

## 1 目的

本実験では、ワンボードマイコンを用いたヒーターの温度制御系を対象として、PID 制御の実装およびパラメータ調整を行った。各制御要素（比例・積分・微分）が応答特性に与える影響を定量的に把握するとともに、ステップ応答法による最適な PID パラメータの設計手法を習得することを目的とした。

## 2 原理

PID 制御は、フィードバック制御において最も一般的な手法の一つであり、偏差に対する比例 (Proportional)、積分 (Integral)、微分 (Derivative) の 3 要素を用いて操作量を決定する。

### 2.1 PID 制御の伝達関数

制御対象への操作量  $u(t)$  は、目標値と出力値の偏差  $e(t)$  を用いて式 (1) のように表される。

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

これをラプラス変換し、伝達関数  $K_C(s)$  として表すと式 (2) となる。

$$K_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (2)$$

ここで、 $K_P$  は比例ゲイン、 $K_I$  は積分ゲイン、 $K_D$  は微分ゲインである。また、 $T_I (= K_P/K_I)$  は積分時間、 $T_D (= K_D/K_P)$  は微分時間と定義される。この制御系のブロック図を図 1 および図 2 に示す。

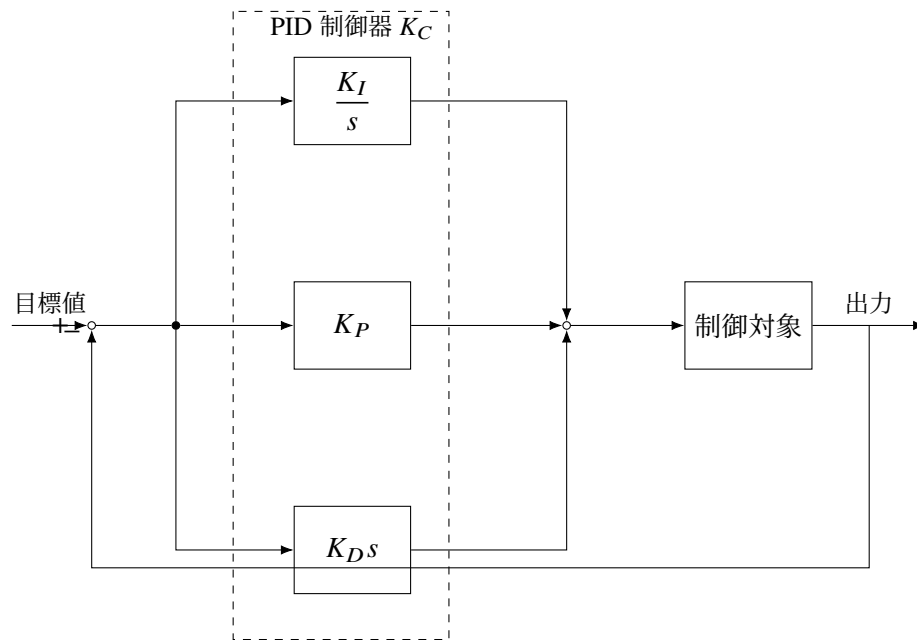


図 1 PID 制御のブロック図（並列型）

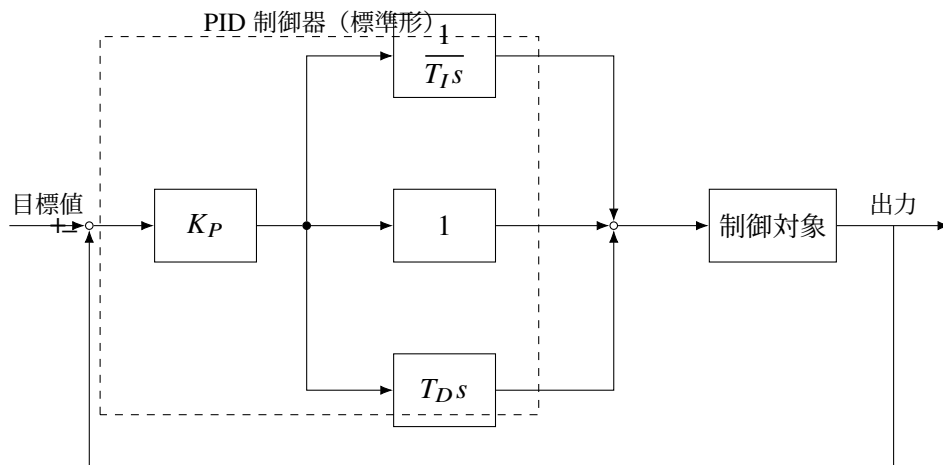


図 2 PID 制御のブロック図（標準型）

各パラメータが制御系に及ぼす影響は以下の通りである<sup>[1]</sup>。

**比例動作 ( $K_P$ )** 偏差に比例した操作量を出力する。 $K_P$  の増加に伴い応答速度は向上し定常偏差は減少するが、過大なゲインは振動的な挙動を招く。

**積分動作 ( $K_I$  または  $T_I$ )** 偏差の積分値に応じた操作量を出力する。低周波成分のゲインが無量大となるため、定常偏差を完全に除去できる。

**微分動作 ( $K_D$  または  $T_D$ )** 偏差の変化率に応じた操作量を出力する。未来の偏差を予測して補償するため、速応性の向上と振動抑制（ダンピング）に寄与する。

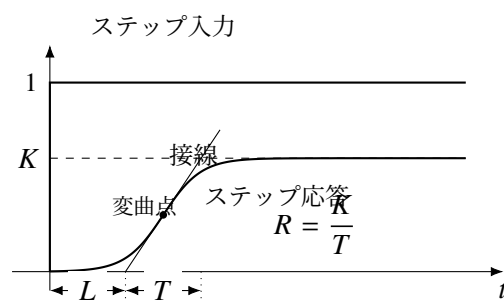


図 3 ステップ応答法におけるパラメータの読み取り

表 1 ステップ応答法による PID パラメータ調整則

| パラメータ  | $K_P$           | $T_I$  | $T_D$  |
|--------|-----------------|--------|--------|
| P 制御   | $\frac{1}{R}$   | —      | —      |
| PI 制御  | $\frac{0.9}{R}$ | $3.3L$ | —      |
| PID 制御 | $\frac{1.2}{R}$ | $2L$   | $0.5L$ |

## 2.2 パラメータ調整法（ステップ応答法）

制御対象が開ループにおいて安定であり，式 (3) のような 1 次遅れ系とむだ時間要素で近似できる場合，ステップ応答法によるパラメータ調整が可能である．

$$G_P(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-Ls} \quad (3)$$

図 3 に示すステップ応答波形から，むだ時間  $L$  および時定数  $T$ （または変曲点の接線から求めた傾き  $R$ ）を読み取り，表 1 に基づき各パラメータを設定する．

## 3 実験方法

### 3.1 使用機器

本実験で使用した主要機器を表 2 に示す．

表 2 使用機器一覧

| 品名       | 型番          | 備考                             |
|----------|-------------|--------------------------------|
| 温度制御実習装置 | KENTAC3522S | ヒーター，温度センサ内蔵                   |
| 制御用 PC   | —           | Windows OS, PidMonitor インストール済 |

## 3.2 実験手順

ヒーターの温度を制御量とし、目標温度を  $100^{\circ}\text{C}$  に設定して以下の実験を行った。

### 3.2.1 ON・OFF 制御

制御用ソフトウェア (PidMonitor) の Auto モードを解除し、手動による ON・OFF 制御を行った。MV (操作量) を 50.0 % に設定し、PV (現在温度) が  $100^{\circ}\text{C}$  に到達するまで加熱した。  $100^{\circ}\text{C}$  を超過した時点で MV を 0.0 % とし、下回った時点で再度 50.0 % に戻す操作を繰り返し、その際の温度挙動 (ハンチング) を確認した。

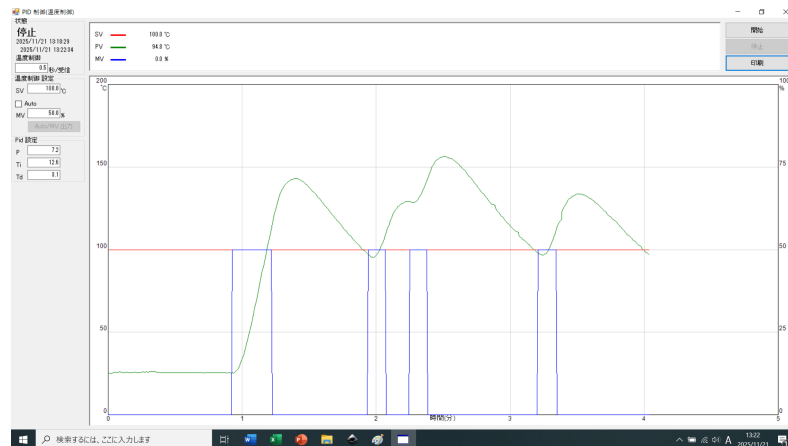
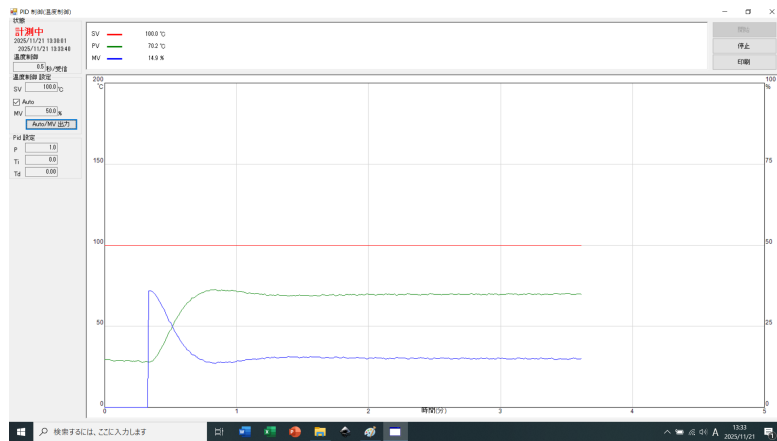


図4 手動 ON/OFF 制御時の温度挙動

### 3.2.2 P 制御

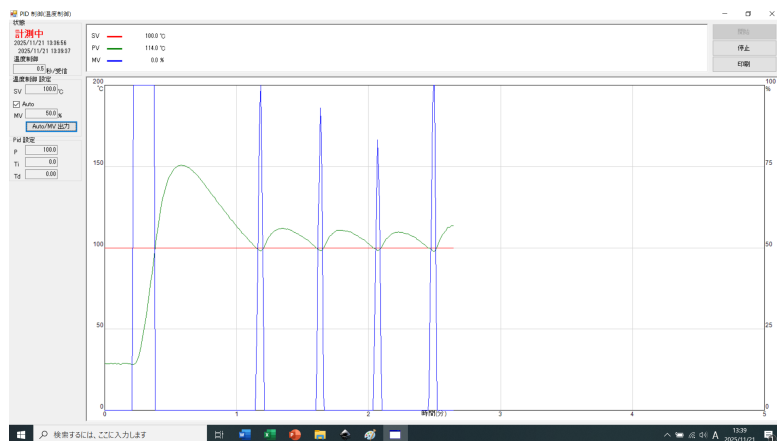
積分時間  $T_I = 0$  (実験装置仕様)、微分時間  $T_D = 0$  とし、比例制御のみを行った。比例ゲイン  $K_P$  を 1, 5, および 100 に設定した場合の温度変化を測定した。以下にそれぞれの応答波形を示す。



(a)  $K_P = 1$



(b)  $K_P = 5$



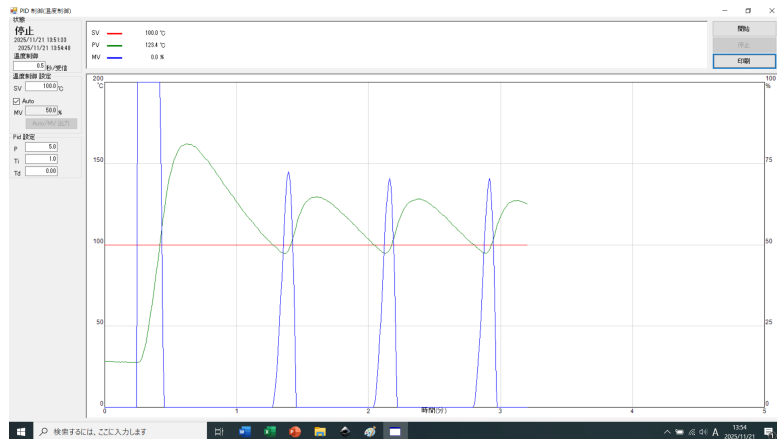
(c)  $K_P = 100$

図5 P制御の比較 ( $K_P$  の違い)

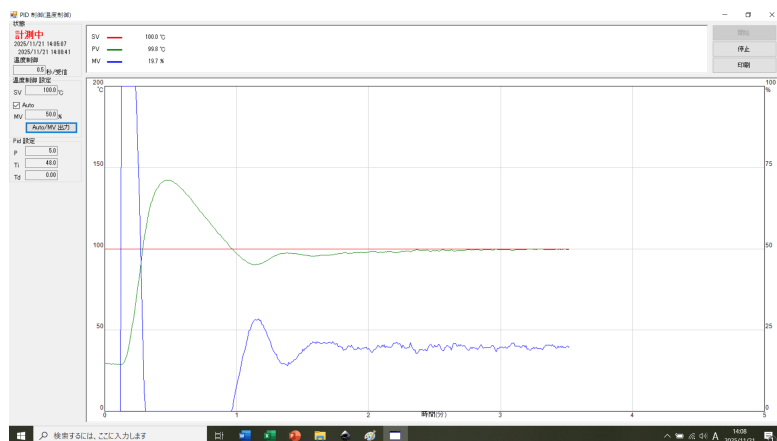
その後、3分以内に目標温度  $\pm 10^{\circ}\text{C}$  の範囲に収束する最適な  $K_P = 5$  を試行錯誤により決定した。

### 3.2.3 PI 制御

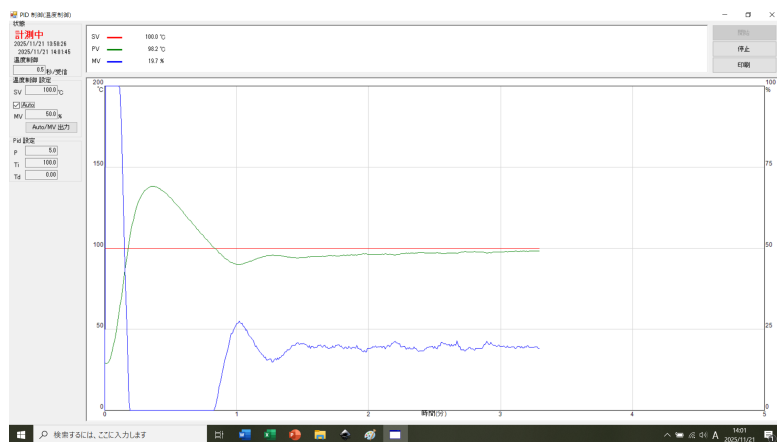
$K_P$  を 5 に固定し,  $T_D = 0$  として PI 制御を行った. 積分時間  $T_I$  を 1, 48, および 100 に設定した場合の応答を確認した. 以下に代表的な波形を示す.



(a)  $T_I = 1$



(b)  $T_I = 48$

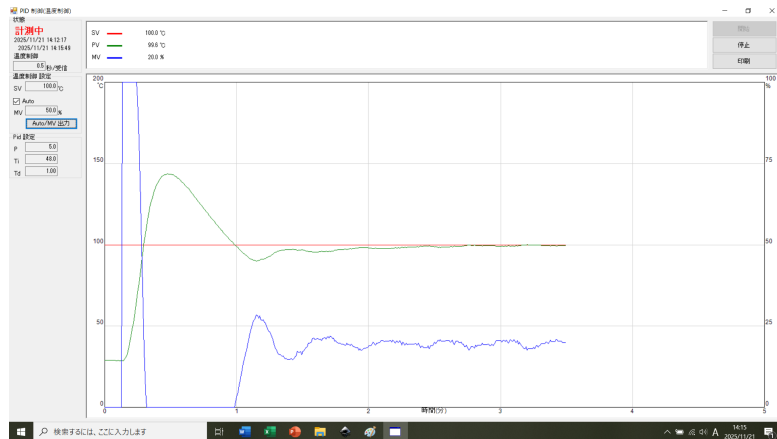


(c)  $T_I = 100$

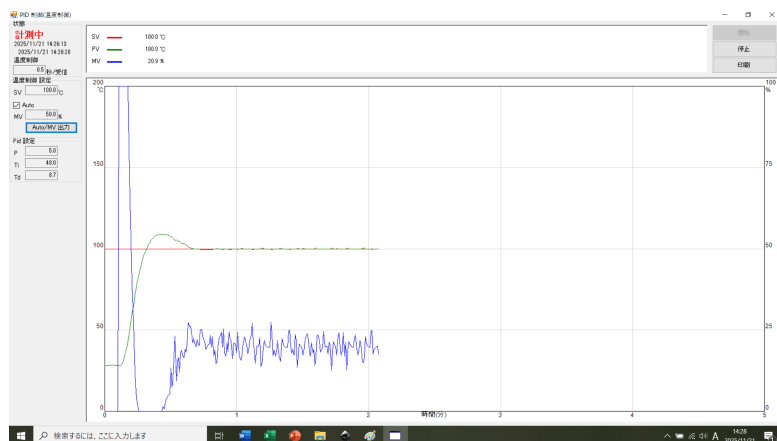
図 6 PI 制御における積分時間  $T_I$  の影響 ( $K_P = 5$  固定)

### 3.2.4 PID 制御

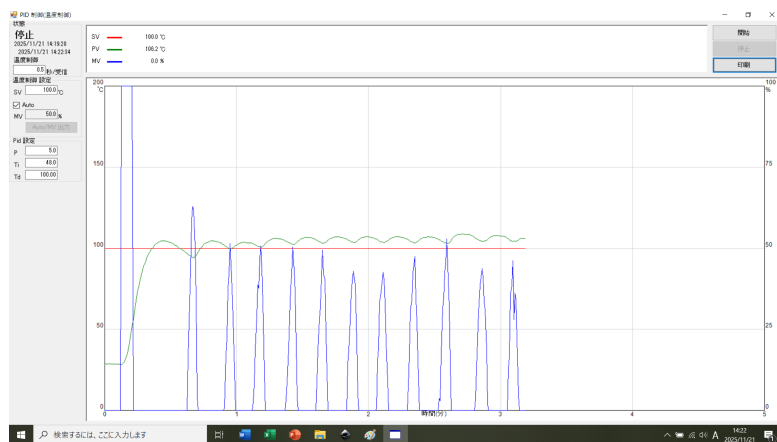
$K_P$  および  $T_I$  をそれぞれ 5 および 48 に固定し、PID 制御を行った。微分時間  $T_D$  を 1, 8.7, および 100 に設定した場合の応答を確認した。以下に代表的な波形を示す。



(a)  $T_D = 1$



(b)  $T_D = 8.7$



(c)  $T_D = 100$

図 7 PID 制御における微分時間  $T_D$  の影響 ( $K_P = 5$ ,  $T_I = 48$  固定)

その後、2 分以内に目標温度  $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$  の範囲に収束する最適な  $T_D = 8.7$  を決定した。

### 3.2.5 ステップ応答法による同定

ステップ応答法を用いて制御対象のパラメータ同定を行った。

1. ヒーター温度が室温で安定している状態から、MV を 10 % ~ 20 % の範囲でステップ状に入力した。
2. 温度が定常状態に達した際の入力変化幅  $U$  [%] および温度変化幅  $Y$  [%] を式 (5), (4) により求めた。
3. 定常ゲイン  $K$  および、図 3 に基づく  $L, T, R$  を算出した。

$$U = (\text{最終入力} - \text{初期入力}) \quad (4)$$

$$Y = \frac{(\text{最終温度} - \text{初期温度})}{200} \times 100 \quad (5)$$

$$K = \frac{Y}{U} \quad (6)$$

$$R = \frac{K}{T} \quad (7)$$

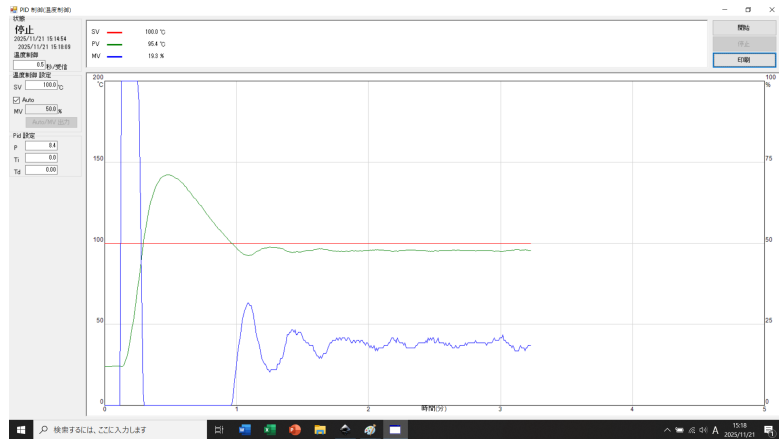
得られたパラメータを基に、表 1 を用いて  $K_P, T_I, T_D$  を算出し、これを用いた制御実験を行った。以下にステップ応答法で算出したパラメータを示す。

表 3 ステップ応答法で算出した PID パラメータ

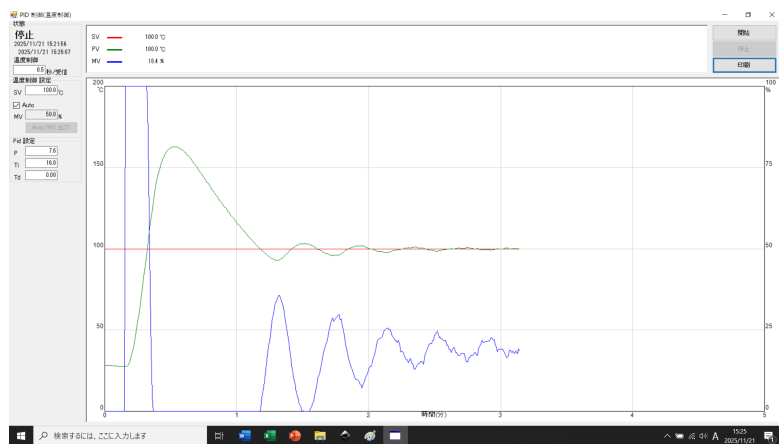
| 制御タイプ  | $K_P$ | $T_I$ | $T_D$ |
|--------|-------|-------|-------|
| P 制御   | 8.4   | —     | —     |
| PI 制御  | 7.6   | 16    | —     |
| PID 制御 | 10.1  | 9.7   | 2.42  |

これらのパラメータを用いた制御実験の結果を図に示す。

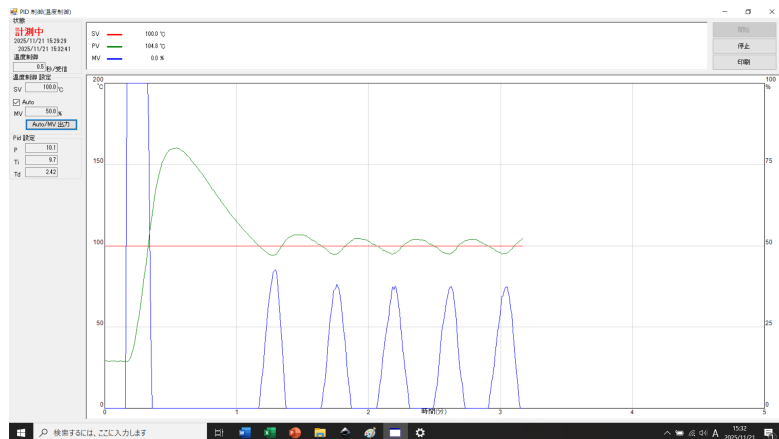




(a) P 制御 ( $K_P = 8.4$ )



(b) PI 制御 ( $K_P = 7.6, T_I = 16$ )



(c) PID 制御 ( $K_P = 10.1, T_I = 9.7, T_D = 2.42$ )

図 8 ステップ応答法で算出したパラメータを用いた制御実験結果

## 4 結果および考察

### 4.1 ON・OFF 制御の挙動

図 4 に示すように、ON・OFF 制御では操作量が 0 % または 50 % の 2 値しかとらないため、温度が目標値の 100 °C に留まることができなかった。温度が上がれば切り、下がれば入れるという操作を繰り返した結果、永続的な温度の波打ち（ハンチング）が発生した。このことから、精密な温度制御には ON・OFF 制御は不向きであり、操作量を連続的に変化させる制御が必要であることが確認できた。

### 4.2 P 制御（比例制御）の特性

P 制御における各ゲインでの応答（図 5）について考察する。

- $K_P = 1$  の場合: 操作量が不足しているため立ち上がりが遅く、時間が経過しても目標温度である 100 °C に到達しなかった。このように、P 制御だけでは解消できない目標値とのズレを「残留偏差（オフセット）」という。
- $K_P = 100$  の場合: ゲインを大きくしすぎたため、少しの偏差に対して操作量が過剰に反応してしまった。その結果、激しい振動が発生し、制御不能となった。
- $K_P = 5$  の場合: 立ち上がりの速さと安定性のバランスが比較的良かったが、それでも目標値に対して数度の残留偏差が残った。

以上の結果から、P 制御においてゲイン  $K_P$  を上げれば立ち上がりは速くなるが、上げすぎると振動すること、また適切な値に設定しても残留偏差は消せないことがわかった。

### 4.3 PI 制御（比例・積分制御）の特性

PI 制御（図 6）では、積分動作を追加することで、P 制御で問題となった残留偏差を解消することができた。積分時間  $T_I$  の違いによる影響は以下の通りである。

- $T_I = 1$  の場合: 積分時間が短すぎる（積分作用が強すぎる）ため、過去の偏差が急速に積み重なり、操作量が過大となった。その結果、目標温度を大きく超える「オーバーシュート」が発生し、収束までに時間がかかった。
- $T_I = 100$  の場合: 積分時間が長すぎる（積分作用が弱い）ため、残留偏差を修正する力が弱く、目標温度である 100 °C にピタリと合うまでに時間がかかった。
- $T_I = 48$  の場合: オーバーシュートを抑えつつ、速やかに残留偏差を解消できており、最も良好な波形となった。

### 4.4 PID 制御（比例・積分・微分制御）の特性

PID 制御（図 7）では、微分動作を加えることで、急激な温度変化に対してブレーキをかける効果が確認された。

- $T_D = 100$  の場合: 微分時間が長すぎるため、わずかな温度変化やセンサのノイズ（雑音）に対しても過敏に反応してしまった。図 7c の青線（操作量 MV）を見ると、激しくギザギザに変動していることがわかる。これは装置への負担が大きく、制御としても不安定である。
- $T_D = 8.7$  の場合: 適度な微分作用により、立ち上がり時のオーバーシュートが抑制され、最も速く安定して目標温度に到達した。図 7b を見ると、温度が滑らかに目標値に収束している。

#### 4.5 理論値（ステップ応答法）と実験値の比較

ステップ応答法で算出したパラメータ（表 3）と、実際に試行錯誤で決定した最適値を比較すると、大きな差が見られた。具体的には、計算で求めた比例ゲイン  $K_P = 10.1$  は、実験で最適とした  $K_P = 5$  よりもかなり大きい値であった。計算値をそのまま用いた図 8c では波形が振動的になっており、安定しているとは言い難い。

この不一致の原因として、以下の点が考えられる。

- **モデル化の誤差:** 計算式では「理想的な加熱」を仮定しているが、実際の実験装置には熱の逃げや、ヒーター自体の反応の遅れなど、単純な式では表せない複雑な要素が含まれている。
- **操作量の限界:** 計算上では操作量は無限に出せる前提だが、実際には 0 % から 100 % の範囲でしか出力できない（飽和という）。これにより、理論通りの強力な制御ができなかった。

したがって、ステップ応答法などの計算で求めた値はあくまで「目安」として利用し、最終的には実際の波形を見ながら、少し弱めの設定（ゲインを下げるなど）から微調整を行うことが、現場では重要であると結論付けられる。

### 5 報告事項

課題として与えられた制御対象  $G(s)$  に対し、前述のステップ応答法（表 1）を用いて PID パラメータの設計を行った。対象の伝達関数は次式で与えられる。

$$G(s) = \frac{5}{2s+4}e^{-3s} \quad (8)$$

これを 1 次遅れ系とむだ時間の標準形  $G_P(s) = \frac{K}{1+Ts}e^{-Ls}$  に帰着させるため、分母の定数項が 1 となるよう分母・分子を 4 で除算し、式変形を行う。

$$G(s) = \frac{5/4}{(2/4)s+1}e^{-3s} = \frac{1.25}{1+0.5s}e^{-3s} \quad (9)$$

上式と標準形の係数比較により、以下のシステムパラメータが得られる。

- システムゲイン  $K = 1.25$
- 時定数  $T = 0.5$
- むだ時間  $L = 3.0$

また、ステップ応答の最大傾斜  $R$  は次式で算出される。

$$R = \frac{K}{T} = \frac{1.25}{0.5} = 2.5 \quad (10)$$

これらの値を PID 制御の調整則 ( $K_P = 1.2/RL$ ,  $T_I = 2L$ ,  $T_D = 0.5L$ ) に代入し, 各パラメータを算出した. 結果を表 4 に示す.

表 4 算出された PID パラメータ

| パラメータ       | 計算式                          | 算出値         |
|-------------|------------------------------|-------------|
| 比例ゲイン $K_P$ | $\frac{1.2}{2.5 \times 3.0}$ | <b>0.16</b> |
| 積分時間 $T_I$  | $2 \times 3.0$               | <b>6.0</b>  |
| 微分時間 $T_D$  | $0.5 \times 3.0$             | <b>1.5</b>  |

## 参考文献

- [1] 豊橋技術科学大学・高等専門学校制御工学教育連携プロジェクト 編:『制御工学』, 実教出版, pp.146-147, 2012.