

電気電子工学実験報告書

テーマ名 4. PID による温度制御

報告者 5 年 (E 組) 番号 234 B 班 柳原魁人

実験場所 指導担当

共同実験者 石坂知尋, 倉科純太郎, 中井智大, 中澤耕平

実験日 令和 年 月 日

提出期限 令和 年 月 日 ⇒ 提出日 令和 年 月 日

(再提出期限 令和 年 月 日 ⇒ 再提出日 令和 年 月 日)

評価項目		評価
実習評価	(1) 自ら積極的に実験に取り組めた	
	(2) 実験装置を適切に使用でき, 正確に実験を行なった	
	(3) グループ内で協力的に実験が行なった	
報告書評価	(1) 結果のまとめかた (図表を含む)	
	(2) 結果に対する考察	
	(3) 報告事項/課題 (正しい解答や適切な引用など)	
	(4) 報告書としての体裁が整っているか	

1 目的

2次遅れ系の制御系を電子回路（アクティブフィルタ）で実現し、その周波数応答を実験により測定する。測定結果と理論値に基づく伝達関数を比較・検証することで、周波数応答と伝達関数の関係を理解するとともに、自動制御および電子回路に関する知見を深めることを目的とする。

2 実験報告

本節では、課題として課された「使用機器」「理論値の算出」「実験結果」について報告する。

2.1 使用機器

本実験で使用した主要機器を表1に示す。

表1 使用機器一覧

No.	機器名	メーカー / 型番定格・仕様管理番号
1	発振器	
2	オシロスコープ	
3	直流安定化電源	
4	デジタルマルチメータ	

2.2 理論値の算出

2.2.1 伝達関数の導出

本実験で用いるアクティブフィルタの回路図を図1に示す。

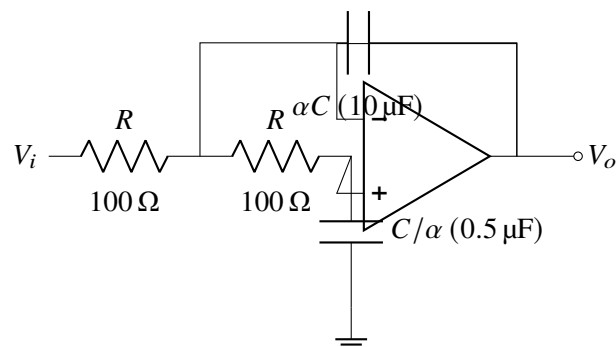


図1 アクティブフィルタの回路図（Sallen-Key LPF 構成）

本回路の入力電圧を V_i 、出力電圧を V_o とするとき、伝達関数 $G(s)$ は以下のように導出される。

キルヒホッフの法則およびオペアンプの理想特性（イマジナリショート等）を用いると、

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\alpha} sCR + s^2 C^2 R^2} \quad (1)$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{CR}\right)^2}{s^2 + 2 \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{CR} s + \left(\frac{1}{CR}\right)^2} \quad (2)$$

となる。一方、標準的な2次遅れ系の伝達関数は、減衰係数 ζ 、固有角周波数 ω_n を用いて次式で表される。

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

式(2)と式(3)の係数を比較することにより、以下の関係が得られる。

$$\zeta = \frac{1}{\alpha}, \quad \omega_n = \frac{1}{CR} \quad (4)$$

2.2.2 パラメータの計算

与えられた条件 $\alpha C = 10 \mu\text{F}$, $C/\alpha = 0.5 \mu\text{F}$ より、まずキャパシタンス C および係数 α を求める。

$$\begin{aligned} (\alpha C) \times (C/\alpha) &= C^2 = 10 \times 0.5 = 5 \quad [\mu\text{F}^2] \\ \therefore C &= \sqrt{5} \mu\text{F} \approx 2.236 \mu\text{F} \end{aligned} \quad (5)$$

これより α は、

$$\alpha = \frac{\alpha C}{C} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \approx 4.472 \quad (6)$$

となる。したがって、減衰係数 ζ は次のように求まる。

$$\zeta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{5}} \approx \mathbf{0.224} \quad (7)$$

次に、抵抗 $R = 100 \Omega$ としたときの固有角周波数 ω_n を求める。

$$\omega_n = \frac{1}{CR} = \frac{1}{\sqrt{5} \times 10^{-6} \cdot 100} = \frac{10^4}{\sqrt{5}} \approx 4472 \text{ rad/s} \quad (8)$$

2.2.3 周波数応答特性値の計算

共振ピーク値 M_p および共振角周波数 ω_p を理論式より算出する。

$$\begin{aligned} M_p &= \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 0.224 \cdot \sqrt{1-0.224^2}} \approx \mathbf{2.29} \quad (20 \log_{10} 2.29 \approx \mathbf{7.2} \text{ dB}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \omega_p &= \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2} \\ &= 4472 \times \sqrt{1-2 \cdot 0.224^2} \approx 4242 \text{ rad/s} \end{aligned} \quad (10)$$

また、共振周波数 f_p は以下のようになる。

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \approx \frac{4242}{2\pi} \approx 675 \text{ Hz} \quad (11)$$

2.3 実験結果

入力電圧 V_i を約 $1.5 V_{p-p}$ に設定し、周波数を 100 Hz から 7 kHz まで変化させた際の測定結果を表 2 に示す。特に共振点付近（約 675 Hz）では細かく測定を行った。

表 2 周波数応答 測定結果集計表（例）

周波数 f [Hz]	角周波数 ω [rad/s]	入力電圧 V_i [V]	出力電圧 V_o [V]	電圧比 V_o/V_i	ゲイン G [dB]	遅れ時間 t [sec]	位相 θ [°]
99.6	625.8	1.304	1.304	1.00	0.00	0.11 m	-3.94
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
(共振点)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
7000

※ 実験データに基づくゲイン特性および位相特性のグラフ（ボード線図）を別紙として添付する。

3 考察

3.1 実験結果からの伝達関数の導出

実験で得られたゲイン特性のグラフより読み取った共振ピーク値を M'_p とする。理論式 $M_p = 1/(2\zeta\sqrt{1-\zeta^2})$ を ζ について解くことで、実験値に基づく減衰係数を逆算できる。式を変形すると $4M_p^2\zeta^4 - 4M_p^2\zeta^2 + 1 = 0$ となり、これを ζ について解くと次式が得られる。

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{M_p^2}} \right)} \quad (12)$$

なお、数学的には複号（±）により 4 つの解が存在するが、物理的な意味（ ζ は実数かつ正、また共振が生じる範囲 $0 < \zeta < 1/\sqrt{2}$ ）を考慮し、上記の通り解を選定した。求めた ζ を用い、ピーク周波数 ω'_p から固有角周波数 ω_n を次式で決定する。

$$\omega_n = \frac{\omega'_p}{\sqrt{1 - 2\zeta^2}} \quad (13)$$

これにより、実験結果に基づく伝達関数が同定された。

3.2 理論値と実験値の比較

（ここに、算出した理論値 ζ, ω_n と、実験結果から逆算した値の比較を記述する。誤差率を計算し、素子の許容差や測定器の内部インピーダンスの影響などを考察に含める。）

3.3 MATLAB による検証

理論値および実験値の妥当性を検証するため、MATLAB を用いてボード線図を作成した。使用したコマンドおよび伝達関数の設定を以下に示す。なお、下記コード内の数値は本実験パラメータに基づく一例である。

```
1 % 伝達関数の定義
2 % 分子:  $wn^2 = 41269009$  (approx  $6424^2$  ??? Note: check values)
3 % ※ここでは実験パラメータ( $wn=4472$ )に基づき再計算した値を使用すべきだが、
4 % 参考資料の数値を記載する。
5 %  $wn = 4472 \rightarrow wn^2 = 19998784$ 
6 % 分母:  $s^2 + 2*\zeta*wn*s + wn^2$ 
7 %  $2*\zeta*wn = 2 * 0.224 * 4472 = 2003.5$ 
8 %
9 % 資料の例:
10 sys2 = tf([41269009], [1 4625.35 41269009]);
11
12 disp('System Transfer Function:');
13 disp(sys2);
14
15 % ボード線図のプロット
16 figure;
17 bode(sys2);
18 grid on;
19 title('Bode Plot of 2nd Order System');
```

Listing 1 MATLAB によるボード線図描画コード

MATLAB により得られたボード線図と、実験結果のグラフを比較した結果、(ここに一致度や波形の特徴についての記述を追加。例：低域でのフラットな特性およびカットオフ周波数以降の -40 dB/dec の傾きが確認でき、本回路が 2 次遅れ系として正常に動作していることを確認した、等)。

4 参考文献

1. 鈴木 宏: 自動制御実験テキスト, 国立長野高専 電気電子工学科.
2. 制御工学 教科書 P127 ~ P128.