

הנחות

אם לא נכתב אחרת, המונח אלגוריתם מתייחס לאלגוריתם מבוזר סינכרוני שיכול להיות רנדומי, אבל חייב להחזיר פלט חוקי בהסתברות 1. במקרה הרנדומי, בהתייחסנו לזמן הריצה של האלגוריתם, אנחנו מתכוונים לתוחלת זמן הריצה. כמו כן, אם $G = (V, E)$ זה הגרף עליו האלגוריתם רץ, אז הפרמטר n מייצג את מספר הצמתים של G , הפרמטר Δ מייצג את הדרגה המקסימלית ב G (שהיא כמובן לכל היותר $n - 1$) והפרמטר D מייצג את הקוטר (בהופס) של G .

שאלה בנושא XOR על טבעות

[30 נקודות]

בעיית XOR כל צומת $v \in V$ מקבל כקלט ביט $b(v) \in \{0, 1\}$ והמטרה היא שכל צומת יחזיר כפלט את

$$\sum_{v \in V} b(v) \pmod{2}$$

הסכום מודולו 2 של כל הקלטים, כלומר $(\sum_{v \in V} b(v) \pmod{2})$.

שאלה זו עוסקת באפשרות לפתור את בעיית XOR על ידי אלגוריתם מבוזר בטבעות (rings) תחת מודלים שונים. בפרט, נגדיר את תכונות המודל הבאות:

- ידע של n : אם התכונה מתקיימת, אז כל הצמתים יודעים את ערכו של הפרמטר n . אחרת, הצמתים לא יודעים את ערכו של הפרמטר n (או קרוב שלו).
- חוש כיוון משותף: אם התכונה מתקיימת, אז כל הצמתים בטבעת מגדירים את השכן שנמצא בכיוון השעון מהם בצורה קונסיסטנטית (common sense of direction). אחרת, צומת מסויים עלול להגדיר את כיוון השעון בצורה שמתנגשת עם ההגדרה של צומת אחר.
- סינכרוניות: אם התכונה מתקיימת, אז האלגוריתם עובד במודל הסינכרוני. אחרת, האלגוריתם עובד במודל האסינכרוני.
- FIFO (רלוונטי רק בהעדר תכונת הסינכרוניות): אם התכונה מתקיימת, אז הודעות שנשלחות לאורך קשת (בכיוון מסויים) מגיעות ליעדן לפי סדר השליחה. אחרת, הודעה מסויימת עלולה להגיע ליעדה מוקדם יותר מהודעה שנשלחה לפניה.
- מזהים ייחודיים: אם התכונה מתקיימת, אז לכל צומת בטבעת יש מזהה ייחודי (unique ID) שמיוצג של ידי שלם חיובי. אחרת, בתחילת הריצה, הצמתים אינם נבדלים זה מזה. בנוסף, נפריד בין מודלים שונים באמצעות גודל ההודעות שהם מאפשרים לשלוח. שים לב שבשאלה זו איננו מתעניינים בסוגיות של סיבוכיות זמן ריצה (וסיבוכיות מספר הודעות). הדרישה היחידה היא שהאלגוריתמים יסיימו את עבודתם תוך זמן סופי. להלן מספר קומבינציות של תכונות מודל, כל אחת מגדירה מודל אחר לבעיית XOR בטבעות. עבור חלק מן המודלים, קיים אלגוריתם שפותר את בעיית XOR, בעוד שעבור שאר המודלים, ניתן להוכיח שלא קיים אלגוריתם כזה. לכל אחד מהמודלים האלה, קבע האם ביכולתך לתכנן אלגוריתם שפותר את הבעייה תחת מודל זה. אם כן, סמן b בדף התשובות (להלן, תשובה חיובית). אחרת, סמן בדף התשובות כל אות מלבד b (להלן, תשובה שלילית).
- [בסעיפים עבורם קיים אלגוריתם: תשובה חיובית = 5 נקודות; תשובה שלילית = 0 נקודות; אי-מתן תשובה = 0 נקודות]
- בסעיפים עבורם לא קיים אלגוריתם: תשובה שלילית = 5 נקודות; תשובה חיובית = -10 נקודות; אי-מתן

תשובה = 0 נקודות]

המלצה מיובל: לכל סעיף בנפרד, נסה לתכנן את האלגוריתם המבוקש תחת המודל הנתון. אם אתה לא מצליח לעשות זאת תוך פרק זמן סביר, ענה תשובה שלילית ועבור הלאה. אני לא מצפה ממך להוכיח תוצאות אי-קיום בהקשר לשאלה זו, אלא רק לענות תשובה כנה ביחס ליכולתך לתכנן את האלגוריתם המבוקש.

מספר סעיף	ידע של n	חוש כיוון משותף	סינכרוניות	FIFO	מזהים ייחודיים	גודל הודעות	קיים אלגוריתם?
1	כן	כן	לא	כן	לא	1 ביט	קיים
2	כן	לא	לא	כן	לא	1 ביט	קיים
3	לא	כן	כן	-	לא	1 ביט	לא קיים
4	לא	לא	לא	כן	כן	1 ביט	קיים
5	לא	לא	לא	לא	כן	100 ביט	קיים
6	לא	לא	כן	-	לא	100 ביט	לא קיים

שאלה בנושא flooding

[30 נקודות]

במסגרת שאלה זו כל הגרפים הם לא מכוונים עם טופולוגיה מקובעת (כלומר ללא שינויים בקבוצת הצמתים וקבוצת הקשתות). שליחת הודעה m מצומת u לצומת v לאורך הקשת $(u, v) \in E$ בזמן t מלווה בעיכוב של $d_{u,v}(t)$ יחידות זמן כך שההודעה תתקבל בצידה השני של הקשת בזמן $t + d_{u,v}(t)$. תכונת FIFO מוגדרת כך שאם הודעה m נשלחת מצומת u לצומת v לאורך הקשת (u, v) בזמן t והודעה m' נשלחת מצומת u לצומת v לאורך הקשת (u, v) בזמן $t' > t$, אזי מובטח ש m תגיע ל v לפני m' , כלומר $t' + d_{u,v}(t') > t + d_{u,v}(t)$. הגרף נקרא סטטי אם $d_{u,v}(t) = d_{u,v}(t')$ לכל קשת $(u, v) \in E$ וזמנים t, t' . אחרת, הגרף נקרא דינמי.

לכל אחת מהטענות הבאות, קבע האם הטענה נכונה או לא. אם כן, סמן b בדף התשובות. אם לא, סמן בדף התשובות כל אות מלבד b.

[בכל סעיף: תשובה נכונה = 6 נקודות; תשובה שגויה = 3- נקודות; אי-מתן תשובה = 0 נקודות]

7. כשקודקוד $v \in V$ יוזם flooding בסיסי (אלגוריתם 1 בהרצאה בנושא שכבת הרשת) לצורך הפצת הודעה m בעץ דינמי נשלח בסך הכל מספר סופי של הודעות.

נכון

8. אם כשקודקוד $v \in V$ יוזם flooding בסיסי (אלגוריתם 1 בהרצאה בנושא שכבת הרשת) לצורך הפצת הודעה m בגרף סטטי קשיר G נשלח בסך הכל מספר סופי של הודעות, אז G הוא עץ.

נכון

9. כשקודקוד $v \in V$ יוזם flooding with hop counter (אלגוריתם 2 בהרצאה בנושא שכבת הרשת) עם פרמטר איתחול D למספר ההופס בגרף סטטי עם Δ קבועה, כל צומת בגרף שולח בסך הכל

$O(1)$ הודעות.

לא נכון

10. כשקודקוד $v \in V$ יוזם flooding בסיסי (אלגוריתם 1 בהרצאה בנושא שכבת הרשת) של הודעה m בזמן t ושל הודעה m' בזמן $t' > t$ בגרף דינמי עם תכונת FIFO, הודעה m תגיע לצומת u לפני הודעה m' לכל $u \in V$.

נכון

11. כשקודקוד $v \in V$ יוזם flooding with hop counter (אלגוריתם 2 בהרצאה בנושא שכבת הרשת) עם פרמטר איתחול D למספר ההופס של הודעה m בזמן t ושל הודעה m' בזמן $t' > t$ בגרף דינמי ללא תכונת FIFO, הודעה m תגיע לצומת u לפני הודעה m' לכל $u \in V$.

לא נכון

שאלה בנושא סינכרון תשדורת

[20 נקודות]

אליס, אשר עומדת על גג בניין אולמן, מעוניינת להעביר הודעה ארוכה לבוב שעומד על גג בניין בלומפילד. לצורך השאלה, אנחנו מניחים שיש קו ראייה בין הגגות של אולמן ובלומפילד, אך המרחק ביניהם גדול מכדי לאפשר תקשורת קולית. השעה היא שעת לילה חשוכה ואליס מחזיקה בידה פנס בעל 26 צבעים שונים, כאשר באפשרותה להחליף את צבע הפנס פעם ב-3 שניות (לא ניתן לכבות את הפנס). בוב מחזיק את עיניו פקוחות ועוקב במדויק אחרי השינויים בצבע הפנס של אליס, אבל אין לו שיעון ותחושת הזמן שלו מאוד לא מפותחת כך שאין באפשרותו להעריך כמה זמן עובר בין החלפות של צבע הפנס.

12. [10 נקודות]

מהו ה-bit-rate המקסימלי שניתן להשיג מקו התקשורת מבוסס הפנס (נעגל ערכים נומרים ל-3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית)?

a. 1.233 ביט/שניה

b. 1.548 ביט/שניה

c. 1.567 ביט/שניה

d. 3.059 ביט/שניה

e. 3.115 ביט/שניה

13. [10 נקודות]

מהו ה-bit-rate המקסימלי שניתן להשיג מקו התקשורת מבוסס הפנס אם נצייד את בוב בשיעון אשר מסונכרן היטב עם השיעון של אליס (נעגל ערכים נומרים ל-3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית)?

a. 1.233 ביט/שניה

b. 1.548 ביט/שניה

c. 1.567 ביט/שניה

d. 3.059 ביט/שניה

e. 3.115 ביט/שניה

שאלה בנושא CDMA

[20 נקודות]

בקיתה למדנו על סכמת הריבוב CDMA אשר מחלקת את זמן המחזור של שידור ביט בודד ל m ציפים, כאשר בכל ציף, כל אחד מהמשדרים הפעילים משדר $+1$ או -1 בהתאם לרצף הציפים (chip sequence) שהוקצה לו. במסגרת הדיון שערכנו בקיתה, לא התייחסנו באופן כמותי לאפשרות של שגיאות בשידור ומטרת שאלה זו היא לבחון את מספר השגיאות שיאפשרו שידור מוצלח. בפרט, נתמקד בזמן המחזור של שידור ביט מסויים ונאמר שמשדר S_j , $1 \leq j \leq m$, ביצע שגיאה בציף $1 \leq i \leq m$ אם הוא היה אמור לשדר את הביט $b \in \{+1, -1\}$ בציף i ושידר במקומו את הביט $-b$. נסמן ב E_j את סך כל מספר השגיאות שביצע משדר S_j במהלך כל זמן המחזור של הביט. נסמן גם $E = \sum_{j=1}^m E_j$. נניח ש $m = 128$.

14. [10 נקודות]

מהו הערך המקסימלי של הפרמטר E שעדיין יאפשר (בוודאות) לכל מקלט שמאזין לשידורים לפענח האם S_1 שידר את הביט $+1$, האם S_1 שידר את הביט -1 או האם S_1 לא שידר מאומה במהלך זמן המחזור של הביט הנוכחי?

a. 31

b. 32

c. 63

d. 64

e. 127

15. [10 נקודות]

בהנחה ש $E_1 = 0$, מהו הערך המקסימלי של הפרמטר E שעדיין יאפשר (בוודאות) לכל מקלט שמאזין לשידורים לפענח האם S_1 שידר את הביט $+1$, האם S_1 שידר את הביט -1 או האם S_1 לא שידר מאומה במהלך זמן המחזור של הביט הנוכחי?

a. 31

b. 32

c. 63

d. 64

e. 127