数字滤波器的结构

1.数字滤波器的分类

离散LSI系统对信号的响应过程实际上就是对信号进行滤波的过程。因此，离散LSI系统又称为数字滤波器。

数字滤波器从滤波功能上可以分为低通、高通、带通、带阻以及全通滤波器；根据系统的单位冲激响应的特性，又可以分为有限长单位冲激响应滤波器(FIR)和无限长单位冲激响应滤波器(IIR)。

一个离散LSI系统可以用系统函数来表示:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{b(z)}{a(z)}=\frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

$$=\frac{b_0+b_1 z^{-1}+b_2 z^{-2}+\cdots\cdots+b_m z^{-m}}{1+a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2}+\cdots\cdots+a_k z^{-k}}$$

也可以用差分方程来表示:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k)=\sum_{m=0}^{M} b_m x(n-m)$$

以上两个公式中，当a_k至少有一个不为0时，则在有限z平面上存在极点，表达的是一个IIR数字滤波器；当a_k全都为0时，系统不存在极点，表达的是一个FIR数字滤波器。FIR数字滤波器可以看成是IIR数字滤波器的a_k全都为0时的一个特例。

IIR数字滤波器的基本结构分为直接Ⅰ型、直接Ⅱ型、级联型和并联型。

FIR数字滤波器的基本结构分为横截型(又称直接型或卷积型)、级联型、线性相位型及频率采样型等。本实验对线性相位型及频率采样型不做讨论。

2.IIR数字滤波器的基本结构与实现

1)直接型与级联型、并联型间的转换

例14-1 已知一个系统的传递函数为

$$H(z)=\frac{8-4z^{-1}+11z^{-2}-2z^{-3}}{1-1.25z^{-1}+0.75z^{-2}-0.125z^{-3}}$$

将其从直接型(其信号流图如图14-1所示)转换为级联型和并联型。

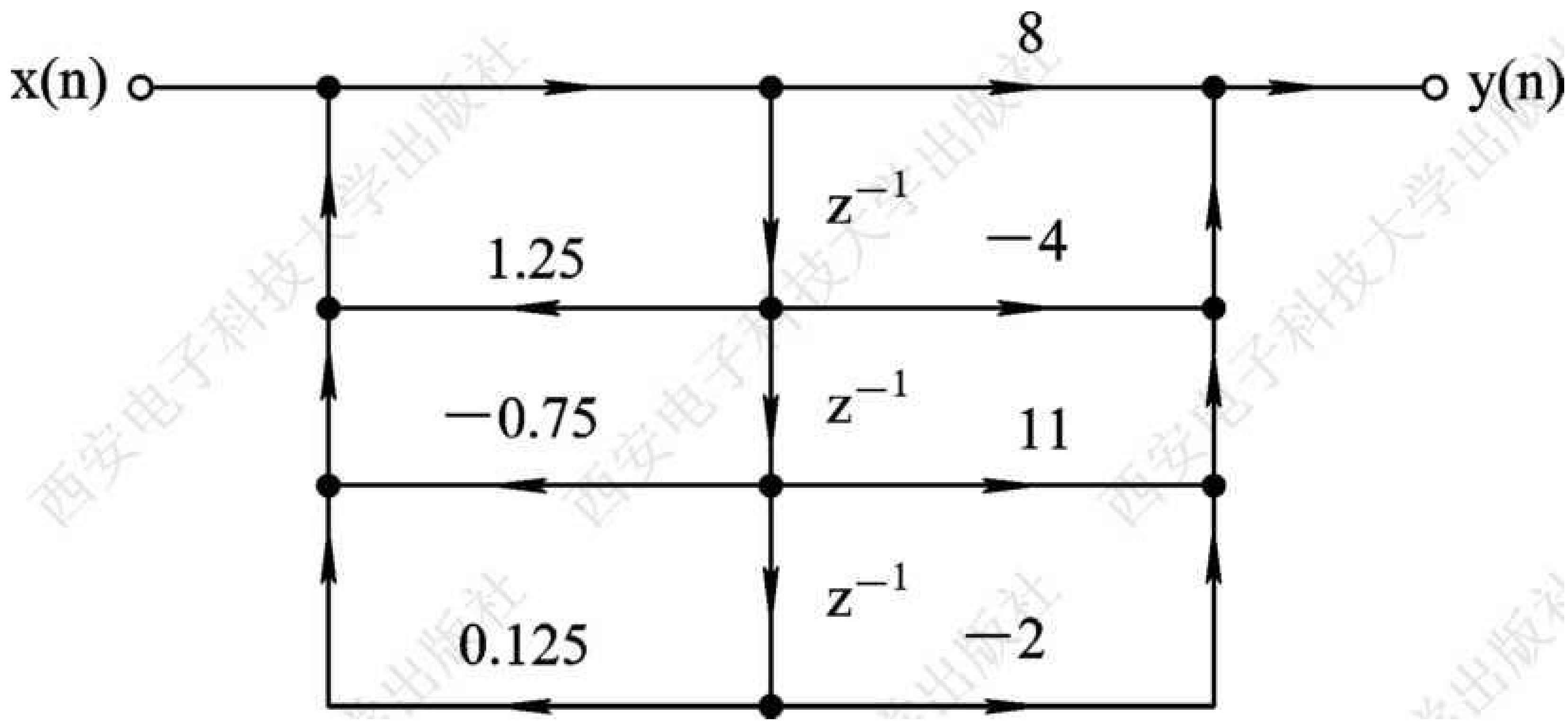

图14-1 例14-1系统直接型信号流图

解 从直接型转换为级联型，就是将系统传递函数(tf)模型转换为二次分式(sos)模型；从直接型转换为并联型，就是将系统的传递函数(tf)模型转换为极点留数(rpk)模型。

程序如下：

```
b＝［8，－4，11，－2］；          %输入系统函数b参数
a＝［1，－1.25，0.75，－0.125］；%输入系统函数a参数
［sos，g］＝tf2sos(b，a)%由直接型转换为级联型
［r，p，k］＝residuez(b，a)%由直接型转换为并联型
```

运行结果:

sos =

1.0000	– 0.1900	0			
1.0000	– 0.3100	1.3161	1.0000	– 1.0000	0.5000

g =

8

r =

– 8.0000 – 12.0000i

– 8.0000 + 12.0000i

8.0000

p =

0.5000 + 0.5000i

0.5000 – 0.5000i

0.2500

k =

16

由sos和g的数据，可以列写出级联型的表达式：

$$H(z) = 8 \cdot \frac{(1-0.19z^{-1})}{(1-0.25z^{-1})} \cdot \frac{(1-0.31z^{-1}+1.3161z^{-2})}{(1-z^{-1}+0.5z^{-2})}$$

信号流图如图14-2所示。

由r、p、k的数据，可以列写出并联型的表达式：

$$H(z) = \frac{-8-12i}{1-(0.5+0.5i)z^{-1}} + \frac{-8+12i}{1-(0.5-0.5i)z^{-1}} + \frac{8}{1-0.25z^{-1}} + 16$$

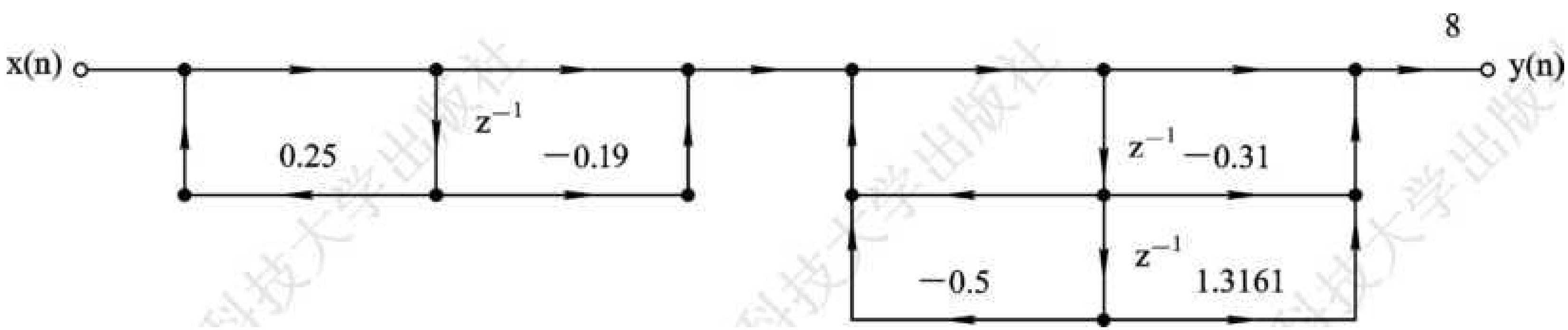

图14-2 例14-1系统级联型信号流图

上式中出现了复系数，可采用二阶分割将共轭极点组成分母上的实系数二阶环节。这里，使用子函数dir2par.m，可以实现滤波器结构从直接型向并联型的转换，且用实系数二阶环节表示。注意，在使用dir2par.m子函数时，需要调用另一个自编子函数cplxcomp.m，以进行复共轭对的正确排序，保证系统函数二阶环节的分子、分母一定是实数。由于这两个子函数均不是MATLAB工具箱的库函数，因此使用前必须将其存入自己的M文件子目录中，以备调用。

6. dir2par.m

功能：进行直接型到并联型的转换。

程序清单：

```
function [C, B, A]=dir2par(num, den)
%直接型到并联型的转换
M=length(num); N=length(den);
[r1, p1, C]=residuez(num, den);     %先求系统的单根 p1，对应的留数 r1 及直接项 C
p=cplxpair(p1, 10000000 * eps);     %用配对函数 cplxpair 由 p1 找共轭复根 p
I=cplxcomp(p1, p);                  %找 p1 变为 p 时的排序变化
r=r1(I);                            %让 r1 的排序变化为 r，保持与极点对应
%变换为二阶子系统
K=floor(N/2); B=zeros(K, 2); A=zeros(K, 3); %二阶子系统变量的初始化
if K * 2==N;     %N 为偶数，A(z)的次数为奇，有一个因式是一阶的
  for i=1: 2: N-2
    Brow=r(i: 1: i+1, :);            %取出一对留数
    Arow=p(i: 1: i+1, :);            %取出一对对应的极点
    %二个留数极点转为二阶子系统分子分母系数
    [Brow, Arow]=residuez(Brow, Arow, []);
    B(fix((i+1)/2), :)=real(Brow);   %取 Brow 的实部，放入系数矩阵 B 的相应行
    A(fix((i+1)/2), :)=real(Arow);   %取 Arow 的实部，放入系数矩阵 A 的相应行
  end;
  [Brow, Arow]=residuez(r(N-1), p(N-1), []);  %处理实单根
  B(K, :)=[real(Brow), 0]; A(K, :)=[real(Arow), 0];
else         %N 为奇数，A(z)的次数为偶，所有因式都是二阶的
  for i=1: 2: N-1
    Brow=r(i: 1: i+1, :);            %取出一对留数
    Arow=p(i: 1: i+1, :);            %取出一对对应的极点
    %二个留数极点转为二阶子系统分子分母系数
    [Brow, Arow]=residuez(Brow, Arow, []);
    B(fix((i+1)/2), :)=real(Brow);   %取 Brow 的实部，放入系数矩阵 B 的相应行
    A(fix((i+1)/2), :)=real(Arow);   %取 Arow 的实部，放入系数矩阵 A 的相应行
  end
end
```

4. cplxcomp. m

功能：按共轭条件排列极点-留数对。

程序清单：

```
function I=cplxcomp(p1, p2)
%比较两个包含同样标量元素但(可能)具有不同下标的复数对
%本语句必须用在 p2=cplxpair(p1) 语句之后，以重新排序其相应的留数向量
I=[];
for j=1: length(p2)
    for i=1: length(p1)
        if(abs(p1(i)-p2(j))<0.0001)
            I=[I, i];
        end;
    end;
end;
I=I';
```

将例14-1从直接型转换为并联型的程序改写为：

b＝［8，－4，11，－2］；　　%输入系统函数b参数

a＝［1，－1.25，0.75，－0.125］；%输入系统函数a参数

［C，B，A］＝dir2par(b，a)%由直接型转换为并联型

运行结果：

C＝

16

B＝

– 16.0000   20.0000

8.0000   0

A =

1.0000   – 1.0000   0.5000

1.0000   – 0.2500   0

由A、B、C的数据，可以列写出并联型的表达式：

$$H(z)=16+\frac{-16+20z^{-1}}{1-z^{-1}+0.5z^{-2}}+\frac{8}{1-0.25z^{-1}}$$

信号流图如图14-3所示。

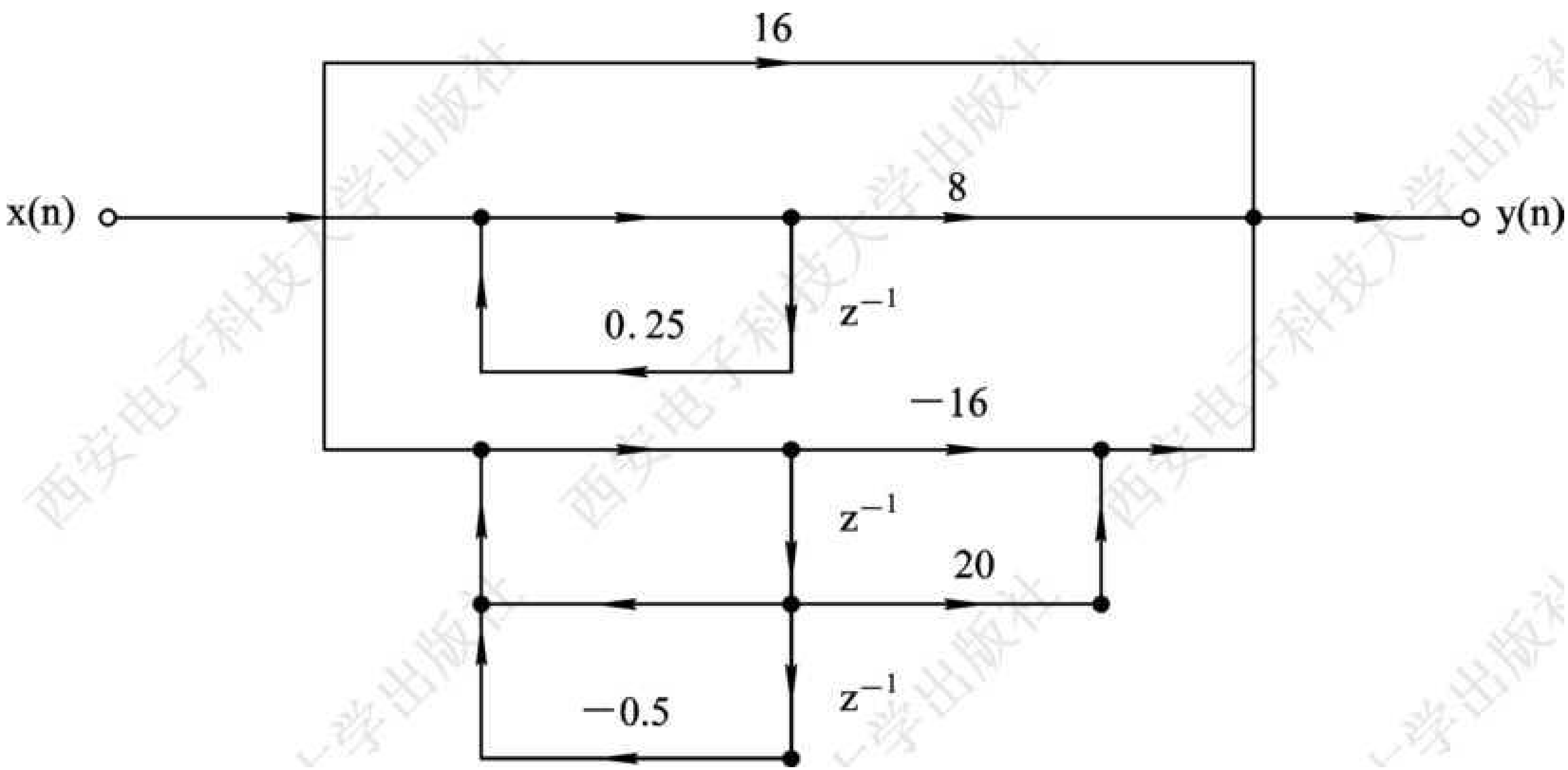

图14-3 例14-1系统并联型信号流图

例14-2 已知一个系统的级联型系数公式为

$$H(z) = 0.5 \cdot \frac{(1+0.9z^{-1})}{(1-0.25z^{-1})} \cdot \frac{(1-3z^{-1}+2z^{-2})}{(1+z^{-1}+0.5z^{-2})}$$

将其从级联型(信号流图如图14-4所示)转换为直接型和并联型结构。

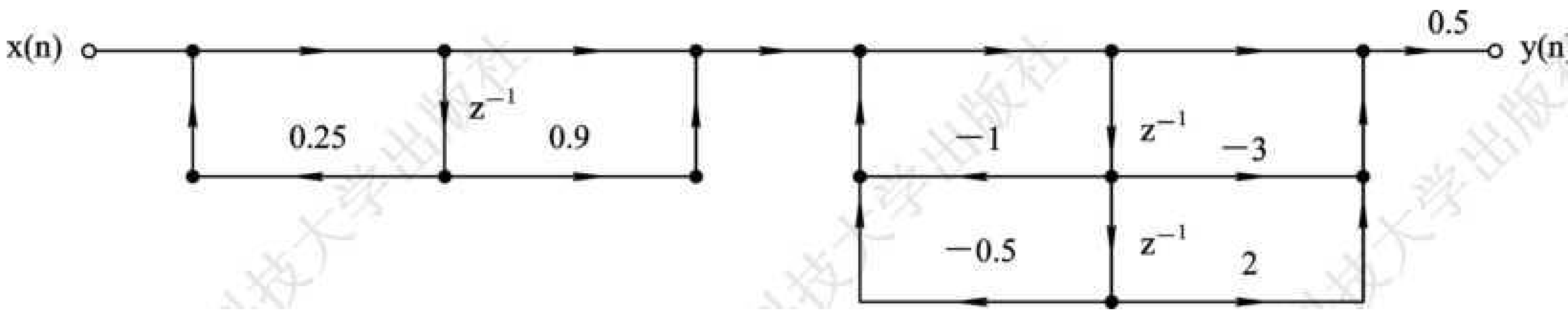

图14-4 例14-2系统级联型信号流图

解 从级联型转换为直接型，就是将二次分式(sos)模型转换为系统传递函数(tf)模型；再使用dir2par.m和cplxcomp.m子函数，将直接型转换为并联型。

程序如下：

$$sos = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0 & 1 & -0.25 & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 1 & 1 & 0.5 \end{bmatrix};$$

g = 0.5；

［b，a］ = sos2tf(sos，g) %由级联型转换为直接型

［C，B，A］ = dir2par(b，a)%由直接型转换为并联型

运行结果:

b =

0.5000 – 1.0500 – 0.3500 0.9000

a =

1.0000 0.7500 0.2500 – 0.1250

C =

– 7.2000

B =

3.9846 1.6308

3.7154 0

A =

1.0000　　1.0000　　0.5000

1.0000　　− 0.2500　0

由b、a的数据，可以列写出直接型的表达式：

$$H(z)=\frac{0.5-1.05z^{-1}-0.35z^{-2}+0.9z^{-3}}{1+0.75z^{-1}+0.25z^{-2}-0.125z^{-3}}$$

信号流图如图14-5所示。

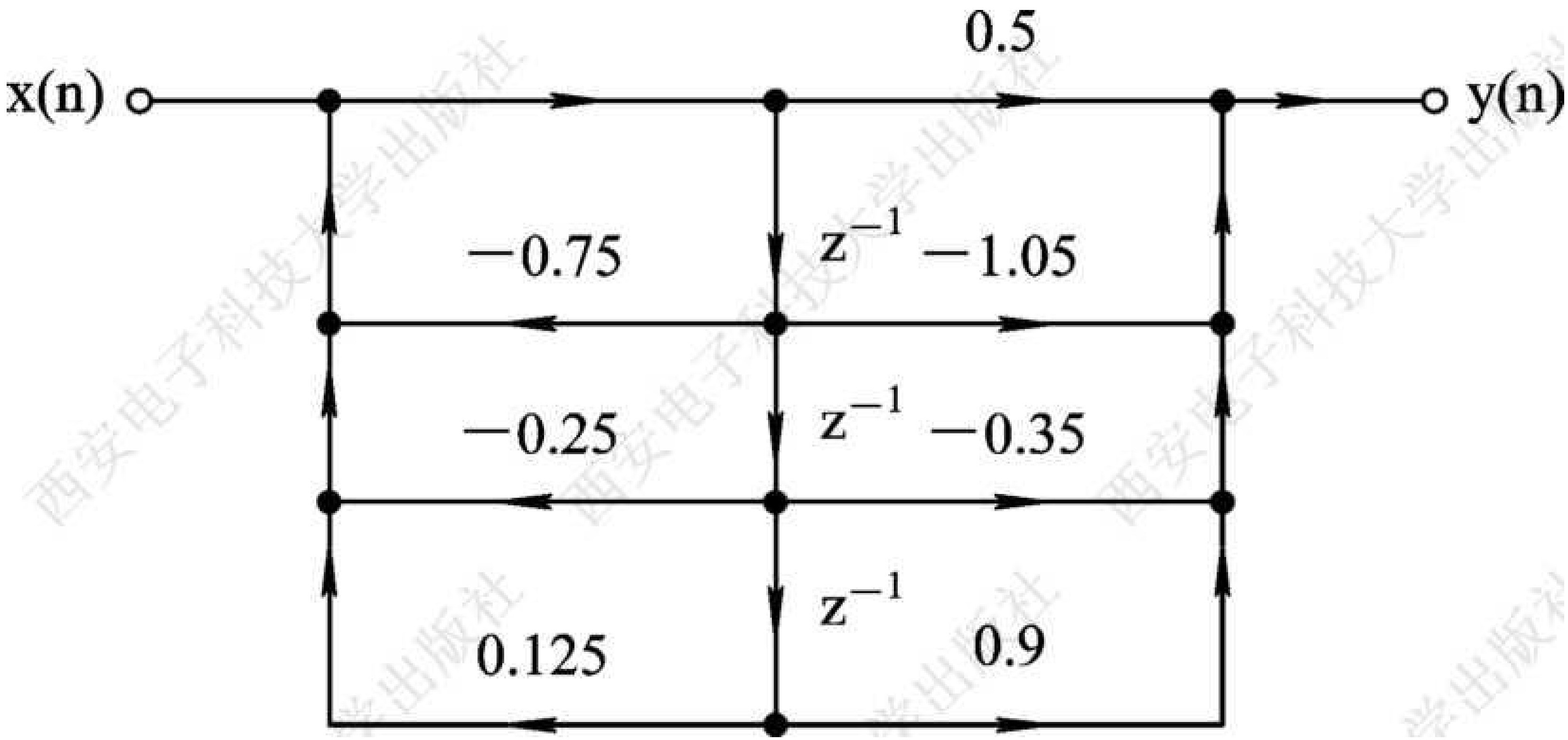

图14-5 例14-2系统直接型信号流图

由A、B、C的数据，可以列写出并联型的表达式：

$$H(z)=\frac{3.9846+1.6308\,z^{-1}}{1+z^{-1}+0.5\,z^{-2}}+\frac{3.7154}{1-0.25\,z^{-1}}-7.2$$

信号流图如图14-6所示。

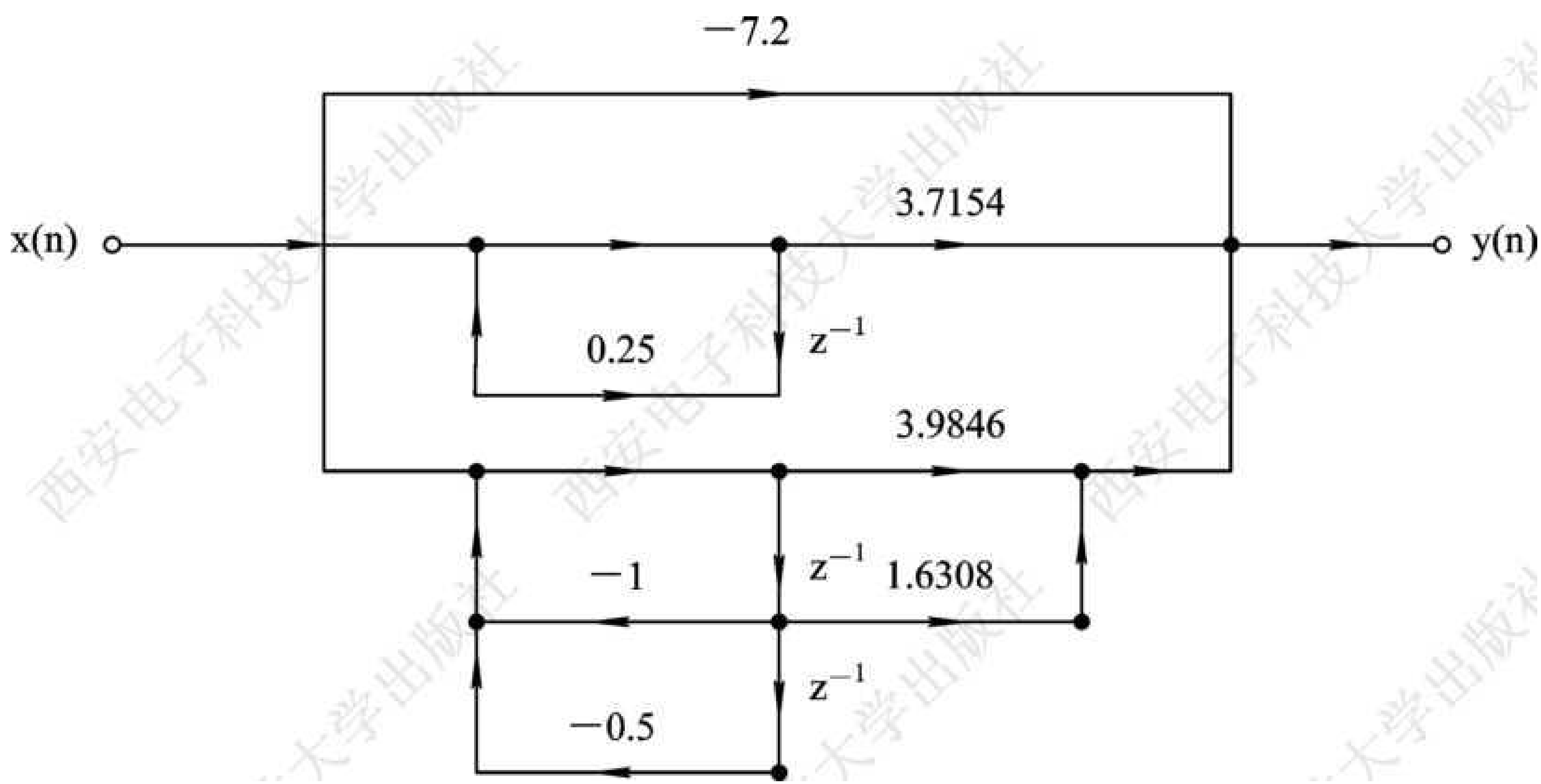

图14-6 例14-2系统并联型信号流图

2.FIR数字滤波器的基本结构与实现

1)横截型与级联型间的转换

例14-3 已知一个FIR系统的传递函数为

$$H(z)=2+0.9z^{-1}+1.55z^{-2}+2.375z^{-3}$$

将其从横截型(信号流图如图14-7所示)转换为级联型形式。

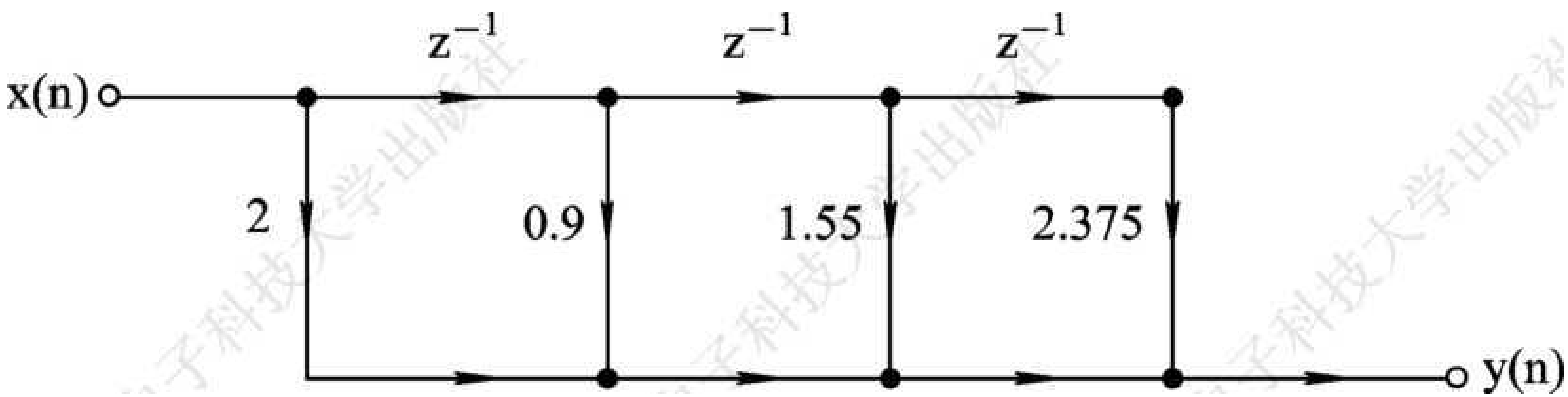

图14-7 例14-3系统横截型信号流图

解 从横截型转换为级联型，就是将系统传递函数(tf)模型转换为二次分式(sos)模型。程序如下：

```
b＝［2，0.9，1.55，2.375］；    %输入系统函数b参数
a＝［1］；                      %输入系统函数a参数
［sos，g］＝tf2sos(b，a)%由直接型转换为级联型
［b，a］＝sos2tf(sos，g)%由级联型还原为直接型
```

程序运行结果：

```
sos＝
1.0000  0.9500  [KG*2]0 1.0000  0  0
1.0000  –0.5000 1.2500 1.0000  0  0
```

g =

2

b =

2.0000 0.9000 1.5500 2.3750

a =

1 0 0 0

由sos和g的数据，可以列写出级联形式的表达式：

$$H(z) = 2(1 + 0.95z^{-1})(1 - 0.5z^{-1} + 1.25z^{-2})$$

信号流图如图14-8所示。

由b、a参数可以验证tf2sos和sos2tf互为逆过程，且运算结果正确。

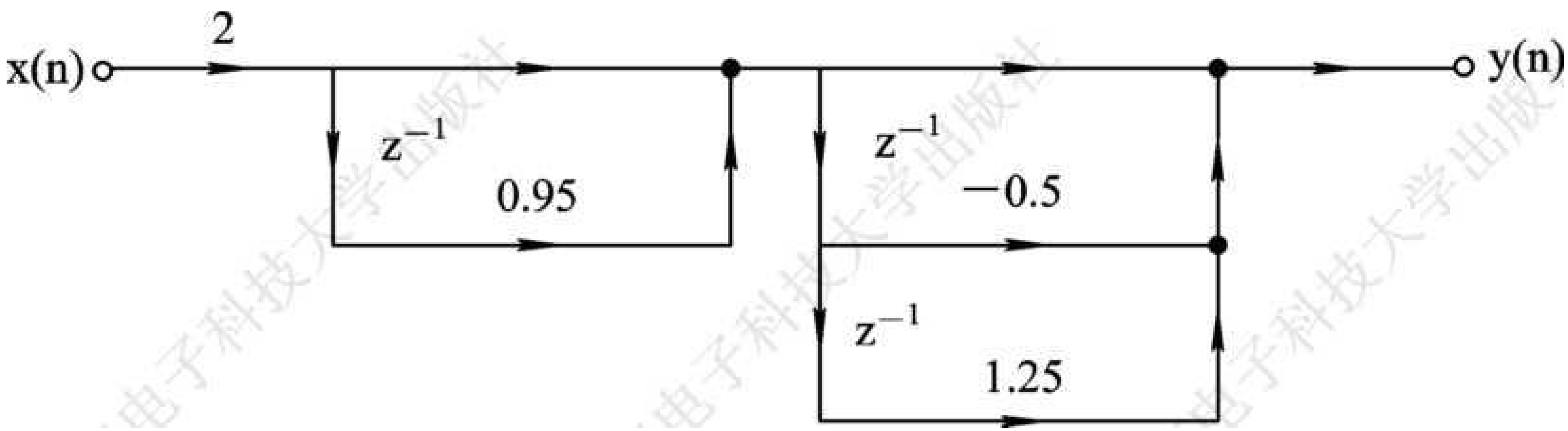

图14-8 例14-3系统级联型信号流图