

画像処理・画像処理工学 レポート課題 1 解答

2025 年 11 月 21 日

1 問題 1

1.1 複合レンズによる像の位置と大きさ

1.1.1 計算・導出過程

■凸レンズ A による中間像 凸レンズ A による中間像の位置 b_A は、レンズの公式より以下のように求まる。

$$\begin{aligned}\frac{1}{16} + \frac{1}{b_A} &= \frac{1}{12} \\ \frac{1}{b_A} &= \frac{1}{12} - \frac{1}{16} = \frac{4}{48} - \frac{3}{48} = \frac{1}{48} \\ \therefore b_A &= 48 \text{ cm}\end{aligned}$$

このときの倍率 m_A および中間像の大きさ h'_A は、

$$m_A = -\frac{48}{16} = -3$$

$$h'_A = 2.0 \times |-3| = 6.0 \text{ cm}$$

となる。

■凸レンズ B による最終的な像 中間像は凸レンズ B の前方に位置するため、これを物体として扱う。凸レンズ B までの物体距離 a_B は、

$$a_B = 63 - 48 = 15 \text{ cm}$$

となる。凸レンズ B の焦点距離 $f_B = 10 \text{ cm}$ を用いて、最終的な像の位置 b_B を計算する。

$$\begin{aligned}\frac{1}{15} + \frac{1}{b_B} &= \frac{1}{10} \\ \frac{1}{b_B} &= \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{3}{30} - \frac{2}{30} = \frac{1}{30} \\ \therefore b_B &= 30 \text{ cm}\end{aligned}$$

最終的な倍率 m_B と像の大きさ h'_B は以下の通り。

$$m_B = -\frac{30}{15} = -2$$

$$h'_B = 6.0 \times |-2| = 12.0 \text{ cm}$$

答え

- 像の位置: 凸レンズ B の後方 30 cm
- 像の大きさ: 12.0 cm

1.2 各デバイスの ppi 計算と比較

1.2.1 計算・導出過程

画面解像度 (w_p, h_p) および対角線インチ数 d_i から、画素密度 (ppi) は次式で得られる。

$$\text{ppi} = \frac{\sqrt{w_p^2 + h_p^2}}{d_i}$$

各デバイスについて計算を行う。

■A. Google Pixel 10

$$\text{ppi} = \frac{\sqrt{1080^2 + 2424^2}}{6.3} = \frac{\sqrt{7042176}}{6.3} \approx \frac{2653.7}{6.3} \approx 421.22$$

■B. iPad (A16)

$$\text{ppi} = \frac{\sqrt{2360^2 + 1640^2}}{10.9} = \frac{\sqrt{8259200}}{10.9} \approx \frac{2873.9}{10.9} \approx 263.66$$

■C. EIZO EV2740S

$$\text{ppi} = \frac{\sqrt{3840^2 + 2160^2}}{27.0} = \frac{\sqrt{19411200}}{27.0} \approx \frac{4405.8}{27.0} \approx 163.18$$

答え

計算結果を整数値でまとめると下表の通りとなる。

デバイス名	ppi (整数値)
Google Pixel 10	421 ppi
iPad (A16)	264 ppi
EIZO EV2740S	163 ppi

1.3 8 近傍鮮鋭化フィルタの導出

1.3.1 導出過程

鮮鋭化フィルタオペレータ W_S は、単位オペレータ W_I とラプラシアンフィルタ W_L を用いて次式で表される。

$$W_S = W_I - W_L$$

ここで、ラプラシアンフィルタ W_L を構成するための 2 次差分を導出する。

■各方向の 2 次差分の近似 注目画素を $f(i, j)$ とし、隣接画素間の変化量の差分をとることで 2 次微分（ラプラシアン）を近似する。

1) x 方向および y 方向 (f_{xx}, f_{yy})

$$\begin{aligned} f_{xx} &= \{f(i+1, j) - f(i, j)\} - \{f(i, j) - f(i-1, j)\} \\ &= f(i+1, j) - 2f(i, j) + f(i-1, j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{yy} &= \{f(i, j+1) - f(i, j)\} - \{f(i, j) - f(i, j-1)\} \\&= f(i, j+1) - 2f(i, j) + f(i, j-1)\end{aligned}$$

2) 斜め方向 (f_{d1}, f_{d2}) 同様に、対角成分についても差分をとる。

$$\begin{aligned}f_{d1} &= \{f(i+1, j+1) - f(i, j)\} - \{f(i, j) - f(i-1, j-1)\} \\&= f(i+1, j+1) - 2f(i, j) + f(i-1, j-1) \\f_{d2} &= \{f(i-1, j+1) - f(i, j)\} - \{f(i, j) - f(i+1, j-1)\} \\&= f(i-1, j+1) - 2f(i, j) + f(i+1, j-1)\end{aligned}$$

■8 近傍ラプラシアンフィルタ W_L 全方向の2次差分の和 $\nabla^2 f = f_{xx} + f_{yy} + f_{d1} + f_{d2}$ を計算すると、注目画素 $f(i, j)$ の係数は $-2 \times 4 = -8$ 、周囲8近傍の画素係数はすべて1となる。したがって、対応するオペレータ W_L は以下のようになる。

$$W_L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

■8 近傍鮮鋭化フィルタ W_S 単位オペレータ W_I から W_L を減じることで、 W_S が得られる。

$$W_S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

答え

$$W_S = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

1.4 Sobel フィルタによるエッジの強度と方向の算出

1.4.1 計算・導出過程

Sobel フィルタのオペレータ S_x, S_y を用いて各方向の一次微分 G_x, G_y を求め、エッジ強度 G と方向 θ を算出する。

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

■注目画素 A 周辺画素の値を用いて微分値を計算する。

$$G_x = (100 + 200 + 150) - (50 + 100 + 100) = 200$$

$$G_y = (100 + 200 + 150) - (50 + 100 + 100) = 200$$

よって、エッジ強度および方向は、

$$G_A = \sqrt{200^2 + 200^2} \approx 282.84$$

$$\theta_A = \arctan(1) = 45^\circ$$

■注目画素 B 同様に微分値を計算する.

$$G_x = (250 + 500 + 200) - (150 + 300 + 100) = 400$$

$$G_y = (100 + 200 + 200) - (150 + 500 + 250) = -400$$

エッジ強度および方向は以下の通り.

$$G_B = \sqrt{400^2 + (-400)^2} \approx 565.69$$

$$\theta_B = \arctan(-1) = -45^\circ$$

答えと考察

	注目画素 A	注目画素 B
x 方向微分 G_x	200	400
y 方向微分 G_y	200	-400
エッジ強度 G	約 282.8	約 565.7
エッジ方向 θ	45°	-45°

算出結果を比較すると、注目画素 B のエッジ強度 G_B は G_A の約 2 倍の値を示している。これは画素 B 周辺の方がより急峻な輝度変化を持つことを意味する。また、エッジ方向については、A が左下から右上（正の傾き）であるのに対し、B は左上から右下（負の傾き）であり、エッジの特性が異なることが確認できる。