

# Цель работы

---

Построить графики изменения числа особей в группах с помощью простейшей модели эпидемии, рассмотреть, как будет протекать эпидемия в различных случаях.

## Теоретическая справка

---

Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^*; \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^*; \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности

$$\alpha, \beta$$

это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t=0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0)=0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:

$$I(0) > I^*; I(0) \leq I^*$$

## Ход работы

---

### 1. Постановка задачи

Вариант 45. На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=6666$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=83$ , а число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=6$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае, если:

$$1) I(0) > I^*$$

$$2) I(0) \leq I^*$$

## 2. Решение для случая 1

```
model sluchay1
constant Real a=0.01;//коэффициент заболевания
constant Real b=0.02;//коэффициент выздоровления
constant Real N=6666;//количество проживающих на острове

Real I;//инфицированные особи
Real R;//здоровые особи с иммунитетом к болезни
Real S;//здоровые особи, восприимчивые к болезни

initial equation
I=83;//количество инфицированных особей
R=6;//количество здоровых особей с иммунитетом к болезни
S=N-I-R;//количество здоровых особей, восприимчивых к болезни

equation
der(S)=-a*S;//изменение количества здоровых особей, восприимчивых к болезни
der(I)=a*S-b*I;//изменение количества инфицированных особей
der(R)=b*I;//изменение количества здоровых особей с иммунитетом

end sluchay1
```

Для случая 1 получили следующие графики (рис.1):

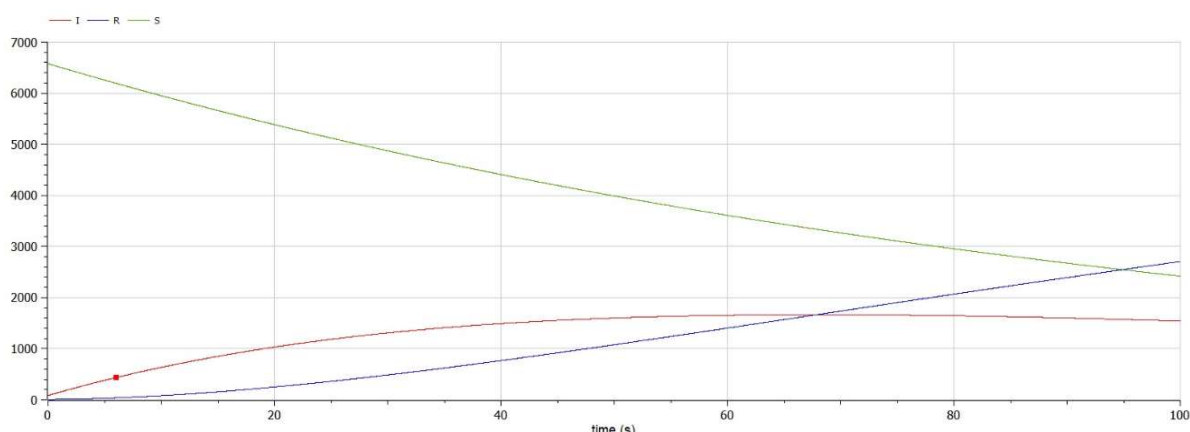


рис.1

## 3. Решение для случая 2

```
model sluchay2
constant Real b=0.02;//коэффициент выздоровления
constant Real N=6666;//количество проживающих на острове

Real I;//инфицированные особи
```

```

Real R;//здоровые особи с иммунитетом к болезни
Real S;//здоровые особи, восприимчивые к болезни

initial equation
I=83;//количество инфицированных особей
R=6;//количество здоровых особей с иммунитетом к болезни
S=N-I-R;//количество здоровых особей, восприимчивых к болезни

equation
der(S)=0;//изменение количества здоровых особей, восприимчивых к болезни
der(I)=-b*I;//изменение количества инфицированных особей
der(R)=b*I;//изменение количества здоровых особей с иммунитетом

end sluchay2

```

Для случая 2 получили следующие графики (рис.2):

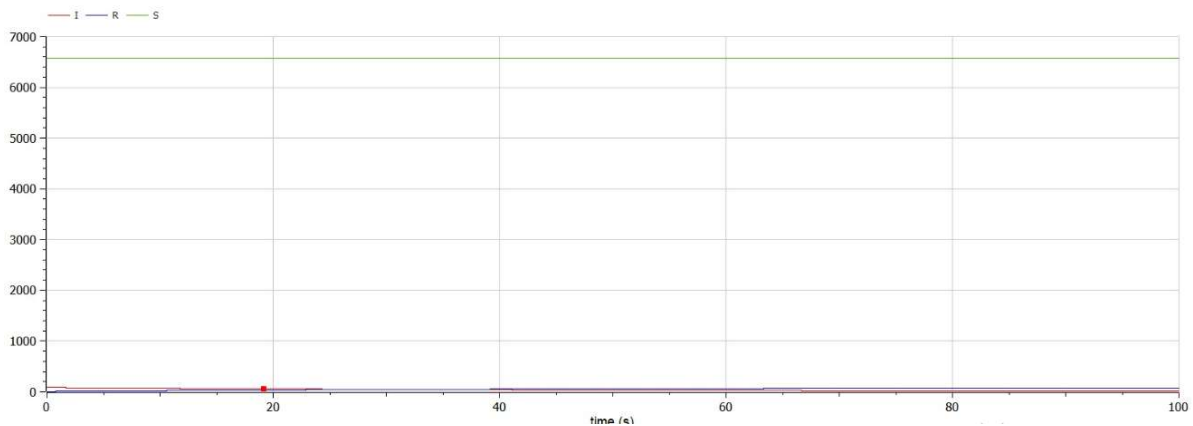


рис.2

## Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я научилась строить графики изменения числа особей в группах с помощью простейшей модели эпидемии, рассмотрела, как будет протекать эпидемия в различных случаях.

## Список литературы

Кулябов Д. С. Лабораторная работа №6: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831049>