离散时间傅里叶变换

MATLAB子函数

1.pause

功能： 暂停程序执行。

调用格式：

pause（延长秒数）；

pause

说明： 不加参数,直接用pause的话，就是程序暂停，直至用户按任意一个按键。如果加参数，比如：pause(1.5) 就是程序暂停1.5秒.

2.freqz

功能： 滤波器频率响应函数

调用格式：

[H,W]=freqz(b,a,n)：返回n点复频响应矢量H和n点频域向量w。b和a为系统传递函数的分子和分母系数向量。如果n没有指定，默认为512。

H = freqz（b，a，w）返回频率响应指定频率向量w（通常介于0和PI）下复频响应矢量。

实验原理

DTFT

离散时间傅里叶变换(DTFT)是指信号在时域上为离散的，而在频域上则是连续的。

如果离散时间非周期信号为x(n)，则它的离散傅里叶变换对(DTFT)表示为

$$\mathrm{DTFT}[x(n)] = X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, e^{-j\omega n}$$

$$\mathrm{IDTFT}[X(e^{j\omega})] = x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})\, e^{j\omega n}\, d\omega$$

其中X(ejω)称为信号序列的频谱。将频谱表示为

$$X(e^{j\omega}) = \left|X(e^{j\omega})\right| e^{\varphi(\omega)}$$

|X(ejω)|称为序列的幅度谱，$\varphi(\omega) = \arg\left[X(e^{j\omega})\right]$ 称为序列的相位谱。

从离散时间傅里叶变换的定义可以看出，信号在时域上是离散的、非周期的，而在频域上则是连续的、周期性的。

例 求x(n)＝［0，1，2，3，4，5，6，7］，0≤n≤7的DTFT，将(－2π，2π)区间分成500份。要求：

(1)画出原信号。

(2)画出由离散时间傅里叶变换求得的幅度谱X(ejω)和相位谱arg［$X(e^{j\omega})$］图形。

解 MATLAB程序如下：

```
xn＝［0，1，2，3，4，5，6，7］；
N＝length(xn)；
n＝0：N－1；
w＝linspace(－2*pi，2*pi，500)；  %将［－2π，2π］
                                   频率区间分割为500份
```

```
X＝xn*exp(－j*n′*w);            %离散时间傅里叶变换
subplot(3，1，1)，stem(n，xn，′k′);
ylabel(′x(n)′);
subplot(3，1，2)，plot(w，abs(X)，′k′);  %显示序列的幅度谱
axis(［－2*pi，2*pi，1.1*min(abs(X))，1.1*max(abs(X))］);
ylabel(′幅度谱′);
subplot(3，1，3)，plot(w，angle(X)，′k′);%显示序列的相位谱
```

axis(［－2*pi，2*pi，1.1*min(angle(X))，1.1*max(angle(X))］)；

ylabel('相位谱')；

运行结果如图4-1所示。

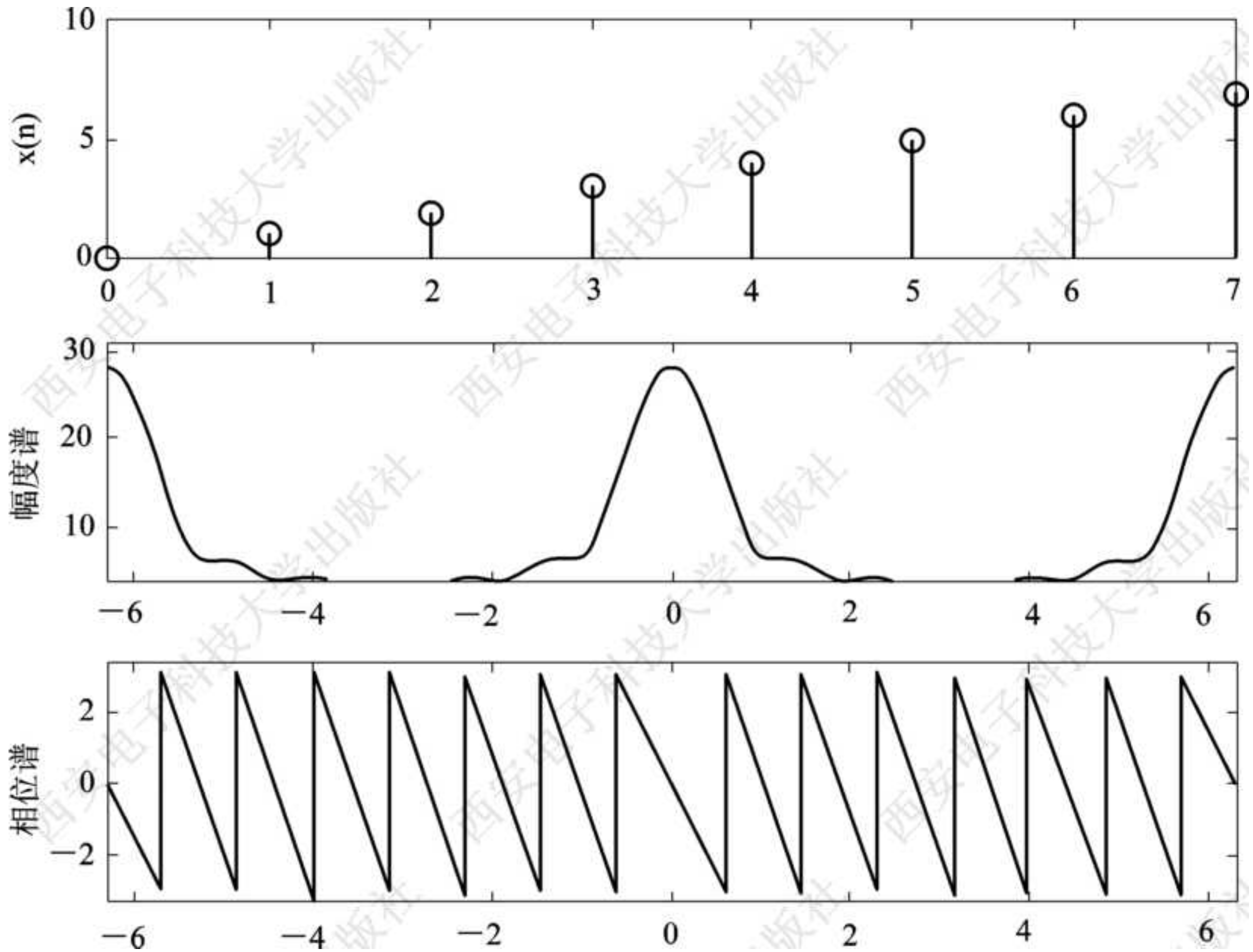


图4-1 例4-1离散时间傅里叶变换(DTFT)的结果

离散时间傅里叶变换满足很多有用的性质，这些性质在许多应用中都会用到。这些性质可以用MATLAB来证明，下面列出本练习中将会遇到的几个性质

1.时移性质：若G(e^{jw})表示序列g[n]的离散时间傅里叶变换，则时移序列g[n - n0]的离散时间傅里叶变换为$e^{-jw0}G(e^{jw})$。

2.频移性质：若G(e^{jw})表示序列g[n]的离散时间傅里叶变换，则序列$e^{jw0n}g[\,n\,]$的离散时间傅里叶变换为$G(e^{j(w-w0)})$。

3.卷积性质：若$G(e^{jw})$和$H(e^{jw})$分别表示

g[n]和h[n]的离散时间傅里叶变换，则序列卷积

g[n] $\otimes$ h[n]的离散时间傅里叶变换$G(e^{jw})H(e^{jw})$。

4.调制性质：若$G(e^{jw})$和$H(e^{jw})$分别表示

g[n]和h[n]的离散时间傅里叶变换，则序列卷积

g[n] h[n]的离散时间傅里叶变换为：

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} G(e^{j\theta})\, H(e^{j(w-\theta)})\, d\theta$$

5.时间反转性质：若G(e^{jw}) 表示g[n]的离散时间傅里叶变换，则时间反转序列g[-n] 的离散时间傅里叶变换G(e^{-jw}) 。

例7-1 计算下式的离散时间傅里叶变换：

$$X(e^{jw})=\frac{p_0+p_1e^{-jw}+\cdots+p_Me^{-jwM}}{d_0+d_1e^{-jw}+\cdots+d_Ne^{-jwN}}。$$

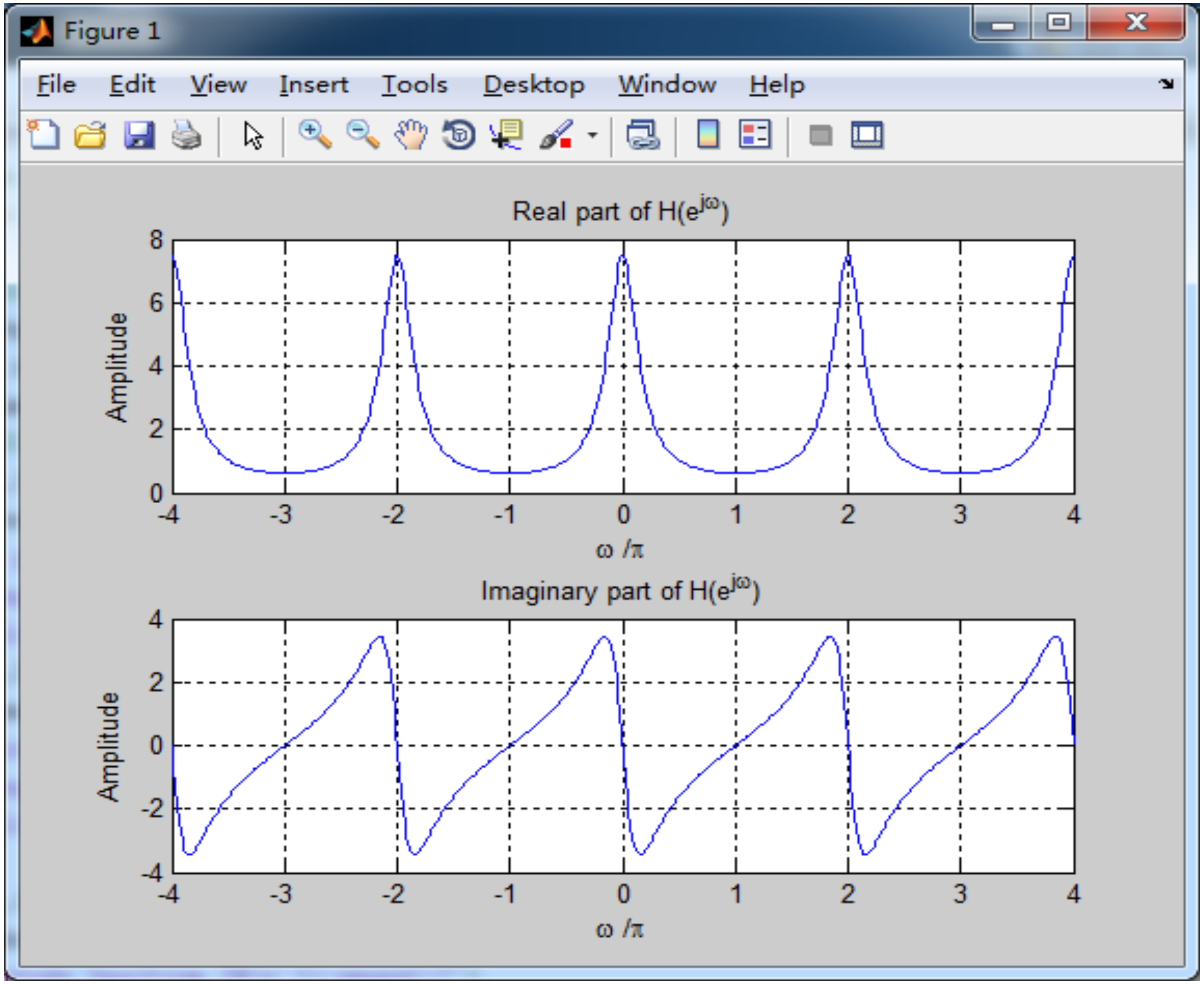
如上式所示，序列x[n]的离散时间傅里叶变换 X（e^{jw}）,可以用Matlab函数freqz非常方便地在给定的L个离散频域点$\omega=\omega_l$处进行计算。

编写MATLAB程序如下：

```
% Program P3_1
% Evaluation of the DTFT
clf;
% Compute the frequency samples of the DTFT
w = -4*pi:8*pi/511:4*pi;
num = [2 1];den = [1 -0.6];
h = freqz(num, den, w);
 % Plot the DTFT
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,real(h));grid
title('Real part of H(e^{j\omega})')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Amplitude');
```

```
subplot(2,1,2)
plot(w/pi,imag(h));grid
title('Imaginary part of H(e^{j\omega})')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Amplitude');
pause
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,abs(h));grid
title('Magnitude Spectrum |H(e^{j\omega})|')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Amplitude');
subplot(2,1,2)
plot(w/pi,angle(h));grid
title('Phase Spectrum arg[H(e^{j\omega})]')
xlabel('\omega /\pi');
ylabel('Phase in radians');
```

程序执行的结果如下图所示。



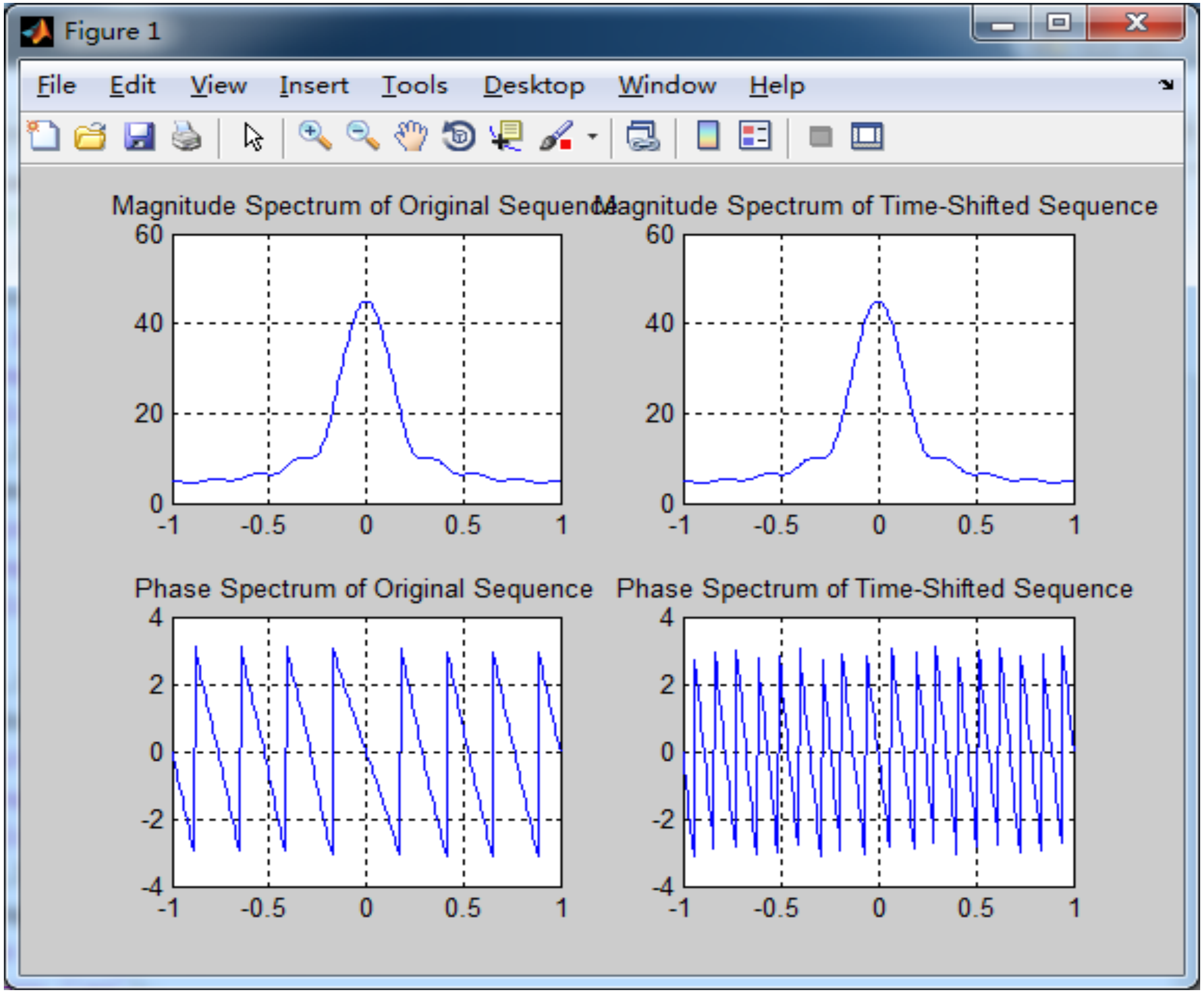
例7-2 验证离散时间傅里叶变换的时移特性。在本练习中，将验证离散时间傅里叶变换的时移特性。由于Matlab中所有的数据都是有限长的向量，用来验证这些性质的序列因此都限制为有限长。

编写MATLAB程序如下：

```
% Program P3_2
% Time-Shifting Properties of DTFT
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi; wo = 0.4*pi; D = 10;
num = [1 2 3 4 5 6 7 8 9];
h1 = freqz(num, 1, w);
h2 = freqz([zeros(1,D) num], 1, w);
```

```
subplot(2,2,1)
plot(w/pi,abs(h1));grid
title('Magnitude Spectrum of Original Sequence')
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(h2));grid
title('Magnitude Spectrum of Time-Shifted Sequence')
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,angle(h1));grid
title('Phase Spectrum of Original Sequence')
subplot(2,2,4)
plot(w/pi,angle(h2));grid
title('Phase Spectrum of Time-Shifted Sequence')
```

程序执行的结果如下图所示。



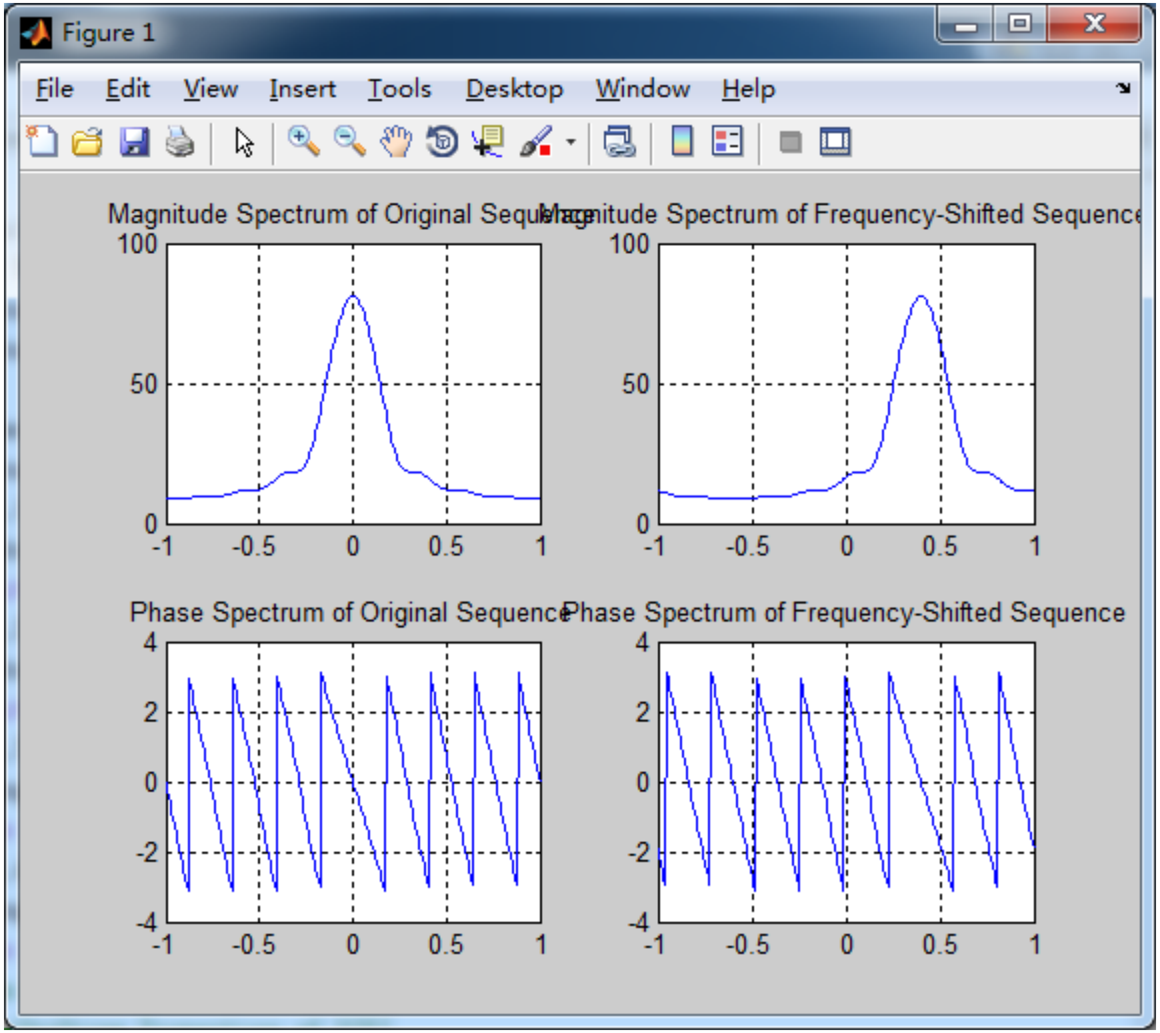
例7-3 验证离散时间傅里叶变换的频移特性。

Matlab代码如下：

```
% Program P3_3
% Frequency-Shifting Properties of DTFT
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi; wo = 0.4*pi;
num1 = [1 3 5 7 9 11 13 15 17];
L = length(num1);
h1 = freqz(num1, 1, w);
n = 0:L-1;
num2 = exp(wo*i*n).*num1;
h2 = freqz(num2, 1, w);
```

```
subplot(2,2,1)
plot(w/pi,abs(h1));grid
title('Magnitude Spectrum of Original Sequence')
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(h2));grid
title('Magnitude Spectrum of Frequency-Shifted Sequence')
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,angle(h1));grid
title('Phase Spectrum of Original Sequence')
subplot(2,2,4)
plot(w/pi,angle(h2));grid
title('Phase Spectrum of Frequency-Shifted Sequence')
```

程序执行的结果如图所示。



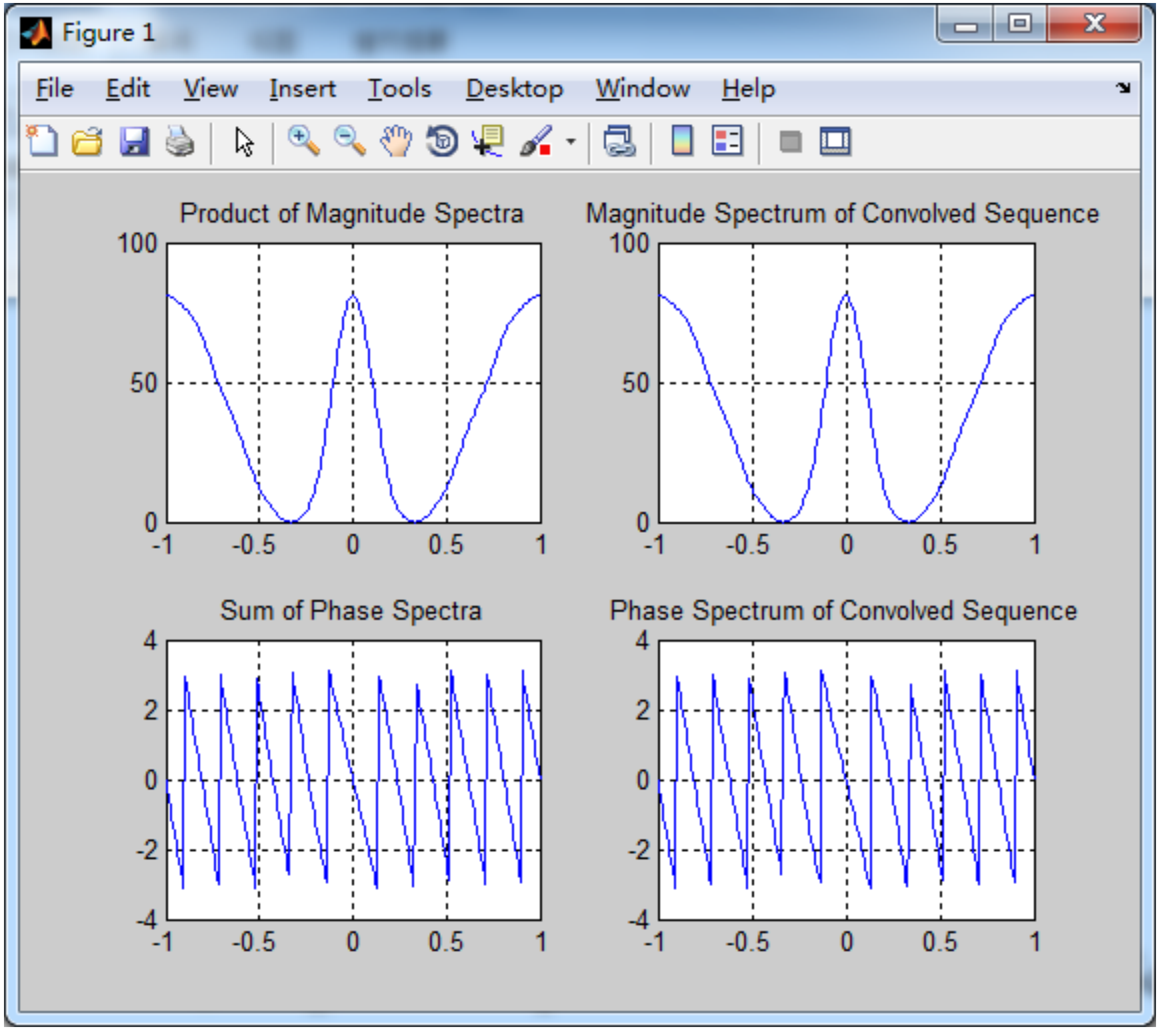
例7-4 验证离散时间傅里叶变换的卷积特性。

Matlab代码如下：

```
% Program P3_4
% Convolution Property of DTFT
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi;
x1 = [1 3 5 7 9 11 13 15 17];
x2 = [1 -2 3 -2 1];
y = conv(x1,x2);
h1 = freqz(x1, 1, w);
h2 = freqz(x2, 1, w);
hp = h1.*h2;
h3 = freqz(y,1,w);
```

```
subplot(2,2,1)
plot(w/pi,abs(hp));grid
title('Product of Magnitude Spectra')
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(h3));grid
title('Magnitude Spectrum of Convolved Sequence')
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,angle(hp));grid
title('Sum of Phase Spectra')
subplot(2,2,4)
plot(w/pi,angle(h3));grid
title('Phase Spectrum of Convolved Sequence')
```

程序执行的结果如图所示。



例7-5 验证离散时间傅里叶变换的调制特性。

Matlab代码如下：

```
% Program P3_5
% Modulation Property of DTFT
clf;
w = -pi:2*pi/255:pi;
x1 = [1 3 5 7 9 11 13 15 17];
x2 = [1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1];
y = x1.*x2;
h1 = freqz(x1, 1, w);
h2 = freqz(x2, 1, w);
h3 = freqz(y,1,w);
```

```
subplot(3,1,1)
plot(w/pi,abs(h1));grid
title('Magnitude Spectrum of First Sequence')
subplot(3,1,2)
plot(w/pi,abs(h2));grid
title('Magnitude Spectrum of Second Sequence')
subplot(3,1,3)
plot(w/pi,abs(h3));grid
title('Magnitude Spectrum of Product Sequence')
```

程序执行的结果如图所示。