

1 目的

本実験では、ワンボードマイコンを用いたヒーターの温度制御系を対象として、PID 制御の実装およびパラメータ調整を行った。各制御要素（比例・積分・微分）が応答特性に与える影響を定量的に把握するとともに、ステップ応答法による最適な PID パラメータの設計手法を習得することを目的とした。

2 原理

PID 制御は、フィードバック制御において最も一般的な手法の一つであり、偏差に対する比例 (Proportional), 積分 (Integral), 微分 (Derivative) の 3 要素を用いて操作量を決定する。

2.1 PID 制御の伝達関数

制御対象への操作量 $u(t)$ は、目標値と出力値の偏差 $e(t)$ を用いて式 (1) のように表される。

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

これをラプラス変換し、伝達関数 $K_C(s)$ として表すと式 (2) となる。

$$K_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (2)$$

ここで、 K_P は比例ゲイン、 K_I は積分ゲイン、 K_D は微分ゲインである。また、 $T_I (= K_P / K_I)$ は積分時間、 $T_D (= K_D / K_P)$ は微分時間と定義される。この制御系のブロック図を図 1 および図 2 に示す。

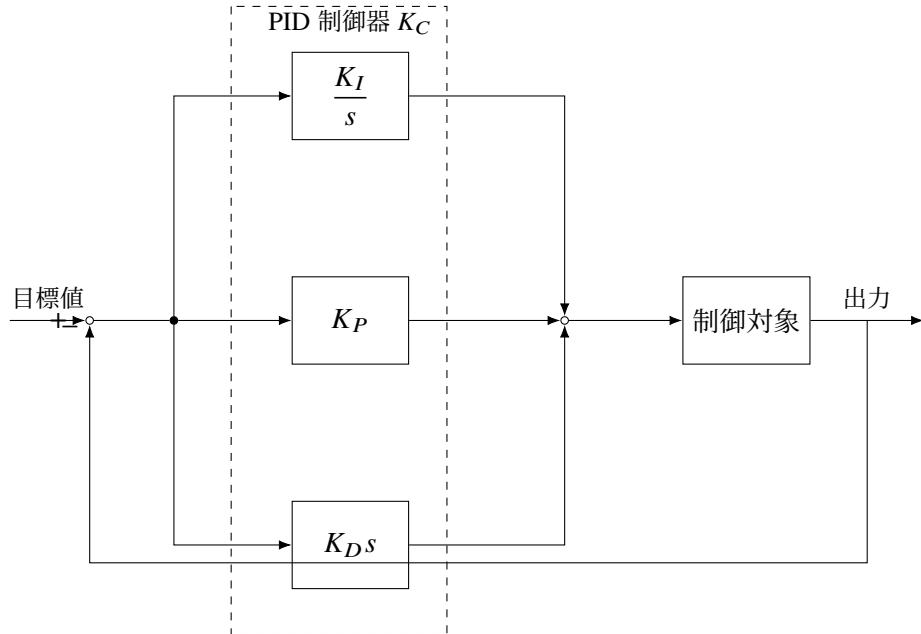


図1 PID制御のブロック図（並列型）

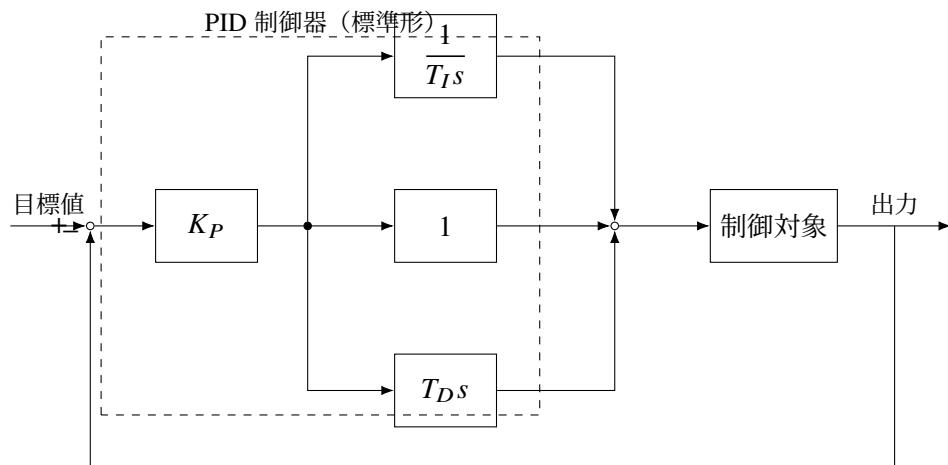


図2 PID制御のブロック図（標準型）

各パラメータが制御系に及ぼす影響は以下の通りである¹.

比例動作 (K_P) 偏差に比例した操作量を出力する. K_P の増加に伴い応答速度は向上し定常偏差は減少するが、過大なゲインは振動的な挙動を招く.

積分動作 (K_I または T_I) 偏差の積分値に応じた操作量を出力する. 低周波成分のゲインが無限大となるため、定常偏差を完全に除去できる.

微分動作 (K_D または T_D) 偏差の変化率に応じた操作量を出力する. 未来の偏差を予測して補償するため、速応性の向上と振動抑制（ダンピング）に寄与する.

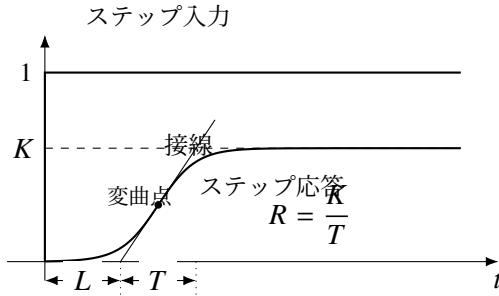


図 3 ステップ応答法におけるパラメータの読み取り

表 1 ステップ応答法による PID パラメータ調整則

パラメータ	K_P	T_I	T_D
P 制御	$\frac{1}{RL}$	—	—
PI 制御	$\frac{0.9}{RL}$	$3.3L$	—
PID 制御	$\frac{1.2}{RL}$	$2L$	$0.5L$

2.2 パラメータ調整法（ステップ応答法）

制御対象が開ループにおいて安定であり、式(3)のような1次遅れ系とむだ時間要素で近似できる場合、ステップ応答法によるパラメータ調整が可能である。

$$G_P(s) = \frac{K}{1+sT} e^{-Ls} \quad (3)$$

図3に示すステップ応答波形から、むだ時間 L および時定数 T （または変曲点の接線から求めた傾き R ）を読み取り、表1に基づき各パラメータを設定する。

3 実験方法

3.1 使用機器

本実験で使用した主要機器を表2に示す。

表 2 使用機器一覧

品名	型番	備考
温度制御実習装置	KENTAC3522S	ヒーター、温度センサ内蔵
制御用 PC	—	Windows OS, PidMonitor インストール済

3.2 実験手順

ヒーターの温度を制御量とし、目標温度を 100°C に設定して以下の実験を行った。

3.2.1 ON・OFF 制御

制御用ソフトウェア (PidMonitor) の Auto モードを解除し、手動による ON・OFF 制御を行った。MV (操作量) を 50.0 % に設定し、PV (現在温度) が 100°C に到達するまで加熱した。 100°C を超過した時点で MV を 0.0 % とし、下回った時点で再度 50.0 % に戻す操作を繰り返し、その際の温度挙動 (ハンチング) を確認した。

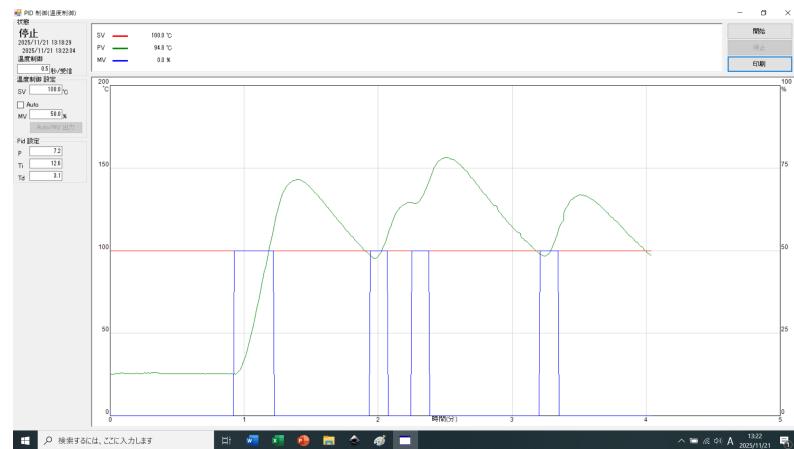
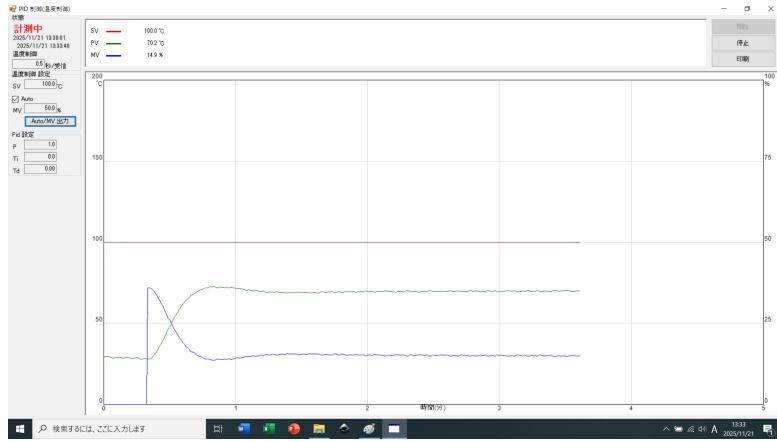


図 4 手動 ON/OFF 制御時の温度挙動

3.2.2 P 制御

積分時間 $T_I = 0$ (実験装置仕様)、微分時間 $T_D = 0$ とし、比例制御のみを行った。比例ゲイン K_P を 1, 5, および 100 に設定した場合の温度変化を測定した。以下にそれぞれの応答波形を示す。



(a) $K_P = 1$



(b) $K_P = 5$



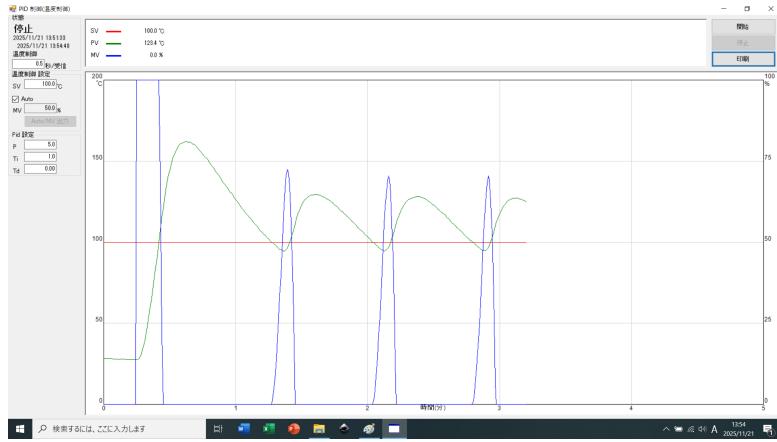
(c) $K_P = 100$

図 5 P 制御の比較 (K_P の違い)

その後、3 分以内に目標温度 ± 10 °C の範囲に収束する最適な $K_P = 5$ を試行錯誤により決定した。

3.2.3 PI 制御

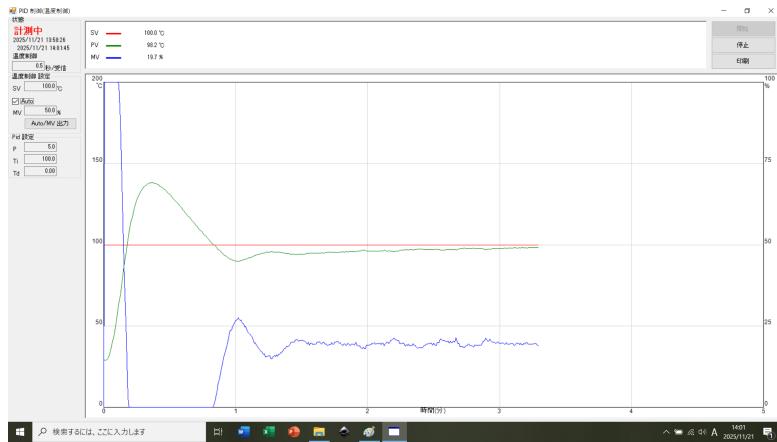
K_P を 5 に固定し、 $T_D = 0$ として PI 制御を行った。積分時間 T_I を 1, 48, および 100 に設定した場合の応答を確認した。以下に代表的な波形を示す。



(a) $T_I = 1$



(b) $T_I = 48$

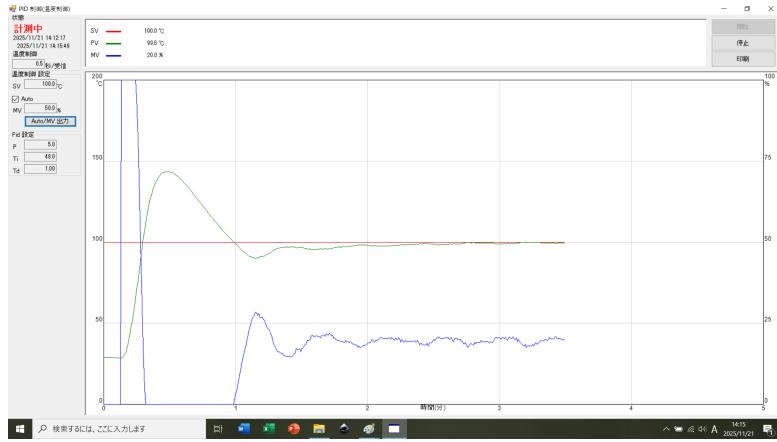


(c) $T_I = 100$

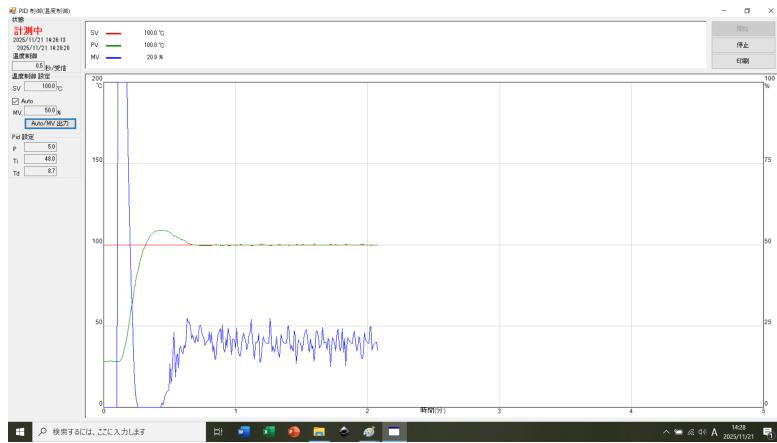
図 6 PI 制御における積分時間 T_I の影響 ($K_P = 5$ 固定)

3.2.4 PID 制御

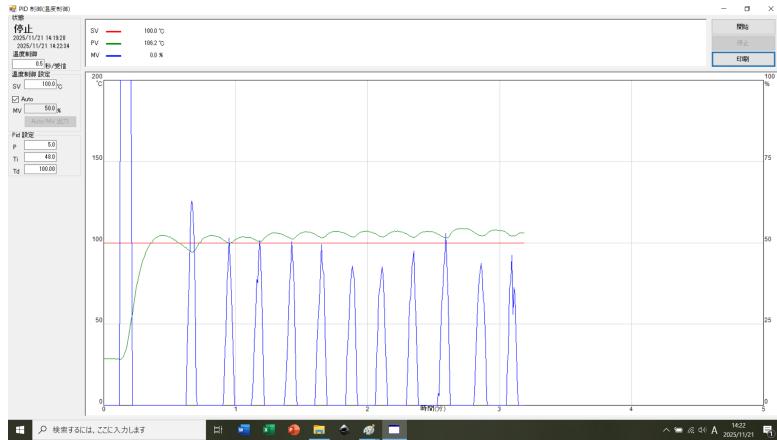
K_P および T_I をそれぞれ 5 および 48 に固定し、PID 制御を行った。微分時間 T_D を 1, 8.7, および 100 に設定した場合の応答を確認した。以下に代表的な波形を示す。



(a) $T_D = 1$



(b) $T_D = 8.7$



(c) $T_D = 100$

図 7 PID 制御における微分時間 T_D の影響 ($K_P = 5, T_I = 48$ 固定)

その後、2 分以内に目標温度 ± 0.5 °C の範囲に収束する最適な $T_D = 8.7$ を決定した。

3.2.5 ステップ応答法による同定

ステップ応答法を用いて制御対象のパラメータ同定を行った。

1. ヒーター温度が室温で安定している状態から、MV を 10 % ~ 20 % の範囲でステップ状に入力した。
2. 温度が定常状態に達した際の入力変化幅 U [%] および温度変化幅 Y [%] を式 (5), (4) により求めた。
3. 定常ゲイン K および、図 3 に基づく L, T, R を算出した。

$$U = (\text{最終入力} - \text{初期入力}) \quad (4)$$

$$Y = \frac{(\text{最終温度} - \text{初期温度})}{200} \times 100 \quad (5)$$

$$K = \frac{Y}{U} \quad (6)$$

$$R = \frac{K}{T} \quad (7)$$

得られたパラメータを基に、表 1 を用いて K_P, T_I, T_D を算出し、これを用いた制御実験を行った。以下にステップ応答法で算出したパラメータを示す。

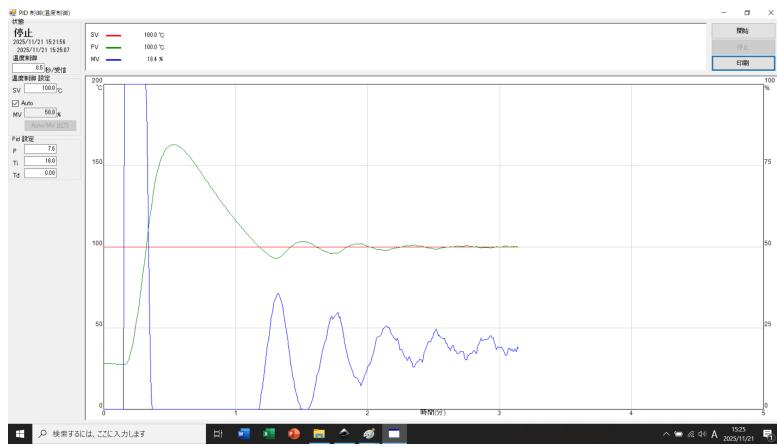
表 3 ステップ応答法で算出した PID パラメータ

制御タイプ	K_P	T_I	T_D
P 制御	8.4	—	—
PI 制御	7.6	16	—
PID 制御	10.1	9.7	2.42

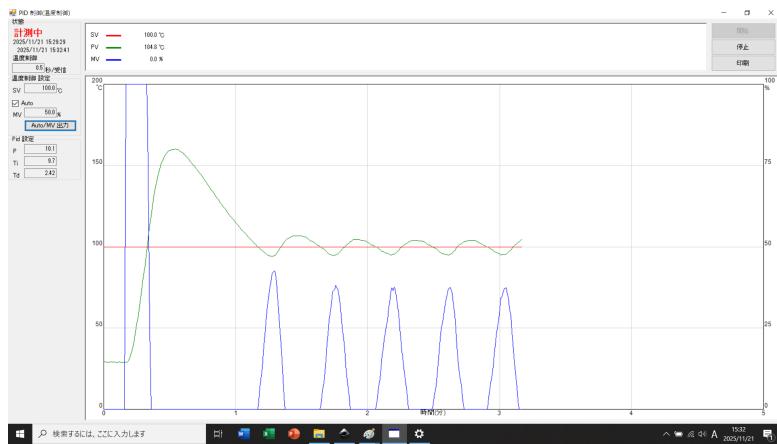
これらのパラメータを用いた制御実験の結果を図に示す。



(a) P 制御 ($K_P = 8.4$)



(b) PI 制御 ($K_P = 7.6, T_I = 16$)



(c) PID 制御 ($K_P = 10.1, T_I = 9.7, T_D = 2.42$)

図 8 ステップ応答法で算出したパラメータを用いた制御実験結果

4 結果および考察

4.1 ON・OFF 制御の挙動

図 4 に示すように、ON・OFF 制御では操作量が 0 % または 50 % の 2 値しかとらないため、温度が目標値の 100 °C に留まることができなかった。温度が上がれば切り、下がれば入れるという操作を繰り返した結果、永続的な温度の波打ち（ハンチング）が発生した。このことから、精密な温度制御には ON・OFF 制御は向きであり、操作量を連続的に変化させる制御が必要であることが確認できた。

4.2 P 制御（比例制御）の特性

P 制御における各ゲインでの応答（図 5）について考察する。

- $K_P = 1$ の場合: 操作量が不足しているため立ち上がりが遅く、時間が経過しても目標温度である 100 °C に到達しなかった。このように、P 制御だけでは解消できない目標値とのズレを「残留偏差（オフセット）」という。
- $K_P = 100$ の場合: ゲインを大きくしすぎたため、少しの偏差に対して操作量が過剰に反応してしまった。その結果、激しい振動が発生し、制御不能となった。
- $K_P = 5$ の場合: 立ち上がりの速さと安定性のバランスが比較的良かったが、それでも目標値に対して数度の残留偏差が残った。

以上の結果から、P 制御においてゲイン K_P を上げれば立ち上がりは速くなるが、上げすぎると振動すること、また適切な値に設定しても残留偏差は消せないことがわかった。

4.3 PI 制御（比例・積分制御）の特性

PI 制御（図 6）では、積分動作を追加することで、P 制御で問題となった残留偏差を解消することができた。積分時間 T_I の違いによる影響は以下の通りである。

- $T_I = 1$ の場合: 積分時間が短すぎる（積分作用が強すぎる）ため、過去の偏差が急速に積み重なり、操作量が過大となった。その結果、目標温度を大きく超える「オーバーシュート」が発生し、収束までに時間がかかった。
- $T_I = 100$ の場合: 積分時間が長すぎる（積分作用が弱い）ため、残留偏差を修正する力が弱く、目標温度である 100 °C にピタリと合うまでに時間がかかった。
- $T_I = 48$ の場合: オーバーシュートを抑えつつ、速やかに残留偏差を解消できており、最も良好な波形となった。

4.4 PID 制御（比例・積分・微分制御）の特性

PID 制御（図 7）では、微分動作を加えることで、急激な温度変化に対してブレーキをかける効果が確認された。

- $T_D = 100$ の場合: 微分時間が長すぎるため、わずかな温度変化やセンサのノイズ（雑音）に対しても過敏に反応してしまった。図 7c の青線（操作量 MV）を見ると、激しくギザギザに変動していることがわかる。これは装置への負担が大きく、制御としても不安定である。
- $T_D = 8.7$ の場合: 適度な微分作用により、立ち上がり時のオーバーシュートが抑制され、最も早く安定して目標温度に到達した。図 7b を見ると、温度が滑らかに目標値に収束している。

4.5 理論値（ステップ応答法）と実験値の比較

ステップ応答法で算出したパラメータ（表 3）と、実際に試行錯誤で決定した最適値を比較すると、大きな差が見られた。具体的には、計算で求めた比例ゲイン $K_P = 10.1$ は、実験で最適とした $K_P = 5$ よりもかなり大きい値であった。計算値をそのまま用いた図 8c では波形が振動的になっており、安定しているとは言い難い。

この不一致の原因として、以下の点が考えられる。

- モデル化の誤差: 計算式では「理想的な加熱」を仮定しているが、実際の実験装置には熱の逃げや、ヒーター自体の反応の遅れなど、単純な式では表せない複雑な要素が含まれている。
- 操作量の限界: 計算上では操作量は無限に出せる前提だが、実際には 0 % から 100 % の範囲でしか出力できない（飽和という）。これにより、理論通りの強力な制御ができなかった。

したがって、ステップ応答法などの計算で求めた値はあくまで「目安」として利用し、最終的には実際の波形を見ながら、少し弱めの設定（ゲインを下げるなど）から微調整を行うことが、現場では重要であると結論付けられる。

5 報告事項

課題として与えられた制御対象 $G(s)$ に対し、前述のステップ応答法（表 1）を用いて PID パラメータの設計を行った。対象の伝達関数は次式で与えられる。

$$G(s) = \frac{5}{2s + 4} e^{-3s} \quad (8)$$

これを 1 次遅れ系とむだ時間の標準形 $G_P(s) = \frac{K}{1+sT} e^{-Ls}$ に帰着させるため、分母の定数項が 1 となるよう分母・分子を 4 で除算し、式変形を行う。

$$G(s) = \frac{5/4}{(2/4)s + 1} e^{-3s} = \frac{1.25}{1 + 0.5s} e^{-3s} \quad (9)$$

上式と標準形の係数比較により、以下のシステムパラメータが得られる。

- システムゲイン $K = 1.25$
- 時定数 $T = 0.5$
- むだ時間 $L = 3.0$

また、ステップ応答の最大傾斜 R は次式で算出される。

$$R = \frac{K}{T} = \frac{1.25}{0.5} = 2.5 \quad (10)$$

これらの値を PID 制御の調整則 ($K_P = 1.2/RL$, $T_I = 2L$, $T_D = 0.5L$) に代入し, 各パラメータを算出した. 結果を表 4 に示す.

表 4 算出された PID パラメータ

パラメータ	計算式	算出値
比例ゲイン K_P	$\frac{1.2}{2.5 \times 3.0}$	0.16
積分時間 T_I	2×3.0	6.0
微分時間 T_D	0.5×3.0	1.5

参考文献

- [1] 豊橋技術科学大学・高等専門学校制御工学教育連携プロジェクト編:『制御工学』, 実教出版,
pp.146-147, 2012.