

自動制御実験 報告書

電気電子工学科 xx 年 xx 組 氏名: _____

実験日: 20xx 年 xx 月 xx 日

1 目的

2 次遅れ系の制御系を電子回路で実現し、その周波数応答を実験で測定し、伝達関数を求める。それにより、周波数応答と伝達関数の関係を理解すると共に、自動制御および電子回路の知識を深める。

2 実験報告

2.1 使用機器

本実験で使用した機器の一覧を表 1 に示す。

表 1: 使用機器一覧

記号	機器名	メーカー名/型名	定格	機器番号
—	発振器			
—	オシロスコープ			
—	直流安定化電源			
—	デジタルマルチメータ			

2.2 理論値の算出

図 1 に示すアクティブフィルタ回路について、伝達関数および理論値を算出する。

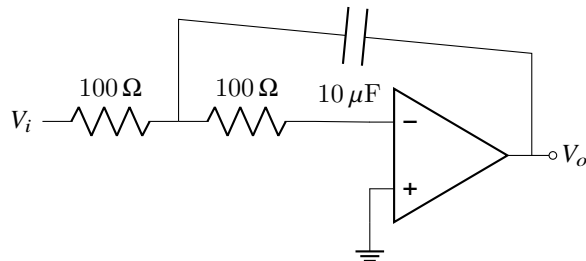


図 1: アクティブフィルタの回路図 (図 5 参照)

本回路の伝達関数 $G(s)$ は、入力 $V_i(s)$ 、出力 $V_o(s)$ として以下のように導出される。

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\alpha} sCR + s^2 C^2 R^2} \quad (1)$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{CR}\right)^2}{s^2 + 2 \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{CR} s + \left(\frac{1}{CR}\right)^2} \quad (2)$$

一方、一般的な 2 次遅れ系の伝達関数は次式で表される。

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

式 (2) と式 (3) の係数を比較することにより、減衰係数 ζ および固有角周波数 ω_n は以下のように求められる。

$$\zeta = \frac{1}{\alpha}, \quad \omega_n = \frac{1}{CR} \quad (4)$$

2.2.1 各パラメータの計算

実験条件として $\alpha C = 10 \mu\text{F}$ 、 $C/\alpha = 0.5 \mu\text{F}$ とする。これより α を求め、 ζ を算出する。

$$(\alpha C) \times (C/\alpha) = C^2 = 10 \times 0.5 = 5 \quad \Rightarrow \quad C = \sqrt{5} \mu\text{F}$$

$$\alpha = \frac{\alpha C}{C} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \approx 4.47$$

$$\therefore \zeta = \frac{1}{\alpha} \approx 0.224$$

また、 $R = 100 \Omega$ としたときの固有角周波数 ω_n は以下となる。

$$\omega_n = \frac{1}{CR} = \frac{1}{\sqrt{5} \times 10^{-6} \times 100} \approx 4472 \text{ rad/s}$$

周波数応答における極大値（共振ピーク） M_p および共振周波数 ω_p は、教科書 (P127～P128) より以下の式で与えられる。

$$M_p = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (5)$$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} \quad (6)$$

これらに上記で求めた値を代入する。

$$M_p = \frac{1}{2 \times 0.224 \times \sqrt{1-0.224^2}} \approx 2.29 \quad (\approx 7.2 \text{ dB})$$

$$\omega_p = 4472 \times \sqrt{1-2 \times 0.224^2} \approx 4242 \text{ rad/s} \quad \left(f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \approx 675 \text{ Hz}\right)$$

2.3 実験結果

周波数応答の測定結果を表 2 に示す。入力電圧 V_i は約 $1.5 \text{ V}_{\text{p-p}}$ 一定となるように調整し、周波数 f を 100 Hz から 7 kHz まで変化させて測定を行った。

表 2: 測定結果集計表

周波数 f [Hz]	角周波数 ω [rad/s]	入力電圧 V_i [V]	出力電圧 V_o [V]	電圧比 V_o/V_i	ゲイン G [dB]	遅れ時間 t [sec]	位相 θ [°]
99.6	625.81	1.304	1.304	1.00	0.00	0.11m	-3.94
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
675 (付近)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
7000

(ここに実験データのゲイン特性および位相特性のグラフ (ボード線図) を添付する)

3 考察

3.1 実験結果からの伝達関数の導出

実験で得られたゲイン特性のグラフより、ピークゲイン M_{p_exp} およびその時の角周波数 ω_{p_exp} を読み取り、以下の関係式を用いて実験値としての ζ および ω_n を逆算する。

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{M_p^2}} \right)} \quad (7)$$

なお、 ζ の算出において根号内には \pm の符号が生じるが、物理的意味 (安定性等) を考慮して解を選定する。求めた ζ_{exp} を用いて、 ω_n は次式より求まる。

$$\omega_n = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - 2\zeta^2}} \quad (8)$$

これにより、実験結果に基づく伝達関数を決定した。

3.2 理論値と実験値の比較

理論値 ($\zeta_{theo}, \omega_n^{theo}$) と実験値 ($\zeta_{exp}, \omega_n^{exp}$) を比較し、誤差率を計算した。(ここに誤差率の計算と、誤差が生じた原因についての考察を記述する。抵抗・コンデンサの素子ばらつき、測定器の内部抵抗の影響などを考慮する。)

3.3 MATLAB による検証

理論値に基づき、MATLAB を用いてボード線図を作成した。以下にそのスクリプトおよび出力結果を示す。

```

1 % 理論値に基づく伝達関数の定義
2 % Numerator (分子): 41269009 (approx 4472^2)
3 % Denominator (分母): s^2 + 4625.35 s + 41269009
4 % (2*zeta*wn = 2 * 0.224 * 4472 = approx 2003?)

```

```

5 % Note: The value 4625.35 in the image suggests different parameters or
  alpha calculation.
6 % Assuming the image values for reproduction: )
7
8 sys2 = tf([41269009], [1 4625.35 41269009]);
9
10 % 伝達関数の表示
11 disp(sys2);
12
13 % ボード線図のプロット
14 figure;
15 bode(sys2);
16 grid on;
17 title('Bode Plot of Theoretical 2nd Order Lag System');

```

Listing 1: MATLAB によるボード線図作成コード

実行結果として得られたボード線図と、実験により手書きで作成したグラフを比較すると、(ここに一致度や特徴についての考察を記述する)。特に、低周波域でのゲインの平坦性、共振周波数付近でのピークの鋭さ、高周波域での -40 dB/dec の傾きについて確認した結果、本アクティブフィルタは2次遅れ系として動作していると言える。

4 参考文献

- (1) 鈴木 宏: 自動制御実験テキスト, 国立長野高専 電気電子工学科.
- (2) (制御工学の教科書名などを記載), P127-P128.