

■11月14日作业 (11月21日交)

(1) 教材习题 7.2, 7.6, 7.7, 7.8

(2) 补充习题1: (1) 将行星轨道视为以太阳为中心的圆, 并设行星质量 m 比太阳质量 M_s 小得多, 由此导出开普勒第三定律; (2) 设行星轨道仍可视为以太阳为中心的圆, 但行星的质量并不比太阳质量小得多, 即 $m \ll M_s$ 并不满足, 由此讨论开普勒第三定律的正确性, 并以木星为例作定量说明。

(3) 补充习题2: 在行星的轨道运动中引入隆格-楞茨矢量 $\vec{B} = \vec{v} \times \vec{L} - GMm\frac{\vec{r}}{r}$, 这里 M 为太阳质量, m , \vec{r} , \vec{v} , \vec{L} 分别是行星的质量、相对太阳的矢径、速度和角动量。试解决以下问题:

① 证明 \vec{B} 是个守恒量, 即必有 $\frac{d\vec{B}}{dt} = 0$;

② 证明 $B^2 = G^2 M^2 m^2 + \frac{2EL^2}{m}$;

③ 证明 $\vec{r} \cdot \vec{B} = \frac{L^2}{m} - GMmr$;

④ 由隆格-楞茨矢量的以上性质导出极坐标系中的行星轨道方程。