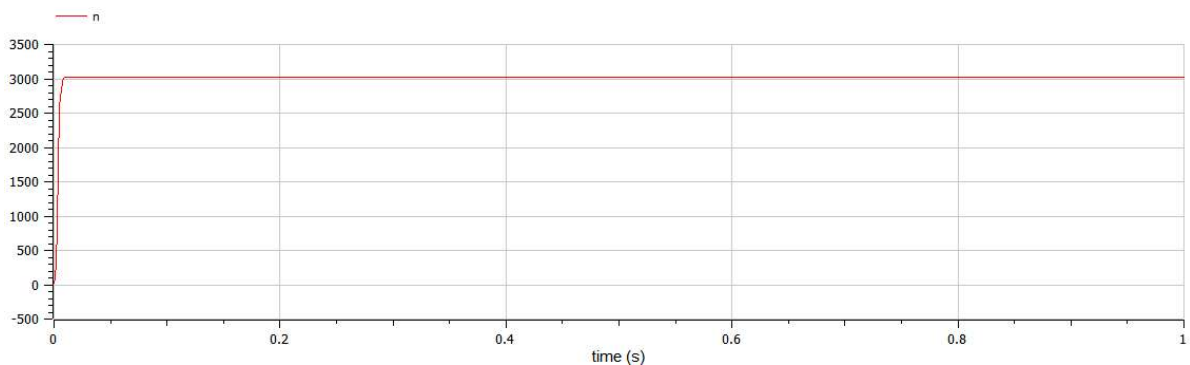


рис.2

Максимальное значение n достигается при $\text{time}=0.016$.

4. Решение для случая 3

$$\alpha_1(t) \approx \alpha_2(t)$$

```

model sluch3

constant Real N=3310;//объем аудитории

Real a1;//коэффициент a1
Real a2;//коэффициент a2
Real n;//количество человек, которые знают о товаре

initial equation
n=24;//количество человек, которые знают о товаре в начальный момент времени

equation
a1=0.1*time;
a2=0.4*cos(time);
der(n)=(a1+a2*n)*(N-n);

end sluch3;

```

Для случая 3 получили следующий график (рис.3):

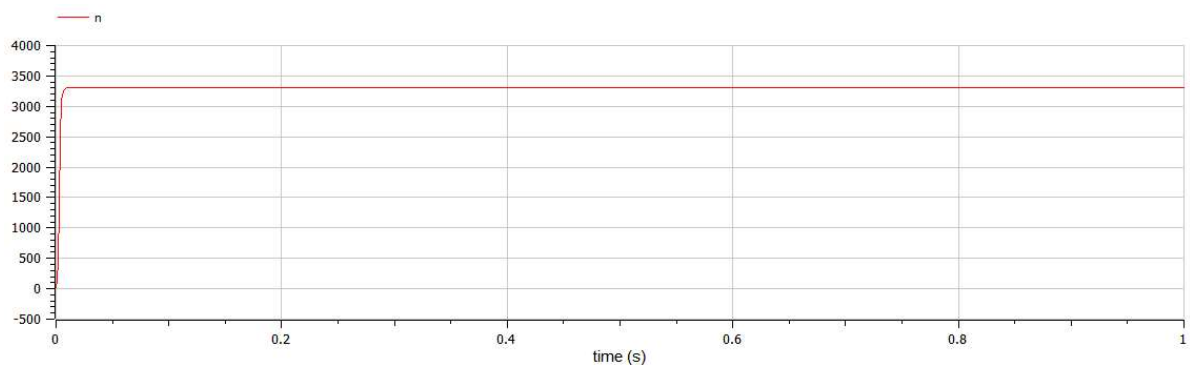


рис.3

Вопросы к лабораторной работе

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель).

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где N — исходная численность населения, r — коэффициент пропорциональности, для которого $r = b - d$ (b — коэффициент рождаемости, d — коэффициент смертности), t — время.

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение).

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

где r — характеризует скорость роста (размножения), K — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции).

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;

скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

3. На что влияют коэффициенты

$$\alpha_1(t); \alpha_2(t)$$

в модели распространения рекламы.

$$\alpha_1(t)$$

— интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат.

$$\alpha_2(t)$$

— интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио.

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при

$$\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$$

При данных условиях получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис.4):

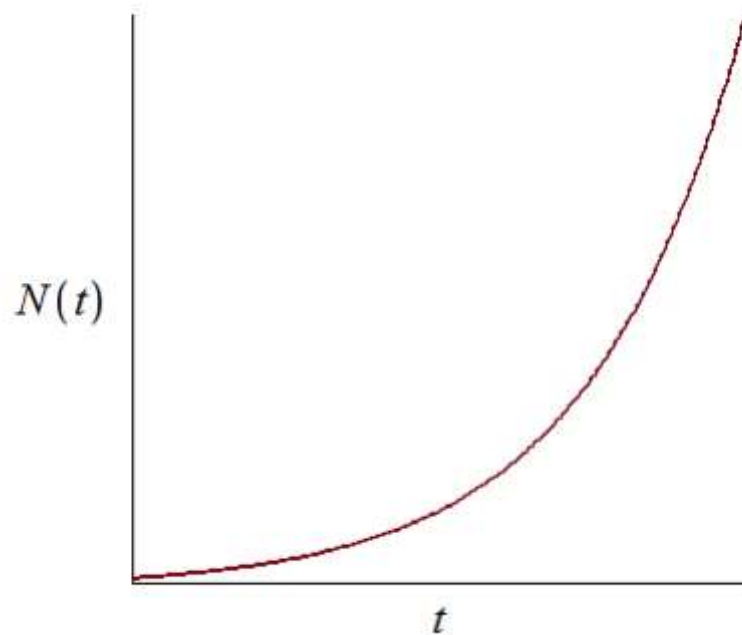


рис. 4

5. Как ведет себя рассматриваемая модель при

$$\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$$

При данных условиях получаем уравнение логистической кривой (рис.5):

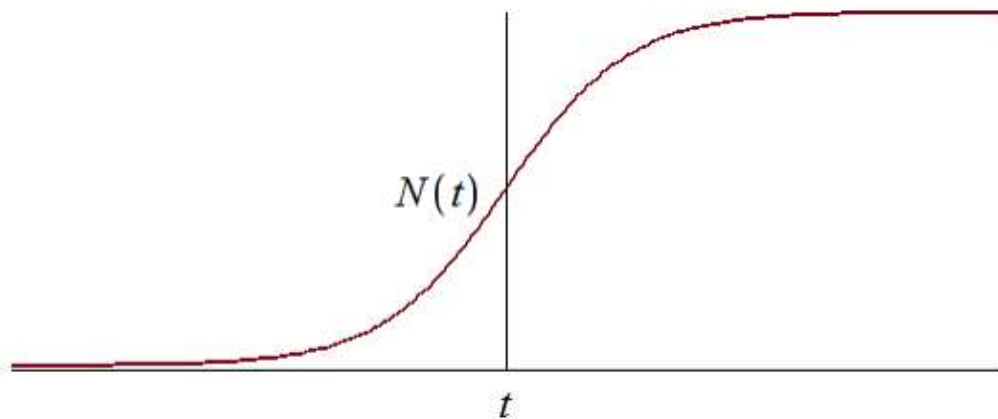


рис.5

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я научилась строить графики распространения рекламы, определять в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Список литературы

Кулябов Д. С. Лабораторная работа №7: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831053>

