提出期限：2025 年 11 月 27 日 (木) 12:30

電子工学 課題 1 レポート

学籍番号：　　　　　　　　　　氏名：

使用定数

本課題では以下の物理定数を用いる。

$$k = 1.38 \times 10^{-23}\,[\mathrm{J \cdot K^{-1}}] \qquad e = 1.60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}]$$
$$m = 9.11 \times 10^{-31}\,[\mathrm{kg}] \qquad h = 6.63 \times 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}]$$
$$c = 3.00 \times 10^{8}\,[\mathrm{m/s}]$$

課題 1

条件:

- 温度 $T = 2500\,[\mathrm{K}]$
- 半径 $r = 1.50 \times 10^{-4}\,[\mathrm{m}]$
- 全電流 $I = 2.00 \times 10^{-3}\,[\mathrm{A}]$
- 仕事関数 $\phi = 4.52\,[\mathrm{eV}]$

解答:

リチャードソン・ダッシュマンの式より、電流密度 J は次式で与えられる。

$$J = AT^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right) \tag{1}$$

ここで定数 A（リチャードソン定数）の理論値を計算する。

$$\begin{aligned} A &= \frac{4\pi m e k^2}{h^3} \\ &= \frac{4 \times \pi \times (9.11 \times 10^{-31}) \times (1.60 \times 10^{-19}) \times (1.38 \times 10^{-23})^2}{(6.63 \times 10^{-34})^3} \\ &\approx 1.201 \times 10^{6}\,[\mathrm{A \cdot m^{-2} \cdot K^{-2}}] \end{aligned}$$

仕事関数 ϕ をジュール単位に換算する。

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{J}} &= 4.52 \times (1.60 \times 10^{-19}) \\ &= 7.232 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}] \end{aligned}$$

これらを式 (1) に代入し、電流密度 J を求める。指数部は

$$\frac{\phi_{\mathrm{J}}}{kT} = \frac{7.232 \times 10^{-19}}{(1.38 \times 10^{-23}) \times 2500} \approx 20.962$$

であるから、

$$\begin{aligned} J &= (1.201 \times 10^6) \times (2500)^2 \times \exp(-20.962) \\ &= 7.506 \times 10^{12} \times 7.876 \times 10^{-10} \\ &\approx 5.912 \times 10^3 \, [\mathrm{A/m^2}] \end{aligned}$$

電極の側面積 S は、長さ L を用いて $S = 2\pi r L$ と表される。全電流 $I = J \cdot S$ より、

$$\begin{aligned} L &= \frac{I}{J \cdot 2\pi r} \\ &= \frac{2.00 \times 10^{-3}}{(5.912 \times 10^3) \times 2\pi \times (1.50 \times 10^{-4})} \\ &= \frac{2.00 \times 10^{-3}}{5.572} \\ &\approx 3.589 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

有効数字 3 桁で整理する。

$$\therefore L = 3.59 \times 10^{-4} \, [\mathrm{m}]$$

(※理論定数 A の計算精度のとり方により 3.60×10^{-4} となる場合もあるが、上記の通り導出した)

課題 2

条件:

- 仕事関数 $\phi = 4.27 \, [\mathrm{eV}]$
- 波長 $\lambda = 45.5 \, [\mathrm{nm}] = 45.5 \times 10^{-9} \, [\mathrm{m}]$

解答:

アインシュタインの光電効果の式より

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2}mv^2 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{hc}{\lambda} = \phi + K_{\mathrm{max}} \tag{2}$$

まず、入射光のエネルギー $E = hc/\lambda$ を求める。

$$\begin{aligned} E &= \frac{(6.63 \times 10^{-34}) \times (3.00 \times 10^8)}{45.5 \times 10^{-9}} \\ &= \frac{1.989 \times 10^{-25}}{4.55 \times 10^{-8}} \\ &\approx 4.371 \times 10^{-18} \, [\mathrm{J}] \end{aligned}$$

次に、仕事関数 ϕ をジュール単位に換算する。

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{J}} &= 4.27 \times (1.60 \times 10^{-19}) \\ &= 6.832 \times 10^{-19} \, [\mathrm{J}] \end{aligned}$$

光電子の最大運動エネルギー K_{max} は

$$\begin{aligned} K_{\mathrm{max}} &= E - \phi_{\mathrm{J}} \\ &= 4.371 \times 10^{-18} - 0.683 \times 10^{-18} \\ &= 3.688 \times 10^{-18} \, [\mathrm{J}] \end{aligned}$$

最大速度 v を求める。

$$
\begin{aligned}
v &= \sqrt{\frac{2K_{\mathrm{max}}}{m}} \\
&= \sqrt{\frac{2 \times (3.688 \times 10^{-18})}{9.11 \times 10^{-31}}} \\
&= \sqrt{\frac{7.376 \times 10^{-18}}{9.11 \times 10^{-31}}} \\
&= \sqrt{8.096 \times 10^{12}} \\
&\approx 2.845 \times 10^{6}
\end{aligned}
$$

有効数字 3 桁で整理する。

$$\therefore v = 2.85 \times 10^{6}\ [\mathrm{m/s}]$$

課題 3

条件:

- 二次電子放出比 $\delta = 4.0$
- 段数 $n = 10$
- コレクタ電流 $I_o = 0.125 \times 10^{-3}\ [\mathrm{A}]$

解答:

光電子増倍管の総合利得（ゲイン）G は次式となる。

$$G = \delta^{n} = 4.0^{10}$$

コレクタ電流 I_o と光電面からの光電流 I_p の関係は $I_o = GI_p$ であるため、

$$
\begin{aligned}
I_p &= \frac{I_o}{G} = \frac{0.125 \times 10^{-3}}{4^{10}} \\
&= \frac{1.25 \times 10^{-4}}{(2^{2})^{10}} = \frac{1.25 \times 10^{-4}}{2^{20}}
\end{aligned}
$$

ここで $2^{10} = 1024 \approx 1.024 \times 10^{3}$ より、

$$2^{20} = (1.024 \times 10^{3})^{2} \approx 1.049 \times 10^{6}$$

よって、

$$
\begin{aligned}
I_p &= \frac{1.25 \times 10^{-4}}{1.049 \times 10^{6}} \\
&\approx 1.192 \times 10^{-10}
\end{aligned}
$$

有効数字 3 桁で整理する。

$$\therefore I_p = 1.19 \times 10^{-10}\ [\mathrm{A}]$$

課題 4

条件: 電位分布が次式で与えられる。

$$V = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \, [\mathrm{V}]$$

解答:

電界ベクトル $\boldsymbol{E}$ と電位 V の関係は $\boldsymbol{E} = -\nabla V$ である。すなわち、

$$\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z) = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

まず x 成分について計算する。$V = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$ として偏微分を行う。

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left((x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (2x) \\ &= -x(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

したがって、電界の x 成分 E_x は

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = x(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

y, z 成分についても式の対称性より同様であるため、以下のように求められる。

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ E_z &= \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

答:

$$\begin{cases} E_x = \dfrac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \, [\mathrm{V/m}] \\ E_y = \dfrac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \, [\mathrm{V/m}] \\ E_z = \dfrac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \, [\mathrm{V/m}] \end{cases}$$