

# 電気電子工学実験報告書

テーマ名 高周波線路の電流分布特性

報告者 年 ( 組) 番号 班

実験場所 指導担当

共同実験者

実験日 令和 年 月 日

提出期限 令和 年 月 日 ⇒ 提出日 令和 年 月 日

(再提出期限 令和 年 月 日 ⇒ 再提出日 令和 年 月 日)

評価項目		評価
実習評価	(1) 自ら積極的に実験に取り組めた	
	(2) 実験装置を適切に使用でき、正確に実験を行なえた	
	(3) グループ内で協力的に実験が行なえた	
報告書評価	(1) 結果のまとめかた (図表を含む)	
	(2) 結果に対する考察	
	(3) 報告事項／課題 (正しい解答や適切な引用など)	
	(4) 報告書としての体裁が整っているか	

## 1 目的

高周波帯における信号伝送特性について理解するため、プリント線路上の磁界測定から電流を推定し、定在波分布について考察する。

## 2 原理

### 2.1 分布定数回路における電圧と電流

高周波を扱う回路では、信号波長の大きさによって集中定数回路と分布定数回路に分けられる。ある信号の周波数を  $f$ 、信号の伝搬速度を  $v$  とすると、波長  $\lambda$  は以下の式で表される。

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (1)$$

波長  $\lambda$  よりも十分に短い線路を集中定数回路、波長  $\lambda$  と同等もしくは短い線路を分布定数回路として取り扱う。

伝送線路には、平行銅線や同軸ケーブルなど、様々な形のものがある。導体には抵抗やインダクタ成分などの寄生成分が存在する。導体間にはキャパシタ成分や、微小な漏れ電流も考えられる。単位長さ当たりの抵抗  $R$ 、インダクタンス  $L$ 、線間のキャパシタ  $C$ 、コンダクタンスを  $G$  とする。代表的な平行導線について、微小区間ごとに区切り寄生成分やそれによる電圧の変化について考える。分布定数線路内における寄生成分を図 1 に示す。ここで、 $v_s$  および  $50\Omega$  は入力電圧と入力抵抗であり、 $Z_L$  は終端負荷である。

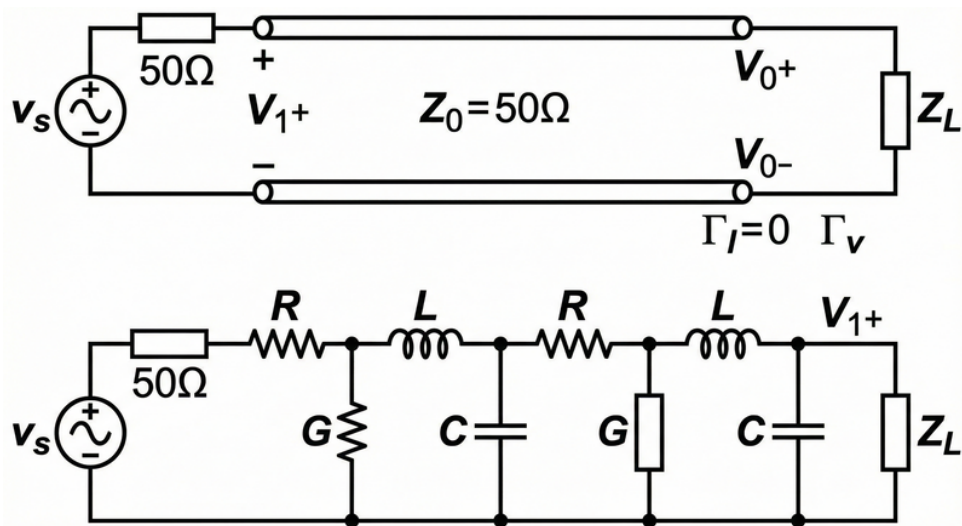


図 1 伝送線路と RLGC モデル

伝送線路内を伝搬する伝搬定数は

$$\gamma = ZY = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \quad (2)$$

として表される。一方、特性インピーダンス  $Z_0$  は以下の式により求められ、無損失線路では  $L$  と  $C$  のみで表される。

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \cong \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3)$$

伝送線を伝搬する信号は、進行波と反射波の合成により成り立つ。式 (4) に距離  $x$  における電圧と電流を示す。

$$\begin{cases} V(x) = \frac{V_1 - Z_0 I_1}{2} e^{+\gamma x} + \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2} e^{-\gamma x} \\ I(x) = -\frac{V_1 - Z_0 I_1}{2Z_0} e^{+\gamma x} + \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2Z_0} e^{-\gamma x} \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $e^{+\gamma x}$  の項は進行波を表しており、 $e^{-\gamma x}$  の項は反射波を表している。オイラーの公式

$$\begin{cases} \frac{e^{+\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = \cosh \gamma x \\ \frac{e^{+\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = \sinh \gamma x \end{cases} \quad (5)$$

を用いると、伝送線の基礎方程式は式 (6) のように表される。

$$\begin{pmatrix} V(x) \\ I(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma x & -Z_0 \sinh \gamma x \\ -\frac{1}{Z_0} \sinh \gamma x & \cosh \gamma x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

線路終端において、特性インピーダンス  $Z_0$  と終端負荷  $Z_L$  が不整合の場合、進行してきた波は  $Z_L$  で吸収されず反射する。反射係数は式 (7) により表される。

$$\Gamma_L = \frac{v_0^-}{v_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (7)$$

反射係数を用いて、距離  $x$  における電圧と電流は式 (8) and (9) となる。

$$|V(x)| = |v_i| \left| 1 + |\Gamma| e^{-j(\phi+2\beta x)} \right| \quad (8)$$

$$|I(x)| = \frac{|v_i|}{Z_0} \left| 1 - |\Gamma| e^{-j(\phi+2\beta x)} \right| \quad (9)$$

終端の負荷条件により、反射波の大きさが変化する。例えば、終端開放の場合は反射係数  $\Gamma_L = 1$  となり、正の波が反射する。一方、短絡の場合は、反射係数  $\Gamma_L = -1$  となり、負の波が反射する。反射波は進行波と合成され、定在波が分布する。図 2 にそれぞれの波の反射による定在波の分布を示す。

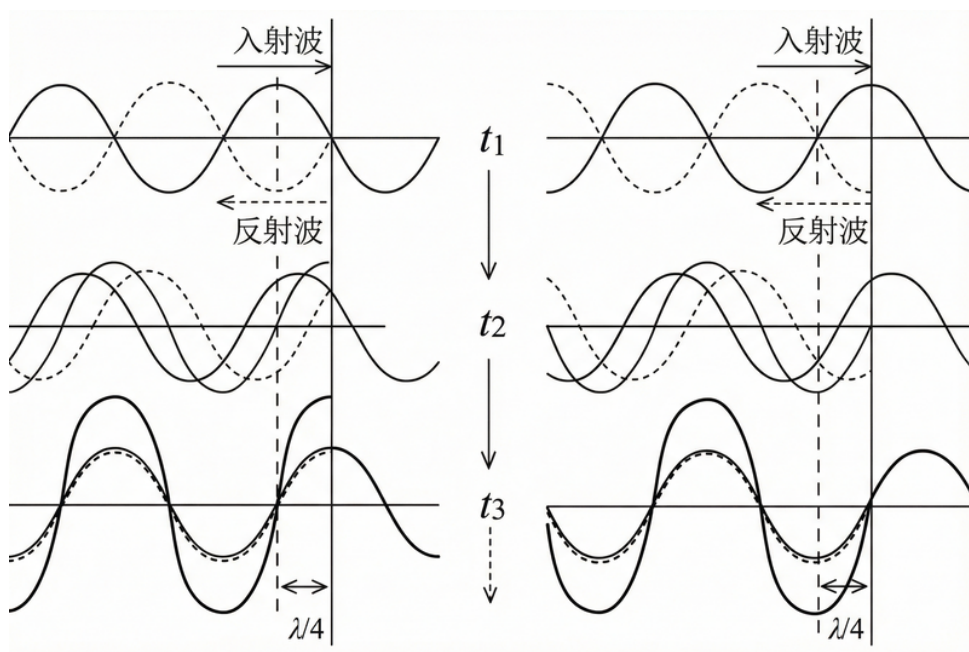


図2 入射波と反射波の時間変化による定在波の変化

特性インピーダンスとの不整合は、負荷へのエネルギー供給効率の低下となり、定在波はコモンモードによるノイズ放射の原因となり、高周波（MHz～GHz）帯で対策が必要となる。

## 2.2 マイクロストリップ線路

高周波回路にはプリント基板が用いられる。裏面が全面銅箔（GND）で、表面に信号線路がある基板をマイクロストリップ線路という。図3に示すマイクロストリップ線路における特性インピーダンスは、

$$Z_0 = \frac{87.0}{\sqrt{\epsilon_r + 1.41}} \ln \left( \frac{5.98H}{0.8W + T} \right) \quad (10)$$

により求められる [1]。ここで、 $W$  は線路幅、 $H$  は基板の厚さ、 $T$  は線路銅箔の厚さ、 $\epsilon_r$  は比誘電率であり、ガラスエポキシ基板の比誘電率  $\epsilon_r$  は 4.4（公称）とされる [3]。

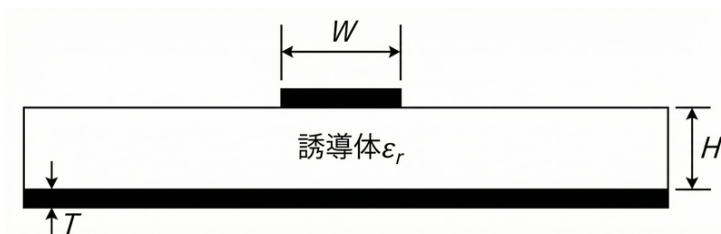


図3 マイクロストリップ線路の特性インピーダンスに用いる変数

## 2.3 近磁界プローブ

プリント基板上の電流分布は、構造上の問題から直接測定することができない。このため、プリント線路上の磁界を測定することで、等価的に電流分布を推定する方法が用いられる。

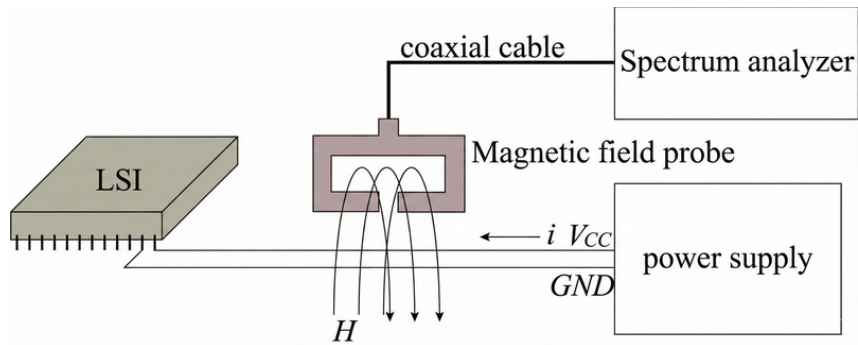


図4 磁界プローブによる近傍磁界の測定概要図

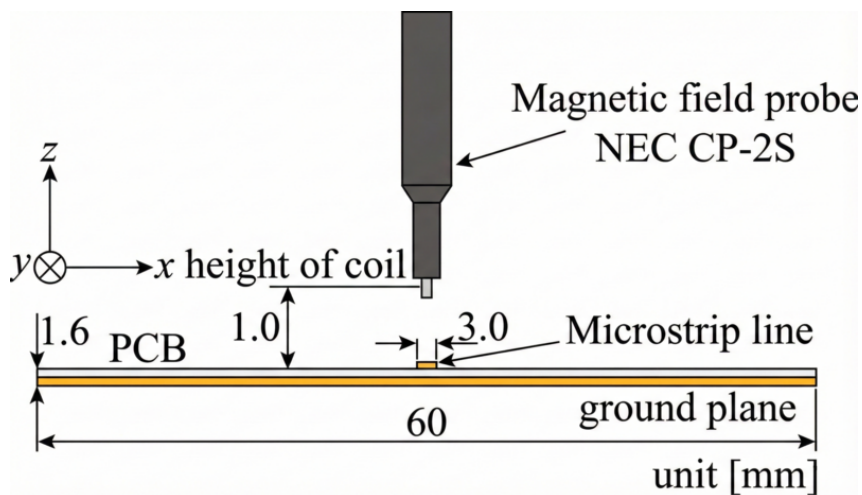


図5 測定系（断面）

線路から発生した磁界が磁界プローブに鎖交することで、プローブ端に誘導起電力が発生する。この検出電圧  $V$  をスペクトラムアナライザで測定することで、磁界測定が可能となる。磁界プローブは、波長よりも十分短い微小磁界プローブが一般的に用いられる。これは、広帯域で連続的磁界測定が可能となるためである。

スペクトラムアナライザで測定される値は検出電圧  $V$  であるため、磁界  $H$  に換算する必要がある。電圧  $V$  に図6に示すアンテナ係数（ $AF$ ）を掛け合わせることで磁界  $H$  に変換できる [2]。

$$H = AF \cdot V \quad [\text{A/m}] \quad (11)$$

電磁界測定の場合、測定値は dB で測定する場合が多いため、dB 表記では式 (12) のようになる。

$$H = AF + V \quad [\text{dB}\mu\text{A/m}] \quad (12)$$

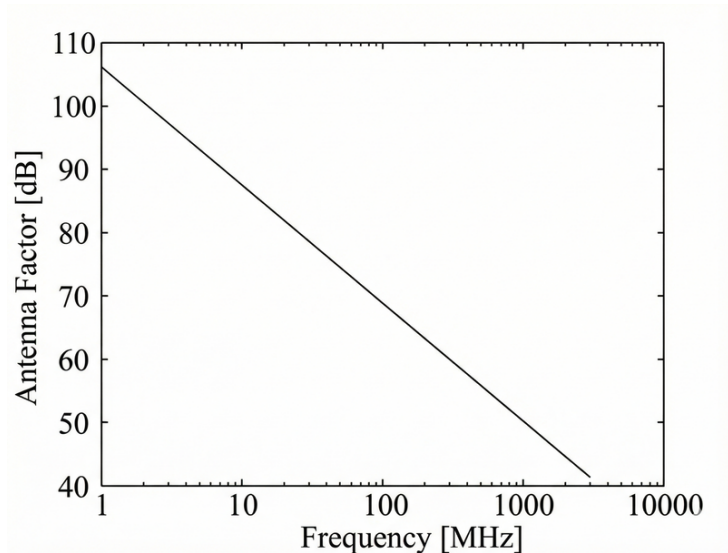


図 6 磁界プローブのアンテナ係数

### 3 実験方法

- (1) 使用機器を揃える。
  - スペクトラムアナライザ, 磁界プローブ (NEC : CP-2S), 3 軸ステージ, プリント基板, 同軸ケーブル (×2)
- (2) 3 軸ステージの同軸ケーブルに磁界プローブをセットする。同軸ケーブルはスペクトラムアナライザの RFIN に接続する。
- (3) 3 軸ステージにプリント基板 (開放) を設置する。プリント基板の SMA コネクタとスペクトラムアナライザの TG を同軸ケーブルに接続する。
- (4) スペクトラムアナライザを以下の通りセットする。
  - Center Frequency : 1 GHz    Span : 10 MHz    BW : 10 kHz    Sweep : auto
  - Reference : (最初の確認作業では) 107 dBμV, (測定時は) 87 dBμV に変えて, Pre amp. を ON ,
  - Attenuation : 0 dB, TG 出力 : 107 dBμV .
- (5) 磁界プローブをプリント線路終端位置にあわせる。この際, 100 mm 移動させるため, 3 軸ステージの  $x$  軸を右側に移動させておくこと。また, プローブ先端は基板上 1 mm になるようにセットする。※プリント線路の両端の高さを可能な限り同じ高さに (水平に) する。0.1 mm 以下のずれにすること。
- (6) 5 mm 間隔でデータを読む。ただし, 定在波の節の部分は細かく読むこと。
- (7) プリント基板 (短絡), (整合), (負荷) に交換して同様の実験を行う。
- (8) 測定値にアンテナ係数  $AF$  をかけて磁界に変換する。

ここで, 校正係数は次式で表される [2]。

$$AF = -8.1 \ln f + 106.2 \quad (13)$$

※  $f$  は MHz オーダーで計算すること。例) 1 GHz は  $f = 1000$  で計算する。

## 4 測定結果

測定データを data1\_clean.csv から読み込み，各終端条件（短絡，解放，整合，半端もの）について磁界（検出電圧）分布をプロットする．

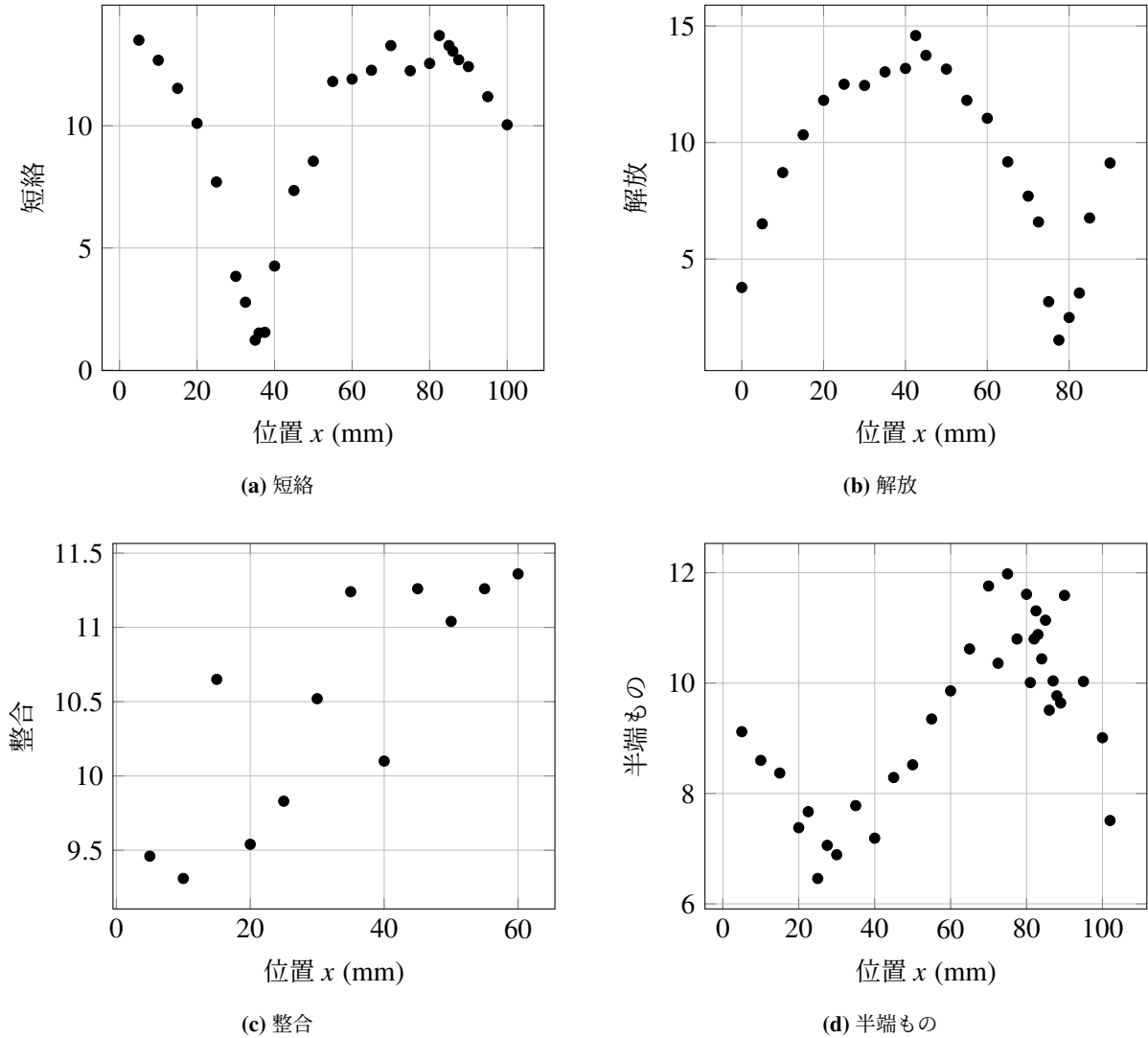


図7 各終端条件における位置  $x$  に対する測定値（データは dB 表示の可能性あり）

## 5 報告事項

### (1) 波長 $\lambda$ および伝搬速度 $v$ の算出と、光速との差異についての考察

測定結果より、短絡時の定在波の節（極小点）は  $x = 35.0$  mm、開放時の節は  $x = 77.5$  mm 付近に現れている。理論上、短絡と開放の定在波分布は位相が  $\pi/2$ （距離にして  $\lambda/4$ ）ずれるため、この節の距離差が  $\lambda/4$  に相当する。

したがって、波長  $\lambda$  は次式より求められる。

$$\frac{\lambda}{4} = |77.5 - 35.0| = 42.5 \text{ mm} \quad \therefore \lambda = 170 \text{ mm} = 0.170 \text{ m} \quad (14)$$

また、周波数は  $f = 1 \text{ GHz} = 1.0 \times 10^9 \text{ Hz}$  であることから、伝搬速度  $v$  は以下ようになる。

$$v = f\lambda = 1.0 \times 10^9 \text{ Hz} \times 0.170 \text{ m} = 1.70 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (15)$$

真空中（空气中）の光速  $c \approx 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$  と比較して速度が遅くなっている理由は、マイクロストリップ線路の周囲にある誘電体（ガラスエポキシ基板）の影響によるものである。電磁波の伝搬速度は、媒体の実効比誘電率を  $\epsilon_{\text{eff}}$  とすると  $v = c/\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$  で表される。本実験結果から  $\epsilon_{\text{eff}} = (c/v)^2 \approx (3.0/1.7)^2 \approx 3.1$  と見積もられ、これは一般的な FR-4 基板の比誘電率 ( $\epsilon_r \approx 4.4$ ) を用いたマイクロストリップ線路の実効比誘電率として妥当な値である。

## (2) 定在波比 (SWR) の算出

「半端もの（負荷）」を接続した際の測定結果（図 7(d)）より、定在波の最大値（腹）と最小値（節）を読み取る。グラフおよびデータより、最大値  $V_{\text{max(dB)}} \approx 12.0 \text{ dB}\mu\text{V}$  ( $x = 75.0$  等)、最小値  $V_{\text{min(dB)}} \approx 6.5 \text{ dB}\mu\text{V}$  ( $x = 25.0$  等) と読み取れる。電圧定在波比  $\rho$  (SWR) は電圧の比で定義される。

$$\text{SWR} = \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} \quad (16)$$

電圧を dB 表示に変換する式  $V_{\text{(dB)}} = 20 \log_{10} V$  を用いると、最大値と最小値の差は

$$V_{\text{max(dB)}} - V_{\text{min(dB)}} = 20 \log_{10} V_{\text{max}} - 20 \log_{10} V_{\text{min}} \quad (17)$$

$$= 20 \log_{10} \left( \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}} \right) = 20 \log_{10}(\text{SWR}) \quad (18)$$

これを SWR について解くと、

$$\log_{10}(\text{SWR}) = \frac{V_{\text{max(dB)}} - V_{\text{min(dB)}}}{20}, \quad \text{SWR} = 10^{\frac{V_{\text{max(dB)}} - V_{\text{min(dB)}}}{20}}. \quad (19)$$

実測値  $V_{\text{max(dB)}} \approx 12.0 \text{ dB}\mu\text{V}$ ,  $V_{\text{min(dB)}} \approx 6.5 \text{ dB}\mu\text{V}$  を代入すると、

$$\text{SWR} = 10^{\frac{12.0-6.5}{20}} = 10^{0.275} \approx 1.88 \quad (20)$$

よって、定在波比は 1.9 である。

## (3) 反射係数 $\Gamma$ および負荷抵抗値の算出

定在波比  $\text{SWR} = 1.88$  を用いて、反射係数の絶対値  $|\Gamma|$  を求める。

$$|\Gamma| = \frac{\text{SWR} - 1}{\text{SWR} + 1} = \frac{1.88 - 1}{1.88 + 1} = \frac{0.88}{2.88} \approx 0.306 \quad (21)$$

次に負荷抵抗  $R_L$  を推定する。負荷接続時の節の位置 ( $x = 25.0 \text{ mm}$ ) は、短絡時の節の位置 ( $x = 35.0 \text{ mm}$ ) に近接しており、開放時の節 ( $x = 77.5 \text{ mm}$ ) とは異なる。短絡は  $Z_L = 0$  であり、負荷接続時の定在波の位相が短絡時に近いことから、負荷は特性インピーダンス  $Z_0$  よりも低い抵抗値 ( $R_L < Z_0$ ) であると判断できる。特性インピーダンスを  $Z_0 = 50 \Omega$  と仮定すると、負荷抵抗  $R_L$  は次式となる。

$$R_L = \frac{Z_0}{\text{SWR}} = \frac{50}{1.88} \approx 26.6 \Omega \quad (22)$$

以上より、接続された負荷抵抗は約  $27 \Omega$ （公称値  $25 \Omega$  等）であると考えられる。

#### (4) 開放および短絡入力インピーダンスによる特性インピーダンスの導出証明

損失のない線路の入力インピーダンス  $Z_{in}$  は、特性インピーダンス  $Z_0$ 、位相定数  $\beta$ 、線路長  $l$ 、終端負荷  $Z_L$  を用いて次式で表される。

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad (23)$$

終端開放の場合、 $Z_L \rightarrow \infty$  であるため、分母・分子を  $Z_L$  で割り極限をとると、

$$Z_{open} = \lim_{Z_L \rightarrow \infty} Z_0 \frac{1 + j(Z_0/Z_L) \tan \beta l}{(Z_0/Z_L) + j \tan \beta l} = Z_0 \frac{1}{j \tan \beta l} = -jZ_0 \cot \beta l \quad (24)$$

となる。一方、終端短絡の場合、 $Z_L = 0$  を代入すると、

$$Z_{short} = Z_0 \frac{0 + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + 0} = jZ_0 \tan \beta l \quad (25)$$

となる。これら両者の積をとると、

$$Z_{open} \cdot Z_{short} = (-jZ_0 \cot \beta l) \cdot (jZ_0 \tan \beta l) = Z_0^2 (-j \cdot j) (\cot \beta l \cdot \tan \beta l) = Z_0^2 \quad (26)$$

したがって、

$$Z_0 = \sqrt{Z_{open} \cdot Z_{short}} \quad (27)$$

となり、開放および短絡時の入力インピーダンスから特性インピーダンスが求められることが証明された。

## 参考文献

- [1] Mark I. Montrose 著，出口・田上共訳，プリント基板の EMC 設計，P.95，オーム社.
- [2] 磁界プローブ CP-2S 取扱説明書，NEC
- [3] パナソニック インダストリアル株式会社，ガラスエポキシ基板（FR-4）製品ページ，<https://industrial.panasonic.com/jp/products/pt/glass-epoxy-multi/ger1766>（参照日: 2025 年 12 月 15 日）