提出期限：2025 年 11 月 27 日 (木) 12:30

電子工学 課題 1 レポート

学籍番号：　　　　　　　　　　氏名：

使用定数

本レポートでは、講義ノートおよび配布資料に基づき以下の物理定数を用いる。

$$k = 1.38 \times 10^{-23}\,[\mathrm{J \cdot K^{-1}}] \qquad e = 1.60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}]$$
$$m = 9.11 \times 10^{-31}\,[\mathrm{kg}] \qquad h = 6.63 \times 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}]$$
$$c = 3.00 \times 10^{8}\,[\mathrm{m/s}]$$

課題 1

条件:

- 温度 $T = 2500\,[\mathrm{K}]$
- タングステンフィラメント半径 $r = 1.50 \times 10^{-4}\,[\mathrm{m}]$
- 全電流 $I = 2.00 \times 10^{-3}\,[\mathrm{A}]$
- 仕事関数 $\phi = 4.52\,[\mathrm{eV}]$

解答:

講義資料より、リチャードソン・ダッシュマンの式（電流密度 J）を用いる。

$$J = AT^2 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right) \tag{1}$$

ここで定数 A（リチャードソン定数）は、理論値として $A \approx 1.20 \times 10^{6}\,[\mathrm{A \cdot m^{-2} \cdot K^{-2}}]$ を採用する。

まず、指数関数の引数部分（無次元量）に各数値を代入して計算する。

$$\begin{aligned}
\frac{e\phi}{kT} &= \frac{(1.60 \times 10^{-19}) \times 4.52}{(1.38 \times 10^{-23}) \times 2500} \\
&= \frac{7.232 \times 10^{-19}}{3.450 \times 10^{-20}} \\
&= 2.0962 \times 10^{1} \\
&\approx 20.962
\end{aligned}$$

求めた指数部と与えられた条件を式 (1) へ代入し、電流密度 J を求める。

$$
\begin{aligned}
J &= (1.20 \times 10^6) \times (2500)^2 \times \exp(-20.962) \\
&= (1.20 \times 10^6) \times (6.25 \times 10^6) \times (7.876 \times 10^{-10}) \\
&= (1.20 \cdot 6.25 \cdot 7.876) \times 10^{(6+6-10)} \\
&\approx 5.907 \times 10^3 \,[\mathrm{A/m^2}]
\end{aligned}
$$

電極の側面積は $S = 2\pi r L$ であり、全電流は $I = JS$ で表される。これよりフィラメント長 L の式に変形し、数値を代入する。

$$
\begin{aligned}
L &= \frac{I}{J \cdot 2\pi r} \\
&= \frac{2.00 \times 10^{-3}}{(5.907 \times 10^3) \times 2\pi \times (1.50 \times 10^{-4})} \\
&= \frac{2.00 \times 10^{-3}}{(5.907 \cdot 2\pi \cdot 1.50) \times 10^{-1}} \\
&= \frac{2.00 \times 10^{-3}}{55.67 \times 10^{-1}} \\
&= 0.03592 \times 10^{-2} \\
&= 3.592 \times 10^{-4}
\end{aligned}
$$

有効数字 3 桁で整理する。

$$
\therefore L = 3.59 \times 10^{-4} \,[\mathrm{m}]
$$

課題 2

条件:

- 仕事関数 $\phi = 4.27 \,[\mathrm{eV}]$
- 入射光波長 $\lambda = 45.5 \,[\mathrm{nm}] = 4.55 \times 10^{-8} \,[\mathrm{m}]$

解答:

講義ノート p.20 の記述（式 2.12 改）に基づき、光電子の最大速度 v_m を求める。エネルギー保存則 $h\nu = e\phi + \frac{1}{2} m v_m^2$ を変形すると次式となる。

$$
v_m = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - e\phi)} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - e\phi\right)} \tag{2}
$$

この式に各物理定数および条件値を直接代入する。

$$
\begin{aligned}
v_m &= \sqrt{\frac{2}{9.11\times10^{-31}}\left\{\frac{(6.63\times10^{-34})\cdot(3.00\times10^{8})}{4.55\times10^{-8}}-(1.60\times10^{-19})\cdot4.27\right\}} \\
&= \sqrt{\frac{2}{9.11\times10^{-31}}\left\{\left(\frac{19.89}{4.55}\times10^{-18}\right)-(6.832\times10^{-19})\right\}} \\
&= \sqrt{\frac{2}{9.11\times10^{-31}}\left(4.371\times10^{-18}-0.6832\times10^{-18}\right)} \\
&= \sqrt{\frac{2}{9.11\times10^{-31}}\times(3.6878\times10^{-18})} \\
&= \sqrt{\frac{7.3756\times10^{-18}}{9.11\times10^{-31}}} \\
&= \sqrt{0.8096\times10^{13}}=\sqrt{8.096\times10^{12}} \\
&\approx 2.845\times10^{6}
\end{aligned}
$$

有効数字 3 桁で整理する。

$$\therefore v_m = 2.85\times10^{6}\,[\mathrm{m/s}]$$

課題 3

条件:

- 二次電子放出比 $\delta = 4.0$
- ダイノード段数 $n = 10$
- コレクタ電流 $I_o = 0.125\times10^{-3}\,[\mathrm{A}]$

解答:

光電子増倍管の総合利得 $G=\delta^n$ を用いて、一次光電流 I_p を求める。$I_o = GI_p = \delta^n I_p$ より、数値を代入する。

$$
\begin{aligned}
I_p &= \frac{I_o}{\delta^n} = \frac{0.125\times10^{-3}}{4.0^{10}} \\
&= \frac{0.125\times10^{-3}}{4^{10}} \\
&= \frac{0.125\times10^{-3}}{1\,048\,576} \quad (\text{since } 4^{10}=2^{20}=1\,048\,576)
\end{aligned}
$$

次に数値を正確に代入して計算する。

$$
\begin{aligned}
I_p &= \frac{1.25\times10^{-4}}{1\,048\,576} \\
&= 1.1920928955078125\times10^{-10}
\end{aligned}
$$

有効数字 3 桁で整理する。

$$\therefore I_p = 1.19\times10^{-10}\,[\mathrm{A}]$$

課題 4

条件: 電位分布 $V(x, y, z)$ が次式で与えられる。

$$V = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}\,[\mathrm{V}]$$

解答:

電界ベクトル $\boldsymbol{E}$ は電位の勾配として定義される。

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)$$

各成分について偏微分計算を行う。まず x 成分について、

$$\begin{aligned}
E_x &= -\frac{\partial}{\partial x}\left((x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}\right) \\
&= -\left(-\frac{1}{2}\right)(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 + z^2) \\
&= \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot (2x) \\
&= \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}$$

式の対称性より、y, z 成分も同様となる。

$$\begin{aligned}
E_y &= \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \\
E_z &= \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}$$

答:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}(x, y, z)\,[\mathrm{V/m}]$$