

論理トレーニング レポート課題2

年 科 番 氏名

1. p, q, r, s を命題とするとき、次の (1), (2) を同値変形により示せ。

$$(1) (p \wedge q) \vee (r \wedge s) \equiv (p \vee r) \wedge (p \vee s) \wedge (q \vee r) \wedge (q \vee s)$$

$$(2) (p \vee q) \wedge (r \vee s) \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge s) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge s)$$

2. 命題関数 $p(x), q(x)$ ($x \in X$) に対して、次が成り立つ。

$$(1) \forall x p(x) \wedge \forall x q(x) \equiv \forall x (p(x) \wedge q(x))$$

$$(2) \forall x p(x) \vee \forall x q(x) \Rightarrow \forall x (p(x) \vee q(x))$$

$$(3) \exists x (p(x) \vee q(x)) \equiv \exists x p(x) \vee \exists x q(x)$$

$$(4) \exists x (p(x) \wedge q(x)) \Rightarrow \exists x p(x) \wedge \exists x q(x)$$

$X = \{a_1, a_2\}$ とするとき、同値変形により (2) を示せ。

(Hint : $\forall x p(x) \vee \forall x q(x) \rightarrow \forall x (p(x) \vee q(x)) \equiv I$ を示す。)

3. 次の命題関数 $p(\epsilon, N)$ に対して、(1), (2) はそれぞれどんな命題か。また、その真理値を答えよ。

$$\epsilon \in \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

$$N \in \mathbb{N}$$

$$p(\epsilon, N) : N\epsilon > 1$$

$$(1) \forall \epsilon \exists N p(\epsilon, N)$$

$$(2) \overline{\forall \epsilon \exists N p(\epsilon, N)}$$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ であることを、 $\epsilon - N$ 論法を用いて証明せよ。

5. $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1$ であることを、 $\epsilon - \delta$ 論法を用いて証明せよ。