离散系统的冲激响应和阶跃响应

MATLAB子函数

1.impz

功能： 求解数字系统的冲激响应。

调用格式：

［h，t］＝impz(b，a)；求解数字系统的冲激响应h，取样点数为缺省值。

［h，t］＝impz(b，a，n)；求解数字系统的冲激响应h，取样点数由n确定。

impz(b，a)；在当前窗口用stem(t，h)函数出图。

2.dstep

功能：求解数字系统的阶跃响应。

调用格式：

［h，t］＝dstep(b，a)；求解数字系统的阶跃响应h，取样点数为缺省值。

［h，t］＝dstep(b，a，n)；求解数字系统的阶跃响应h，取样点数由n确定。

dstep(b，a)；在当前窗口用stairs(t，h)函数出图。

3.filter

功能：对数字系统的输入信号进行滤波处理。

调用格式：

y＝filter(b，a，x)；对于由矢量a、b定义的数字系统，当输入信号为x时，对x中的数据进行滤波，结果放于y中，长度取max(na，nb)。

［y，zf］＝filter(b，a，x)；除得到结果矢量y外，还得到x的最终状态矢量zf。

y＝filter(b，a，x，zi)；可在zi中指定x的初始状态

4.filtic

功能： 为filter函数选择初始条件。

调用格式：

z＝filtic(b，a，y，x)；求给定输入x和y时的初始状态。

z＝filtic(b，a，y)；求x＝0，给定输入y时的初始状态。

其中，矢量x和y分别表示过去的输入和输出：

x＝［x(－1)，x(－2)，…，x(－N)］

y＝［y(－1)，y(－2)，…，y(－N)］

说明：以上子函数中的b和a，分别表示系统函数H(z)中由对应的分子项和分母项系数所构成的数组。如式(5-2)所示，H(z)按z^{-1}(或z)的降幂排列。在列写b和a系数向量时，两个系数的长度必须相等，它们的同次幂系数排在同样的位置上，缺项的系数赋值为0。

在MATLAB信号处理工具箱中，许多用于多项式处理的函数，都采用以上的方法来处理分子项和分母项系数所构成的数组。在后面的实验中不再说明。

实验原理

1.离散LTI系统的响应与激励

由离散时间系统的时域和频域分析方法可知，一个线性移不变离散系统可以用线性常系数差分方程表示：

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{m=0}^{M} b_m x(n-m) \qquad (5\text{-}1)$$

也可以用系统函数来表示：

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{b(z)}{a(z)}=\frac{\sum\limits_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{\sum\limits_{k=0}^{N} a_k z^{-k}} \qquad (6\text{-}2)$$

$$=\frac{b_0+b_1 z^{-1}+b_2 z^{-2}+\cdots\cdots+b_m z^{-M}}{1+a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2}+\cdots\cdots+a_k z^{-N}}$$

系统函数H(z)反映了系统响应与激励间的关系。一旦上式中的b_m和a_k的数据确定了，则系统的性质也就确定了。其中特别注意：a_0必须进行归一化处理，即$a_0=1$。

对于复杂信号激励下的线性系统，可以将激励信号在时域中分解为单位脉冲序列或单位阶跃序列，把这些单元激励信号分别加于系统求其响应，然后把这些响应叠加，即可得到复杂信号加于系统的零状态响应。因此，求解系统的冲激响应和阶跃响应尤为重要。由图6-1可以看出一个离散LSI系统响应与激励的关系。

同时，图6-1显示了系统时域分析方法和Z变换域分析法的关系。

如果已知系统的冲激响应h(n)，则对它进行z变换即可求得系统函数H(z)；

反之，知道了系统函数H(z)，对其进行z逆变换，即可求得系统的冲激响应h(n)。

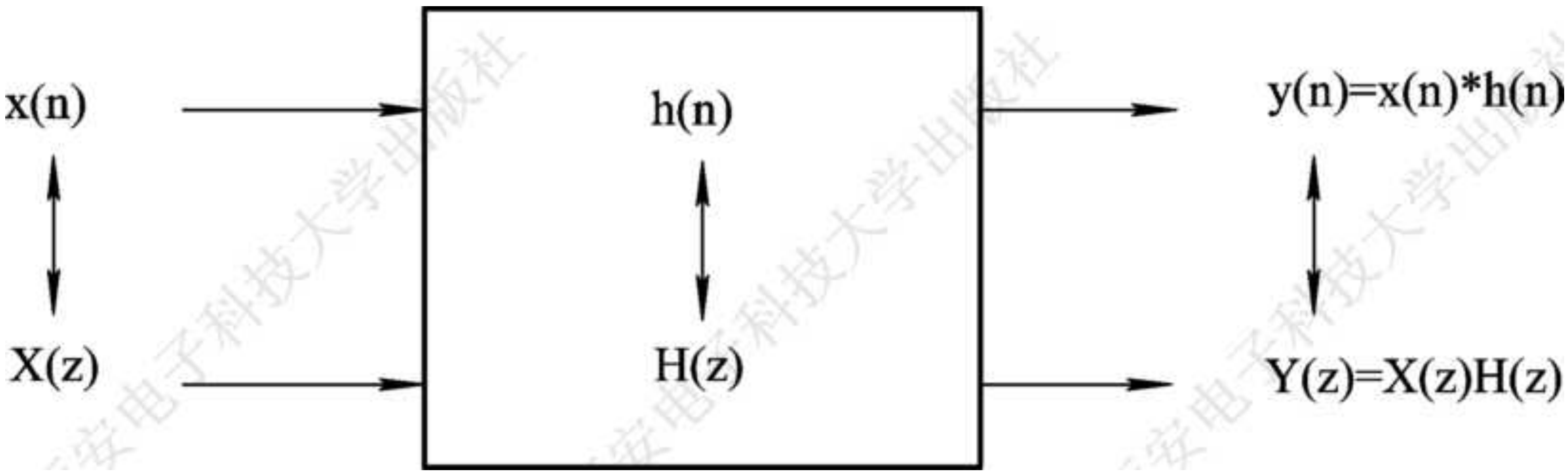

图6-1 离散LTI系统响应与激励的关系

2.用impz和dstep子函数求解离散系统的单位冲激响应和阶跃响应

在MATLAB语言中，求解系统单位冲激响应和阶跃响应的最简单的方法是使用MATLAB提供的impz和dstep子函数。

下面举例说明使用impz和dstep子函数求解系统单位冲激响应和阶跃响应的方法。

例6-1 已知一个因果系统的差分方程为

$6y(n)+2y(n-2)=x(n)+3x(n-1)+3x(n-2)+x(n-3)$

满足初始条件$y(-1)=0$，$x(-1)=0$，求系统的单位冲激响应和阶跃响应。

解 将$y(n)$项的系数a_0进行归一化，得到

$$y(n)+\frac{1}{3}y(n-2)$$

$$=\frac{1}{6}x(n)+\frac{1}{2}x(n-1)+\frac{1}{2}x(n-2)+\frac{1}{6}x(n-3)$$

分析上式可知，这是一个3阶系统，列出其b_m和a_k系数：

$$a_0 = 1, \qquad a_1 = 0, \qquad a_2 = 1/3, \qquad a_3 = 0,$$

$$b_0 = 1/6, \qquad b_1 = 1/2, \qquad b_2 = 1/2, \qquad b_3 = 1/6$$

编写MATLAB程序如下(取N＝32点作图)：

```
a＝［1，0，1/3，0］；
b＝［1/6，1/2，1/2，1/6］；
N＝32；
n＝0：N－1；
```

```
hn＝impz(b，a，n)；             %求时域单位冲激响应
gn＝dstep(b，a，n)；                %求时域单位阶跃响应
subplot(1，2，1)，stem(n，hn，′k′)；%显示冲激响应曲线
title(′系统的单位冲激响应′)；
ylabel(′h(n)′)；xlabel(′n′)；
axis(［0，N，－1.1*min(hn)，1.1*max(hn)］)；
subplot(1，2，2)，stem(n，gn，′k′)；%显示阶跃响应曲线
title(′系统的单位阶跃响应′)；
ylabel(′g(n)′)；xlabel(′n′)；
axis(［0，N，－1.1*min(gn)，1.1*max(gn)］)；
```

系统的单位冲激响应和阶跃响应如图6-2所示。

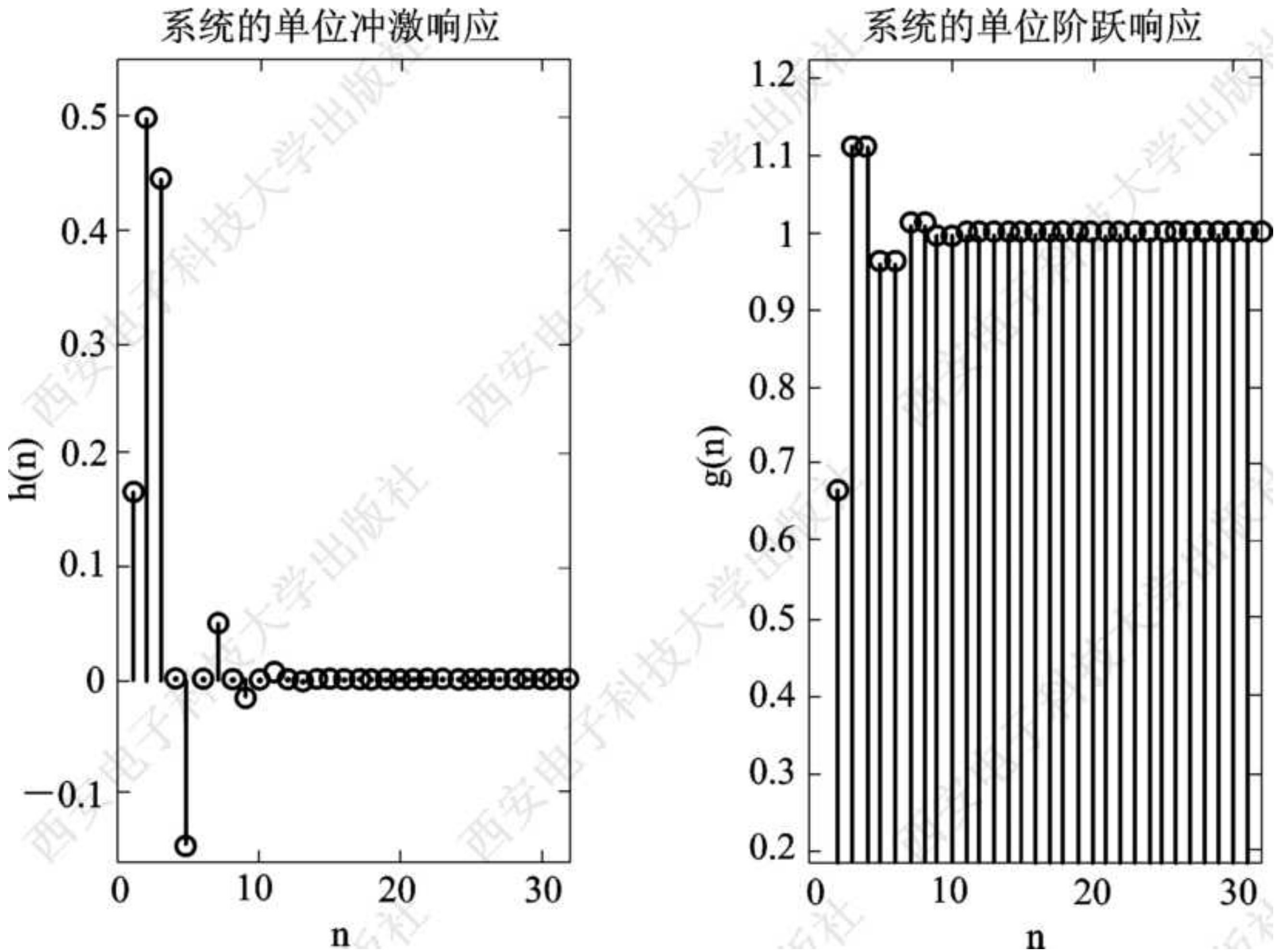

图6-2 例6-1系统的单位冲激响应和阶跃响应

例 6-2 已知一个系统函数公式

$$H(z)=\frac{0.1321-0.3963z^{-2}+0.3963z^{-4}-0.1321z^{-6}}{1+0.34319z^{-2}+0.60439z^{-4}+0.20407z^{-6}}$$

求该系统的单位冲激响应和阶跃响应。

解 分析上式可知，这是一个6阶系统，直接用MATLAB语言列出其b_m和a_k系数：

a＝［1，0，0.34319，0，0.60439，0，0.20407］；

b＝［0.1321，0，－0.3963，0，0.3963，0，－0.1321］；

注意： 原公式中存在着缺项，必须在相应的位置上补零。

用impz和dstep子函数编写程序如下：

```
a＝［1，0，0.34319，0，0.60439，0，0.20407］；
b＝［0.1321，0，－0.3963，0，0.3963，0，－0.1321］；
N＝32；
n＝0：N－1；
hn＝impz(b，a，n)；              %求时域单位冲激响应
gn＝dstep(b，a，n)；             %求时域单位阶跃响应
subplot(1，2，1)，stem(n，hn)；%显示冲激响应曲线
title('系统的单位冲激响应')；
ylabel('h(n)')；xlabel('n')；
subplot(1，2，2)，stem(n，gn)；%显示阶跃响应曲线
title('系统的单位阶跃响应')；
ylabel('g(n)')；xlabel('n')；
```

结果如图6-3所示。

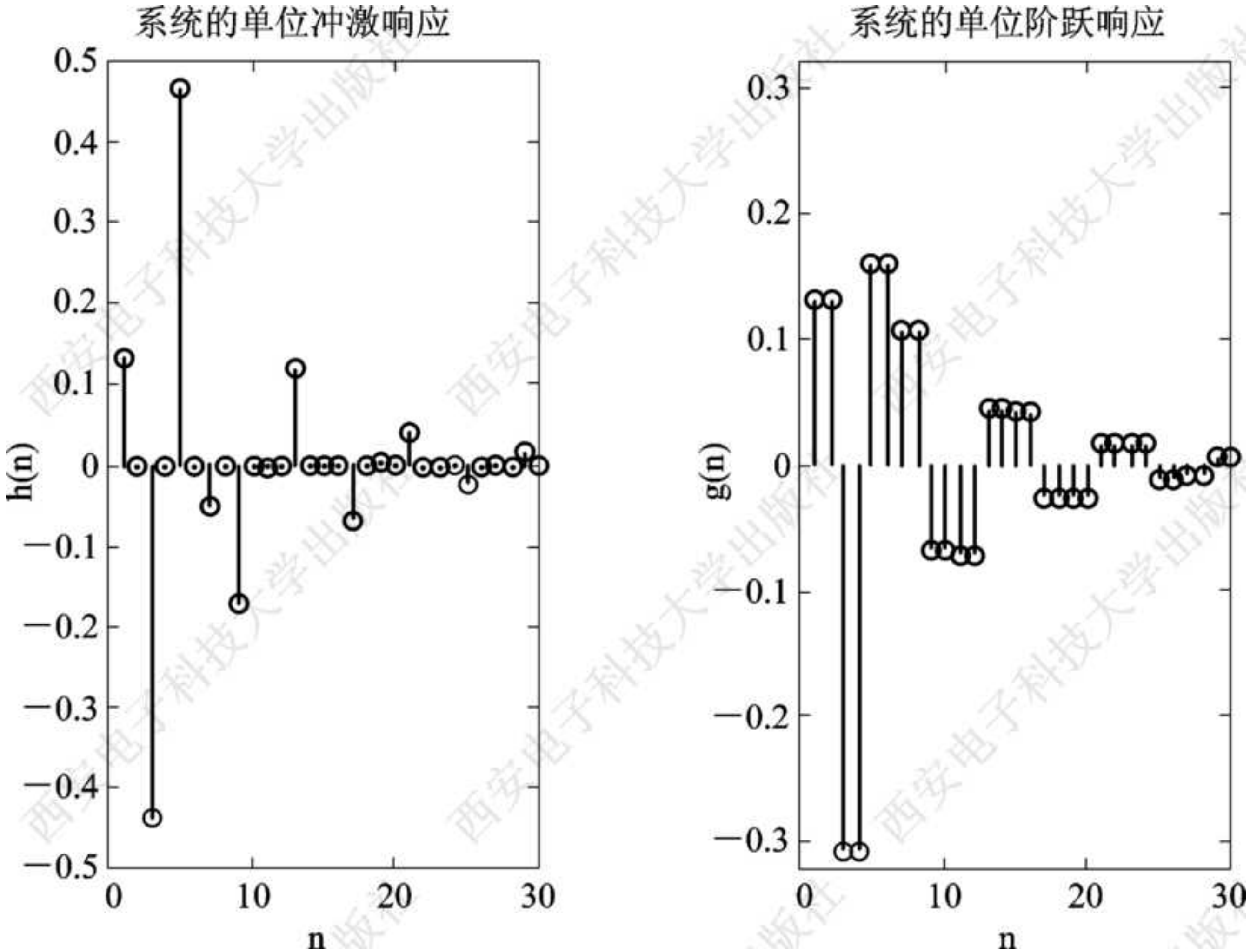

图6-3 例6-2系统的单位冲激响应和阶跃响应

3.用filtic和filter子函数求解离散系统的单位冲激响应

MATLAB提供了两个子函数filtic和filter来求解离散系统的响应。当输入信号为单位冲激信号时，求得的响应即为系统的单位冲激响应；当输入信号为单位阶跃信号时，求得的响应即为系统的单位阶跃响应。

例6-3 已知一个因果系统的差分方程为

6y(n)－2y(n－4)＝x(n)－3x(n－2)＋3x(n－4)－x(n－6)

满足初始条件y(－1)＝0，x(－1)＝0，求系统的单位冲激响应和单位阶跃响应。时间轴上N取32点作图。

解： 将y(n)项的系数a_0进行归一化，得到

$$y(n)-\frac{1}{3}y(n-4)$$

$$=\frac{1}{6}x(n)-\frac{1}{2}x(n-2)+\frac{1}{2}x(n-4)-\frac{1}{6}x(n-6)$$

分析上式可知，这是一个6阶系统，直接用MATLAB语言列出其b_m和a_k系数：

a＝［1，0，0，0，－1/3，0，0］；

b＝［1/6，0，－1/2，0，1/2，0，－1/6］；

注意：原公式中存在着缺项，必须在相应的位置上补零。

编写MATLAB程序如下：

x01＝0；y01＝0；N＝32；　　%赋初始条件和采样点数

a＝［1，0，0，0，－1/3，0，0］；%输入差分方程系数

b＝［1/6，0，－1/2，0，1/2，0，－1/6］；

xi＝filtic(b，a，0)；%求等效初始条件的输入序列

n＝0：N－1；%建立N点的时间序列

x1＝［n＝＝0］；%建立输入单位冲激信号x1(n)

hn＝filter(b，a，x1，xi)；%对输入单位冲激信号进行滤波，求冲激响应

x2＝［n>＝0］；%建立输入单位阶跃信号x2(n)

gn＝filter(b，a，x2，xi)；%对输入单位阶跃信号进行滤波，求阶跃响应

subplot(1，2，1)，stem(n，hn)；

title('系统单位冲激响应')；

subplot(1，2，2)，stem(n，gn)；

title('系统单位阶跃响应')；

系统的单位冲激响应和单位阶跃响应如图6-4所示。

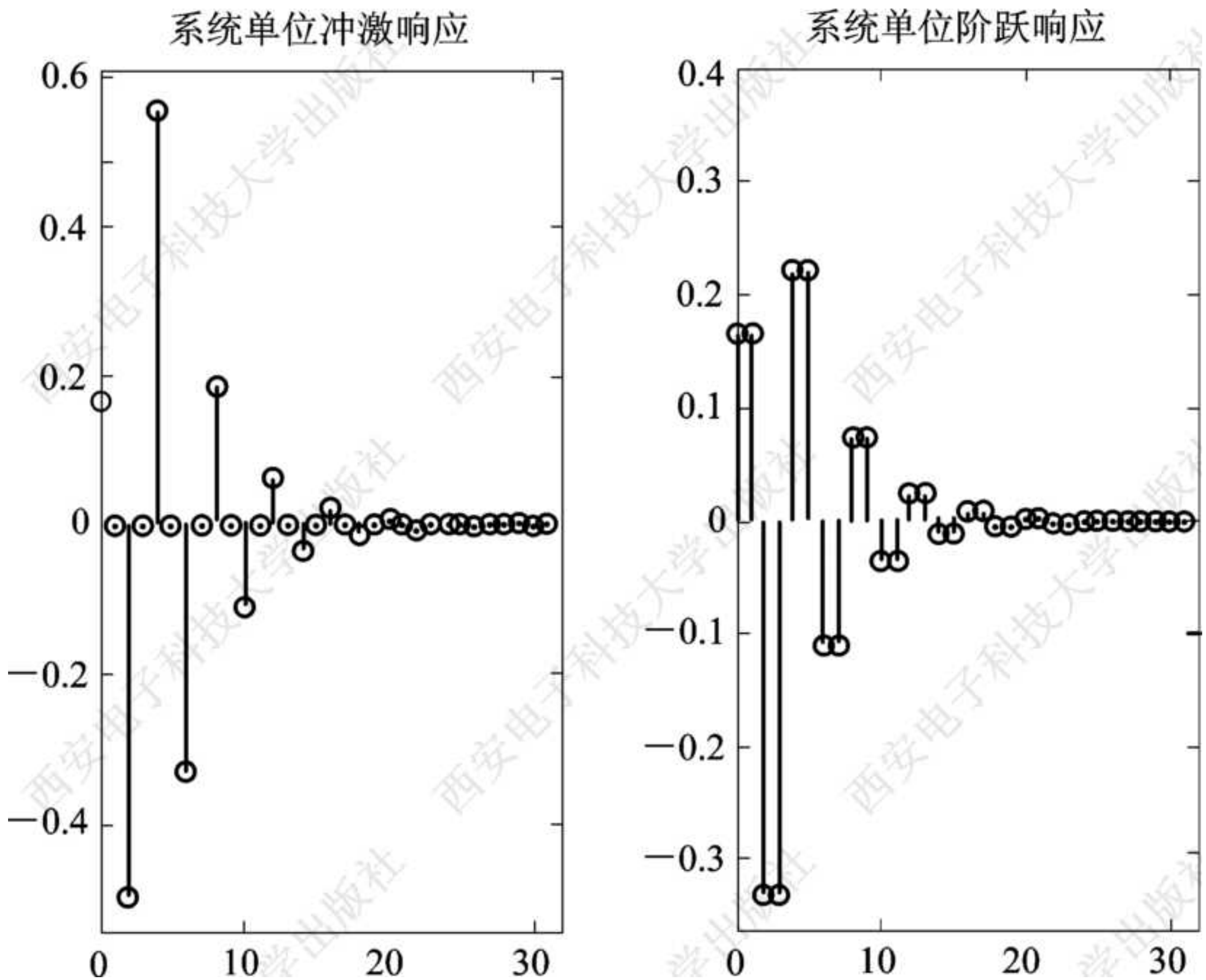

图6-4 用filter子函数求解例6-3系统的响应