

論理トレーニング
レポート課題

科 番 氏名

2026 年 1 月 30 日

問題

1. 命題論理の同値変形

p, q, r, s を命題とするとき、次の (1), (2) を同値変形により示せ。

$$(1) \quad (p \wedge q) \vee (r \wedge s) \equiv (p \vee r) \wedge (p \vee s) \wedge (q \vee r) \wedge (q \vee s) \quad (1)$$

$$(2) \quad (p \vee q) \wedge (r \vee s) \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge s) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge s) \quad (2)$$

2. 述語論理と量化子

命題関数 $p(x), q(x)$ ($x \in X$) に対して、次が成り立つ。

$$(1) \quad \forall x \, p(x) \wedge \forall x \, q(x) \equiv \forall x \, (p(x) \wedge q(x)) \quad (3)$$

$$(2) \quad \forall x \, p(x) \vee \forall x \, q(x) \Rightarrow \forall x \, (p(x) \vee q(x)) \quad (4)$$

$$(3) \quad \exists x \, (p(x) \vee q(x)) \equiv \exists x \, p(x) \vee \exists x \, q(x) \quad (5)$$

$$(4) \quad \exists x \, (p(x) \wedge q(x)) \Rightarrow \exists x \, p(x) \wedge \exists x \, q(x) \quad (6)$$

$X = \{a_1, a_2\}$ とするとき、同値変形により (2) を示せ。

(Hint: $\forall x \, p(x) \vee \forall x \, q(x) \rightarrow \forall x \, (p(x) \vee q(x)) \equiv I$ を示す。)

3. 命題関数の真理値判定

次の命題関数 $p(\epsilon, N)$ に対して、(1), (2) はそれぞれどんな命題か。また、その真理値を答えよ。

$$\epsilon \in \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} \quad (7)$$

$$N \in \mathbb{N} \quad (8)$$

$$p(\epsilon, N) : N\epsilon > 1 \quad (9)$$

$$(1) \qquad \qquad \qquad \forall \epsilon \exists N p(\epsilon, N) \qquad (10)$$

$$(2) \qquad \qquad \qquad \overline{\forall \epsilon \exists N p(\epsilon, N)} \qquad (11)$$

4. ϵ -N 論法による極限証明

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ であることを、 ϵ -N 論法を用いて証明せよ。

5. ϵ - δ 論法による極限証明

$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1$ であることを、 ϵ - δ 論法を用いて証明せよ。