

# 离散序列的基本运算

# MATLAB子函数

## 1.find

**功能：** 寻找非零元素的索引号。

**调用格式：**

`find((n>=min(n1))&(n<=max(n1)))`; 在符合关系运算条件的范围内寻找非零元素的索引号。

## 2.fliplr

**功能：**对矩阵行元素进行左右翻转。

**调用格式：**

$x1 = \text{fliplr}(x)$ ; 将 $x$ 的行元素进行左右翻转，赋给变量 $x1$ 。

### 3.conv

**功能：** 进行两个序列间的卷积运算。

**调用格式：**

$y = \text{conv}(x, h)$ ; 用于求取两个有限长序列 $x$ 和 $h$ 的卷积， $y$ 的长度取 $x$ 、 $h$ 长度之和减1。

例如， $x(n)$ 和 $h(n)$ 的长度分别为 $M$ 和 $N$ ，则

$$y = \text{conv}(x, h)$$

$y$ 的长度为 $N + M - 1$ 。

**使用注意事项：**  $\text{conv}$ 默认两个信号的时间序列从 $n=0$ 开始，因此默认 $y$ 对应的时间序号也从 $n=0$ 开始。

## 4.sum

功能：求各元素之和。

调用格式：

$Z = \text{sum}(x)$ ; 求各元素之和，常用于等宽数组求定积分。

## 5.hold

**功能：** 控制当前图形是否刷新的双向切换开关。

**调用格式：**

`holdon;` 使当前轴及图形保持而不被刷新，准备接受此后将绘制的新曲线。

`holdoff;` 使当前轴及图形不再具备不被刷新的性质。

## 6.pause

**功能：** 暂停执行文件。

**调用格式：**

`pause;` 暂停执行文件，等待用户按任意键继续。

`pause(n);` 在继续执行之前，暂停n秒。

### 三、实验原理

离散序列的时域运算包括信号的相加、相乘，信号的时域变换包括信号的移位、反折、倒相及信号的尺度变换等。

在MATLAB中，离散序列的相加、相乘等运算是两个向量之间的运算，因此参加运算的两个序列向量必须具有相同的维数，否则应进行相应的处理。

下面用实例介绍各种离散序列的时域运算和时域变换的性质。



## 1.序列移位

将一个离散信号序列进行移位，形成新的序列：

$$x_1(n) = x(n - m)$$

当 $m > 0$ 时，原序列 $x(n)$ 向右移 $m$ 位，形成的新序列称为 $x(n)$ 的延序列；当 $m < 0$ 时，原序列 $x(n)$ 向左移 $m$ 位，形成的新序列称为 $x(n)$ 的超前序列。

**例3-1**  $x_1(n)=u(n+6)$   $(-10<n<10)$

$$x_2(n)=u(n-4) \quad (-10<n<10)$$

编写一个MATLAB程序，对 $u(n)$ 序列进行移位，由图3-1比较三个序列之间的关系。

$$n1=-10; \quad n2=10;$$

$$k0=0; \quad k1=-6; \quad k2=4;$$

$$n=n1: n2; \quad \% \text{生成离散信号的时间序列}$$

$$x0 = [n \geq k0]; \quad \% \text{生成离散信号} x0(n)$$

$$x1 = [(n-k1) \geq 0]; \quad \% \text{生成离散信号} x1(n)$$

$$x2 = [(n-k2) \geq 0]; \quad \% \text{生成离散信号} x2(n)$$

```
subplot(3, 1, 1), stem(n, x0, 'filled', 'k');  
axis( [n1, n2, 1.1*min(x0), 1.1*max(x0)] );  
ylabel('u(n)');  
  
subplot(3, 1, 2), stem(n, x1, 'filled', 'k');  
axis( [n1, n2, 1.1*min(x1), 1.1*max(x1)] );  
ylabel('u(n+6)');  
  
subplot(3, 1, 3), stem(n, x2, 'filled', 'k');  
axis( [n1, n2, 1.1*min(x2), 1.1*max(x2)] );  
ylabel('u'(n-4)');
```

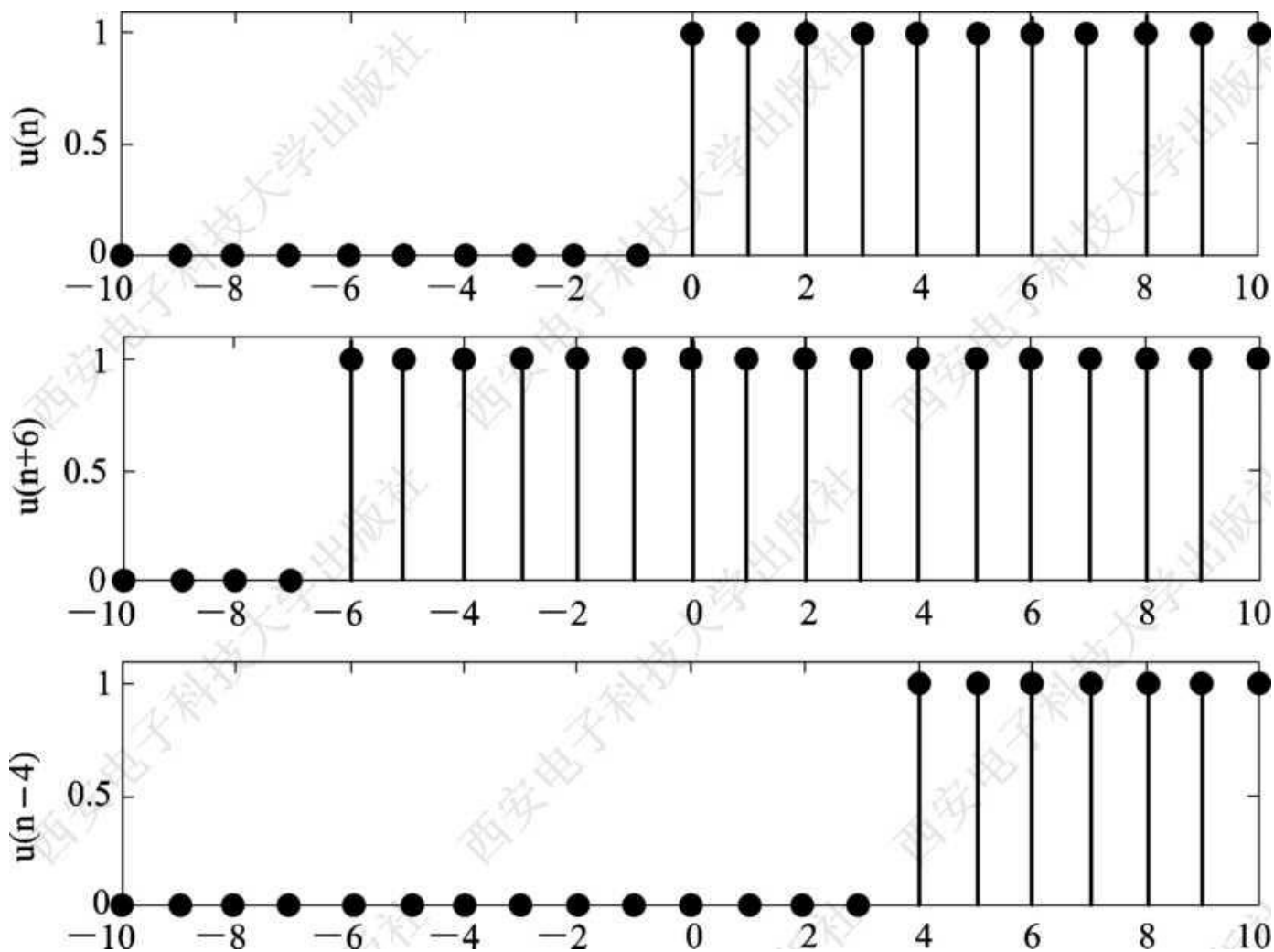


图3-1  $u(n)$ 及其位移序列 $u(n+6)$ 和 $u(n-4)$

**例3-2** 已知一正弦信号：

$$x(n) = 2 \sin \frac{2\pi n}{10}$$

求其移位信号 $x(n-2)$ 和 $x(n+2)$ 在 $-2 < n < 10$ 区间的序列波形。

**解** MATLAB程序如下：

```
n = -2: 10; n0 = 2; n1 = -2;  
x = 2*sin(2*pi*n/10);           % 建立原信号x(n)  
x1 = 2*sin(2*pi*(n-n0)/10);     % 建立x(n-2)信号  
x2 = 2*sin(2*pi*(n-n1)/10);     % 建立x(n+2)信号
```

```
subplot(3, 1, 1), stem(n, x, 'filled', 'k');  
ylabel('x(n)');  
subplot(3, 1, 2), stem(n, x1, 'filled', 'k');  
ylabel('x(n-2)');  
subplot(3, 1, 3), stem(n, x2, 'filled', 'k');  
ylabel('x(n+2)');
```

结果如图3-2所示。

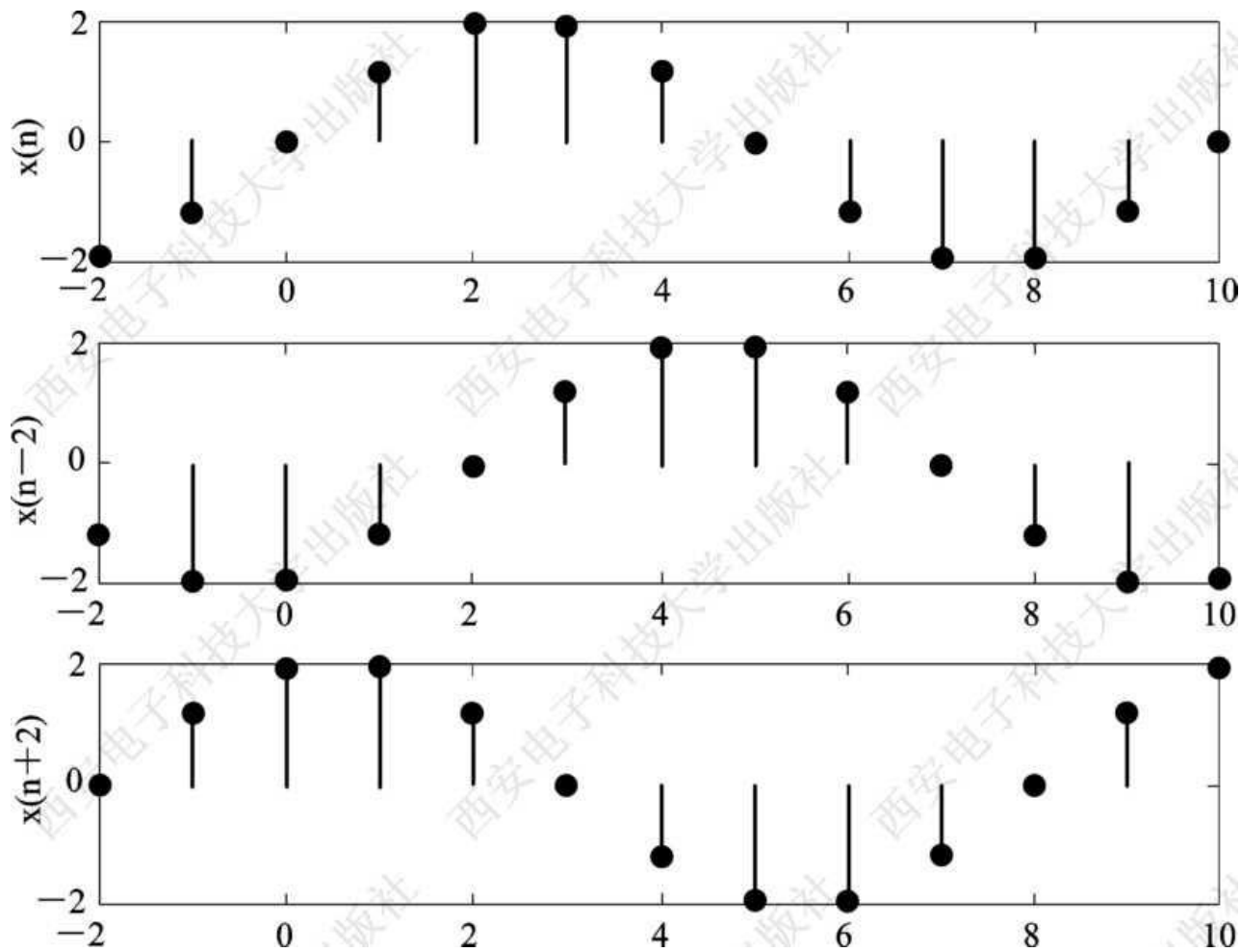


图3-2 正弦信号 $x(n)$ 、 $x(n-2)$ 和 $x(n+2)$

## 2.序列相加

两个离散序列相加是指两个序列中相同序号 $n$ (或同一时刻)的序列值逐项对应相加，构成一个新的序列：

$$x(n) = x_1(n) + x_2(n)$$

**情况1** 参加运算的两个序列具有相同的维数。



**例3-3** 求 $x(n)=\delta(n-2)+\delta(n-4)$  ( $0\leq n\leq 10$ )。

**解** MATLAB程序如下：

```
n1=0; n2=10; n01=2; n02=4;           %赋初值
n=n1: n2;
x1= [(n-n01)==0] ;           %建立 $\delta(n-2)$ 序列
x2= [(n-n02)==0] ;           %建立 $\delta(n-4)$ 序列
x3=x1+x2;
subplot(3, 1, 1); stem(n, x1, 'filled');
axis( [n1, n2, 1.1*min(x1), 1.1*max(x1)] );
ylabel('δ(n-2)');
```

```
subplot(3, 1, 2); stem(n, x2, 'filled');  
axis( [n1, n2, 1.1*min(x2), 1.1*max(x2)] );  
ylabel('δ(n-4)');  
subplot(3, 1, 3); stem(n, x3, 'filled');  
axis( [n1, n2, 1.1*min(x3), 1.1*max(x3)] );  
ylabel('δ(n-2)+δ(n-4)');
```

结果如图3-3所示。

**情况2：** 参加运算的两个序列的维数不同。

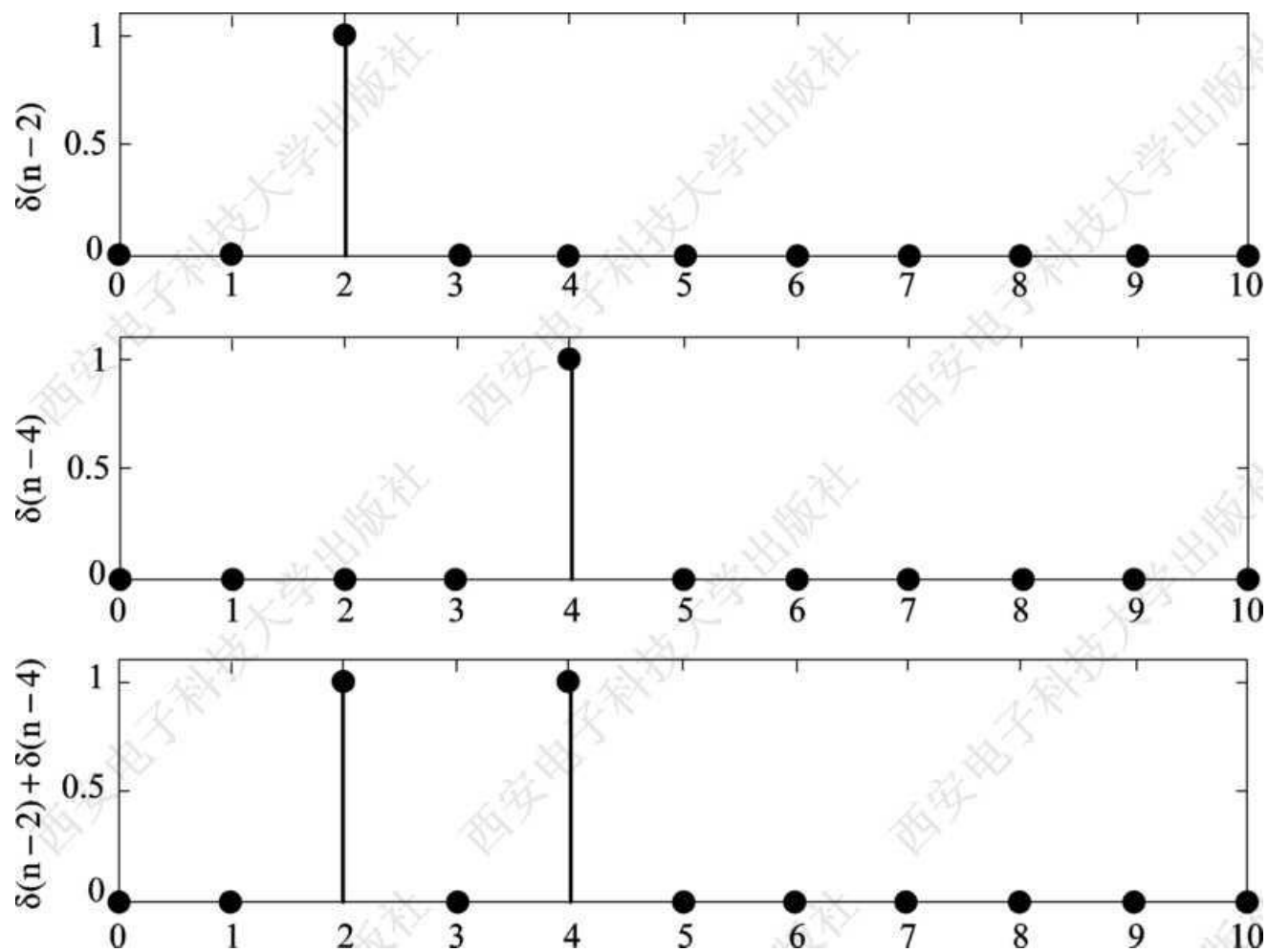


图3-3  $\delta(n-2)$ 和 $\delta(n-4)$ 序列相加

**例3-4** 已知  $x_1(n)=u(n+2)$   $(-4<n<6)$

$$x_2(n)=u(n-4) \quad (-5<n<8)$$

**求**

$$x(n)=x_1(n)+x_2(n)$$

**解** 要求上述两个序列之和，必须对长度较短的序列补零，同时保持位置一一对应。MATLAB程序如下：

$$n1=-4: 6; \quad n01=-2;$$

$$x1 = [(n1-n01)>=0] ; \quad \% \text{建立} x1 \text{信号}$$

$$n2=-5: 8; \quad n02=4;$$

$$x2 = [(n2-n02)>=0] ; \quad \% \text{建立} x2 \text{信号}$$

`n=min( [n1, n2] ): max( [n1, n2] ); %为x信号建立时间序列n`

`N=length(n); %求时间序列n的点数N`

`y1=zeros(1, N); y2=zeros(1, N); %新建一维N列的y1、y2全0数组`

`y1(find((n>=min(n1))&(n<=max(n1))))=x1; %为y1赋值`

`y2(find((n>=min(n2))&(n<=max(n2))))=x2; %为y2赋值`

```
x=y1+y2;
```

```
stem(n, x, 'filled');
```

```
axis( [min(n), max(n), 1.1*min(x), 1.1*max(x)] );
```

结果如图3-4所示。

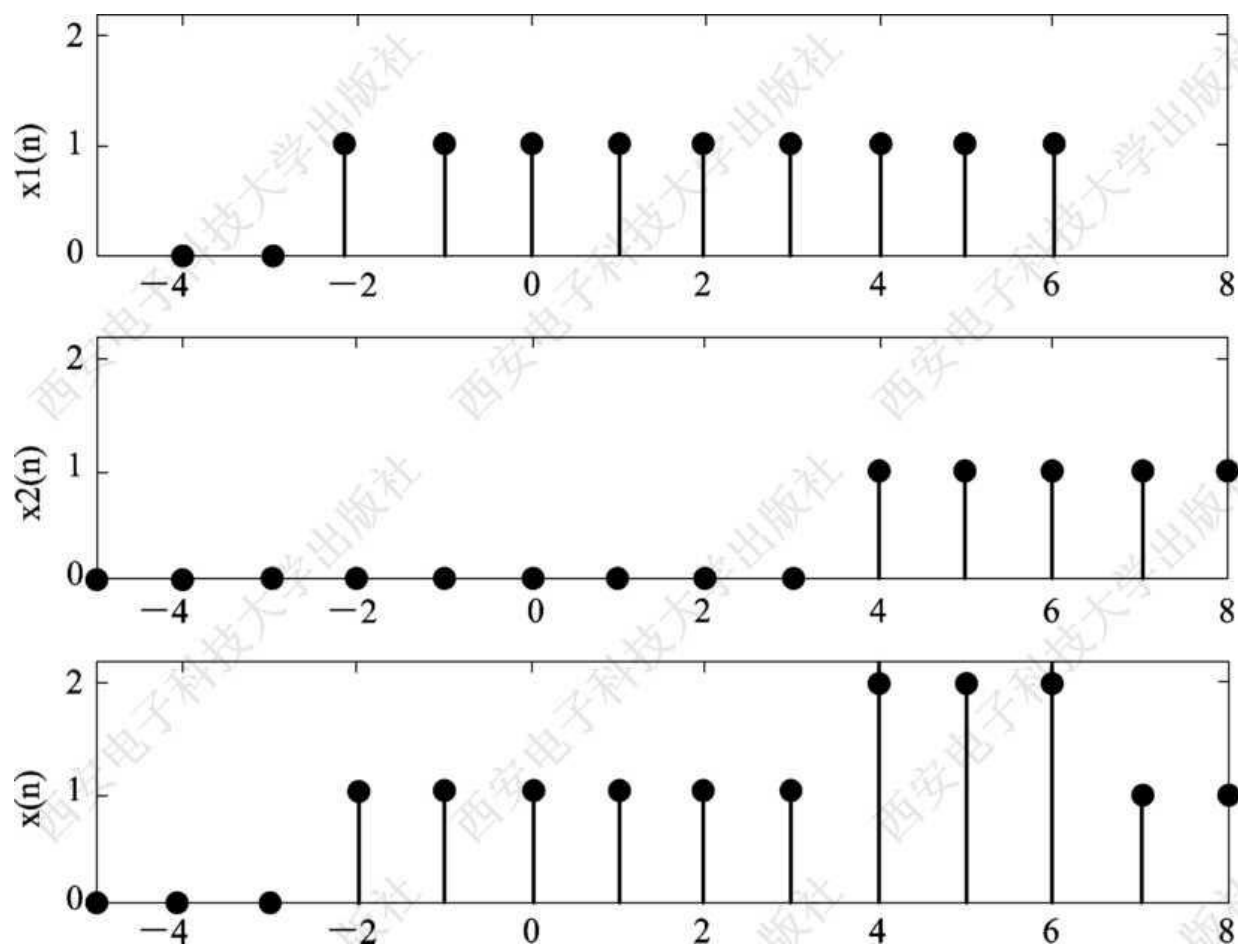


图3-4 序列维数不同的 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 相加

### 3.序列相乘

两个离散序列相乘是指两个序列中相同序号 $n$ (或同一时刻)的序列值逐项对应相乘，构成一个新的序列：

$$x(n) = x_1(n) \times x_2(n)$$

同样存在着序列维数相同和不同两种情况，处理方法与序列相加相同。



**例3-5** 已知信号：

$$x_1(n) = 3e^{-0.25n} \quad (-4 < n < 10)$$

$$x_2(n) = u(n+1) \quad (-2 < n < 6)$$

求

$$x(n) = x_1(n) \times x_2(n)$$

**解** MATLAB程序如下：

```
n1 = -4: 10;
```

```
x1 = 3*exp(-0.25*n);           %建立x1信号
```

```
n2 = -2: 6; n02 = -1;
```

```
x2 = [(n2-n02)>=0] ; %建立x2信号  
n=min( [n1, n2] ): max( [n1, n2] ); %为x信号建立时间序列n
```

```
N=length(n); %求时间序列n的点数N
```

```
y1=zeros(1, N); %新建一维N列的y1全0数组
```

```
y2=zeros(1, N); %新建一维N列的y2全0数组
```

```
y1(find((n>=min(n1))&(n<=max(n1))))=x1; %为y1赋值
```

```
y2(find((n>=min(n2))&(n<=max(n2))))=x2; %为y2赋值
```

```
x=y1.*y2;
```

结果如图3-5所示。

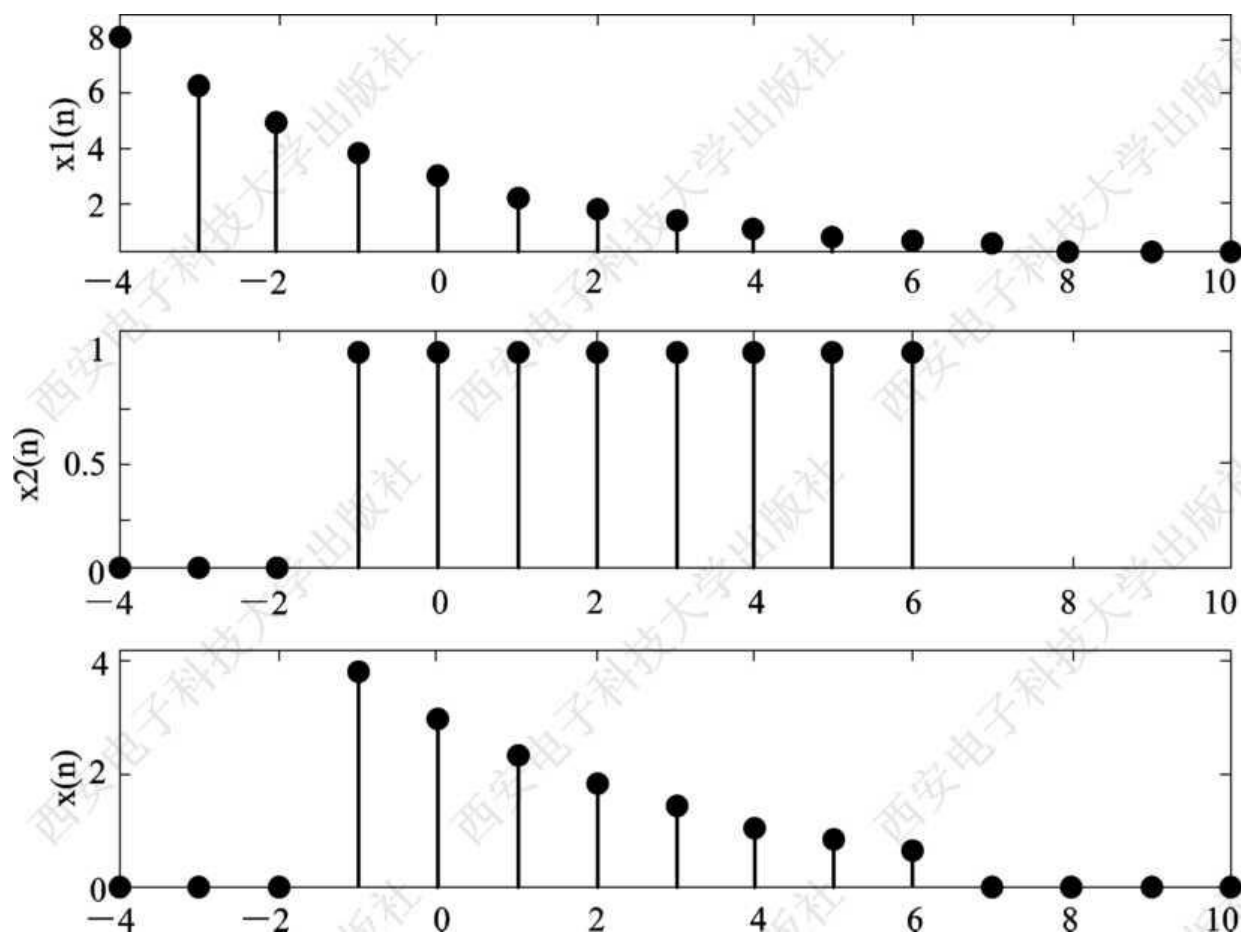


图3-5 序列 $x_1(n]$ 和 $x_2(n]$ 相乘

## 4.序列反折

离散序列反折是指离散序列的两个向量以零时刻的取值为基准点，以纵轴为对称轴反折。在MATLAB中提供了fliplr函数，可以实现序列的反折。

**例3-6** 已知一个信号：

$$x(n) = e^{-0.3*n} \quad (-4 < n < 4)$$

求它的反折序列 $x(-n)$ 。

**解** MATLAB程序如下：

```
n = -4: 4;
```

```
x = exp(-0.3*n);
```

```
x1=fliplr(x);  
n1=-fliplr(n);  
subplot(1, 2, 1), stem(n, x, 'filled');  
title('x(n)');  
subplot(1, 2, 2), stem(n1, x1, 'filled');  
title('x(-n)');
```

结果如图3-6所示。

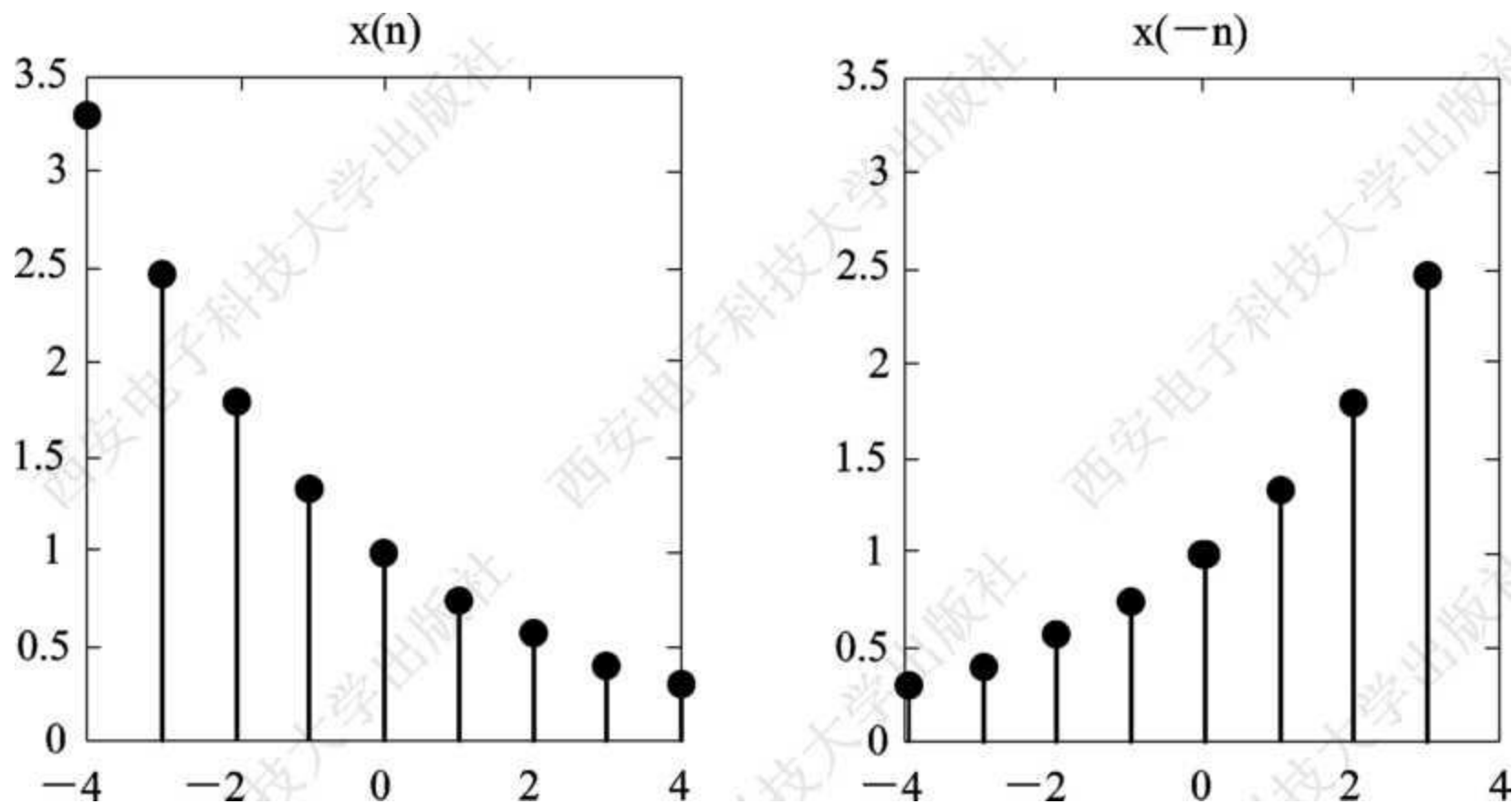


图3-6 序列 $x(n)$ 和 $x(-n)$ 反折序列

## 5.序列倒相

离散序列倒相是求一个与原序列的向量值相反，对应的时间序号向量不变的新的序列。

**例3-7** 将例3-6中信号：

$$x(n) = e^{-0.3*n} \quad (-4 < n < 4)$$

倒相。

**解** MATLAB程序如下：

```
n = -4: 4;
```

```
x = exp(-0.3*n);
```

```
x1 = -x;
```

```
subplot(1, 2, 1), stem(n, x, 'filled');  
title('x(n)');  
axis( [min(n), max(n), 1.1*min(x1), 1.1*max(x)] );  
subplot(1, 2, 2), stem(n, x1, 'filled');  
title('—x(n)');  
axis( [min(n), max(n), 1.1*min(x1), 1.1*max(x)] );  
结果如图3-7所示。
```



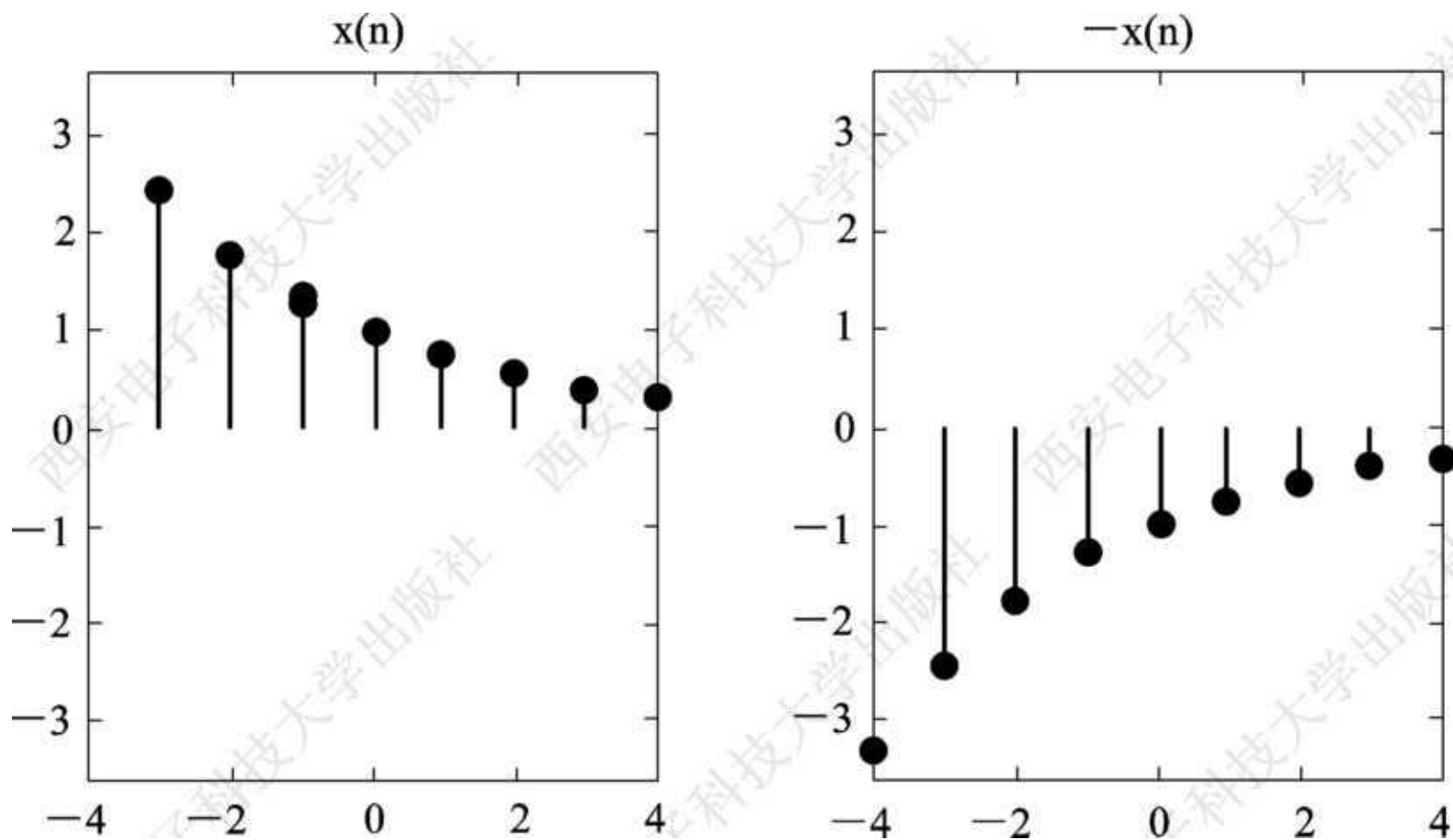


图3-7 序列 $x(n)$ 和倒相序列 $-x(n)$

## 6.序列的尺度变换

对于给定的离散序列 $x(n)$ ，序列 $x(mn)$ 是 $x(n)$ 每隔 $m$ 点取一点形成，相当于时间轴 $n$ 压缩了 $m$ 倍；反之，序列 $x(n/m)$ 是 $x(n)$ 作 $m$ 倍的插值而形成的，相当于时间轴 $n$ 扩展了 $m$ 倍。

**例3-8** 已知信号 $x(n)=\sin(2\pi n)$ ，求 $x(2n)$ 和 $x(n/2)$ 的信号波形。为研究问题的方便，取 $0 < n < 20$ ，并将 $n$ 缩小20倍进行波形显示。

**解** MATLAB程序如下：

```
n=(0: 20)/20;
```

```
x=sin(2*pi*n);    %建立原信号x(n)
x1=sin(2*pi*n*2); %建立x(2n)信号
x2=sin(2*pi*n/2); %建立x(n/2)信号
subplot(3, 1, 1), stem(n, x, 'filled');
ylabel('x(n)');
subplot(3, 1, 2), stem(n, x1, 'filled');
ylabel('x(2n)');
subplot(3, 1, 3), stem(n, x2, 'filled');
ylabel('x(n/2)');
```

结果如图3-8所示。

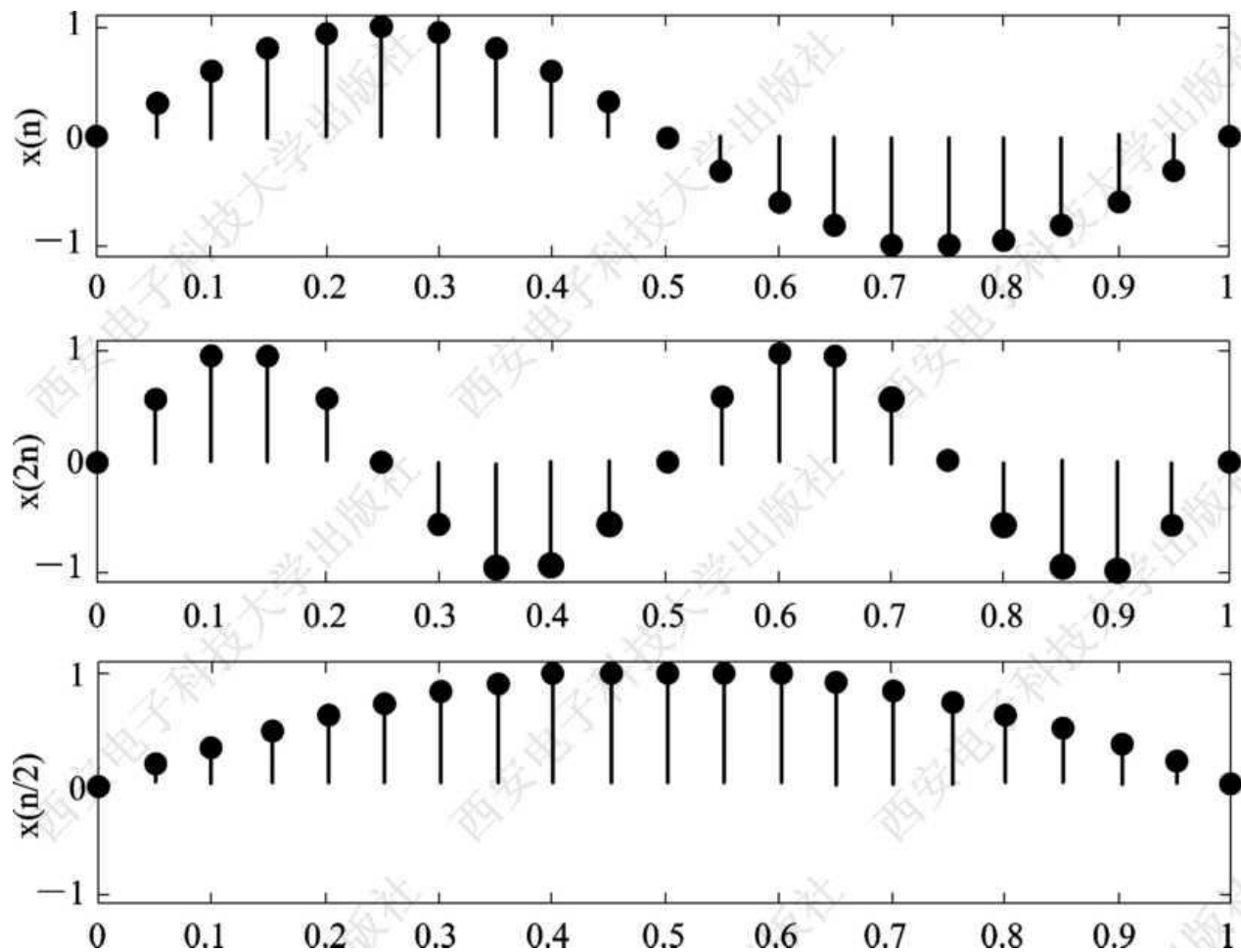


图3-8 序列 $x(n)$ 、 $x(2n)$ 和 $x(n/2)$

## 7.直接使用conv进行卷积运算

求解两个序列的卷积，很重要的问题在于卷积结果的时宽区间如何确定。在MATLAB中，卷积子函数conv默认两个信号的时间序列从 $n=0$ 开始， $y$ 对应的时间序号也从 $n=0$ 开始。

**例3-9** 已知两个信号序列：

$$f_1 = 0.8n \quad (0 < n < 20)$$

$$f_2 = u(n) \quad (0 < n < 10)$$

求两个序列的卷积和。

编写MATLAB程序如下：

```
nf1=0: 20;           %建立f1的时间向量
```

```
f1=0.8.^nf1; %建立f1信号
```

```
subplot(2, 2, 1); stem(nf1, f1, 'filled');
```

```
title('f1(n)');
```

```
nf2=0: 10; %建立f2的时间向量
```

```
lf2=length(nf2); %取f2时间向量的长度
```

```
f2=ones(1, lf2); %建立f2信号
```

```
subplot(2, 2, 2); stem(nf2, f2, 'filled');
```

```
title('f2(n)');
```

```
y=conv(f1, f2); %卷积运算
```

```
subplot(2, 1, 2); stem(y, 'filled');  
title('y(n)');
```

结果如图3-9所示。

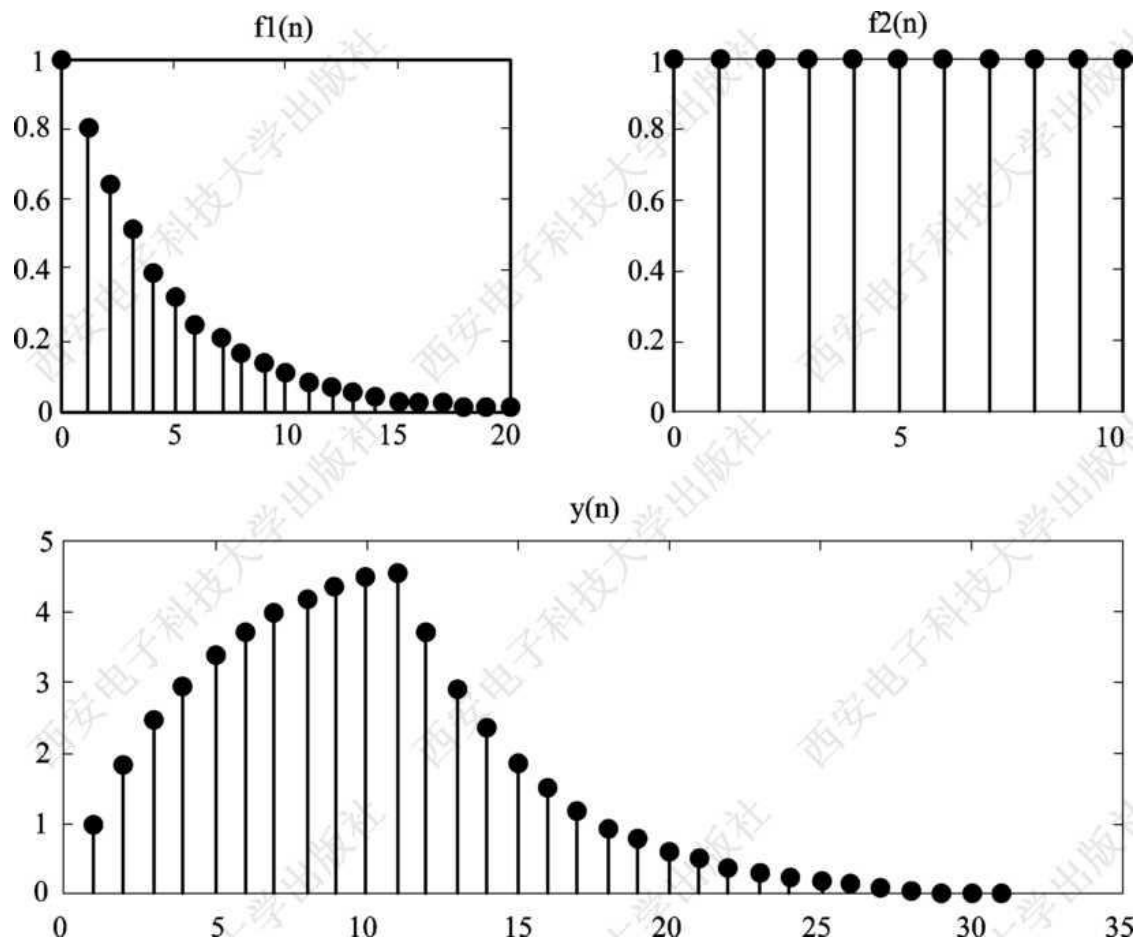


图3-9 例3-9  $f_1(n)$ 、 $f_2(n)$ 、 $y(n)$ 的波形



## 8.复杂序列的卷积运算

由于MATLAB中卷积子函数conv默认两个信号的时间序列从 $n=0$ 开始，因此，如果信号不是从0开始，则编程时必须用两个数组确定一个信号，其中，一个数组是信号波形的幅度样值，另一个数组是其对应的时间向量。此时，程序的编写较为复杂，我们可以将其处理过程编写成一个可调用的通用子函数。

下面是在conv基础上进一步编写的新的卷积子函数convnew，是一个适用于信号从任意时间开始的通用程序。

```
function [y, ny] =convnew(x, nx, h, nh) %建立  
convnew子函数
```

%x为一信号幅度样值向量，nx为x对应的时间向量

%h为另一信号或系统冲激函数的非零样值向量，nh为h对应的时间向量

%y为卷积积分的非零样值向量，ny为其对应的时间向量

```
n1=nx(1)+nh(1); %计算y的非零样值的起点位置
```

$n2 = nx(\text{length}(x)) + nh(\text{length}(h));$  %计算y的非零样值的宽度

$ny = [n1: n2];$  %确定y的非零样值时间向量

$y = \text{conv}(x, h);$

用上述程序可以计算两个离散时间序列的卷积和，求解信号通过一个离散系统的响应。

**例3-10** 两个信号序列：f1为 $0.5n$  ( $0 < n < 10$ )的斜变信号序列；f2为一个 $u(n+2)$  ( $-2 < n < 10$ )的阶跃序列，求两个序列的卷积和。

**解** 从信号序列 $n$ 的范围可见，f2的时间轴起点不是 $n=0$ ，因此，该程序需使用卷积子函数convnew进行计算。

编写MATLAB程序如下：

```
nf1=0: 10;           %f1的时间向量  
f1=0.5*nf1;  
nf2=-2: 10; %f2的时间向量  
nt=length(nf2); %取f2时间向量的长度  
f2=ones(1, nt);
```

```
[y, ny] = convnew(f1, nf1, f2, nf2);    %调用
```

convnew卷积子函数

```
subplot(2, 2, 1), stem(nf1, f1, 'filled'); %显示f1信  
号
```

```
subplot(2, 2, 2), stem(nf2, f2, 'filled'); %显示f2信  
号
```

```
subplot(2, 1, 2), stem(ny, y, 'filled'); %卷积积分结  
果
```

程序执行的结果如图3-10所示。

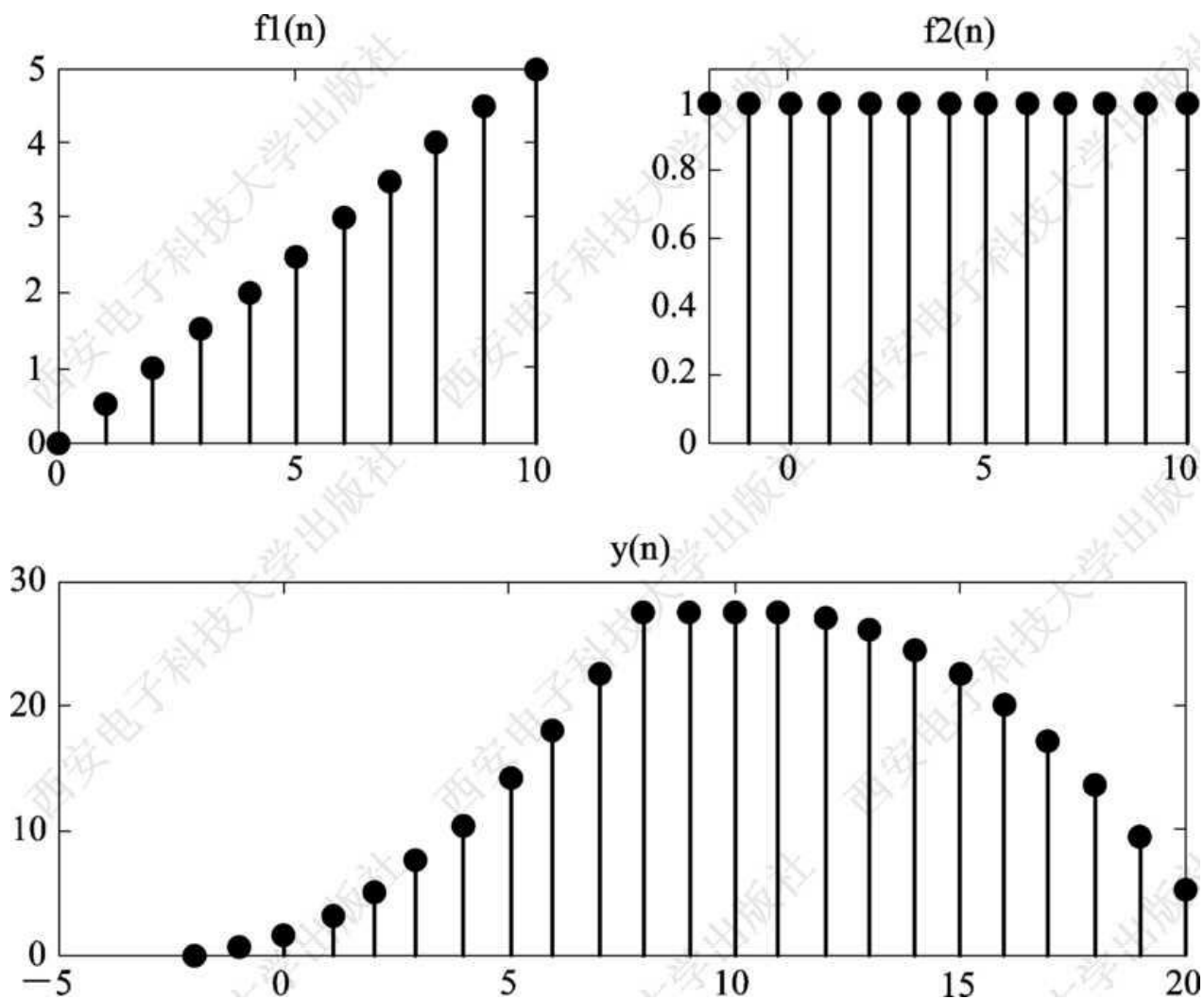


图3-10 例3-10  $f_1(n)$ 、 $f_2(n)$ 、 $y(n)$ 的波形

## 9.卷积积分的动态过程演示

为了更深入地理解两个序列卷积的原理，下面提供一段演示卷积积分的动态过程的MATLAB程序。

**例3-11** 动态地演示例3-9求解信号序列

$$f_1 = 0.8n \quad (0 < n < 20)$$

$$f_2 = u(n) \quad (0 < n < 10)$$

卷积和的过程。

编写MATLAB程序如下：

```
clf;                % 图形窗清屏
nf1=0: 20;         % 建立f1的时间向量
f1=0.8.^nf1;       % 建立f1序列
lf1=length(f1);    % 取f1时间向量的长度
nf2=0: 10;         % f2的时间向量
lf2=length(nf2);   % 取f2时间向量的长度
f2=ones(1, lf2);   % 建立f2序列
lmax=max(lf2, lf1); % 求最长的序列
```



$$t1 = (-1t + 1 : 2 * 1t);$$

```

%先将f1补得与f2同长，再将左边补2倍最大长度的0
f1 = [zeros(1, 2*lt), f1, zeros(1, nf1)] ;
hf1 = fliplr(f1);           %将f1作左右反折
N = length(hf1);
y = zeros(1, 3*lt);        %将y存储单元初始化
fork = 0: 2*lt              %动态演示绘图
p = [zeros(1, k), hf1(1: N-k)] ; %使hf1向右循环
                                移位
y1 = u.*p; [KG-4]           %使输入和翻转移位的脉冲过
                                渡函数逐项相乘
yk = sum(y1);               %相加

```

$y(k+1t+1)=y_k$ ; %将结果放入数组y

subplot(4, 1, 1); stem(t1, u);

subplot(4, 1, 2); stem(t1, p);

subplot(4, 1, 3); stem(t1, y1);

subplot(4, 1, 4); stem(k, yk); %作图表示每一次卷积的结果

axis( [-20, 50, 0, 5] ); holdon[KG-1] %在图形窗上保留每一次运行的图形结果

pause(1); %停顿1秒钟

end