電子工学 (5E) 試験対策 統合完全版

理論解説・過去問解答・レポート演習

概要

本資料は、令和 7 年度『電子工学』後期中間達成度試験に向けた統合対策資料である。試験範囲の重要ポイント（①〜⑲）の物理的解説、2024 年度および 2023 年度の過去問の詳細解答、さらに重要演習であるレポート課題の解答プロセスを網羅している。記述問題・計算問題ともに、論理的な導出過程を省略せず記述した。

目次

第 I 部

試験範囲ポイント完全解説 (①〜⑲)

試験範囲として指定された 19 のポイントについて、物理的な意味と試験での問われ方を解説する。

1　エネルギーバンドと電子放出の基礎 (①〜⑦)

① 価電子帯、禁制帯、伝導帯とはなにか

固体中の電子が取りうるエネルギー準位の構造（バンド構造）に関する定義である。

バンド構造の 3 要素

価電子帯 (Valence Band) 原子核に束縛されている電子（価電子）が充満しているエネルギー帯。絶縁体や半導体では、絶対零度においてこの帯域は電子で完全に満たされており、電流は流れない。

禁制帯 (Forbidden Band / Band Gap) 量子力学的な制約により、電子が存在することのできないエネルギー領域。価電子帯の上端と伝導帯の下端の間のエネルギー差（バンドギャップ E_g）を指す。

伝導帯 (Conduction Band) 原子の束縛を離れ、結晶内を自由に動き回れる電子（自由電子）が存在するエネルギー帯。ここに電子が励起されることで、電気伝導性が生じる。

※金属（導体）の特徴: 金属では「価電子帯」と「伝導帯」が重なっているか、価電子帯自体に空席がある状態であるため、絶対零度付近でも電子は自由に動くことができ、高い導電性を示す。

② 外部エネルギーの入射により電子が放出されるしくみ

電子放出とは、物質内部のポテンシャル井戸に束縛されている電子が、障壁を乗り越えて外部（真空）へ脱出する現象である。

1. **定常状態**: 電子は通常、フェルミ準位以下の低いエネルギー状態にある。
2. **外部励起**: 外部からエネルギー ΔE を与える。
   - 熱エネルギー $(kT) \to$ **熱電子放出**
   - 光エネルギー $(h\nu) \to$ **光電子放出**
   - 強電界 $(E) \to$ **電界放出** (障壁の変形・透過)
   - 電子衝突 $(1/2mv^2) \to$ **二次電子放出**
3. **脱出**: 電子の総エネルギーが真空準位 E_{vac} を超えたとき、電子は表面から放出される。

③ 金属内電子が金属外に飛び出さない理由

常温の金属から電子が放出されない理由は、エネルギー障壁が存在するためである。

- **電位障壁 (Potential Barrier)**: 金属表面には電子を閉じ込めるエネルギーの壁がある。
- **鏡像力 (Image Force)**: 電子が金属表面から外に出ようとすると、金属表面に誘導された正電荷（鏡像電荷）との間にクーロン引力が働き、引き戻される。これが障壁の物理的実体の一つである。
- **エネルギー不足**: 室温 $(300\,[\mathrm{K}])$ の熱エネルギー $kT \approx 0.026\,[\mathrm{eV}]$ は、一般的な仕事関数 $\phi \approx 4 \sim 5\,[\mathrm{eV}]$ に

比べて極めて小さいため、熱的に脱出できる確率はほぼゼロである。

④ 電子放出の共通的基礎（各用語の関係）

これらの用語は、ポテンシャル井戸モデルにおけるエネルギー保存則で結ばれている。

エネルギー関係式

$$W = E_{\mathrm{F}} + \phi \quad \Longleftrightarrow \quad \phi = W - E_{\mathrm{F}} \tag{1}$$

【用語解説】用語の物理的定義

全障壁 W ：井戸の底（電子が存在しうる最低エネルギー準位）から、真空準位（脱出に必要なエネルギー）までの全高。

フェルミ準位 E_{F} ：絶対零度において電子が占有している最高のエネルギー準位（井戸の底からの高さ）。

仕事関数 ϕ ：フェルミ準位にある電子を、真空準位まで引き上げるために必要な最小エネルギー。

⑤ 金属内電子のエネルギー（0K における状態）

- **絶対零度での状態**: パウリの排他律により、電子は低いエネルギー準位から順に隙間なく詰まっていく。
- **最大エネルギー**: 0K において電子が持つ最大のエネルギーは**フェルミ準位** E_{F}（フェルミエネルギー）である。
- **放出エネルギー**: したがって、電子を外部へ放出するために最低限必要なエネルギーは、**仕事関数** ϕ となる。

⑥ フェルミ準位とフェルミ分布関数の意味

電子がエネルギー準位 E を占有する確率は、フェルミ・ディラック統計に従う。

$$F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_{\mathrm{F}}}{kT}\right)} \tag{2}$$

- **フェルミ分布関数** $F(E)$: エネルギー E の状態が電子に占有されている確率 $(0 \le F(E) \le 1)$。
- **フェルミ準位** E_{F} **の定義**: 電子の占有確率 $F(E)$ がちょうど **1/2 (50%)** となるエネルギー準位のこと。

⑦ エネルギー準位図のグラフ $F(E), n(E)$

温度による分布の変化が重要である。

- $T = 0\,[\mathrm{K}]$: E_{F} で確率が $1 \to 0$ に急峻に変化する階段関数（ステップ関数）。
- $T > 0\,[\mathrm{K}]$: E_{F} 付近でなだらかに変化するシグモイド曲線。E_{F} より高いエネルギーを持つ電子が確率的に存在するようになり（高エネルギーの裾野）、これが熱電子放出の源となる。

2　熱電子放出 (⑧〜⑩)

⑧ 熱電子の飽和電流密度 (ダッシュマン・リチャードソンの式)

熱電子放出における電流密度を与える基本式。

公式: リチャードソン・ダッシュマンの式

$$J = AT^2 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right) \quad [\mathrm{A/m^2}] \tag{3}$$

- T: 絶対温度 [K]
- $e\phi$: 仕事関数 [J]
- exp 項: エネルギー障壁を超える高エネルギー電子の存在確率（ボルツマン因子）に由来する。

⑨ リチャードソン線から仕事関数と A を求める方法

実験データから材料定数を決定する手法。式を対数変換して直線化する。

$$\ln\left(\frac{J}{T^2}\right) = \ln A - \frac{e\phi}{k} \cdot \frac{1}{T}$$

縦軸に $\ln(J/T^2)$、横軸に $1/T$ をとってプロット（リチャードソンプロット）する。

- **傾き**: $-\frac{e\phi}{k} \to$ 仕事関数 ϕ が求まる。
- **切片**: $\ln A \to$ リチャードソン定数 A が求まる。

⑩ 熱陰極の具備条件

優れたカソード材料が満たすべき条件。

1. **仕事関数 ϕ が小さいこと**（低温で放出可能）。
2. **融点が高く、蒸気圧が低いこと**（高温動作に耐え、寿命が長い）。
3. **放出電流密度が大きいこと**。
4. **機械的強度が強く、化学的に安定であること**。

3　光電子放出 (⑪〜⑬)

⑪ 光電子放出条件

入射光子のエネルギーが仕事関数を上回ること。

$$h\nu \geq e\phi$$

⑫ 限界周波数、限界波長

電子放出が起こるギリギリの条件（運動エネルギー $K=0$）から導かれる。

- **アインシュタインの式**: $h\nu = e\phi + \frac{1}{2}mv^2$
- **限界周波数 ν_0**: $h\nu_0 = e\phi \implies \nu_0 = e\phi/h$
- **限界波長 λ_0**: $hc/\lambda_0 = e\phi \implies \lambda_0 = hc/e\phi$
- 注意点: 入射光の波長は λ_0 より**短く**なければばならない（短波長ほどエネルギーが高い）。

⑬ 量子効率、光電感度

量子効率 η_q ：入射光子数に対する放出電子数の割合（個数比）。
光電感度 S ：入射光パワー [W] に対する光電流 [A] の割合（$S = I/P$）。

4　二次電子放出 (⑭〜⑰)

⑭ 二次電子放出の原理

一次電子が物質に衝突し、そのエネルギーを受け取った内部電子が表面障壁を超えて放出される現象。放出条件: 励起された電子のエネルギー E が仕事関数 $e\phi$ を超えること ($E \geq e\phi$)。

⑮ 放出比の測定方法

二次電子放出比 δ:

$$\delta = \frac{I_s(\text{二次電子流})}{I_p(\text{一次電子流})}$$

$\delta > 1$ であれば電流増幅作用がある。

⑯ 放出特性曲線

一次電子の加速電圧 V_p に対して δ は極大値を持つ。

- 低電圧域: エネルギー増加に伴い生成される二次電子数が増えるため δ は上昇。
- 高電圧域: 一次電子が深くまで侵入しすぎるため、深部で発生した二次電子が表面まで脱出できず δ は減少。

⑰ 光電子増倍管 (PMT) の原理

「光電効果」と「二次電子増倍」を組み合わせた高感度光センサ。

1. **光電面**: 光子 $\to$ 光電子に変換。
2. **ダイノード**: 二次電子放出により電子を増倍（n 段で δ^n 倍）。
3. **陽極**: 電流として出力。

5　電界放出と電界計算 (⑱〜⑲)

⑱ ショットキー効果

外部電界により熱電子放出が促進される現象。

- **原理**: 金属表面の「鏡像力ポテンシャル」と、外部からの「電界ポテンシャル」が合成されることで、ポテンシャル障壁の頂点が **$\Delta\phi$ だけ低下**し、かつ壁の厚さが薄くなる。
- **結果**: 実効的な仕事関数が減少し、放出電流が増大する。

⑲ 電界と電位の計算手順（ポアソン・ラプラス）

空間電荷密度 ρ がある場合の電位分布 V の求め方。

1. **基礎方程式**: ポアソン方程式 $\nabla^2 V = -\rho/\varepsilon_0$ を立てる。
2. **積分**: 1 次元なら x で 2 回積分し、一般解（積分定数含む）を出す。
3. **境界条件**: 電極の電位などの条件を代入し、定数を決定する。
4. **電界導出**: $E = -\nabla V$（1 次元なら $E = -dV/dx$）により求める。

第 II 部

2024 年度 試験問題 模範解答

問 1. エネルギーバンドの名称

図の (a) は原子単体（内殻電子）、(b) は結晶化してバンド構造を持った状態を示している。

- (1) 最もエネルギーが低い、電子が詰まった内殻準位 $\rightarrow$ [**(a) 充満帯**]
- (2) バンド間の電子が存在できない領域 $\rightarrow$ [**(b) 禁制帯**]
- (3)・(4) ナトリウム (Na) はアルカリ金属であり、最外殻の s 軌道が半分しか埋まっていない。したがって、価電子帯と伝導帯が重なっている（あるいは連続している）状態である。

解答

(1) **(a) 充満帯**　(2) **(b) 禁制帯**　(3)(4) **(c) 価電子帯** および **(d) 伝導帯**

問 2. 金属表面のエネルギー準位（穴埋め）

- (1) 金属内でエネルギーが最も [**(d) 大きい**] 電子は（絶対零度において）
- (2) [**(e) フェルミ**] 準位にある。
- (3) [**(b) 価電子帯**] の底部 B にある電子が（※金属内の電子が存在する帯域として選択）
- (4) 真空中に飛び出すと [**(j) 自由電子**] になる。
- (5) ϕ に相当する [**(g) 仕事関数**] エネルギーを与えることで
- (6) このエネルギー ϕ を [**(g) 仕事関数**] と呼ぶ。

問 3. [計算] タングステンの仕事関数 ϕ

問題: $T = 2000\,[\mathrm{K}]$, 半径 $r = 1.25 \times 10^{-4}\,[\mathrm{m}]$, 長さ $L = 0.1\,[\mathrm{m}]$, 電流 $I = 2.00\,[\mathrm{mA}]$。

計算プロセス

1. 表面積 S の計算

$$S = 2\pi r L = 2 \times 3.14159 \times (1.25 \times 10^{-4}) \times 0.1 \approx 7.854 \times 10^{-5}\,[\mathrm{m}^2]$$

2. 電流密度 J の計算

$$J = \frac{I}{S} = \frac{2.00 \times 10^{-3}}{7.854 \times 10^{-5}} \approx 25.46\,[\mathrm{A/m}^2]$$

3. 仕事関数 ϕ の導出リチャードソン・ダッシュマンの式 $J = AT^2 \exp(-e\phi/kT)$ を変形する。

$$\ln\left(\frac{J}{AT^2}\right) = -\frac{e\phi}{kT} \quad \Longleftrightarrow \quad \phi = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{AT^2}{J}\right)$$

4. 数値代入係数項: $\frac{kT}{e} = \frac{1.38\times10^{-23}\times2000}{1.60\times10^{-19}} \approx 0.1725\,[\mathrm{eV}]$
対数の中身: $\frac{AT^2}{J} = \frac{(1.20\times10^{6})\times(2000)^2}{25.46} \approx 1.885 \times 10^{11}$

対数計算: $\ln(1.885 \times 10^{11}) \approx \ln(1.885) + 25.33 \approx 0.63 + 25.33 = 25.96$
最終計算: $\phi = 0.1725 \times 25.96 \approx 4.478\,[\mathrm{eV}]$

解答

4.48 [eV]

問 4. [計算] 光電子の最大速度 V_m

問題: $\phi = 1.68\,[\mathrm{eV}]$, $\lambda = 520\,[\mathrm{nm}]$。

計算プロセス

1. 光子エネルギー $h\nu$ (J)

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^{8}}{520 \times 10^{-9}} = 3.825 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}]$$

2. 仕事関数 $e\phi$ (J)

$$e\phi = 1.68 \times (1.60 \times 10^{-19}) = 2.688 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}]$$

3. 最大運動エネルギー K_{max}

$$K_{max} = h\nu - e\phi = (3.825 - 2.688) \times 10^{-19} = 1.137 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}]$$

4. 速度 V_m $K_{max} = \frac{1}{2}mV_m^2$ より

$$V_m = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.137 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}}} = \sqrt{0.2496 \times 10^{12}}$$

$$V_m \approx 0.50 \times 10^{6}\,[\mathrm{m/s}]$$

解答

5.00 $\times 10^{5}$ **[m/s]**

問 5. 二次電子放出

(1) 放出条件: 一次電子のエネルギーが物質内の電子を励起し、その電子が表面の**電位障壁（仕事関数や電子親和力）を超えて真空中に脱出できるだけのエネルギーを持つこと**。

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq e\phi$$

(2) 材料選択:

- **選択**: **酸化マグネシウム (MgO)**
- **理由**: 表の中で二次電子放出比の最大値 δ_{max} が **4.0** と最も大きく（$\delta > 1$）、一次電子 1 個あたりに放出される二次電子の数が最も多いため。

問 6. 光電子増倍管 (PMT)

(1) 測定対象と応用:

- **対象**: 極微弱な光（フォトン単位の光）。
- **応用例**: スーパーカミオカンデ（ニュートリノ観測）、シンチレーションカウンタなど。

(2) 出力電流 I の計算:

計算プロセス

1. 光電面電流 I_k:

$$I_k = P \times \eta = (1.98 \times 10^{-5}) \times (27.0 \times 10^{-3}) = 5.346 \times 10^{-7}\,[\mathrm{A}]$$

2. 増倍率 G: ダイノード 6 段なので δ^6

$$G = 3.51^6 \approx 1869$$

3. 出力電流 I:

$$I = I_k \times G = 5.346 \times 10^{-7} \times 1869 \approx 9.99 \times 10^{-4}\,[\mathrm{A}]$$

解答

1.00 $\times 10^{-3}$ **[A] (1.00 [mA])**

問 7. ショットキー効果 (記述)

金属表面に強い外部電界を加えると、外部電界のポテンシャルと鏡像力のポテンシャルが合成（足し合わせ）され、**電位障壁の頂点が下がり ($\Delta\phi$)、かつ壁の厚さが薄くなる**現象。これにより、実効的な仕事関数が $\phi' = \phi - \Delta\phi$ に低下するため、熱電子放出電流が増加する。

問 8. 電界の求め方 (記述)

(1) 方程式: ポアソンの方程式 $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$（または $\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$）

(2) 手順: 方程式に ρ の分布関数を代入 → 電位変化の条件を入れて整理

→ ① **x で 1 回積分する（電界の式が出る）**

→ ② **さらに x で積分する（電位 V の式が出る）**

→ 境界条件を代入して定数を求める

→ ③ **求めた電位の式 $V(x)$ を x で微分し、符号を反転させる** ($E_x = -\frac{dV}{dx}$)

→ x 方向の電界の強さ E_x を求める。

第 III 部

2023 年度 試験問題 模範解答

問 1. 電子放出の基礎（鏡像力）

(1) 力の大きさ $|F|$: 金属表面を鏡とし、距離 x の反対側に正電荷 $+e$ があるとみなす（クーロンの法則）。電荷間距離は $2x$ となる。

$$|F| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e \times e}{(2x)^2} = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 x^2}\ [[\mathrm{N}]]$$

(2) 力の方向: 図中の電子 $-e$ から、**金属表面に向かう左向きの矢印**を描く（引力）。

(3) 電位障壁 W: 無限遠を基準として積分する。

$$W = \int_x^\infty |F| dx = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_x^\infty = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 x}\ [[\mathrm{J}]]$$

eV 単位にするため e で割る:

$$W = \frac{e}{16\pi\varepsilon_0 x}\ [[\mathrm{eV}]]$$

(4) グラフ: 縦軸 W、横軸 x のグラフを描く。x が小さいほど W は大きく（無限大へ発散）、x が大きくなると W はゼロに近づく**反比例の曲線（双曲線）**を描く。

問 2. エネルギー準位図の描画

ポテンシャル井戸の図に対して以下を記入する。

- ① **価電子帯**: 金属内部（左側の深い部分）の底からフェルミ準位までの、電子が詰まっている領域全体。
- ② **フェルミ準位**: 電子が詰まっている最上面のライン（水面）。点線を引き「E_F」と書く。
- ③ **フェルミエネルギー** E_F: 井戸の底からフェルミ準位までの高さを示す矢印。
- ④ **仕事関数** ϕ: フェルミ準位から、右側の真空準位（障壁の平らな頂上）までの高さを示す矢印。

問 3. [計算] モリブデン線の半径 r

問題: $L = 0.1\,[\mathrm{m}], T = 2000\,[\mathrm{K}], I = 22.8\,[\mathrm{mA}], \phi = 4.27\,[\mathrm{eV}]$。

計算プロセス

1. 電流密度 J の算出指数部: $\frac{e\phi}{kT} = \frac{1.60\times10^{-19}\times4.27}{1.38\times10^{-23}\times2000} \approx 24.75$

$$J = AT^2\exp(-24.75) = (1.20\times10^6)\times(2000)^2\times(1.78\times10^{-11})$$

$$J = (4.8\times10^{12})\times(1.78\times10^{-11}) \approx 85.44\,[\mathrm{A/m^2}]$$

2. 半径 r の逆算全電流 $I = 22.8\,[\mathrm{mA}] = 0.0228\,[\mathrm{A}]$ 必要な表面積 $S = \frac{I}{J} = \frac{0.0228}{85.44} \approx 2.668\times10^{-4}\,[\mathrm{m^2}]$
$S = 2\pi rL$ より

$$r = \frac{S}{2\pi L} = \frac{2.668\times10^{-4}}{2\times3.14159\times0.1} \approx 4.25\times10^{-4}\,[\mathrm{m}]$$

解答

4.25 $\times 10^{-4}$ [m] (**0.425** [mm])

問 4. [計算] 限界波長 λ_0

問題: $\phi = 1.72\,[\mathrm{eV}]$。

計算プロセス

$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = e\phi$ より

$$\lambda_0 = \frac{hc}{e\phi}$$

$$\lambda_0 = \frac{(6.63 \times 10^{-34}) \times (3.00 \times 10^8)}{(1.60 \times 10^{-19}) \times 1.72}$$

$$\lambda_0 = \frac{19.89 \times 10^{-26}}{2.752 \times 10^{-19}} \approx 7.227 \times 10^{-7}\,[\mathrm{m}]$$

解答

7.23 $\times 10^{-7}$ [m]（**723** [nm]）

問 5. 光電子増倍管とスーパーカミオカンデ

(1) 原理図: (図示の手順) 左から「光」が入射 →「光電面」から「電子」が放出 →「ダイノード」で「二次電子」が増殖（ねずみ算式に矢印を描く）→「陽極」で回収。

(2) 出力電流 I:

$$I = (P\eta) \times \delta^n = (6.43 \times 10^{-5} \times 15.0 \times 10^{-3}) \times 3.4^5$$

$$I = 9.645 \times 10^{-7} \times 454 \approx 4.38 \times 10^{-4}\,[\mathrm{A}]$$

解答

4.38 $\times 10^{-4}$ [**A**]

(3) スーパーカミオカンデの概要: 岐阜県の地下深くにある、純水を満たした巨大なタンクの内壁に多数の**光電子増倍管**を配置した装置。ニュートリノが水中の原子核と反応した際に発生する微弱な**チェレンコフ光**（荷電粒子が水中を光速以上で走る際に発する青白い光）を検出し、ニュートリノの観測を行う。

問 6. [計算] 電位分布からの電界導出

問題: $V = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ のとき、E_x を求めよ。

計算プロセス

電界は電位の勾配（マイナス）である：$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$
$u = x^2 + y^2 + z^2$ とおくと、$V = u^{-1/2}$ である。合成関数の微分を行う。

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{dV}{du} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2}u^{-3/2} \cdot (2x) = -x(x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}$$

したがって、電界 E_x は符号を反転させて、

$$E_x = -\left(-x(x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}\right) = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

解答

$E_x = \dfrac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$ **[V/m]**

第 IV 部

重要演習課題 (レポート解説)

レポート課題の計算プロセスは、試験における計算問題の完全な練習となる。

課題 1: フィラメントの設計 (L の算出)

条件: $T = 2500\,[\mathrm{K}]$, $r = 1.50 \times 10^{-4}\,[\mathrm{m}]$, $I = 2.00 \times 10^{-3}\,[\mathrm{A}]$, $\phi = 4.52\,[\mathrm{eV}]$。

詳細計算プロセス

1. リチャードソン定数 A の理論値確認

$$A = \frac{4\pi mek^2}{h^3} \approx 1.20 \times 10^6\,[\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{K}^{-2}]$$

2. 電流密度 J の算出

$$J = AT^2 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right)$$

指数部: $\frac{e\phi}{kT} = \frac{1.60\times10^{-19}\times4.52}{1.38\times10^{-23}\times2500} \approx 20.962$

$$J = (1.20 \times 10^6) \times (2500)^2 \times \exp(-20.962)$$

$$J = 7.50 \times 10^{12} \times 7.876 \times 10^{-10} \approx 5907\,[\mathrm{A/m^2}]$$

3. フィラメント長 L の算出 $I = J \cdot S = J \cdot (2\pi rL)$ より

$$L = \frac{I}{2\pi rJ} = \frac{2.00 \times 10^{-3}}{2\pi \times (1.50 \times 10^{-4}) \times 5907}$$

$$L = \frac{0.002}{5.567} \approx 3.59 \times 10^{-4}\,[\mathrm{m}]$$

解答

$L = 3.59 \times 10^{-4}\,[\mathrm{m}]$

課題 2: 光電子の最大速度

条件: $\phi = 4.27\,[\mathrm{eV}]$, $\lambda = 45.5\,[\mathrm{nm}]$。

詳細計算プロセス

光電効果の式: $\frac{hc}{\lambda} = e\phi + \frac{1}{2}mv_m^2$ より

$$v_m = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - e\phi\right)}$$

1. **光子エネルギー**: $\frac{hc}{\lambda} = \frac{19.89\times10^{-26}}{4.55\times10^{-8}} \approx 4.37 \times 10^{-18}\,[\mathrm{J}]$
2. **仕事関数**: $e\phi = 1.60 \times 10^{-19} \times 4.27 \approx 6.83 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}]$
3. **運動エネルギー差**: $K = 43.7 \times 10^{-19} - 6.83 \times 10^{-19} = 36.87 \times 10^{-19}\,[\mathrm{J}]$
4. **速度**: $v_m = \sqrt{\frac{2\times36.87\times10^{-19}}{9.11\times10^{-31}}} \approx \sqrt{8.09 \times 10^{12}} \approx 2.84 \times 10^{6}$

解答

$v_m = 2.85 \times 10^{6}\,[\mathrm{m/s}]$

課題 3: PMT の一次光電流

条件: $\delta = 4.0$, $n = 10$, $I_o = 0.125\,[\mathrm{mA}]$。

詳細計算プロセス

増幅式 $I_o = I_p \times \delta^n$ より、$I_p = I_o/\delta^n$。

$$I_p = \frac{0.125 \times 10^{-3}}{4.0^{10}}$$

$4^{10} = (2^2)^{10} = 2^{20} \approx 1.05 \times 10^{6}$

$$I_p = \frac{1.25 \times 10^{-4}}{1.05 \times 10^{6}} \approx 1.19 \times 10^{-10}\,[\mathrm{A}]$$

解答

$I_p = 1.19 \times 10^{-10}\,[\mathrm{A}]$

課題 4: 3 次元電界ベクトル

条件: $V = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$。

詳細計算プロセス

$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -(\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k})$。$x$ 成分の偏微分（過去問の問 6 と同様）：

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -x(x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}$$

よって $E_x = x(x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}$。$y, z$ も同様に対称性を持つ。

解答

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k})\,[\mathrm{V/m}]$$

※これは点電荷が作る電界の式と一致する。