

# 電気電子工学実験報告書

テーマ名 4. PID による温度制御

報告者 5 年 ( E 組) 番号 234 B 班 柳原魁人

実験場所 指導担当

共同実験者 石坂知尋, 倉科純太郎, 中井智大, 中澤耕平

実験日 令和 年 月 日

提出期限 令和 年 月 日 ⇒ 提出日 令和 年 月 日

(再提出期限 令和 年 月 日 ⇒ 再提出日 令和 年 月 日)

評価項目		評価
実習評価	(1) 自ら積極的に実験に取り組めた	
	(2) 実験装置を適切に使用でき、正確に実験を行なえた	
	(3) グループ内で協力的に実験が行なえた	
報告書評価	(1) 結果のまとめかた（図表を含む）	
	(2) 結果に対する考察	
	(3) 報告事項／課題（正しい解答や適切な引用など）	
	(4) 報告書としての体裁が整っているか	

# 1 目的

2次遅れ系の制御系を電子回路（アクティブフィルタ）で実現し、その周波数応答を実験により測定する。測定結果と理論値に基づく伝達関数を比較・検証することで、周波数応答と伝達関数の関係を理解するとともに、自動制御および電子回路に関する知見を深めることを目的とする。

# 2 実験報告

本節では、課題として課された「使用機器」「理論値の算出」「実験結果」について報告する。

## 2.1 使用機器

本実験で使用した主要機器を表1に示す。

表1 使用機器一覧

No.	機器名	メーカー / 型番定格・仕様管理番号
1	発振器	
2	オシロスコープ	
3	直流安定化電源	
4	デジタルマルチメータ	

## 2.2 理論値の算出

### 2.2.1 伝達関数の導出

本実験で用いるアクティブフィルタの回路図を図1に示す。

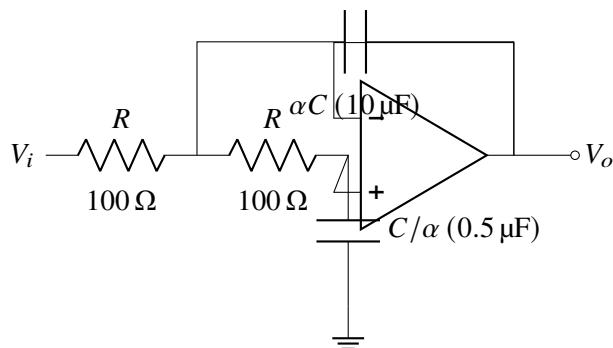


図1 アクティブフィルタの回路図 (Sallen-Key LPF構成)

本回路の入力電圧を  $V_i$ 、出力電圧を  $V_o$  とするとき、伝達関数  $G(s)$  は以下のように導出される。

キルヒホッフの法則およびオペアンプの理想特性（イマジナリショート等）を用いると、

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + \frac{2}{\alpha} s C R + s^2 C^2 R^2} \quad (1)$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{CR}\right)^2}{s^2 + 2 \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{CR} s + \left(\frac{1}{CR}\right)^2} \quad (2)$$

となる。一方、標準的な2次遅れ系の伝達関数は、減衰係数  $\zeta$ 、固有角周波数  $\omega_n$  を用いて次式で表される。

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

式(2)と式(3)の係数を比較することにより、以下の関係が得られる。

$$\zeta = \frac{1}{\alpha}, \quad \omega_n = \frac{1}{CR} \quad (4)$$

## 2.2.2 パラメータの計算

与えられた条件  $\alpha C = 10 \mu\text{F}$ ,  $C/\alpha = 0.5 \mu\text{F}$  より、まずキャパシタンス  $C$  および係数  $\alpha$  を求める。

$$\begin{aligned} (\alpha C) \times (C/\alpha) &= C^2 = 10 \times 0.5 = 5 \quad [\mu\text{F}^2] \\ \therefore C &= \sqrt{5} \mu\text{F} \approx 2.236 \mu\text{F} \end{aligned} \quad (5)$$

これより  $\alpha$  は、

$$\alpha = \frac{\alpha C}{C} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \approx 4.472 \quad (6)$$

となる。したがって、減衰係数  $\zeta$  は次のように求まる。

$$\zeta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{5}} \approx 0.224 \quad (7)$$

次に、抵抗  $R = 100 \Omega$  としたときの固有角周波数  $\omega_n$  を求める。

$$\omega_n = \frac{1}{CR} = \frac{1}{\sqrt{5} \times 10^{-6} \cdot 100} = \frac{10^4}{\sqrt{5}} \approx 4472 \text{ rad/s} \quad (8)$$

## 2.2.3 周波数応答特性値の計算

共振ピーク値  $M_p$  および共振角周波数  $\omega_p$  を理論式より算出する。

$$\begin{aligned} M_p &= \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 0.224 \cdot \sqrt{1 - 0.224^2}} \approx 2.29 \quad (20 \log_{10} 2.29 \approx 7.2 \text{ dB}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \omega_p &= \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \\ &= 4472 \times \sqrt{1 - 2 \cdot 0.224^2} \approx 4242 \text{ rad/s} \end{aligned} \quad (10)$$

また、共振周波数  $f_p$  は以下のような。

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \approx \frac{4242}{2\pi} \approx 675 \text{ Hz} \quad (11)$$

## 2.3 実験結果

入力電圧  $V_i$  を約  $1.5 \text{ V}_{\text{p-p}}$  に設定し、周波数を  $100 \text{ Hz}$  から  $7 \text{ kHz}$  まで変化させた際の測定結果を表 2 に示す。特に共振点付近（約  $675 \text{ Hz}$ ）では細かく測定を行った。

表 2 周波数応答 測定結果集計表（例）

周波数 $f [\text{Hz}]$	角周波数 $\omega [\text{rad/s}]$	入力電圧 $V_i [\text{V}]$	出力電圧 $V_o [\text{V}]$	電圧比 $V_o/V_i$	ゲイン $G [\text{dB}]$	遅れ時間 $t [\text{sec}]$	位相 $\theta [^\circ]$
99.6	625.8	1.304	1.304	1.00	0.00	0.11	m -3.94
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
(共振点)	...	...	...	...	...	...	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
7000	...	...	...	...	...	...	...

※ 実験データに基づくゲイン特性および位相特性のグラフ（ボード線図）を別紙として添付する。

## 3 考察

### 3.1 実験結果からの伝達関数の導出

実験で得られたゲイン特性のグラフより読み取った共振ピーク値を  $M'_p$  とする。理論式  $M_p = 1/(2\zeta\sqrt{1-\zeta^2})$  を  $\zeta$  について解くことで、実験値に基づく減衰係数を逆算できる。式を変形すると  $4M_p^2\zeta^4 - 4M_p^2\zeta^2 + 1 = 0$  となり、これを  $\zeta$  について解くと次式が得られる。

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{M_p^2}} \right)} \quad (12)$$

なお、数学的には複号 ( $\pm$ ) により 4 つの解が存在するが、物理的な意味 ( $\zeta$  は実数かつ正、また共振が生じる範囲  $0 < \zeta < 1/\sqrt{2}$ ) を考慮し、上記の通り解を選定した。求めた  $\zeta$  を用い、ピーク周波数  $\omega'_p$  から固有角周波数  $\omega_n$  を次式で決定する。

$$\omega_n = \frac{\omega'_p}{\sqrt{1 - 2\zeta^2}} \quad (13)$$

これにより、実験結果に基づく伝達関数が同定された。

### 3.2 理論値と実験値の比較

（ここに、算出した理論値  $\zeta, \omega_n$  と、実験結果から逆算した値の比較を記述する。誤差率を計算し、素子の許容差や測定器の内部インピーダンスの影響などを考察に含める。）

### 3.3 MATLAB による検証

理論値および実験値の妥当性を検証するため、MATLAB を用いてボード線図を作成した。使用したコマンドおよび伝達関数の設定を以下に示す。なお、下記コード内の数値は本実験パラメータに基づく一例である。

```
1 % 伝達関数の定義
2 % 分子:  $wn^2 = 41269009$  (approx  $6424^2$  ??? Note: check values)
3 % ※ここでは実験パラメータ ( $wn=4472$ )に基づき再計算した値を使用すべきだ
4 % が、
5 % 参考資料の数値を記載する。
6 %  $wn = 4472 \rightarrow wn^2 = 19998784$ 
7 % 分母:  $s^2 + 2*zeta*wn*s + wn^2$ 
8 %  $2*zeta*wn = 2 * 0.224 * 4472 = 2003.5$ 
9 %
10 % 資料の例：
11 sys2 = tf([41269009], [1 4625.35 41269009]);
12
13 disp('System Transfer Function:');
14 disp(sys2);
15
16 % ボード線図のプロット
17 figure;
18 bode(sys2);
19 grid on;
20 title('Bode Plot of 2nd Order System');
```

**Listing 1** MATLAB によるボード線図描画コード

MATLAB により得られたボード線図と、実験結果のグラフを比較した結果、(ここに一致度や波形の特徴についての記述を追加。例：低域でのフラットな特性およびカットオフ周波数以降の  $-40\text{ dB/dec}$  の傾きが確認でき、本回路が 2 次遅れ系として正常に動作していることを確認した、等)。

## 4 参考文献

1. 鈴木 宏: 自動制御実験テキスト, 国立長野高専 電気電子工学科.
2. 制御工学 教科書 P127 ~ P128.